

Оглавление

- 1 Описание данных
 - 1.1 Зависимая переменная «цена закрытия акций компании Tesla»
 - Анализ автокорреляции
 - Анализ спектрограммы
 - Анализ стационарности с использованием критерия Dickey-Fuller
 - 1.2 Независимые переменные
 - 1.2.1 Цена закрытия акций компании Panasonic
 - Анализ автокорреляции
 - Анализ спектрограммы
 - Анализ стационарности с использованием критерия Dickey-Fuller
 - 1.2.2 Курс доллара к евро
 - Анализ автокорреляции
 - Анализ спектрограммы
 - Анализ стационарности с использованием критерия Dickey-Fuller
- 2 Выделение трендов
 - 2.1 Сезонная подгонка
 - 2.1.1 Зависимая переменная «цена закрытия акций компании Tesla»
 - 2.1.2 Удаление циклического тренда из независимых переменных
 - 2.2 Выделение полиномиальных трендов
- 3 Автономные динамические модели временных рядов
- 4 Оценивание параметров линейной регрессии при наличии автокорреляции у случайной составляющей
 - 4.1 Вид модели и гипотезы
 - 4.2 Построение линейной регрессионной модели методом наименьших квадратов
 - 4.3 Уточнение вида модели с учетом наличия автокорреляции в случайной составляющей
- 5 Выводы и рекомендации

1 Описание данных

Период времени и тип данных: ежедневные наблюдения в период с 31 декабря 2020 года по 26 ноября 2021 года (331 измерение) на фондовом рынке. В качестве переменных выбраны следующие показатели:

- цена закрытия акций компании Tesla Motors (доллар США) – зависимая переменная «TESLA»;
- цена закрытия акций компании Panasonic Corporation (доллар США) – независимая переменная «PANASONIC»;
- курс доллара США (далее – доллар) к евро – независимая переменная «USDEURO».

Гипотезы:

Так как компания Panasonic является основным поставщиком литий-ионных батарей для электромобилей компании Tesla, то можно предположить, что с ростом ее акций дорожают также и акции Tesla.

Доллар и евро являются основными мировыми валютами. Если доллар дорожает к евро, значит, он становится более привлекательным для покупки. Акции компаний Tesla торгуются за доллары. Значит, люди, покупая доллары, могут вложить их в акции растущей компании и получить еще большую доходность, что положительно скажется на динамике роста акций Tesla.

Источники данных:

Цена закрытия акций компании Tesla:

<https://www.kaggle.com/varpit94/tesla-stock-data-updated-till-28jun2021/version/6>

Цена закрытия акций компании Panasonic:

<https://finance.yahoo.com/quote/PCRFY/history?p=PCRFY>

Курс доллара к евро:

<https://www.kaggle.com/altinsoyemrean/daily-updated-forex-data-since-201111>

1.1 Зависимая переменная «цена закрытия акций компании Tesla»

В качестве зависимой переменной рассматривается переменная «цена закрытия акций компании Tesla» – «TESLA».

Из рисунка 1 видно, что присутствует глобально восходящий тренд. Волатильность присутствует, но, на первый взгляд, она кажется умеренной.



Рисунок 1. График временного ряда зависимой переменной «TESLA»

На рисунках 2 и 3 изображены коррелограмма и периодограмма зависимой переменной TESLA соответственно.

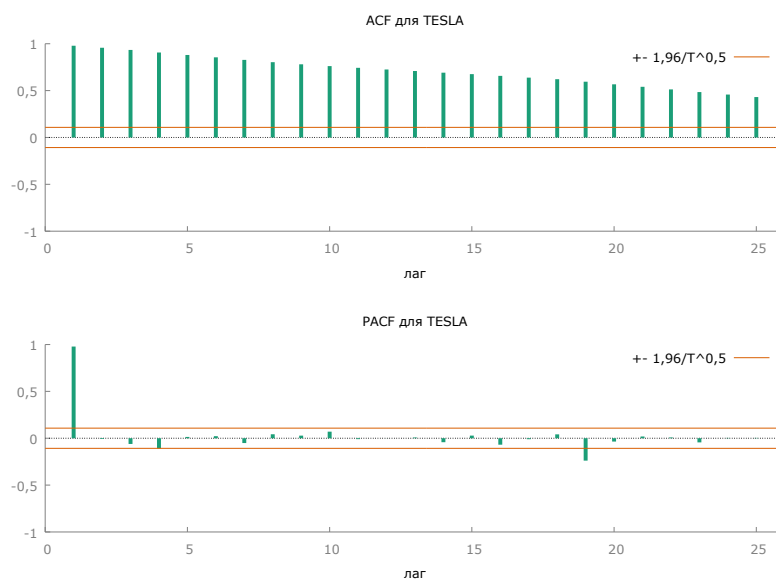


Рисунок 2. График ACF и PACF зависимой переменной «TESLA»

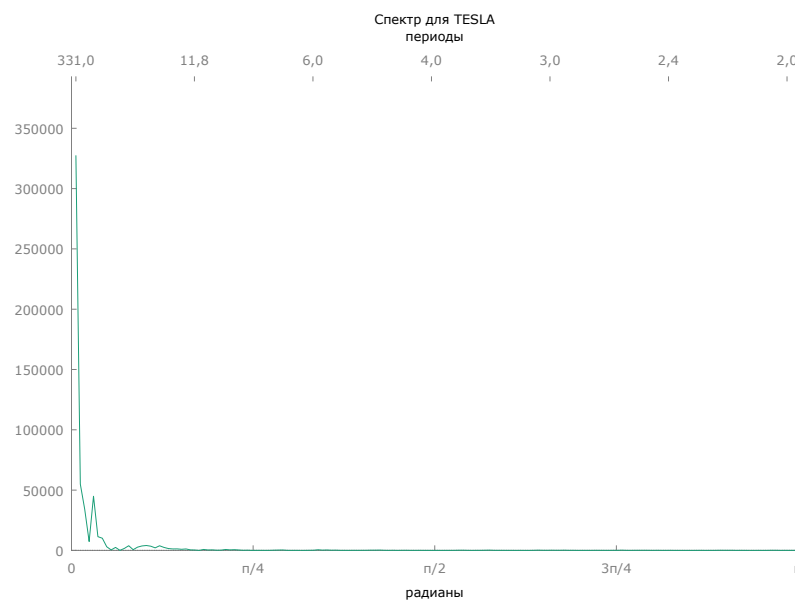


Рисунок 3. График периодограммы зависимой переменной «TESLA»

Анализ автокорреляции

График автокорреляции медленно убывает, что подтверждает предположение о том, что тренд существует. На графике автокорреляции нет колебаний. Можно сделать предположение о том, что гармоническая составляющая отсутствует, сезонности нет.

Анализ спектрограммы

На графике спектрограммы присутствуют пики вблизи нулевой частоты. Это говорит о возможном наличии трендов. Заметен пик одного цикла с периодом 66.2 и частотой 0.09491.

Анализ стационарности с использованием критерия Dickey-Fuller

Расширенный тест Дики-Фуллера для TESLA тест. начиная с 16 лагов, критерий AIC объем выборки 327 нулевая гипотеза единичного корня: $a = 1$		
тест без константы включая 3 лага(-ов) для (1-L)TESLA модель: $(1-L)y = (a-1)y(-1) + \dots + e$ оценка для $(a - 1)$: 0,00102794 тестовая статистика: $\tau_{nc}(1) = 0,598048$ асимпт. p-значение 0,8456 коэф. автокорреляции 1-го порядка для e : 0,003 лаг для разностей: $F(3, 323) = 1,945 [0,1222]$	тест с константой включая 3 лага(-ов) для (1-L)TESLA модель: $(1-L)y = b_0 + (a-1)y(-1) + \dots + e$ оценка для $(a - 1)$: -0,00851884 тестовая статистика: $\tau_{sc}(1) = -0,907757$ асимпт. p-значение 0,7865 коэф. автокорреляции 1-го порядка для e : 0,003 лаг для разностей: $F(3, 322) = 2,101 [0,1000]$	с константой и трендом включая 3 лага(-ов) для (1-L)TESLA модель: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)y(-1) + \dots + e$ оценка для $(a - 1)$: -0,0140766 тестовая статистика: $\tau_{ct}(1) = -1,39269$ асимпт. p-значение 0,8634 коэф. автокорреляции 1-го порядка для e : 0,002 лаг для разностей: $F(3, 321) = 2,054 [0,1062]$

Таблица 1. Расширенный тест Дики-Фуллера для зависимой переменной «TESLA»

В расширенном тесте Дики-Фуллера для определения порядка лага используется критерий Акаике с 16 лагами (параметр $p = 16$). Все три теста: тест без константы, тест с константой, тест с константой и трендом подтверждают наличие стохастического тренда в данных.

