Deutsche Post Lehrstuhl
für Optimierung von
Distributionsnetzwerken

RWTH AACHEN UNIVERSITY

Methoden und Anwendungen der Optimierung **WS 2017/18**

Prof. Dr. Michael Schneider schroeder@dpo.rwth-aachen.de

Übung 9 - Lösungen

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein Hochzeitplanungsproblem. Im vorliegenden Fall müssen acht Gäste bestmöglich auf zwei gleich große runde Tische aufgeteilt werden. Die Stühle seien von null bis drei durchnummeriert. Dabei sollen die Sitzplätze so verteilt werden, dass die Summe der Sympathien der Gäste zu ihren Sitznachbarn maximiert wird. Tabelle 1 zeigt numerisch die Sympathien der Gäste zueinander. Das Optimierungsproblem soll mit Hilfe einer *Variable Neighborhood Search* (VNS) gelöst werden.

	a	b	c	d	e	f	g	h
a	0	3	5	2	1	4	6	7
b	3	0	1	7	4	1	3	1
c	5	1	0	6	3	2	2	1
d	2	7	6	0	4	7	1	4
e	1	4	3	4	0	5	1	1
f	4	1	2	7	5	0	2	2
g	6	3	2	1	1	2	0	3
h	7	1	1	4	1	2	3	0

Tabelle 1: Sympathiematrix der Gäste zueinander.

Als *Schütteln* sollen Swap-Tables-Operatoren verwendet werden. Swap-Tables(0,2) tauscht dabei die Person auf dem Stuhl der Nummer 0 von Tisch 1 gegen die Person auf dem Stuhl der Nummer 2 von Tisch 2 aus. Die so entstehende Nachbarschaft wird mit N_1 bezeichnet. Swap-Tables((0,2),(1,1)) tut dasselbe wie Swap-Tables(0,2), tauscht zusätzlich noch die Personen auf den Stühlen der Nummer 1 aus und erzeugt die Nachbarschaft N_2.
Die *lokale Suche* soll mit Hilfe eines Swap-Chair-Operators vollzogen werden. Dabei sind nur Vertauschungen von Sitzplätzen innerhalb einer Tischgruppe erlaubt.
Eine neue Lösung soll nur *akzeptiert* werden, wenn sie einen besseren Funktionswert aufweist als die bisher beste.

a) Wie viele verschiedene Lösungen gibt es für die Anordnung von vier Personen an einem Tisch?
Ähnlich zum STSP berechnet sich die Anzahl der unterschiedlichen Anordnungen zu $\frac{n!}{2 \cdot n} = \frac{(n-1)!}{2}$. In diesem Fall gibt es daher drei verschiedene mögliche Anordnungen. Diese sind (a, b, c, d), (a, b, d, c) und (a, c, b, d). Alle übrigen Kombinationen können durch Rotieren und Spiegeln in die drei obigen Varianten überführt werden.

b) Wie groß ist der Durchmesser der Nachbarschaft des Swap-Chair-Operators?
Der Nachbarschaftsgraph enthält alle zulässigen Lösungen. Der Swap-Chair-Operator erlaubt nur Vertauschungen innerhalb einer Tischgruppe. Betrachtet man die Nachbarschaften tischweise, so kann jede der drei Lösungen durch eine Anwendung des Swap-Chair-Operators in jede andere überführt werden. Daher ist der Durchmesser der Nachbarschaft eins.

c) Wie viele Iterationen sind daher in jedem Schritt der lokalen Suche notwendig?
Da der Durchmesser der Swap-Chair-Nachbarschaft eins beträgt, muss für jeden Tisch nur ein Schritt einer lokalen Suche durchgeführt werden.

d) Wie viele mögliche Swap-Chair-Moves müssen in jedem Schritt der lokalen Suche überprüft werden?
Da es nur drei zulässige Lösungen gibt und der Durchmesser der Nachbarschaft eins beträgt, müssen nur zwei Moves pro Tisch untersucht werden. Man kann zum Beispiel in jeder Nachbarschaftssuche die Moves Swap-Chair(0,1) und Swap-Chair(0,3) anwenden und erforscht damit die gesamte Nachbarschaft.

e) Führen Sie eine VNS mit den oben beschriebenen Bestandteilen durch. Starten Sie mit folgender Tischbelegung: $T1 : \{a, d, c, e\}$ $\quad T2 : \{b, f, g, h\}$. Beenden Sie die Suche nach vier Durchläufen.

x^0	$T_1 : \{a, d, c, e\}$	$T_2 : \{b, f, g, h\}$	$\sum$
z	**12**	**7**	**19**

Schütteln:

x'	$T_1 : \{g, d, c, e\}$	$T_2 : \{b, f, a, h\}$	$\sum$
z			**24**

Lokale Suche:

x''	$T_1 : \{e, d, c, g\}$	$T_2 : \{b, f, a, h\}$	$\sum$
z			**26**

Akzeptanzkriterium:
$z(x'') > z(x^0)$, **daher wird die Lösung** x'' **akzeptiert:** $x^1 := x''$. **Der Nachbarschaftszähler wird auf eins gesetzt.**

x^1	$T_1 : \{e, d, c, g\}$	$T_2 : \{b, f, a, h\}$	$\sum$
z			**26**

Schütteln:

x'	$T_1 : \{a, d, c, g\}$	$T_2 : \{b, f, e, h\}$	$\sum$
z			**24**

Lokale Suche:

x''	$T_1 : \{g, d, c, a\}$	$T_2 : \{h, f, e, b\}$	$\sum$
z			**30**

Akzeptanzkriterium:
$z(x'') > z(x^1)$, **daher wird die Lösung** x'' **akzeptiert:** $x^2 = x''$. **Der Nachbarschaftszähler wird auf eins gesetzt.**

x^2	$T_1 : \{g, d, c, a\}$	$T_2 : \{h, f, e, b\}$	$\sum$
z			**30**

Schütteln:

x'	$T_1 : \{e, d, c, a\}$	$T_2 : \{h, f, g, b\}$	$\sum$
z			**24**

Lokale Suche:

x''	$T_1 : \{e, d, c, a\}$	$T_2 : \{f, h, g, b\}$	$\sum$
z			**25**

Akzeptanzkriterium:
$z(x'') < z(x^2)$, **daher wird die Lösung** x'' **nicht akzeptiert:** $x^3 = x^2$. **Der Nachbarschaftszähler wird auf zwei erhöht.**

x^3	$T_1 : \{g, d, c, a\}$	$T_2 : \{h, f, e, b\}$	$\sum$
z			**30**

Schütteln:

x'	$T_1 : \{e, f, c, a\}$	$T_2 : \{h, d, g, b\}$	$\sum$
z			**22**

Lokale Suche:

x''	$T_1 : \{f, e, c, a\}$	$T_2 : \{d, h, g, b\}$	$\sum$
z			**34**

Akzeptanzkriterium:
$z(x'') > z(x^3)$**, daher wird die Lösung** x'' **akzeptiert:** $x^4 = x''$**. Der Nachbarschaftszähler wird auf eins gesetzt. Die Suche wird nach vier Durchläufen beendet.**