

Übung 6 - Lösungen

Aufgabe 1 (Eigenschaften von Nachbarschaften):

Es sei $X = \{1, \dots, 10\}$. Die Kosten $c(x)$ und Nachbarschaft $\mathcal{N}(x)$ einer Lösung $x \in X$ sind in Tab. 1 gegeben.

- a) Skizzieren Sie den Transitionsgraph von $\mathcal{N}(x)$. Ist $\mathcal{N}(x)$ exakt?

Der Transitionsgraph ist in Abb. 1 dargestellt. Da er Knoten mit einem Außengrad von 0 enthält, welche kein globales Optimum darstellen, ist die Nachbarschaft nicht exakt.

- b) Skizzieren Sie den Nachbarschaftsgraph von $\mathcal{N}(x)$. Ist $\mathcal{N}(x)$ stark zusammenhängend?

Der Nachbarschaftsgraph ist in Abb. 2 dargestellt. Die Nachbarschaft ist symmetrisch, d.h. $x' \in \mathcal{N}(x) \Leftrightarrow x \in \mathcal{N}(x')$, sowie stark zusammenhängend, da für jede Lösung ein Pfad zu jeder anderen Lösung existiert.

- c) Wie groß ist der Durchmesser von $\mathcal{N}(x)$?

Der Durchmesser beträgt $D(\mathcal{N}) = 4$ und wird für Pfade zwischen 5 und 8 sowie zwischen 5 und 1 erreicht.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$c(x)$	7	2	4	2	0	2	3	6	1	4
$\mathcal{N}(x)$	{2}	{1, 3, 8, 10}	{2, 4, 6, 7, 9, 10}	{3, 5}	{4}	{3}	{3, 8}	{2, 7}	{3}	{2, 3}