В целом наличие стохастического тренда характерно для экономических данных.

Сильный восходящий тренд для данного временного ряда может быть связан с популярностью компании не только на фондовом рынке, но и «хайпом» в СМИ и медиа. Также влияние может оказывать и поведение владельца компании (Илона Маска), принятые им решения (продажа автомобилей Tesla за Bitcoin, и т. п.), опубликованные посты в социальных сетях и так далее.

1.2 Независимые переменные

1.2.1 Цена закрытия акций компании Panasonic

В качестве первой независимой переменной рассматривается переменная «цена закрытия акций компании Panasonic» – «PANASONIC».

На основании рисунка 4 сложно определить наличие какого-либо тренда, цена движется в боковом канале. Присутствует большая волатильность.



Рисунок 4. График временного ряда независимой переменной «PANASONIC»

На рисунках 5 и 6 изображены коррелограмма и периодограмма независимой переменной PANASONIC соответственно.

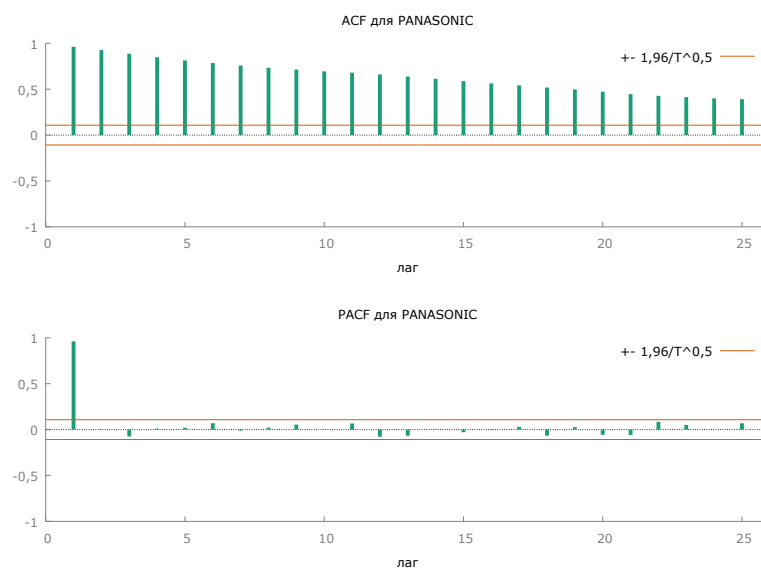


Рисунок 5. График ACF и PACF независимой переменной «PANASNOIC»

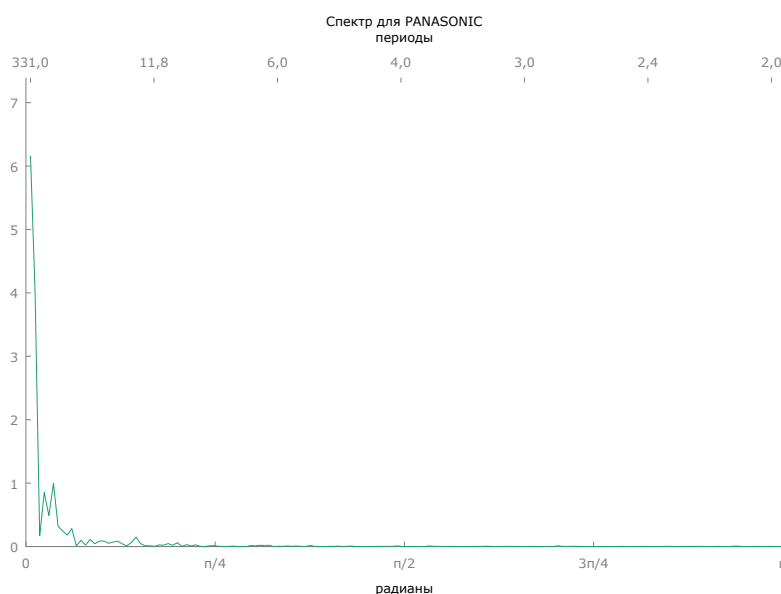


Рисунок 6. График периодограммы независимой переменной «PANASNOIC»

Анализ автокорреляции

График автокорреляции медленно убывает. Возможно наличие тренда, который не заметен на графике значений переменной. На графике автокорреляции нет колебаний. Можно сделать предположение о том, что гармоническая составляющая отсутствует, сезонности нет.

Анализ спектрограммы

На графике спектрограммы присутствуют пики вблизи нулевой частоты. Это говорит о возможном наличии трендов. Также наблюдаются пики в циклической части спектра. Первый пик имеет период 82.75 и частоту 0.07593, второй пик имеет период 55.17 и частоту 0.11389.

Анализ стационарности с использованием критерия Dickey-Fuller

Расширенный тест Дики-Фуллера для PANASONIC тест. начиная с 16 лагов, критерий AIC объем выборки 330 нулевая гипотеза единичного корня: $a = 1$ тест без константы		
включая 0 лага(-ов) для (1-L)PANASONIC модель: $(1-L)y = (a-1)y(-1) + e$ оценка для $(a - 1)$: -0,00019462 тестовая статистика: $\tau_{nc}(1) = -0,218334$ асимпт. p-значение 0,6079 коэф. автокорреляции 1-го порядка для e: 0,012	тест с константой включая 0 лага(-ов) для (1-L)PANASONIC модель: $(1-L)y = b_0 + (a-1)y(-1) + e$ оценка для $(a - 1)$: -0,0333551 тестовая статистика: $\tau_c(1) = -2,31767$ асимпт. p-значение 0,1663 коэф. автокорреляции 1-го порядка для e: 0,027	с константой и трендом включая 0 лага(-ов) для (1-L)PANASONIC модель: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)y(-1) + e$ оценка для $(a - 1)$: -0,0429078 тестовая статистика: $\tau_{ct}(1) = -2,78928$ асимпт. p-значение 0,2012 коэф. автокорреляции 1-го порядка для e: 0,029

Таблица 2. Расширенный тест Дики-Фуллера для независимой переменной «PANASONIC»

В расширенном тесте Дики-Фуллера для определения порядка лага используется критерий Акаике с 16 лагами (параметр $p = 16$). Все три теста: тест без константы, тест с константой, тест с константой и трендом подтверждают наличие стохастического тренда в данных.

В целом наличие стохастического тренда характерно для экономических данных.

Достаточная сильные колебания данного временного ряда можно попытаться объяснить тем, что инвесторы покупают акции компании перед выплатой дивидендов, после чего продают их. Тем самым способствуя волатильности. Явно выраженный тренд отсутствует, цена бумаги движется в «боковике». Это может объясняться тем, что компания является скорее стоимостной, нежели растущей.

1.2.2 Курс доллара к евро

В качестве второй независимой переменной рассматривается переменная «курс доллара к евро» – «USDEURO».

Из рисунка 7 видно, что присутствует глобально восходящий тренд. Присутствует умеренная волатильность.

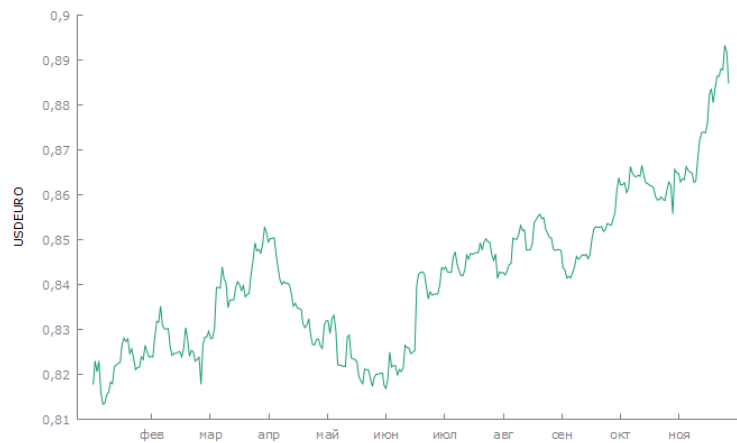


Рисунок 7. График временного ряда независимой переменной «USDEURO»

На рисунках 8 и 9 изображены коррелограмма и периодограмма независимой переменной USDEURO соответственно.

