

# 3. Übung

Timo Bergerbusch 344408 & Marc Burian 344300

2. November 2017

## 1 Aufgabe

### 1.1 a)

$i$	1	2	3	4	5	6	7		$i$	2	3	4	7	6	1	5
$p_i$	3	4	7	6	2	1	8	sort wrt $\frac{p_i}{w_i}$	$p_i$	4	7	6	8	1	3	2
$w_i$	4	2	4	4	3	1	5		$w_i$	2	4	4	5	1	4	3
$\frac{p_i}{w_i}$	0.75	2	1.75	1.5	$\frac{2}{3}$	1	1.6		$\frac{p_i}{w_i}$	2	1.75	1.5	1.6	1	0.75	$\frac{2}{3}$

Sei  $C = 15$  dann folgt:

Iteration	nächster Gegenstand	passt?	add. Wert	$\sum$ Wert	$C - \sum w$
0	-	-	-	0	15
1	2	Ja	4	4	13
2	3	Ja	7	11	9
3	4	Ja	6	17	5
4	7	Ja	8	25	0
5	6	Nein	0	25	0
6	1	Nein	0	25	0
7	5	Nein	0	25	0

$\Rightarrow$  Die Lösung ist die Menge der Gegenstände  $M = \{2, 3, 4, 7\}$  mit einem Wert von  $v = 25$  und einer Restkapazität von  $C_{Rest} = 0$ . Somit ist die Performance  $R_H(P) = \frac{25}{25} = 1$

### 1.2 b)

Ja die Lösung ist optimal. Durch die vorherige Sortierung nach dem relativen Wert im Verhältnis zum Gewicht und da kein Spezialfall vorliegt lässt sich die Optimalität leicht erkennen.

### 1.3 c)

$i$	1	2	3	4	5	sort wrt $\frac{p_i}{w_i}$	$i$	1	3	5	4	2
$p_i$	6	60	9	7	8		$p_i$	6	9	8	7	60
$w_i$	1	20	2	2	2		$w_i$	1	2	2	2	20
$\frac{p_i}{w_i}$	6	3	4.5	3.5	4		$\frac{p_i}{w_i}$	6	4.5	4	3.5	3

  

Iteration	nächster Gegenstand	passt?	add. Wert	$\sum$ Wert	$C - \sum w$
0	-	-	-	0	20
1	1	Ja	6	6	19
2	3	Ja	9	17	17
3	5	Ja	8	25	15
4	4	Ja	7	32	13
5	2	Nein	-	32	13

$\Rightarrow$  Die Lösung ist die Menge der Gegenstände  $M = \{1, 3, 4, 5\}$  mit einem Wert von  $v = 32$  und einer Restkapazität von  $C_{Rest} = 13$ . Somit ist die Performance  $R_H(P) = \frac{32}{83} = 0.3855$ .  
 $z_{opt} = 83$  erhalten wir mit der Menge  $M_{opt} = \{1, 2, 3, 5\}$

### 1.4 d)

Das Ergebnis des Algorithmus bleibt das selbe, allerdings verändert sich der Optimale Wert auf  $z_{opt} = 84$  durch  $M_{opt} = \{2, 3, 4, 5\}$ . Somit wird das Performance-Verhältnis noch schlechter.

### 1.5 e)

Für Greedy-Algorithmen können Szenarien konstruiert werden, in welchen sie relativ schlecht abschneiden. Solche Sonderfälle müssen dann zusätzlich abgefangen werden um die Performance zu verbessern. Insgesamt sind Greedy-Algorithmen im allgemeinen nicht optimal.

### 1.6 f)

Durch den Extended-Greedy-Algorithmus, in welchem am Ende nochmal geschaut wird für jeden nicht mitgenommenen Gegenstand ob dieser, falls er alleine in den Rucksack passt, mehr Profit bringt wird der gesamte Inhalt durch eben jenen Gegenstand ausgetauscht.

Somit würde der Extended-Greedy-Algorithmus an dieser Stelle für sowohl  $C = 25$  als auch für  $C = 26$  den Gegenstand 2 statt aller anderen in den Rucksack packen um auf einen Funktionswert von 60 zu kommen, welcher dann ein Performance-Verhältnis von  $R_H(P_1) = \frac{60}{83} = 0.7229$ , bzw  $R_H(P_2) = \frac{60}{84} = 0.7143$  besitzt.

## 2 Aufgabe

### 2.1 a)

		<table><tr><th><math>i</math></th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th></tr><tr><th><math>w_i</math></th><th>7</th><th>4</th><th>3</th><th>6</th><th>1</th><th>5</th><th>4</th><th>2</th></tr></table>										$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	$w_i$	7	4	3	6	1	5	4	2
$i$	1	2	3	4	5	6	7	8																					
$w_i$	7	4	3	6	1	5	4	2																					
$bin/it.$	1		2		3		4		5																				
	$M_1$	Rest	$M_2$	Rest	$M_3$	Rest	$M_4$	Rest	$M_5$	Rest																			
0	$\emptyset$	8	$\emptyset$	8	$\emptyset$	8	$\emptyset$	8	$\emptyset$	8																			
1	{1}	1																											
2			{2}	4																									
3			{2, 3}	1																									
4					{4}	2																							
5	{1, 5}	0																											
6							{6}	3																					
7					{4, 8}	0			{7}	4																			
8																													
$\Sigma$	{1, 5}	0	{2, 3}	1	{4, 8}	0	{6}	3	{7}	4																			

### 2.2 b)

Nachdem sortieren sieht die Tabelle wie folgt aus:

		<table><tr><td><math>i</math></td><td>1</td><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>7</td><td>3</td><td>8</td><td>5</td></tr><tr><td><math>w_i</math></td><td>7</td><td>6</td><td>5</td><td>4</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr></table>								$i$	1	4	6	2	7	3	8	5	$w_i$	7	6	5	4	4	3	2	1
$i$	1	4	6	2	7	3	8	5																			
$w_i$	7	6	5	4	4	3	2	1																			
$bin/it.$	1		2		3		4																				
	$M_1$	Rest	$M_2$	Rest	$M_3$	Rest	$M_4$	Rest																			
0	$\emptyset$	8	$\emptyset$	8	$\emptyset$	8	$\emptyset$	8																			
1	$\{1\}$	1																									
2			$\{4\}$	2																							
3					$\{6\}$	3																					
4							$\{2\}$	4																			
5							$\{2, 7\}$	0																			
6					$\{6, 3\}$	0																					
7			$\{4, 8\}$	0																							
8	$\{1, 5\}$	0																									
$\Sigma$	$\{1, 5\}$	0	$\{4, 8\}$	0	$\{6, 3\}$	0	$\{2, 7\}$	0																			

Somit ergibt sich die min. Anzahl der Bins für die *Best-Fit-Decreasing*-Heuristik bei 4.