# Zusammenfassung - Investition und Finanzierung

Timo Bergerbusch 344408

21.12.2017

## 1 Entscheidungsregeln

1. Grenzrate der Substitution $GRS = GRT$ Grenzrate der Transformation
   - Modellwelt Thema 1
   - benötigt differenzierbare Transformationsfunktion
   - Zwei-Zeitpunkt-Betrachtung
2. Grenzrendite = Kapitalmarktzins
   - benötigt differenzierbare Transformationsfunktion
   - Zwei-Zeitpunkt-Betrachtung
3. Maximierung des Kapitalwertes
   - Auch für Mehr-Perioden-Fall anwendbar
   - auch für nicht bel. teilbare Projekte
   - echt besser als die 2. Investitionsregel

## 2 Fachbegriffe

- Amortisationsdauer $t_{krit}$:

  Def.: Der Zeitpunkt $t$ indem der Kapitalwert $\kappa$ zum ersten mal positiv wird

  – Berechne $\kappa_t$ für jeden Zeipunkt $t$ bis $\kappa_t > 0$

- Annuität:

  Def.: Welche gleichbleibende Einzahlung von t=1 bis t=T bei einem Kalkulationszinsfuß $i$ erforderlich ist um einen Kapitalwert $\kappa$ von genau 1 GE zu generieren.

  – Annuitätsfaktor = $ANN(i;T) = \frac{1}{RBF(i;T)}$

  – Berechnung des konst. Zahlungsüberschusses pro Periode/ Annuität: $z = \frac{\kappa + A_0}{RBF(i;T)}$

- Differenzinvestition: $\kappa^{A-B} = \kappa_A - \kappa_B$

- Ertragswert $\eta_0$:

  Def.: Ertragswert $\eta_0$ entspricht dem Kapitalwert der Einzahlungsüberschüsse

  – $\eta_0 = \kappa - A_0 = RBF(i;T) \cdot z$

- Fisher-Separation:

  1. Trennung von Real-und Finanzinvestition
  2. Realinvestitionsentscheidung wird getrennt von Präferenzen und Anfangsausstattung $W_0$

- Grenzrate der Substitution GRS:

  – Steigung der Nutzenindifferenzkurve

  – Verzicht auf wie viele Einheiten Zukunftskonsum für eine Einheit im jetzt

- Grenzrate der Transformation GRT:

  – Steigung der Transformationskurve

  – Rückgang der Einheiten des Zukunftskonsums bei Erhöhung der Einheiten im jetzt um 1

- Grenzrendite

- Indifferenzkurve:

  Def.: eine Kurve im $(C_0; C_1)$-Diagramm für die ein Entscheider keinen unterschied zwischen dem $C_0$ Konsum jetzt oder dem $C_1$ Konsum in $t_1$ macht

  – bei geg. Nutzenfunktion $\overline{U} = C_0^x \cdot C_1^y \Leftrightarrow C_1 = \overline{U}^{\frac{1}{y}} \cdot C_0^{-\frac{x}{y}}$

- Investitionsertragsfunktion $F(I)$: Herleitung wie in Thema 1 Aufgabe 1
  Verfügt über 3 Eigenschaften:

1. $F(0) = 0$
   Kein Ertrag bei einem Investitionsvolumen von 0
2. $F'(I) > 0$ für $I > 0$
   im Falle einer Investition ist der Grenzertrag immer positiv
3. $F''(I) < 0$ für $I > 0$
   abnehmender Grenznutzen (degressiv); Rentabilität nimmt ab

- Kapitalmarktgerade:

Def.: geometrischer Ort aller $(C_0, C_1)$-Kombinationen, die durch Kapitalmarkttransaktionen erreicht werden können

  - weiter außer $\Rightarrow$ höherer Konsum in $t_0, t_1$
  - Verschiebung der Geraden $\Leftrightarrow$ Realinvestitionen
  - Bewegung auf der Geraden $\Leftrightarrow$ Finanzinvestitionen

- Kapitalwert $\kappa$:

  - für Zeiträume $t_o, \ldots, t_n$ und Zinssatz $i$ gilt $\kappa = \sum_{j=0}^{n} \frac{t_j}{(1+i)^j}$
  - bei geg. $RBF(i;T)$: $\kappa = RBF(i;T) \cdot z - A_0$, gleichbleibende Einzahlung $z$, Anfangsauszahlung $A_0$

- Ketteneffekt: Bei zunehmender Anzahl von Projektwiederholungen löst man die Projekte immer früher ab, da jedes Jahr verlängerter Nutzung zu einer einjährigen Verzögerung des durch die nächsten Durchführungen erreichbaren Vermögenszuwachses führt. Durch die Berücksichtigung der durch Verschiebung der späteren Projekte verursachten Reichtumseinbuße kommt es also zu einer Verkürzung der Projektnutzungsdauer.

- Normalinvestition:
  besitzen nur einen Vorzeichenwechsel in der Zahlungsreihe

- Nutzenindifferenzkurve:
  geometrischer Ort alle $(C_0, C_1)$-Kombinationen für die man Indifferent ist bzgl. des Nutzenwertes

- optimales Investitionsvolumen:
  Kriterium: Steigung Transformationskurve $-F'(I) = -(1 + i)$ Steigung Kapitalmarktgerade
  $\max U(C_0; C_1)$ unter der NB $C_1 = F(W_0 - C_0)$

  1. einsetzen von $C_1$
  2. ableiten mittels $\frac{\partial U}{\partial C_0}$
  3. lösen nach $C_0$

- Rendite: $\frac{\text{Ertrag} \cdot 100}{\text{Investition}} - 1$

- Rentenbarwertaktor $RBF$ :

Def.: Der RBF entspricht dem Kapitalwert einer gleichbleibenden Einzahlung von genau 1 GE in den Zeitpunkten $t = 1$ bis $t = T$

- $RBF(i;T) = \frac{(1+i)^T-1}{(1+i)^T \cdot i}$ für Zeitraum $t$ bis $T$ und Zinsfuß $i$

- Steuerparadoxon:

  Def.: Der Kapitalwert vor Steuern ist geringer als der Gewinn nach Steuern

  Beg.: Der negative Volumeneffekt wird vom positiven Zinseffekt überkompensiert

- Tangentialpunkt: Nutzenindifferenzkurve und Transformationskurve

  - beschreibt optimales Investitionsprogramm
  - an diesem Punkt gilt: GRS = GRT

- Tangentialpunkt: Transformationskurve und Kapitalmarkgerade

  - in diesem Punkt gilt: Kapitalmarktzins = Grenzrendite

- Transformationsfunktion

  Def.: geometrischer Ort aller Komb. aus gegnwärtigem und zukünftigem Konsum die ein Unternehmer mit einer Anfangsaustattung mittels Realinvestitionen erreichen kann.

  - nach links gespiegelte Investitionsertragsfunktion

  Formel: $C_1 = F(W_0 - C_0)$

- Vollkommener Kapitalmarkt
  Der Markt ist vollkommen, wenn:

  1. alle Marktteilnehmer rational
  2. gegebene unbeeinflussbare Zinssätze
  3. keine Kosten für Informationsbeschaffung und - verarbeitung

  $\Rightarrow$ Sollzins = Habenzins

- Volumeneffekt:
  Reduktion von Zahlungen durch Steuern

- Wertadditivität: $\kappa^{(1+2)} = \kappa^{(1)} + \kappa^{(2)}$

- Zahlungsreihe einer Differenzinvestition (A-B): Für alle $t \in T$ berechne $z_t^{(A)} - z_t^{(B)}$ und anschließend den Kapitalwert

- Zero-Bond

  Def.: Anlage- bzw. Berschuldung die nur in einem Zeitpunkt Zahlungskonsequenzen hat

  Intuition: Wie hoch Kredit aufnehmen um einen genau def. Betrag zurückzahlen zu müssen?