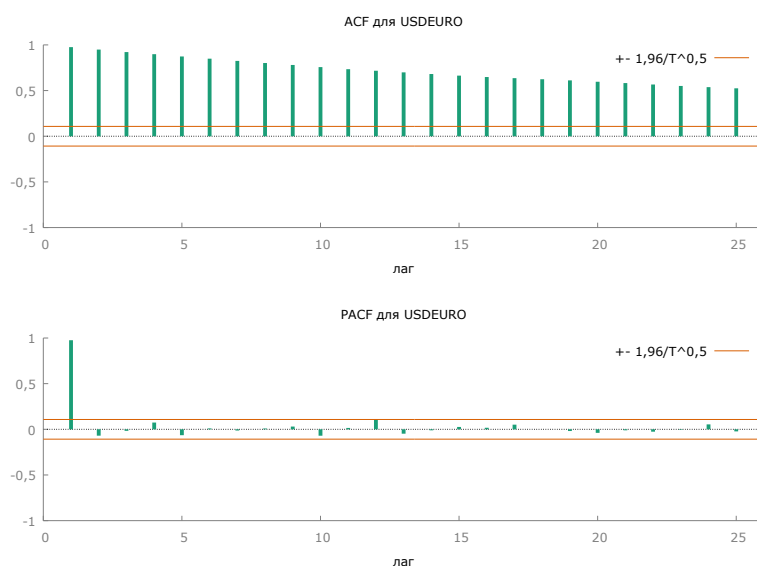


Рисунок 8. График ACF и PACF независимой переменной «USDEURO»

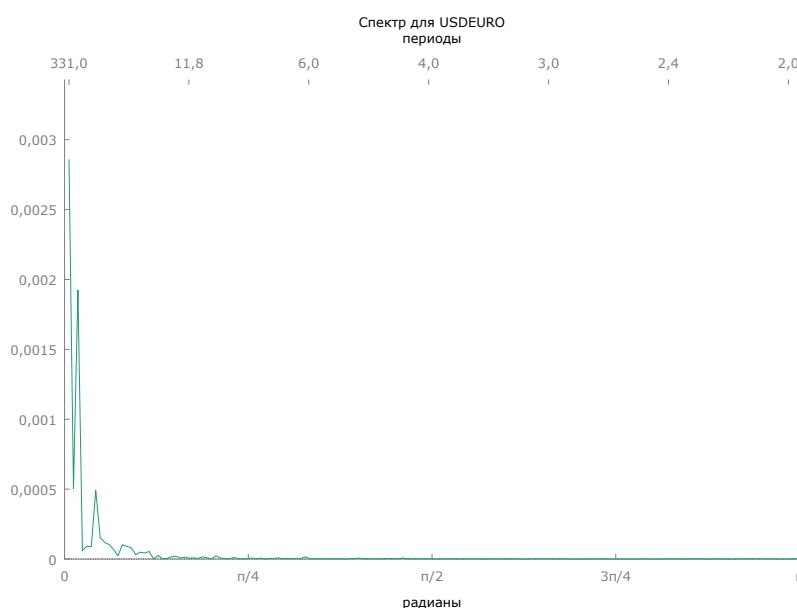


Рисунок 9. График периодограммы независимой переменной «USDEURO»

Анализ автокорреляции

График автокорреляции медленно убывает, что подтверждает предположение о том, что тренд существует. На графике автокорреляции нет колебаний. Можно сделать предположение о том, что гармоническая составляющая отсутствует, сезонности нет.

Анализ спектрограммы

На графике спектрограммы присутствуют пики вблизи нулевой частоты. Это говорит о возможном наличии трендов. Также наблюдаются пики в циклической части спектра. Первый пик имеет период 110.33 и частоту 0.05695, второй пик имеет период 47.29 и частоту 0.13288.

Анализ стационарности с использованием критерия Dickey-Fuller

Расширенный тест Дики-Фуллера для USDEURO тест. начиная с 16 лагов, критерий AIC объем выборки 330 нулевая гипотеза единичного корня: $\alpha = 1$ тест без константы		
включая 0 лага(-ов) для $(1-L)USDEURO$ модель: $(1-L)y = (\alpha-1)y(-1) + e$ оценка для $(\alpha - 1)$: 0,000239644 тестовая статистика: $\tau_{\alpha} = 1,47628$ асимпт. p-значение 0,9659 коэф. автокорреляции 1-го порядка для e : 0,030	тест с константой включая 0 лага(-ов) для $(1-L)USDEURO$ модель: $(1-L)y = b_0 + (\alpha-1)y(-1) + e$ оценка для $(\alpha - 1)$: -0,00400579 тестовая статистика: $\tau_{\alpha} = -0,484525$ асимпт. p-значение 0,8919 коэф. автокорреляции 1-го порядка для e : 0,034	с константой и трендом включая 0 лага(-ов) для $(1-L)USDEURO$ модель: $(1-L)y = b_0 + b_1t + (\alpha-1)y(-1) + e$ оценка для $(\alpha - 1)$: -0,027302 тестовая статистика: $\tau_{\alpha} = -1,90984$ асимпт. p-значение 0,6493 коэф. автокорреляции 1-го порядка для e : 0,045

Таблица 3. Расширенный тест Дики-Фуллера для независимой переменной «USDEURO»

В расширенном тесте Дики-Фуллера для определения порядка лага используется критерий Акаике с 16 лагами (параметр $p = 16$). Все три теста: тест без константы, тест с константой, тест с константой и трендом подтверждают наличие стохастического тренда в данных.

В целом наличие стохастического тренда характерно для экономических данных.

Влиять на курс доллара к евро может как денежная политика США, так и стабильность экономического развития стран Европы.

2 Выделение трендов

Порядок удаления трендов для имеющегося набора данных выглядит следующим образом. Так как циклические составляющие хорошо заметны на фоне нециклических компонент (во всех случаях), то сначала будут выделены циклические тренды.

2.1 Сезонная подгонка

Так как сезонность не просматривается на каждом из трех временных рядов (также отсутствие сезонности подтверждается предметной областью), то первым этапом будет удаление циклических трендов из имеющихся данных.

2.1.1 Зависимая переменная «цена закрытия акций компании Tesla»

Как следует из анализа спектрограмм, в данных ряду не присутствуют сезонные составляющие, однако есть циклические тренды. Яркие выраженные гармоники необходимо удалить.

Рассмотрим зависимую переменную. Для этого создадим функции косинуса (*tesla_c*) и синуса (*tesla_s*) с нужной угловой частотой ($\omega = 0.09491$). Далее рассмотрим первую независимую переменную. Создадим пару функций косинуса (*panasonic_c1*, *panasonic_c2*) и синуса (*panasonic_s1*, *panasonic_s2*) с нужной угловой частотой ($\omega_1 = 0.07593$, $\omega_2 = 0.11389$). Теперь рассмотрим вторую независимую переменную. Создадим пару функций косинуса (*usdeuro_c1*, *usdeuro_c2*) и синуса (*usdeuro_s1*, *usdeuro_s2*) с нужной угловой частотой ($\omega_1 = 0.05695$, $\omega_2 = 0.13288$). В итоге мы получили 5 частот и 10 функций косинусов и синусов.

Далее строим модель МНК, используя робастные стандартные ошибки. В качестве зависимой переменной – TESLA, регрессоры: созданные выше функции. Эта модель не прошла тест Уайта на гетероскедастичность, поэтому необходимо построить другую модель. В качестве новой модели использован МНК с поправкой на гетероскедастичность. Зависимая переменная и регрессоры остаются прежними. Данная модель представлена в таблице 4.

Приведем спектрограмму остатков на рисунке 10. Видим, что циклический тренд удален.

Для дальнейшего анализа будем использовать остаточную разность, полученную после удаления циклического тренда. Она будет новой зависимой переменной с названием *tesla_ost*.

