

ДЗ по дискретной математике 7 Смирнов Тимофей 236 ПМИ

Д7.1 В группе 40 туристов. Из них 20 человек знают английский язык, 15 — французский, 11 — испанский. Английский и французский знают 7 человек, английский и испанский — 5, французский и испанский — 3. Двое туристов знают все три языка. Сколько человек в группе не знает ни одного из этих языков?

Решение: Посчитаем по формуле включения-исключения. Пусть множество A — люди, знающие английский, B — люди, знающие испанский и C — люди, знающие испанский.

$|A \cup B \cup C|$ - люди, знающие хоть какой-то их трех языков.

$|A| = 20$ Столько людей знают английский.

$|B| = 15$ Столько людей знают французский.

$|C| = 11$ Столько людей знают испанский.

$|A \cap B| = 7$ - Столько человек знают английский и французский.

$|A \cap C| = 5$ - Столько человек знают английский и испанский.

$|B \cap C| = 3$ - Столько человек знают французский и испанский.

$|A \cap B \cap C| = 2$ - Столько людей знает все 3 языка.

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C| = 20 + 15 + 11 - 7 - 5 - 3 + 2 = 33.$$

Получаем, что из сорока человек в группе только 33 человека знают хоть какой-то язык.

Получается, что ни одного языка не знают $40 - 33 = 7$ человек.

Ответ: 7.

Д7.2 Есть 3 гвоздики, 4 розы и 5 тюльпанов. Сколькими способами можно составить букет из 7 цветов, используя имеющиеся цветы? (Цветы одного сорта считаем одинаковыми.) Ответом должно быть число в десятичной записи.

Решение: Посчитаем по формуле включения-исключения. Пусть множество A — люди, знающие английский, B — люди, знающие испанский и C — люди, знающие испанский.

Пеберем все возможные варианты. Так как всего в сумме цветов 12, а тюльпанов из них 5, то можно перебирать по тюльпанам, начиная с 0:

Для сокращения вместо Тюльпанов я буду использовать букву Т, вместо гвоздик - Г, вместо роз - Р.

1). Пусть мы берем 0 Т, тогда мы должны взять (3 Г и 4 Р). Всего 1 вариант.

2). Пусть мы берем 1 Т, тогда мы можем взять либо (2 Г и 4 Р), либо (3 Г и 3 Р). Всего 2 варианта.

3). Пусть мы берем 2 Т, тогда мы можем взять (1 Г и 4 Р), (2 Г и 3 Р) или (3 Г и 2 Р). Всего 3 варианта.

4). Пусть мы берем 3 Т, тогда мы можем взять (0 Г и 4 Р), (1 Г и 3 Р), (2 Г и 2 Р) или (3 Г и 1 Р). Всего 4 варианта.

5). Пусть мы берем 4 Т, тогда мы можем взять (0 Г и 3 Р), (1 Г и 2 Р), (2 Г и 1 Р) или (3 Г и 0 Р). Всего 4 варианта.

6). Пусть мы берем 5 Т, тогда мы можем взять (0 Г и 2 Р), (1 Г и 1 Р) или (2 Г и 0 Р). Всего 3 варианта.

Получаем ответ: $1 + 2 + 3 + 4 + 4 + 3 = 17$

Ответ: 17 вариантов собрать букет.

Д7.3 Сколько двоичных слов длины 12 содержат подслово 1100? Подслово — это последовательность стоящих подряд символов. Ответ должен быть целым числом в десятичной записи.

1). Всего вариантов получить слово с подсловом 1100 будет $9 \cdot 2^8 = 2304$, так как позицию для первой единицы в подслове 1100 мы можем выбрать девятью способами (последние три позиции из 12 не подходят, так как в слове 1100 четыре цифры).

Но некоторые слова мы считали по 2 раза. Например, слова типа 1100****1100 могли посчитаться по 2 раза. Чтобы этого избежать нам нужно вычесть количество слов с двумя подсловами 1100. Таких слов у нас $C_6^2 \cdot 2^4 = 240$ (C_6^2 получилось, так как я заменил первую 1100 на А и вторую 1100 на В (А и В одинаковые) и выбрал из возможных $12 - 4 + 2 = 6$ позиций возможные

позиции для них, а на 2^4 мы умножаем, чтобы рассмотреть все варианты поставить 0 или 1 на оставшихся 4х позициях).

Но при вычитании слов с двумя подсловами 1100 мы так же вычли все варианты получить слово типа 110011001100, поэтому в конце мы должны прибавить это слово.

Получаем формулу $2^{304} - 2^{40} + 1 = 2065$

Ответ: 2065.