

Übung 1 - Aufgaben

Aufgabe 1 (Allgemeines):

- Nennen Sie 5 Anwendungen der Optimierung in der Praxis.
- Grenzen Sie *Simulation* von *Optimierung* ab.
- Erklären Sie die Bedeutungen der Begriffe *Problem* und *Instanz*?
- Welche Eigenschaften muss eine *optimale* Lösung besitzen?
- Der Optimierungsprozess ist meistens mit hohen Kosten verbunden. Wie kann man der Frage, ob sich eine Optimierung lohnt, begegnen?

Aufgabe 2 (Traveling Salesman Problem):

Gegeben sei die in Abb. 1 dargestellte Instanz des Traveling Salesman Problems (TSP). Es wird die Manhattan-Metrik

$$D(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \sum_i |a_i - b_i|, \quad \mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^2 \quad (1)$$

verwendet. Die zugehörige Distanzmatrix ist in Tab. 1 gegeben.

- Beschreiben Sie Zielfunktion und Nebenbedingungen des TSP.
- Was ist der Unterschied zwischen dem *symmetrischen* und dem *asymmetrischen* TSP? Um welches handelt es sich im Beispiel?
- Finden Sie eine möglichst gute untere Schranke für das TSP.
 - Relaxieren Sie zunächst die Nebenbedingung an den Knotengrad.
 - Versuchen Sie, die so gefundene Schranke zu verbessern.
- Berechnen Sie die gefundene untere Schranke für die Instanz aus Abb. 1.
- Der optimale Zielfunktionswert von 50 wird für die Sequenz

$$\mathbf{a}, \mathbf{k}, \mathbf{b}, \mathbf{r}, \mathbf{t}, \mathbf{s}, \mathbf{i}, \mathbf{q}, \mathbf{n}, \mathbf{d}, \mathbf{p}, \mathbf{h}, \mathbf{f}, \mathbf{g}, \mathbf{c}, \mathbf{m}, \mathbf{l}, \mathbf{e}, \mathbf{j}, \mathbf{o} \quad (2)$$

erreicht. Beurteilen Sie die Qualität der unteren Schranke.