Модель 14: С поправкой на гетероскедастичность, использованы наблюдения 2020-12-31:2021-11-26 (T = 33): Зависимая переменная: TESLA					
	коэффициент	ст. ошибка	t-статистика	p-значение	
const	713,816	5,77412	123,6	3,68e-272	***
tesla_c	8,36825	6,76267	1,237	0,2168	
tesla_s	-78,1436	7,23282	-10,80	2,10e-023	***
panasonic_c1	16,5820	7,16448	2,314	0,0213	**
panasonic_s1	-9,09074	9,20730	-0,9873	0,3242	
panasonic_c2	16,1425	6,81916	2,367	0,0185	**
panasonic_s2	-58,1459	8,15752	-7,128	6,81e-012	***
usdeuro_c1	47,6254	7,89890	6,029	4,54e-09	***
usdeuro_s1	-22,8417	8,47849	-2,694	0,0074	***
usdeuro_c2	12,2264	6,86762	1,780	0,0760	*
usdeuro_s2	-37,8734	7,56787	-5,004	9,26e-07	***
Статистика, полученная по взвешенным данным:					
Сумма кв. остатков	453,4301	Ст. ошибка модели	1,190365		
R-квадрат	0,416916	Исправ. R-квадрат	0,398695		
F(10, 320)	22,88062	P-значение (F)	2,99e-32		
Лог. правдоподобие	-521,7553	Крит. Акаике	1065,511		
Крит. Шварца	1107,334	Крит. Хеннана-Куинна	1082,191		
параметр rho	0,990165	Стат. Дарбина-Уотсона	0,028723		
обратите внимание на сокращенные обозначения статистики					
Статистика, полученная по исходным данным:					
Среднее завис. перемен	752,6260	Ст. откл. завис. перемен	144,0101		
Сумма кв. остатков	6874919	Ст. ошибка модели	146,5746		
обратите внимание на сокращенные обозначения статистики					
Исключая константу, наибольшее p-значение получено для переменной 9 (panasonic_s1)					

Таблица 4. Модель МНК для удаления гармоник зависимой переменной Tesla

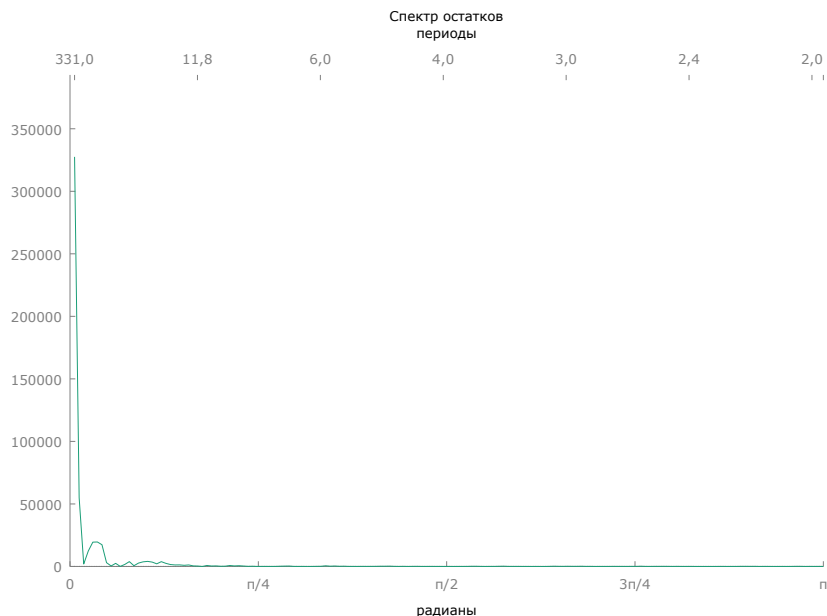


Рисунок 10. Спектрограмма подогнанной зависимой переменной

2.1.2 Удаление циклического тренда из независимых переменных

Первой рассмотрим независимую переменную «цена закрытия акций компании Panasonic». Строим модель МНК, используя робастные стандартные ошибки. В качестве зависимой переменной – PANASONIC, регрессоры: созданные выше функции. Эта модель не прошла тест Уайта на гетероскедастичность, поэтому необходимо построить другую модель. В качестве новой модели использован МНК с поправкой на гетероскедастичность. Зависимая переменная и регрессоры остаются прежними. Данная модель представлена в таблице 5.

Модель 2: С поправкой на гетероскедастичность, использованы наблюдения 2020-12-31:2021-11-26 (T = 331)				
Зависимая переменная: PANASONIC				
	коэффициент	ст. ошибка	t-статистика	p-значение
const	12,3204	0,0349785	352,2	0,0000 ***
tesla_c	-0,235224	0,0320878	-7,331	1,89e-012 ***
tesla_s	0,0441908	0,0417992	1,057	0,2912
panasonic_cl	-0,00698545	0,0428971	-0,1628	0,8707
panasonic_sl	0,298771	0,0448959	6,655	1,23e-010 ***
panasonic_c2	-0,0280908	0,0429501	-0,6540	0,5136
panasonic_s2	-0,312326	0,0403316	-7,744	1,28e-013 ***
usdeuro_cl	-0,0168840	0,0477136	-0,3539	0,7237
usdeuro_sl	0,211848	0,0486136	4,358	1,77e-05 ***
usdeuro_c2	-0,132338	0,0463959	-2,852	0,0046 ***
usdeuro_s2	-0,0357218	0,0410910	-0,8693	0,3853
Статистика, полученная по взвешенным данным:				
Сумма кв. остатков	799,3041	Ст. ошибка модели	1,580451	
R-квадрат	0,451097	Исправ. R-квадрат	0,433944	
F(10, 320)	26,29814	P-значение (F)	2,59e-36	
Лог. правдоподобие	-615,5773	Крит. Акаике	1253,155	
Крит. Шварца	1294,978	Крит. Хеннана-Куинна	1269,835	
параметр rho	0,964311	Стат. Дарбина-Уотсона	0,072318	
обратите внимание на сокращенные обозначения статистики				
Статистика, полученная по исходным данным:				
Среднее завис. перемен	12,36903	Ст. откл. завис. перемен	0,764495	
Сумма кв. остатков	180,3775	Ст. ошибка модели	0,750786	
обратите внимание на сокращенные обозначения статистики				
Исключая константу, наибольшее p-значение получено для переменной 7 (panasonic_cl)				

Таблица 5. Модель МНК для удаления гармоник независимой переменной Panasonic

Приведем спектрограмму остатков на рисунке 11. Видим, что циклические тренды удалены.

Для дальнейшего анализа будем использовать остаточную разность, полученную после удаления циклических трендов. Она будет новой первой независимой переменной с названием `panasonic_ost`.

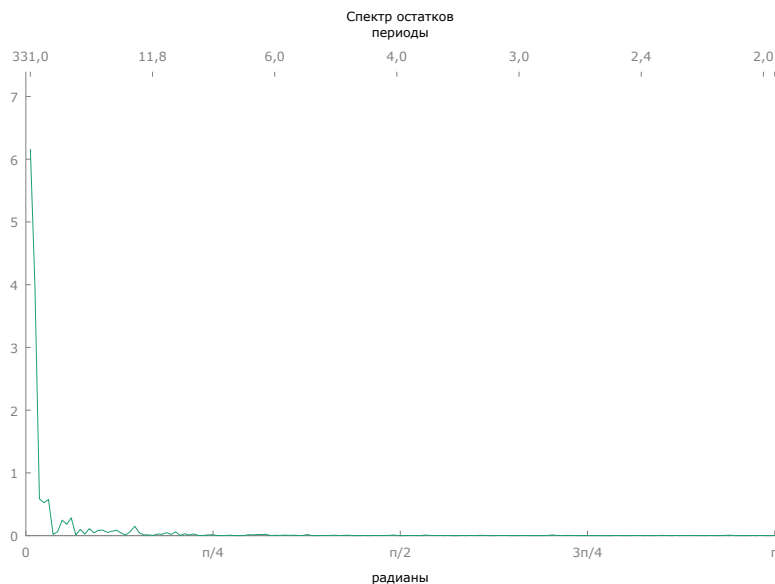


Рисунок 11. Спектрограмма подогнанной переменной

Далее рассмотрим независимую переменную «курс доллара к евро». Строим модель МНК, используя робастные стандартные ошибки. В качестве зависимой переменной – `USDEURO`, регрессоры: созданные выше функции. Эта модель не прошла тест Уайта на гетероскедастичность, поэтому необходимо построить другую модель. В качестве новой модели использован МНК с поправкой на гетероскедастичность. Зависимая переменная и регрессоры остаются прежними. Модель представлена в таблице 5.