- Zero-Bond-Abzinsungsfaktor $d_t$

  Def.: standardisierter Zero Bond mit Zahlungsversprechen von 1 GE am Ende der Laufzeit

  Formel: $d_t = \frac{Preis}{Kaptialwert}$ für ein normiertes Zero-Bond im Zeitpunkt $t_0$ mit Fälligkeit in $T$

Intuition: Zero-Bond-Abzinsungsfaktor als Kredithöhe in $t_0$ zu verstehen, der eine Rückzahlung von 1GE in $T$ folgt

- Zinseffekt:
  - Multiplikation von Diskontierungsfaktor mit Steuerfaktor
  - $\Rightarrow$ geringerer Abdiskontierungsfaktor als vor Steuern
  - $\Rightarrow$ steigender Kapitalwert
- Zinsfuß $i$:
  - Berechnung: Löse $0 \stackrel{!}{=} -A_0 + \sum_{j=0}^{T} \frac{\text{Ertrag in } t_j}{(1+i)^j}$ nach $i$
- Zinsstruktur

  Normal: Steigende Zinssätze pro Periode mit verlängerter Laufzeit

  Inverse: Sinkende Zinssätze pro Periode mit verlängerter Laufzeit

# 3 Dynexite Aufgaben

## Thema 1

### Aufgabe 1

Vorgehen:

1. berechne Renditen$R_1, \ldots, R_n$
2. sortiere absteigend nach Renditen: $(I_{max}, I_{2max}, \ldots, I_{least})$
3. füge ein: $(R_{max}/100 + 1) * I$ für $0 < I \leq$ Investitionsvolumen$_{max}$
4. füge ein: $E_max + (R_{2max}/100 + 1) \cdot I$ für
   Investitionsvolumen$_{max} < I \leq$ Investitionsvolumen$_{max}$ + Investitionsvolumen$_{2max}$, etc

### Aufgabe 2

Ang. es schließen sich Projekt X und Y aus und $R_X > R_Y$. Vorgehen:

1. Analog zu Aufgabe 1 Punkte 1 und 2
2. Führe die Programme mit max. Renditen durch.

!Wichtig! wenn $I_Y > I_X$: berechne $\frac{E_X}{R_Y/100+1} = x$.

$x > I_Y$: nicht zu ändern

sonst: füge Zeile hinzu mit: $\sum_{i \in \text{durchgef. Proj.}} E_i + (\frac{I_Y}{100} + 1) * (I - \sum_{i \in \text{durchgef. Proj.}} I_i)$

## Thema 2

### Aufgabe 1

Berechne die Kaptialwerte $\kappa_0, \ldots, \kappa_n$ mit dieser Formel.

$\kappa_i > 0$ durchführen

$\kappa_i = 0$ indifferent

$\kappa_i < 0$ nicht durchführen

Bei ausschließenden Projekten führe dasjenige aus, welches den höheren Kapitalwert hat und führe dies durch g.d.w. dessen $\kappa > 0$

### Aufgabe 2

Erster Teil analog zu Thema 2 Aufgabe 1.
Berechne danach die Zahlungsreihe einer geg. Differenzinvestition

### Aufgabe 3

100% analog zu Thema 2 Aufgabe 2. Unterschiede sind nur die Werte ($> 1000$).

## Thema 3

### Aufgabe 1

1. Berechne den $RBF(i;T) = \frac{(1+i)^T-1}{(1+i)^T*i}$, den Kapitalwert $\kappa = RBF(i;T) \cdot z - A_0$ und Ertragswert $\eta = \kappa + A_0$ ($z$ ist die gleichmäßige Entnahme)
2. Berechne den Annuitätenfaktor $ANN(i;T) = \frac{1}{RBF(i;T)}$ und Annuität $\frac{\eta - A_0}{RBF(i;T)} = \kappa \cdot ANN(i;T)$
3. Berechne die Annuitäten erneut nur nimm diesmal $ANN(i;T)$ des am längsten laufenden Projektes

### Aufgabe 2

Gegeben $i, T, \kappa, \eta$

a) Rechne $\kappa \cdot ANN(i;T)$

b) Rechne $ANN(i;T)$

c) Rechne $z * RBF(i;T)$

### Aufgabe 3

a)