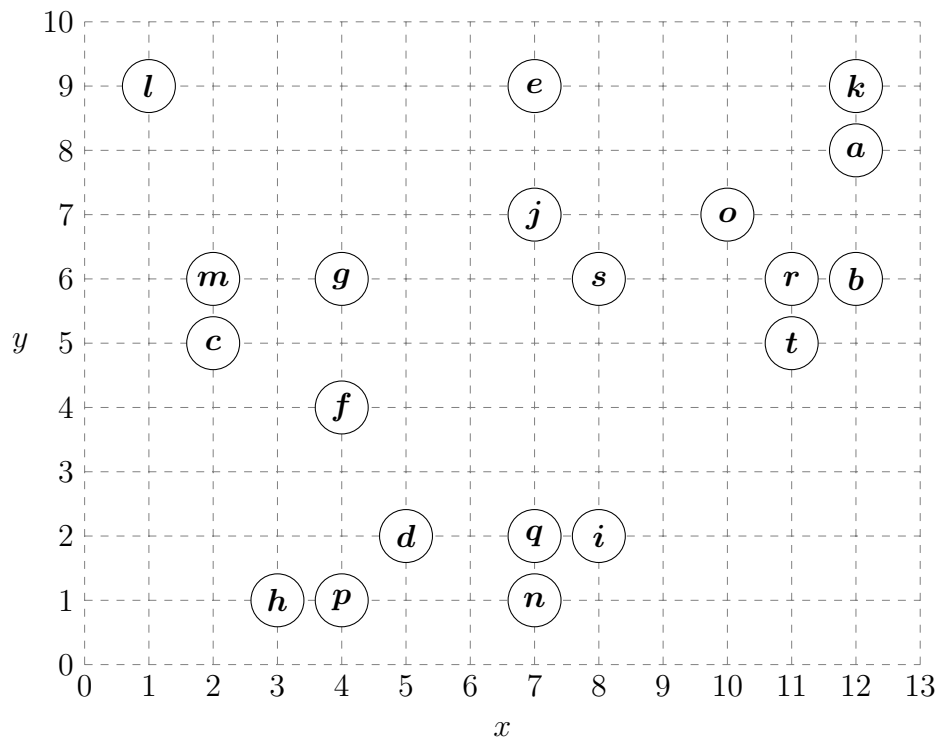


Abbildung 1: TSP Beispielinstantz

| D | a | b | c | d | e | f | g | h | i | j | k | l | m | n | o | p | q | r | s | t |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| a | 0 | 2 | 13 | 13 | 6 | 12 | 10 | 16 | 10 | 6 | 1 | 12 | 12 | 12 | 3 | 15 | 11 | 3 | 6 | 4 |
| b | 2 | 0 | 11 | 11 | 8 | 10 | 8 | 14 | 8 | 6 | 3 | 14 | 10 | 10 | 3 | 13 | 9 | 1 | 4 | 2 |
| c | 13 | 11 | 0 | 6 | 9 | 3 | 3 | 5 | 9 | 7 | 14 | 5 | 1 | 9 | 10 | 6 | 8 | 10 | 7 | 9 |
| d | 13 | 11 | 6 | 0 | 9 | 3 | 5 | 3 | 3 | 7 | 14 | 11 | 7 | 3 | 10 | 2 | 2 | 10 | 7 | 9 |
| e | 6 | 8 | 9 | 9 | 0 | 8 | 6 | 12 | 8 | 2 | 5 | 6 | 8 | 8 | 5 | 11 | 7 | 7 | 4 | 8 |
| f | 12 | 10 | 3 | 3 | 8 | 0 | 2 | 4 | 6 | 6 | 13 | 8 | 4 | 6 | 9 | 3 | 5 | 9 | 6 | 8 |
| g | 10 | 8 | 3 | 5 | 6 | 2 | 0 | 6 | 8 | 4 | 11 | 6 | 2 | 8 | 7 | 5 | 7 | 7 | 4 | 8 |
| h | 16 | 14 | 5 | 3 | 12 | 4 | 6 | 0 | 6 | 10 | 17 | 10 | 6 | 4 | 13 | 1 | 5 | 13 | 10 | 12 |
| i | 10 | 8 | 9 | 3 | 8 | 6 | 8 | 6 | 0 | 6 | 11 | 14 | 10 | 2 | 7 | 5 | 1 | 7 | 4 | 6 |
| j | 6 | 6 | 7 | 7 | 2 | 6 | 4 | 10 | 6 | 0 | 7 | 8 | 6 | 6 | 3 | 9 | 5 | 5 | 2 | 6 |
| k | 1 | 3 | 14 | 14 | 5 | 13 | 11 | 17 | 11 | 7 | 0 | 11 | 13 | 13 | 4 | 16 | 12 | 4 | 7 | 5 |
| l | 12 | 14 | 5 | 11 | 6 | 8 | 6 | 10 | 14 | 8 | 11 | 0 | 4 | 14 | 11 | 11 | 13 | 13 | 10 | 14 |
| m | 12 | 10 | 1 | 7 | 8 | 4 | 2 | 6 | 10 | 6 | 13 | 4 | 0 | 10 | 9 | 7 | 9 | 9 | 6 | 10 |
| n | 12 | 10 | 9 | 3 | 8 | 6 | 8 | 4 | 2 | 6 | 13 | 14 | 10 | 0 | 9 | 3 | 1 | 9 | 6 | 8 |
| o | 3 | 3 | 10 | 10 | 5 | 9 | 7 | 13 | 7 | 3 | 4 | 11 | 9 | 9 | 0 | 12 | 8 | 2 | 3 | 3 |
| p | 15 | 13 | 6 | 2 | 11 | 3 | 5 | 1 | 5 | 9 | 16 | 11 | 7 | 3 | 12 | 0 | 4 | 12 | 9 | 11 |
| q | 11 | 9 | 8 | 2 | 7 | 5 | 7 | 5 | 1 | 5 | 12 | 13 | 9 | 1 | 8 | 4 | 0 | 8 | 5 | 7 |
| r | 3 | 1 | 10 | 10 | 7 | 9 | 7 | 13 | 7 | 5 | 4 | 13 | 9 | 9 | 2 | 12 | 8 | 0 | 3 | 1 |
| s | 6 | 4 | 7 | 7 | 4 | 6 | 4 | 10 | 4 | 2 | 7 | 10 | 6 | 6 | 3 | 9 | 5 | 3 | 0 | 4 |
| t | 4 | 2 | 9 | 9 | 8 | 8 | 8 | 12 | 6 | 6 | 5 | 14 | 10 | 8 | 3 | 11 | 7 | 1 | 4 | 0 |