Модель 4: С поправкой на гетероскедастичность, использованы наблюдения 2020-12-31:2021-11-26 (T = 331) Зависимая переменная: <code>USDEURO</code>					
	коэффициент	ст. ошибка	t-статистика	p-значение	
<code>const</code>	0,841822	0,000671446	1254	0,0000	***
<code>tesla_c</code>	-0,00186757	0,000703177	-2,656	0,0083	***
<code>tesla_s</code>	-0,00283210	0,000744540	-3,804	0,0002	***
<code>panasonic_c1</code>	0,00106573	0,000858873	1,241	0,2156	
<code>panasonic_s1</code>	-0,00231756	0,000796659	-2,909	0,0039	***
<code>panasonic_c2</code>	-0,000842369	0,000787363	-1,070	0,2855	
<code>panasonic_s2</code>	-0,00296326	0,000726735	-4,077	5,75e-05	***
<code>usdeuro_c1</code>	0,000310075	0,000899522	0,3447	0,7305	
<code>usdeuro_s1</code>	-0,0136023	0,000876652	-15,52	7,10e-041	***
<code>usdeuro_c2</code>	4,60906e-05	0,000862378	0,05345	0,9574	
<code>usdeuro_s2</code>	-0,00476300	0,000802970	-5,932	7,78e-09	***
Статистика, полученная по взвешенным данным:					
Сумма кв. остатков	590,7709	Ст. ошибка модели	1,358734		
R-квадрат	0,670311	Исправ. R-квадрат	0,660008		
F(10, 320)	65,06106	P-значение (F)	4,68e-71		
Лог. правдоподобие	-565,5444	Крит. Акаике	1153,089		
Крит. Шварца	1194,912	Крит. Хеннана-Куинна	1169,770		
параметр rho	0,995023	Стат. Дарбина-Уотсона	0,033907		
обратите внимание на сокращенные обозначения статистики					
Статистика, полученная по исходным данным:					
Среднее завис. перемен	0,841596	Ст. откл. завис. перемен	0,016714		
Сумма кв. остатков	0,063329	Ст. ошибка модели	0,014068		
обратите внимание на сокращенные обозначения статистики					
Исключая константу, наибольшее p-значение получено для переменной 13 (<code>usdeuro_c2</code>)					

Таблица 6. Модель МНК для удаления гармоник независимой переменной `Usdeuro`

Приведем спектрограмму остатков на рисунке 12. Циклические тренды удалены.

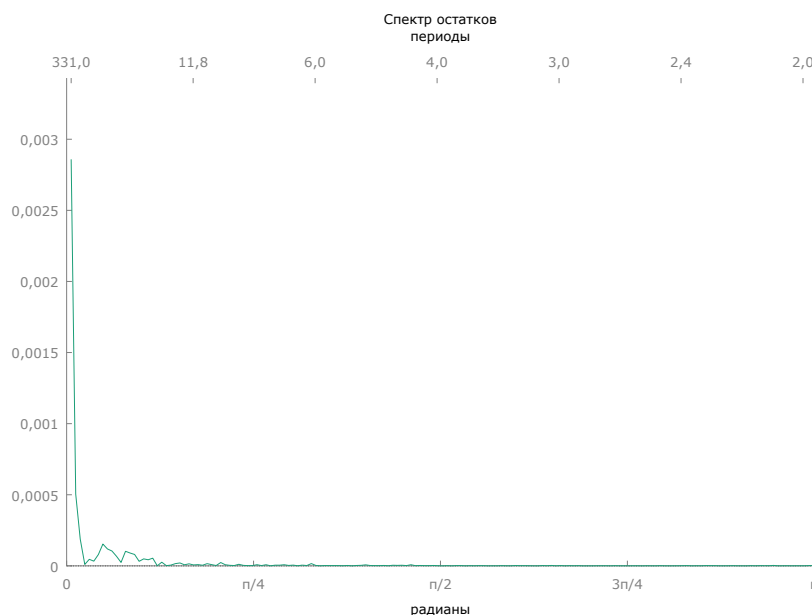


Рисунок 12. Спектрограмма подогнанной переменной

Для дальнейшего анализа будем использовать остаточную разность, полученную после удаления циклических трендов. Она будет новой второй независимой переменной с названием `usdeuro_ost`.

2.2 Выделение полиномиальных трендов

Из анализа спектрограмм видно, что в переменных содержится нециклический тренд. Удалим его с использованием полиномиальной модели. Начнем с зависимой переменной `tesla_ost`. Эту переменную хорошо описывал полином 6 степени (см таблицу 7).

Модель 34: МНК, использованы наблюдения 2020-12-31:2021-11-26 (T = 331)				
Зависимая переменная: <code>tesla_ost</code>				
	коэффициент	ст. ошибка	t-статистика	p-значение
const	47,9756	24,1385	1,988	0,0477 **
time	16,8609	1,99928	8,433	1,12e-015 ***
time2	-0,604499	0,0521790	-11,59	3,35e-026 ***
time3	0,00745502	0,000588662	12,66	3,90e-030 ***
time4	-4,26317e-05	3,22075e-06	-13,24	2,87e-032 ***
time5	1,15019e-07	8,41968e-09	13,66	7,24e-034 ***
time6	-1,17794e-010	8,42427e-012	-13,98	4,34e-035 ***
Среднее завис. перемен	38,80780	Ст. откл. завис. перемен	139,0053	
Сумма кв. остатков	1185021	Ст. ошибка модели	60,47703	
R-квадрат	0,814156	Исправ. R-квадрат	0,810714	
F(6, 324)	236,5659	P-значение (F)	3,6e-115	
Лог. правдоподобие	-1823,980	Крит. Акаике	3661,961	
Крит. Шварца	3688,576	Крит. Хеннана-Куинна	3672,576	
параметр rho	0,918885	Стат. Дарбина-Уотсона	0,162604	
обратите внимание на сокращенные обозначения статистики				

Таблица 7. Удаление полиномиального тренда из зависимой переменной

Зависимые переменные `tesla_ost`, `panasonic_ost`, `usdeuro_ost` описывались полиномом 4 и 2 степени соответственно. Чтобы не брать полином очень высокой степени было принято решение остановиться на полиноме 4 степени для всех данных. На рисунках

13, 14, 15 приведены спектрограммы зависимой и независимых переменных после удаления нециклических трендов.

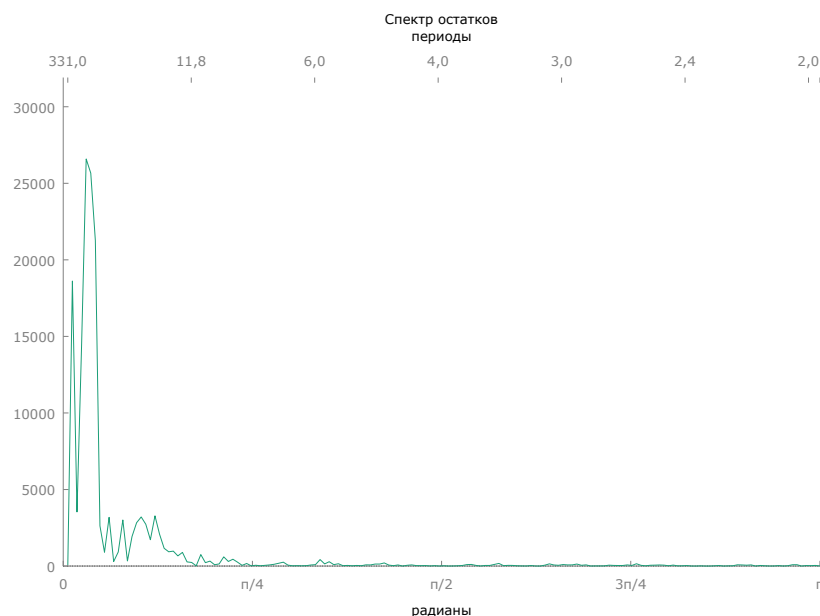


Рисунок 13. Спектрограмма Tesla после удаления циклического и нециклического трендов

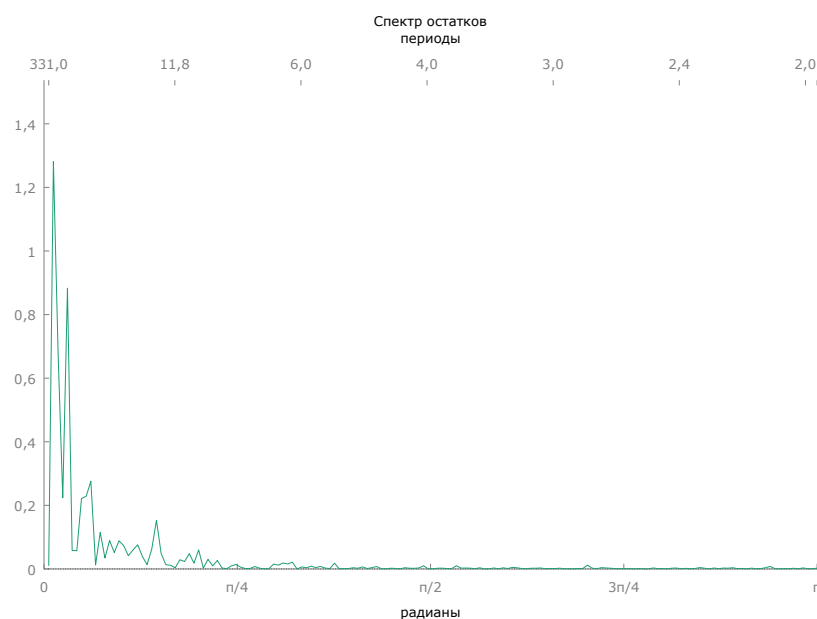


Рисунок 14. Спектрограмма Panasonic после удаления циклического и нециклического трендов

