Aufgabe 1

correlation: (ohne Gewichte)

$$g(x,y) = \frac{1}{(2a+1)(2b+1)} \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} f(x+s, y+t)$$

convolution:

$$g(x,y) = \sum_{s-a}^{a} \sum_{t-b}^{b} w(s,t) f(x-s, y-t)$$

$$k_1 \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 \end{bmatrix}, \quad k_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad k_3 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

für k_1 gilt $h(-s,-t) = h(s,t) \Rightarrow$ correlation $\equiv$ convolution

$$-k_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad -k_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Das padding wurde in den Lösungen zum Teil weggelassen, falls es nur aus nullen bestand !

k_1 sorgt für eine Rauschreduzierung (low-pass Filter)

k_2 Kanten werden verstärkt (ähnlich! zu high-pass Filter)

k_3 verschiebt das Bild um einen Pixel

1)

$$k_1 \bigstar f = k_1 \star f = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 \end{bmatrix}$$

2)

$$k_1 \bigstar g = k_1 \star g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 4/5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & 7/5 & 9/5 & 4/5 & 0 & 0 & 0 \\ 1/5 & 5/5 & 11/5 & 17/5 & 5/5 & 0 & 0 & 0 \\ 1/5 & 4/5 & 11/5 & 12/5 & 6/5 & 1/5 & 0 & 0 \\ 0 & 1/5 & 2/5 & 6/5 & 2/5 & 2/5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/5 & 1/5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3)

$$k_2 \star f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$k_2 \bigstar f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4)

$$k_2 \star g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4/3 & 8/3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 5/3 & 11/3 & 10/3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 4/3 & 9/3 & 10/3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/3 & 3/3 & 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$k_2 \bigstar g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 8/3 & 43 & 0 & 0 \\ 2/3 & 8/3 & 13/3 & 5/3 & 0 & 0 \\ 2/3 & 5/3 & 12/3 & 5/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2/3 & 3/3 & 1/3 \end{bmatrix}$$

5)

$$k_3 \star f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$k_3 \star f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

b)

$$k_3 \star g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$k_3 \star g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$