Tabelle 1: Beispielnachbarschaft

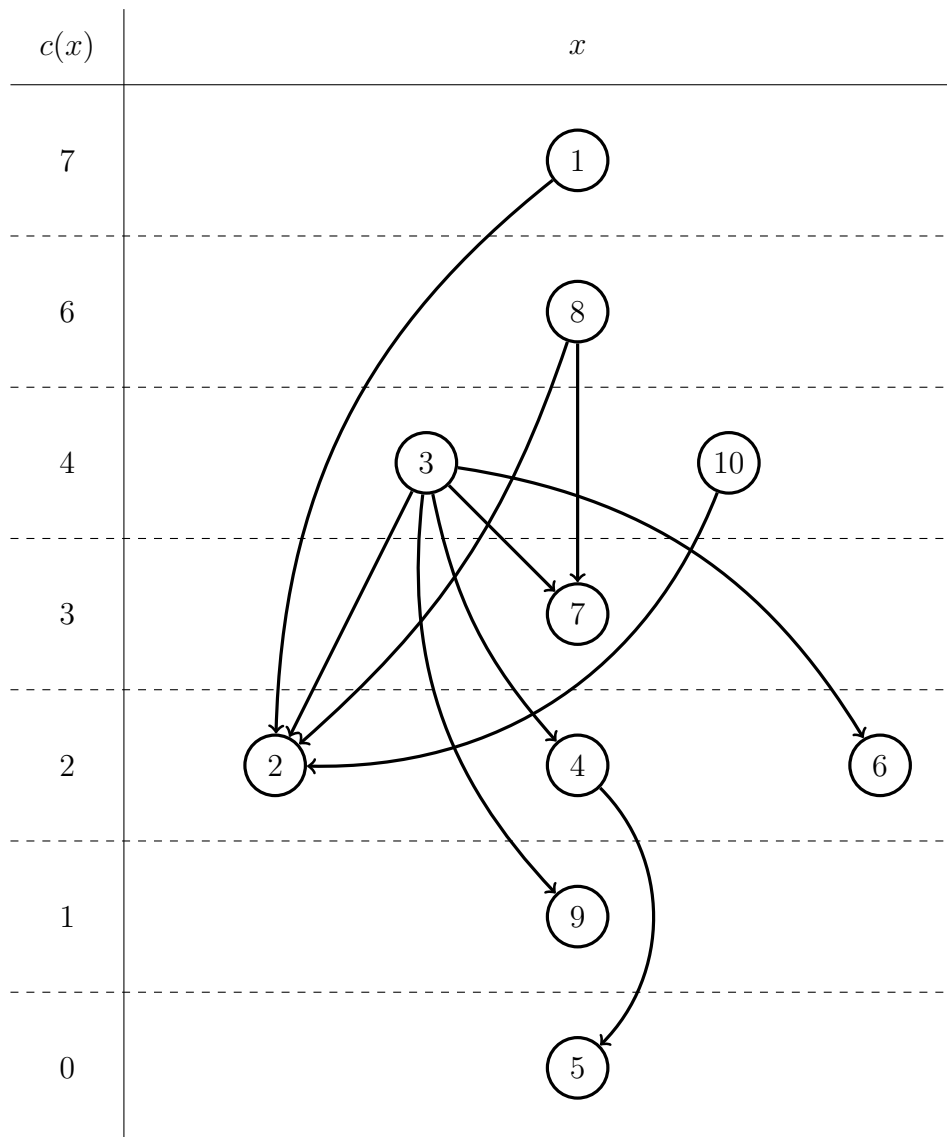


Abbildung 1: Transitionsgraph zu Aufgabe 1.

Aufgabe 2 (Variable Neighborhood Descent):

In Abb. 3 sind die erreichbaren Felder (weißer Punkt) der Springer- und Läuferfigur (schwarzer Punkt) beim Schachspiel dargestellt. Die erreichbaren Felder bilden die jeweilige Nachbarschaft. Abb. 4 zeigt eine Bewertung der Felder von 1 bis 9, wobei ein höherer Wert eine bessere Bewertung darstellt. Ihre Figur befindet sich zu Beginn auf dem Feld (d, 4).

- a) Führen Sie eine 2-Erstensuche in der Springernachbarschaft durch. Beginnen Sie mit dem Feld (b, 5) und gehen Sie im Uhrzeigersinn vor. Welchen Wert erhalten Sie?

Es ergibt sich ein Zielfunktionswert von 7 (siehe Tab. 2). Verbessерnde Zielfunktionswerte sind fett, der beste Zielfunktionswert mit \star markiert.

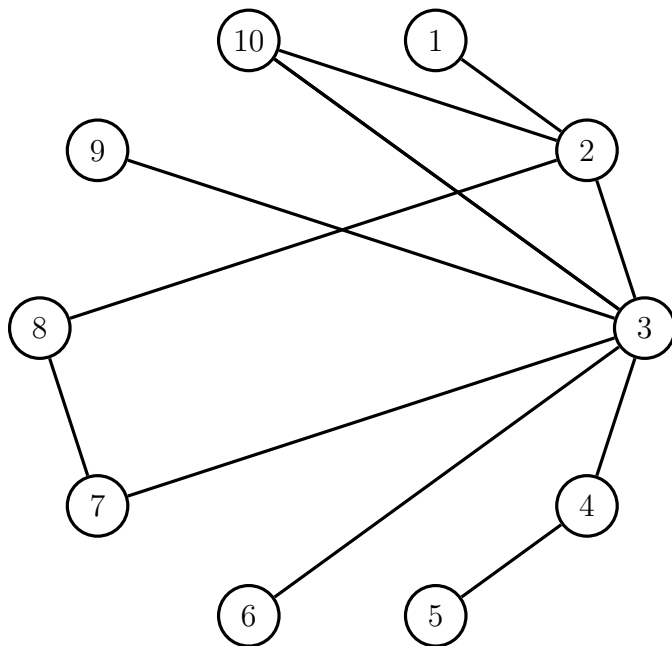


Abbildung 2: Nachbarschaftsgraph zu Aufgabe 1.

kiert.

$x \in \mathcal{N}(d, 4)$	(b, 5)	(c, 6)	(e, 6)
$f(x)$	3	1	7*

Tabelle 2: 2-Erstensuche in der Springernachbarschaft von (d, 4).

- b) Führen Sie eine Bestensuche in der Springernachbarschaft durch. Welchen Wert erhalten Sie?

Es ergibt sich ebenfalls ein Zielfunktionswert von 7 (siehe Tab. 3).