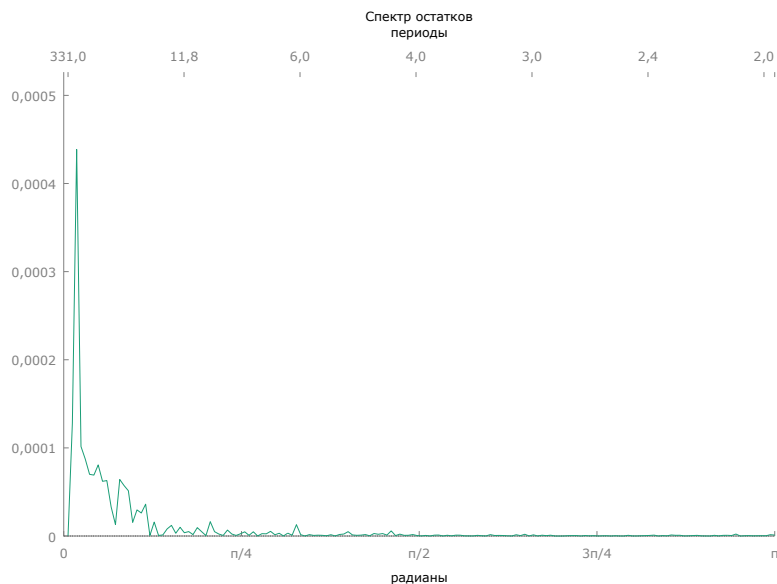


Рисунок 15. Спектрограмма Usdeuro после удаления циклического и нециклического трендов

Анализ спектрограмм показывает, что из переменных удалось исключить нециклические тренды, однако циклические тренды присутствуют.

Для дальнейшего анализа будем использовать остаточные разности, полученные в ходе удаления не циклических трендов из переменных. Это будут новая зависимой переменная с названием *tesla_ost2*, первая новая независимой переменная с названием *panasonic_ost2* и вторая новая независимой переменная с названием *usdeuro_ost2*.

3 Автономные динамические модели временных рядов

Построим автономную динамическую модель зависимой переменной. В соответствии с методологией Бокса и Дженкинса проанализируем вид функции автокорреляции и частной автокорреляции для данного ряда после удаления циклического и нециклического трендов. На рисунке 16 изображен график зависимой переменной *tesla_ost2*.

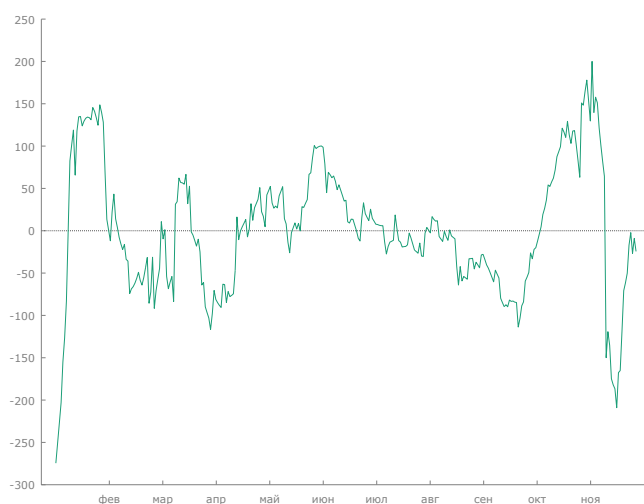


Рисунок 16. График зависимой переменной *tesla_ost2*

На рисунке 17 изображен график ACF и PACF зависимой переменной tesla_ost2.

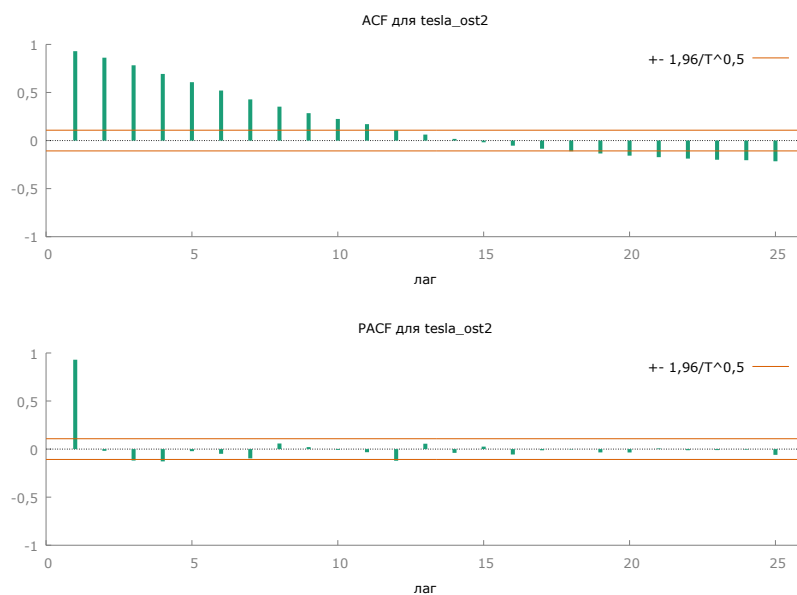


Рисунок 17. График ACF и PACF зависимой переменной tesla_ost2

Сезонные колебания и тренды отсутствуют. Вид функции частной автокорреляции говорит о том, что, возможно, для описания ряда подойдет авторегрессия четвертого порядка. Результат оценивания приведен в таблице 8.

Модель 7: ARMA, использованы наблюдения 2020-12-31:2021-11-26 (T = 331)				
Оценено с помощью AS 197 (точный метод МП)				
Зависимая переменная: tesla_ost2				
Стандартные ошибки рассчитаны на основе Гессмана				
	коэффициент	ст. ошибка	z	p-значение
const	-8,78052	20,3251	-0,4320	0,6657
phi_1	0,959196	0,0540173	17,76	1,52e-070 ***
phi_2	0,156332	0,0756799	2,066	0,0389 **
phi_3	0,00458523	0,0756849	0,06058	0,9517
phi_4	-0,182765	0,0548918	-3,330	0,0009 ***
Среднее завис. перемен	-1,25e-14	Ст. откл. завис. перемен	76,66868	
Среднее инноваций	0,811079	Ст. откл. инноваций	23,49889	
R-квадрат	0,906132	Исправ. R-квадрат	0,905271	
Лог. правдоподобие	-1515,974	Крит. Акаике	3043,948	
Крит. Шварца	3066,761	Крит. Хеннана-Куинна	3053,047	
обратите внимание на сокращенные обозначения статистики				
	Действ. часть	Мним. часть	Модуль	Частота
AR				
Корень 1	1,1638	0,0000	1,1638	0,0000
Корень 2	1,2964	0,0000	1,2964	0,0000
Корень 3	-1,2175	-1,4643	1,9044	-0,3604
Корень 4	-1,2175	1,4643	1,9044	0,3604

Таблица 8. Модель для очищенной зависимой переменной tesla_ost2

На рисунке 18 приведена коррелограмма для апостериорных остаточных разностей.

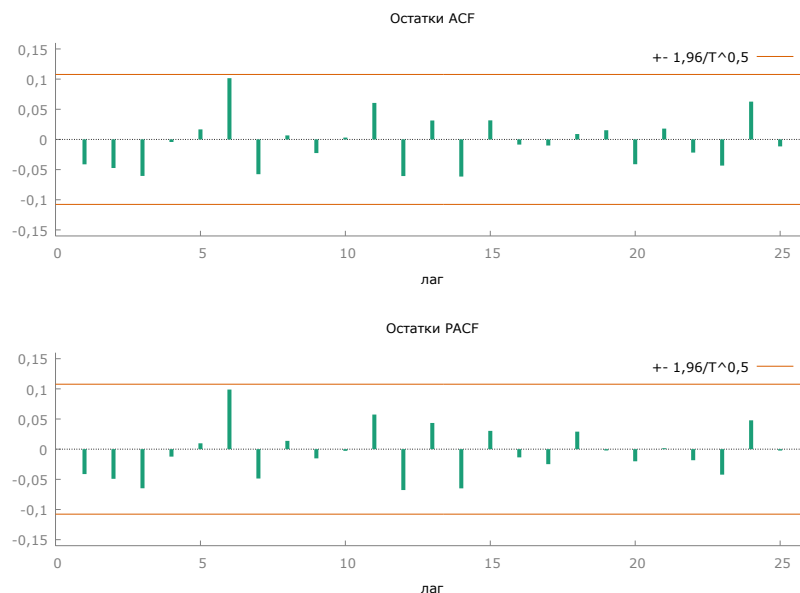


Рисунок 18. Графики ACF и PACF для остаточной разности модели очищенной зависимой переменной *tesla_ost2*

В целях сокращения объема работы не станем приводить другие модели. Эта модель является наиболее удачной, поэтому остановимся на данном варианте.