Tabelle 1: TSP Distanzmatrix

Aufgabe 3 (Algorithmik und Komplexitätstheorie):

- a) Was ist ein Algorithmus?
- b) Welche Anforderungen muss ein Algorithmus erfüllen?
- c) Was versteht man unter *polynomieller Reduzierbarkeit*?
- d) Erklären Sie den Unterschied zwischen NP-*Schwere* und NP-*Vollständigkeit* im Rahmen der Komplexitätstheorie.
- e) Welchen Einfluss hat die Anzahl möglicher Lösungen für ein Optimierungsproblem auf seine Schwierigkeit?
- f) Welche drei Ziele werden beim Entwurf von Algorithmen verfolgt?

Aufgabe 4 (Order Picking):

Eine der Haupttätigkeiten in der Lagerhaltung ist das Kommissionieren von Waren. Das Order Picking Problem besteht darin, den kürzesten Weg durch das Lagerhaus zu finden, so dass alle Positionen von zu kommissionierenden Artikel besucht werden.

Als Beispiel dient das in Abb. 2 abgebildete Regallager. Es besitzt 5 Längsgänge (vertikal). Neben diesem besitzt es einen unteren und oberen sowie einen mittigen Quergang (horizontal). Eine horizontale Reihe von Regalen wird im folgenden als *Block* bezeichnet. Das dargestellte Lager besitzt einen oberen und einen unteren Regalblock. Die zu kommissionierenden Artikel sind durch eingekreiste Buchstaben markiert.

Hinweis: Artikel können nur von einem Längsgang aus entnommen werden.

Eine Möglichkeit, einen Weg durch das Lagerhaus zu planen, bietet die sogenannte *Largest Gap* Strategie:

1. Der Kommissionierer startet am Depot $(1, 0)$ und geht bis zum nächsten Längsgang, in dem sich ein Artikel aus dem Auftrag befindet (über alle Blöcke gesehen). Dann geht er bis zu dem Quergang hinter den obersten Block, in welchem sich zu kommissionierende Artikel befinden.
2. Danach läuft er in jeden Längsgang genau so weit hinein, dass der größte Abstand zwischen zwei aufzunehmenden Artikeln bzw. zum Gangende maximal wird. Das bedeutet, dass er am Längsgang vorbeigeht, wenn der größte Abstand zwischen aktuellem Quergang und dem ersten Artikel liegt.
3. Ist er am letzten Längsgang des Blocks mit Auftragsartikeln angekommen, geht er durch diesen hindurch bis zum nächsten Quergang.
4. Diesen geht er dann bis zum letzten Längsgang des oberen oder unteren

Blocks, in dem sich verbleibende Artikel befinden, hindurch. Auf diesem Weg sammelt er alle nicht eingesammelten Artikel aus dem oberen Block ein.

5. Dann verfährt er mit dem nächsten Block nach dem gleichen Prinzip.
6. Ist der Kommissionierer im untersten Quergang angekommen, geht er nach dem letzten aufzunehmenden Artikel zurück zum Depot.

Der Name dieser Strategie kommt daher, dass die nicht gelaufene Strecke in jedem Längsgang maximiert wird, also der *largest gap* zwischen zwei Artikeln bzw. einem Artikel und dem Gangende nicht durchlaufen wird.

- a) Planen Sie einen Weg für die Instanz des Order Picking Problems aus Abb. 2 mit Hilfe der Largest Gap Strategie.
- b) Um welche Art von Algorithmus handelt es sich bei der beschriebenen Strategie bezüglich der Fixierung von Entscheidungsvariablen?
- c) Ist diese Strategie ein exaktes Verfahren? **Hinweis:** Prüfen Sie, ob sich ein einfaches Gegenbeispiel konstruieren lässt.
- d) Welche Laufzeitkomplexität besitzt das Verfahren? Ist es *effizient*?