- Abschreibung: bei linearer Abschreibung $D_t = A_0/T$
- durchschnittliche Mittelbindung = $(2 \cdot MB_{t-1} - D_t)/2$
  **Tipp**: fange bei $t = T$ an mit ∅-MB$_t = \frac{1}{2}D_t$ und rechne für $t = t-1$ einfach ∅-MB$_t$ = ∅-MB$_{t-1} + D_t$
- kalkulatorische Zinsen $kZ_t = i \cdot$ ∅-MB$_t$
- Periodengewinn $G_t = x_t * (p_t - k_{v,t}) - k_{f,t} - D_t - kZ_t$
- durchschnittlicher Periodengewinn $G'_t = \frac{\sum_{t=1}^{T} G_t}{T}$

b)

- $z_0 = -A_0$ und $z_t = x_t * (p_t - k_{v,t}) - k_{f,t}$
- Kapitalwert $\kappa$, $ANN(i;T)$ und Annuität wie gewohnt

### Aufgabe 4

a) Gegeben sind eine Relation zwischen $K_{v,t}$ und $p_t$. Nutze diese um zwei Gleichungen mit Parametern $a$ und $b$ zu erhalten und löse das Gleichungssystem.

b) Nutze die Formel aus $a)$ für die ersten paar Lücken und berechne den Rest wie in Thema 3 Aufgabe 3

c) ebenfalls Analog zu Thema 3 Aufgabe 3

### Aufgabe 5

Einfaches Anwenden der Formeln des Rentenbarwertfaktors und des Kapitalwertes.

## Thema 4

### Aufgabe 1

Analog zu Thema 3 Aufgabe 3 außer, dass man nun eine Deckugnsbeitrag $db_t = (p_t * k_{p,t})$ hat und es keine ∅-MB$_t$ betrachtet wird sondern eine MB$_{t-1}$

### Aufgabe 2

a) Berechne die Tabelle intuitiv. Vertriebsgemeinkosten und Abschreibungen sind dabei Fixkosten.

b) $z_0^A = T \cdot$ Abschreibungen und $z_t^{(A)} =$ Produkt-Deckungsbeitrag aus a) + Abschreibungen. Den Kapitalwert wie gehabt <u>oder</u> berechne den $RBF(i;T) \cdot z_t^{(A)} - z_0^{(A)}$

c) Tabelle intuitiv. Die kalkulatorischen Zinsen sind dabei die Zinsen auf das gesamt gebundene Kapital. <u>Beispiel</u>: Zinsfuß $i = 10\%$, $T = 4$ und Abschreibungen $A = 1000$ dann wäre die Zinsen zu den Perioden $(1, \ldots, 4) \to (400, 300, 200, 100)$

## Thema 5

### Aufgabe 1

a) Berechne den Kapitalwert wie immer

b) Berechne den Zinsfuß

c) Analog zu Thema 2 Aufgabe 2 die Differenzinvestition

### Aufgabe 2

Berechne die Amortisationsdauer $t_{krit}$ bei beiden Projekte a) und b) und vergleiche den Kapitalwert in c)

### Aufgabe 3

a) Berechne den Kapitalwert $\kappa$ und den Zinsfuß $i$

b) Berechne erneut den Zinsfuß $i$ und zusätzlich subtrahiere die anfallenden Kosten

### Aufgabe 4

Kurios

## Thema 6

### Aufgabe 1

a) Berechne die Tabelle nach dem folgenden Muster:

| t | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $z_t$ | 0 | 0 | 0 | 1 |
| $\kappa^{(3)}, i_3$ | $x_{3,0} = \frac{-R_3}{1+i_3}$ (2) | $x_{3,0} \cdot -i_3$ (3) | $x_{3,0} \cdot -i_3$ (3) | $R_3 = -1$ (1) |
| $\kappa^{(2)}, i_2$ | $x_{2,0} = \frac{-R_2}{-(1+i_2)}$ (5) | $x_{2,0} \cdot -i_2$ (6) | $R_2 = z_2 + (3)$ (4) | 0 |
| $\kappa^{(1)}, i_1$ | $x_{1,0} = \frac{-R_1}{-(1+i_1)}$ (8) | $R_1 = z_1 + (3) + (6)$ (7) | 0 | 0 |
| $\sum$ | $s_3 = z_0 + x_{3,0} + x_{2,0} + x_{1,0}$ (9) | 0 | 0 | 0 |