В таблице 9 приведена модель для обучающей выборки. Объем обучающей выборки: 320 измерений, объем тестовой выборки: 11 измерений.

Модель 31: ARMA, использованы наблюдения 2020-12-31:2021-11-15 (T = 320)				
Оценено с помощью AS 197 (точный метод МП)				
Зависимая переменная: <i>tesla_ost2</i>				
Стандартные ошибки рассчитаны на основе Гессииана				
	коэффициент	ст. ошибка	z	p-значение
const	-15,8652	25,8302	-0,6142	0,5391
phi_1	0,962705	0,0551496	17,46	3,09e-068 ***
phi_2	0,152969	0,0772043	1,981	0,0476 **
phi_3	0,00343629	0,0770168	0,04462	0,9644
phi_4	-0,170707	0,0565388	-3,019	0,0025 ***
Среднее завис. перемен	2,227935	Ст. откл. завис. перем	76,27323	
Среднее инноваций	0,874919	Ст. откл. инноваций	23,54854	
R-квадрат	0,904833	Исправ. R-квадрат	0,903929	
Лог. правдоподобие	-1466,380	Крит. Акаике	2944,760	
Крит. Шварца	2967,370	Крит. Хеннана-Куинна	2953,789	
обратите внимание на сокращенные обозначения статистики				
	Действ. часть	Мним. часть	Модуль	Частота
AR				
Корень 1	1,1032	0,0000	1,1032	0,0000
Корень 2	1,4027	0,0000	1,4027	0,0000
Корень 3	-1,2429	-1,4969	1,9456	-0,3603
Корень 4	-1,2429	1,4969	1,9456	0,3603

Таблица 9. Модель обучающей выборки

Тогда итоговое уравнения имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 tesla_ost2_t &= 0.963tesla_ost2_{t-1} + 0.153tesla_ost2_{t-2} + \\
 &+ 0.003tesla_ost2_{t-3} + 0.171tesla_ost2_{t-4} + v_t \\
 D[v_t] &\approx 23.55^2 \approx 554.6
 \end{aligned}$$

Проанализируем устойчивость и обратимость. Хорошо видно, что корни полинома авторегрессионной части лежат за пределами единичного круга, значит, стационарность присутствует. Корни полинома расположены в области устойчивости. Таким образом, модель обратима и устойчива.

В операторной форме построенная выше модель имеет вид:

$$tesla_ost2_t = \frac{1}{1 - 0.963z - 0.153z^2 - 0.003z^3 - 0.171z^4} v_t = H(z)v_t,$$

где z – оператор запаздывания, а $H(z)$ – передаточная функция.

Прогноз на один шаг вперед $u_{t,1}$ определяется по формуле:

$$\begin{aligned} u_{t,1} &= (H(z) - 1)H^{-1}(z)tesla_ost2_t = \\ &= (0.963z + 0.153z^2 + 0.003z^3 + 0.171z^4)tesla_ost2_t. \end{aligned}$$

Статический прогноз для 11 дней представлен на рисунке 19. Видно, что прогноз довольно точно покрывает истинное значение ряда.

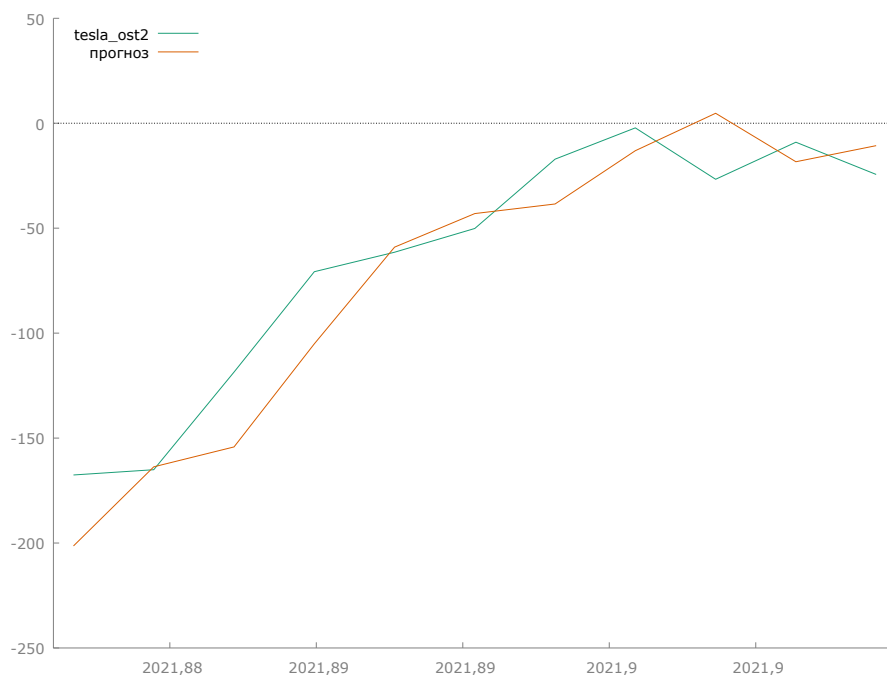


Рисунок 19. Прогноз зависимой переменной tesla_ost2 на 11 дней вперед.

4 Оценивание параметров линейной регрессии при наличии автокорреляции у случайной составляющей

4.1 Вид модели и гипотезы

В качестве основной модели рассмотрим модель следующего вида:

$$tesla_ost2_t = a_0 + a_1panasonic_ost2 + a_2usdeuro_ost2 + v_t$$

4.2 Построение линейной регрессионной модели методом наименьших квадратов

Строим модель МНК, используя робастные стандартные ошибки. В качестве зависимой переменной – `tesla_ost2`, регрессоры: `panasonic_ost2`, `usdeuro_ost2`. Эта модель не прошла тест Уайта на гетероскедастичность, поэтому необходимо построить другую модель. В качестве новой модели использован МНК с поправкой на гетероскедастичность. Зависимая переменная и регрессоры остаются прежними. Данная модель представлена в таблице 10.

Модель 39: С поправкой на гетероскедастичность, использованы наблюдения 2020-12-31:2021-11-26 (T = 331) Зависимая переменная: <code>tesla_ost2</code>				
	коэффициент	ст. ошибка	t-статистика	p-значение
const	1,05986	3,53976	0,2994	0,7648
panasonic_ost2	-35,1276	5,82315	-6,032	4,36e-09 ***
usdeuro_ost2	-1018,19	575,171	-1,770	0,0776 *
Статистика, полученная по взвешенным данным:				
Сумма кв. остатков	1496,637	Ст. ошибка модели	2,136099	
R-квадрат	0,100666	Исправ. R-квадрат	0,095183	
F(2, 328)	18,35722	P-значение (F)	2,77e-08	
Лог. правдоподобие	-719,3846	Крит. Акаике	1444,769	
Крит. Шварца	1456,176	Крит. Хеннана-Куинна	1449,319	
параметр rho	0,913738	Стат. Дарбина-Уотсона	0,127515	
обратите внимание на сокращенные обозначения статистики				
Статистика, полученная по исходным данным:				
Среднее завис. перемен	-1,25e-14	Ст. откл. завис. перемен	76,66868	
Сумма кв. остатков	1804741	Ст. ошибка модели	74,17722	
обратите внимание на сокращенные обозначения статистики				

Таблица 10. Модель №1 статистической взаимосвязи между зависимой и независимыми переменными

Статистика Дарбина-Ватсона существенно меньше двух. Это говорит о наличии положительной автокорреляции с лагом один в случайной составляющей.

4.3 Уточнение вида модели с учетом наличия автокорреляции в случайной составляющей

Проанализируем оценку функций автокорреляции и частной автокорреляции (см рисунок 20).