Aufgabe 5 (Metaheuristiken):

- a) Weshalb werden Metaheuristiken benötigt?
- b) Welche Vor- und Nachteile haben Metaheuristiken?
- c) Was unterscheidet eine Metaheuristik von einer Heuristik?
- d) Welche Arten von Metaheuristiken kennen Sie?
- e) Handelt es sich bei der Largest Gap Strategie um eine Metaheuristik?
- f) Aus welchen Teilen besteht eine Metaheuristik? Zu welchem Teil könnte die Largest Gap Strategie gehören?

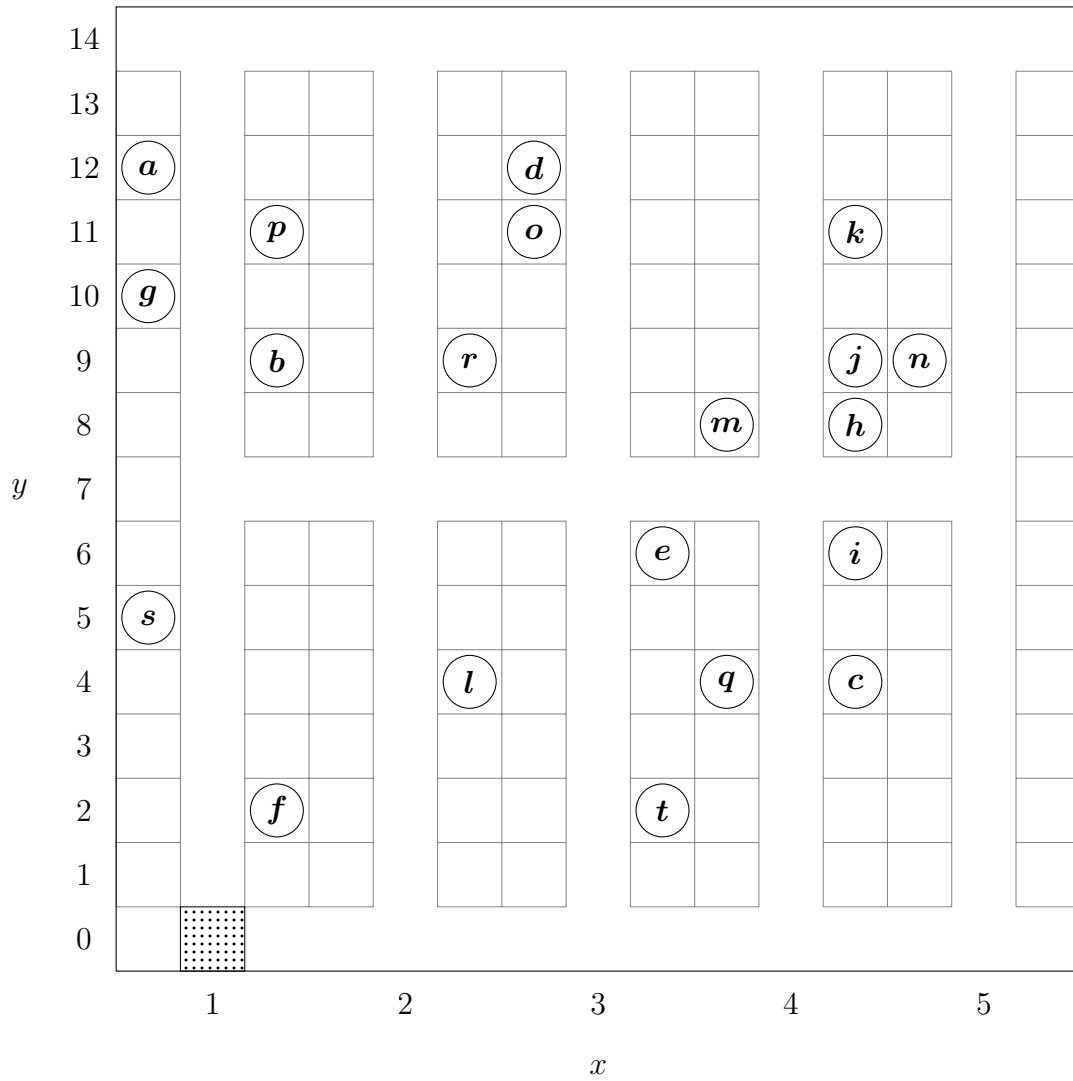


Abbildung 2: Order Picking Beispielinstantz