$x \in \mathcal{N}(d, 4)$	(b, 5)	(c, 6)	(e, 6)	(f, 5)	(f, 3)	(e, 2)	(c, 2)	(b, 3)
$f(x)$	3	1	7*	1	1	6	1	4

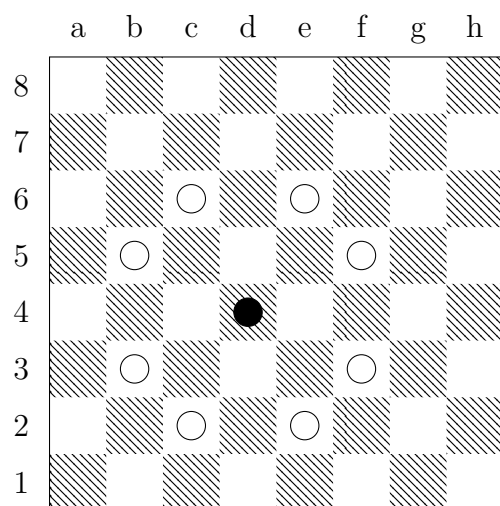
Tabelle 3: Bestensuche in der Springernachbarschaft von (d, 4).

- c) Führen Sie eine VND (Bestensuche) mit der Springernachbarschaft (\mathcal{N}_1) und der Läuferachbarschaft (\mathcal{N}_2) durch. Welchen Wert erhalten Sie?

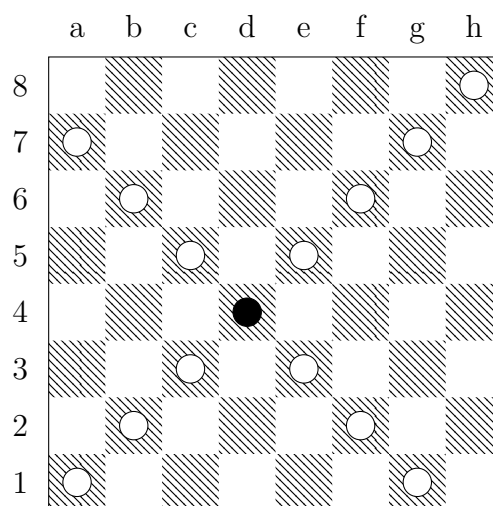
Die VND ist in Tab. 4 dargestellt. Es wird der optimaler Zielfunktionswert von 9 erreicht.

$x \in \mathcal{N}_1(d, 4)$	(b, 5)	(c, 6)	(e, 6)	(f, 5)	(f, 3)	(e, 2)	(c, 2)	(b, 3)					
$f(x)$	3	1	7*	1	1	6	1	4					
$x \in \mathcal{N}_1(e, 6)$	(c, 7)	(d, 8)	(f, 8)	(g, 7)	(g, 5)	(f, 4)	(d, 4)	(c, 5)					
$f(x)$	1	3	1	2	3	1	2	1					
$x \in \mathcal{N}_2(e, 6)$	(d, 7)	(c, 8)	(f, 7)	(g, 8)	(f, 5)	(g, 4)	(h, 3)	(d, 5)	(c,4)	(b, 3)	(a,2)		
$f(x)$	5	1	1	6	1	8	4	9*	1	4	3		
$x \in \mathcal{N}_1(d, 5)$	(b, 6)	(c, 7)	(e, 7)	(f, 6)	(f, 4)	(e, 3)	(c, 3)	(b, 4)					
$f(x)$	7	1	5	1	1	4	1	8					
$x \in \mathcal{N}_2(d, 5)$	(c, 6)	(b, 7)	(a, 8)	(e, 6)	(f, 7)	(g, 8)	(e, 4)	(f, 3)	(g, 2)	(h, 1)	(c, 4)	(b, 3)	(a, 2)
$f(x)$	1	2	9	7	1	6	2	1	9	2	1	4	3

Tabelle 4: VND mit Springer- und Läuferbarschaft.



(a)



(b)

Abbildung 3: Springer- (a) und Läuferbarschaft (b)

	a	b	c	d	e	f	g	h
8	9	6	1	3	3	1	6	9
7	8	2	1	5	5	1	2	8
6	7	7	1	7	7	1	7	7
5	6	3	1	9	9	1	3	6
4	5	8	1	2	2	1	8	5
3	4	4	1	4	4	1	4	4
2	3	9	1	6	6	1	9	3
1	2	5	1	8	8	1	5	2

Abbildung 4: Feldebewertungen