Dabei beschreiben (1) bis (9) die Reihenfolge der Berechnung.
Zu beachten ist, dass der Wert des "ersten" $x_{max,0}$ positiv ist und alle anderen $x_{i,0}$ negativ. Somit sind alle Felder rechts von $x_{max,0}$ und unter $x_{max,0}$ negativ und alle anderen Felder positiv.
Ausnahme ist nur die letzte Zeile mit der Summe.
Hinweis: wenn die $z_t = 0, \forall 0 \leq t \leq T$ gilt, dann ist $R_t = -x_{t+1,0}$ für $t < T - 1$.

b) berechne $v_t$ wie folgt: $v_t = \sqrt[t]{\frac{1}{s_t}} - 1$

c) berechne $i_t$ aufbauend nach dem folgenden Schema:

- $1 + i_1 = 1 + v_1$
- $i_1 \cdot (1 + i_2) = (1 + v_2)^2$
- $i_1 \cdot i_2 \cdot (1 + i_3) = (1 + v_3)^3$

  ...

$\Rightarrow$ für $i_t \Rightarrow \prod_{j=1}^{t-1} i_j \cdot (1 + i_t) = (1 + v_t)^t$

Der Kapitalwert folgt dann mittels: $z_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{z_t}{\prod_{j=1}^{t} v_j}$, also $z_0 + \frac{z_1}{i_1} + \frac{z_2}{i_1 \cdot i_2} + \ldots$

d) analog zu a) allerdings wechseln alle Zellen das Vorzeichen.

### Aufgabe 2

a) $\kappa = z_0 + \frac{z_1}{1+i_1} + \frac{z_2}{1+i_2{}^2} + \ldots$

b) Ein-PeriondenzinssatzLöse $(1 + i_1) \cdot (1 + i_2') \stackrel{!}{=} (1 + i_2)^2$ bei geg. $i_1$ nach $i_2'$

c) Zero-Bond-Abzinsungfaktor $d_t = \frac{1}{(1+i_t)^t}$

d) Preis des Portfolio: $\frac{z_1}{1+i_1} + \frac{z_2}{(1+i_2)^2} \ldots$

## Thema 7

### Aufgabe 1

a) (a) $p_t = p(x_t)$ wobei $p(x)$ eine geg. Preis-Absatz-Funktion ist

(b) $z_t' = x_t \cdot p_t$

(c) $z_t = z'_t - y_t$

und

| T | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.00 GE | | | |
| 1 | $-A_0$ | $z_1 + L_1$ | | |
| 2 | $-A_0$ | $z_1$ | $z_2 + L_2$ | |
| 3 | $-A_0$ | $z_1$ | $z_2$ | $z_3 + L_3$ |

b) Kapitalwert beispielhaft:
$\kappa_0 = 0$, für $t = 0$
$\kappa_1 = -a_0 + \frac{z_1+L_1}{1+i}$, für $t = 1$
$\kappa_3 = -A_0 + \frac{z_1}{1+i} + \frac{z_2}{(1+i)^2} + \frac{z_3+L_3}{(1+i)^3}$, für $t = 3$

c)
- Renterbarwertfaktor wie gehabt
- $\kappa_t$ aus a)
- Annuität wie gehabt: Annuitaet$_t = RBF(i;T)^{-1} \cdot \kappa_t$
- wähle $t^\star$ mit max. $t^\star = \max_{t \in T} \kappa_t$

**Aufgabe 2**

Berechne die Kapitalwerte $\kappa_t$ als $\kappa_t = \frac{L_t}{(1+i)^t} \sum_{j=0}^{t} \frac{z_j}{(1+i)^j}$. Also wie immer nur bei dem max. Zeitpunkt werden die Liquidationserlöse hinzu addiert und mit abgezinst.