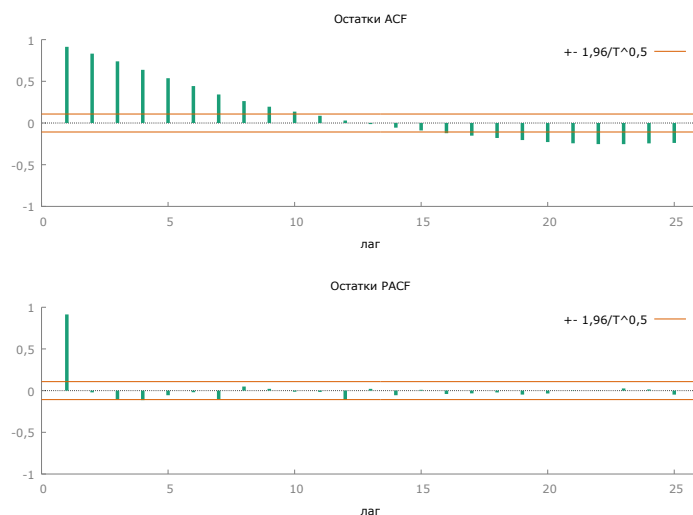


Рисунок 20. Графики ACF и PACF для остаточной разности модели №1

Вид оценки функции автокорреляции и частной автокорреляции отвергает гипотезу об отсутствии автокорреляции у случайной составляющей. Можно предположить, что для описания случайной составляющей подойдет авторегрессия порядка больше одного, возможно, четвертого порядка. Проанализируем периодограмму остатков (см рисунок 21).

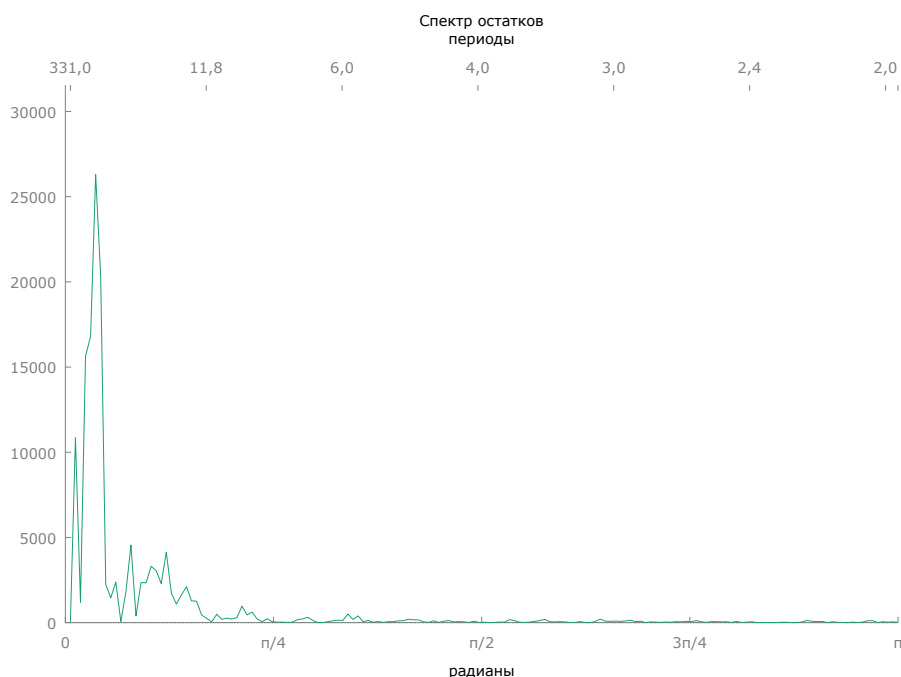


Рисунок 21. Периодограмма остаточной разности модели №1

Есть пики в циклической части спектра. Новая модель отображена в таблице 11.

Модель 47: ARMAX, использованы наблюдения 2020-12-31:2021-11-26 (T = 331)				
Оценено с помощью AS 197 (точный метод МП)				
Зависимая переменная: tesla_ost2				
Стандартные ошибки рассчитаны на основе Гессiana				
	коэффициент	ст. ошибка	z	p-значение
const	-8,96767	21,1951	-0,4231	0,6722
phi_1	0,960808	0,0535314	17,95	4,93e-072 ***
phi_2	0,175579	0,0684828	2,564	0,0104 **
phi_4	-0,195655	0,0393922	-4,967	6,80e-07 ***
panasonic_ost2	19,0635	6,44515	2,958	0,0031 ***
usdeuro_ost2	-106,117	496,084	-0,2139	0,8306
Среднее завис. перемен	-1,25e-14	Ст. откл. завис. перемен	76,66868	
Среднее инноваций	0,798962	Ст. откл. инноваций	23,19240	
R-квадрат	0,908627	Исправ. R-квадрат	0,907506	
Лог. правдоподобие	-1511,693	Крит. Акаике	3037,386	
Крит. Шварца	3064,001	Крит. Хеннана-Куинна	3048,001	
обратите внимание на сокращенные обозначения статистики				
	Действ. часть	Мним. часть	Модуль	Частота
AR				
Корень 1	1,1973	0,0000	1,1973	0,0000
Корень 2	1,2221	0,0000	1,2221	0,0000
Корень 3	-1,2097	-1,4246	1,8689	-0,3620
Корень 4	-1,2097	1,4246	1,8689	0,3620

Таблица 11. Модель №2 статистической взаимосвязи между зависимой и независимыми переменными с учетом автокорреляции случайной составляющей

Коррелограмма и периодограмма новой модели №2 изображены на рисунках 22 и 23 соответственно.

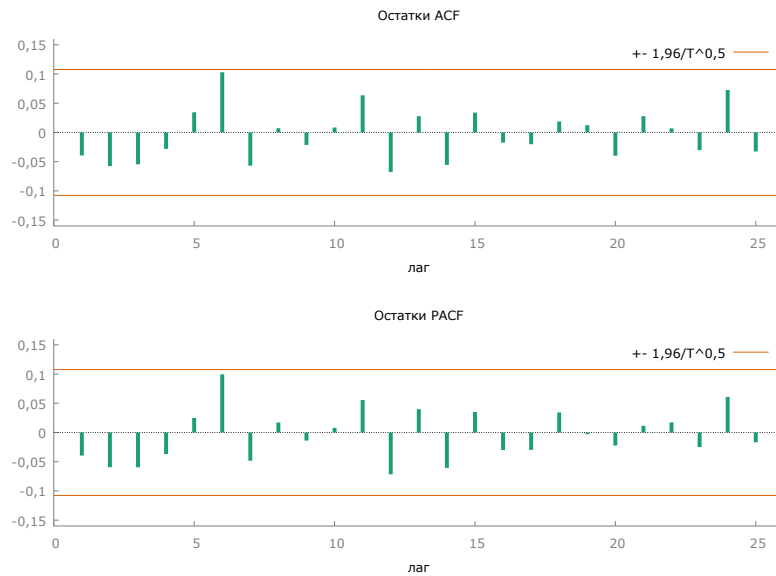


Рисунок 22. Графики ACF и PACF для остаточной разности модели №2

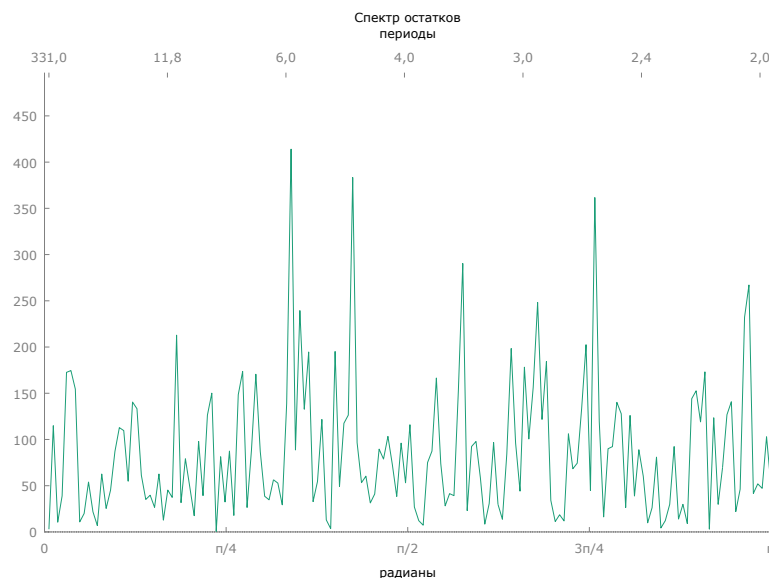


Рисунок 23. Периодограмма остаточной разности модели №2

5 Выводы и рекомендации

Подводя итоги, все три временные ряда, как и предполагалось, содержали стохастический тренд, который в последствии был удален. Ни в одном из рядов не наблюдалась сезонность, но в каждом из них присутствовали циклические тренды с периодами более одной недели.

Исходя из характеристик модели №2, представленной в таблицу 11, можно сделать вывод о том, что константа и коэффициент перед переменной *usdeuro_ost2* незначимы на уровне значимости 5% (0.05). Значит, вторая гипотеза о том, что цена закрытия акций компании Tesla зависит от курса доллара к евро, может быть отвергнута. В то же время первая гипотеза о том, что цена закрытия акций компании Tesla положительно зависит от цены закрытия акций компании Panasonic, не отвергается.