Deutsche Post Lehrstuhl
für Optimierung von
Distributionsnetzwerken

RWTH AACHEN UNIVERSITY

Methoden und Anwendungen der Optimierung **WS 2017/18**

Prof. Dr. Michael Schneider schroeder@dpo.rwth-aachen.de

Übung 5 - Aufgaben

Aufgabe 1 (CVRP Nachbarschaften):

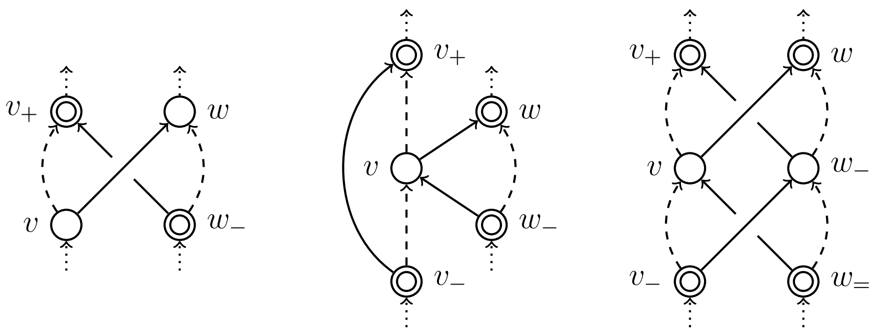
Entwickeln Sie einen weiteren Nachbarschaftsoperator für das CVRP, welcher in Verbindung mit den in Abb. 1 gegebenen Operatoren zu einer stark zusammenhängenden Nachbarschaft führt und ebenfalls in $\mathcal{O}(1)$ berechenbar ist. Folgendes ist zu beachten:

- Der 2-Opt*-Operator schliesst eine Tour, falls $v_+ = w_- = 0$
- Der Relocate-Operator schliesst eine Tour, falls $v_+ = v_- = 0$

a) Weshalb ist die durch die gegebenen Operatoren definierte Nachbarschaft nicht stark zusammenhängend?

b) Finden Sie eine Lösung, von welcher aus Sie mit den gegebenen Operatoren jede andere Lösung erreichen können.

c) Gestalten Sie den neuen Operator so, dass diese Lösung immer erreicht werden kann.



(a) 2-Opt* (b) Relocate (c) Exchange

Abbildung 1: Nachbarschaftsoperatoren für das CVRP.

Aufgabe 2 (TTP Nachbarschaften):

Das *Traveling Tournament Problem* (TTP) beschäftigt sich mit der Organisation eines Turniers zwischen N Sportmannschaften $i \in I = \{1, \ldots, N\}$. Die Kosten für eine Fahrt vom Heimstadion der Mannschaft i zum Heimstadion der Mannschaft j betragen c_{ij}. Es gelten folgende Nebenbedingungen:

- Jede Mannschaft soll genau zweimal gegen jede andere Mannschaft spielen.
- Spiele zwischen zwei Mannschaften sollen einmal im Station der einen und einmal im Stadion der anderen Mannschaft stattfinden.
- Eine Mannschaft soll nicht mehr als dreimal in Folge heimwärts (Home) oder auswärts (Away) spielen.
- Alle Mannschaften starten an ihrem Heimstadion und müssen nach dem Turnier wieder zu ihrem Heimstadion zurückkehren.

Ziel ist es, einen Spielplan zu finden, welcher die Summe der Reisekosten aller Mannschaften minimiert. Als Beispiel dient der in Tab. 1 dargestellte Spielplan mit $N = 6$. Dabei bezeichnet g_{ir} den Gegner der Mannschaft i in Runde $r \in R = \{1, \ldots, 2(N-1)\}$, wobei ein vorangestelltes $+$ ($-$) ein Heimspiel (Auswärtsspiel) der Mannschaft i anzeigt. Für alle Runden gilt

$$g_{ir} = +j \quad \Leftrightarrow \quad g_{jr} = -i.$$

r	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
g_{1r}	$+3$	$+5$	$+2$	-3	$+4$	-6	-4	-5	$+6$	-2
g_{2r}	$+6$	-3	-1	-5	$+3$	-4	$+5$	-6	$+4$	$+1$
g_{3r}	-1	$+2$	-6	$+1$	-2	$+5$	$+6$	-4	-5	$+4$
g_{4r}	$+5$	-6	-5	$+6$	-1	$+2$	$+1$	$+3$	-2	-3
g_{5r}	-4	-1	$+4$	$+2$	-6	-3	-2	$+1$	$+3$	$+6$
g_{6r}	-2	$+4$	$+3$	-4	$+5$	$+1$	-3	$+2$	-1	-5

Tabelle 1: Beispiellösung für das TTP mit $N = 6$.

Es werden folgende Nachbarschaften betrachtet:

- *Swap-Rounds* tauscht zwei Runden v, w des Spielplans (Spalten in Tab. 1) aus:

$$g_{iv} \leftrightarrow g_{iw}, \quad \forall i \in I$$

- *Swap-Teams* tauscht die Spiele zweier Mannschaften v, w aus. Die Runden des Spielplans, in denen die beiden Mannschaften gegeneinander spielen, bleiben dabei unverändert:

$$g_{vr} \leftrightarrow g_{wr}, \quad \forall r \in R, \; g_{vr} \neq w \;\wedge\; g_{wr} \neq v$$

- *Swap-Home-Away* tauscht den Ort des Hin- und Rückspiels zweier Mannschaften v, w aus:

$$g_{vr} \rightarrow -g_{vr}, \quad g_{wr} \rightarrow -g_{wr}, \quad \forall r \in R, \; g_{vr} = w \;\vee\; g_{wr} = v$$

a) Wenden Sie den Swap-Rounds-Operator auf die Runden 3 und 5 des Beispiels an und ermitteln Sie die Zulässigkeit der resultierenden Lösung. Welche Laufzeitkomplexität besitzt die Feststellung des Gewinns und der Zulässigkeit einer Nachbarlösung?

b) Wenden Sie den Swap-Teams-Operator auf die Mannschaften 2 und 5 des Beispiels an und ermitteln Sie die Zulässigkeit der resultierenden Lösung. Welche Laufzeitkomplexität besitzt die Feststellung des Gewinns und der Zulässigkeit einer Nachbarlösung?

c) Wenden Sie den Swap-Home-Away-Operator auf die Mannschaften 2 und 4 des Beispiels an und ermitteln Sie die Zulässigkeit der resultierenden Lösung. Welche Laufzeitkomplexität besitzt die Feststellung des Gewinns und der Zulässigkeit einer Nachbarlösung?