## Die wundersame Welt der unendlich großen Zahlen

Glaube in der Mathematik?

Königsbrunner Campus 10. Mai 2017



Ingo Blechschmidt

Lehrstuhl für Algebra und Zahlentheorie an der Universität Augsburg

#### Gliederung

Ordinalzahlen

Z Kardinalzahlen

**3** Erkenntnistheorie

Fragen sind während des gesamten Vortrags willkommen. Bitte keinesfalls bis zum Ende aufsparen.

#### Ordinalzahlen

messen Anordnung



#### Ordinalzahlen

messen Anordnung



#### Kardinalzahlen messen Anzahl



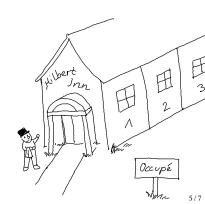
David Hilbert \* 1862 † 1943



Emmy Noether \* 1882 † 1935

#### Kardinalzahlen

messen Anzahl



#### Kardinalzahlen

messen Anzahl

Es gibt  $\aleph_0$  viele natürliche Zahlen: 1, 2, 3, ...

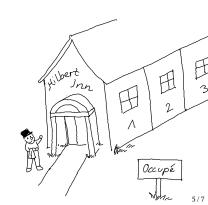


#### Kardinalzahlen

messen Anzahl

Es gibt  $\aleph_0$  viele natürliche Zahlen: 1, 2, 3, ...

$$\aleph_0 + 1 = \aleph_0$$

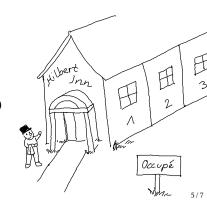


#### Kardinalzahlen

messen Anzahl

Es gibt  $\aleph_0$  viele natürliche Zahlen: 1, 2, 3, ...

$$\aleph_0 + 1 = \aleph_0 \quad \aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$$



#### Kardinalzahlen

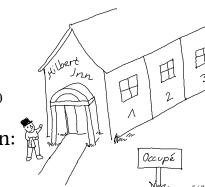
messen Anzahl

Es gibt  $\aleph_0$  viele natürliche Zahlen: 1, 2, 3, ...

$$\aleph_0 + 1 = \aleph_0 \quad \aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$$

Es gibt c viele reelle Zahlen:

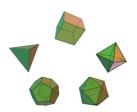
$$\sqrt{2}, \pi, e, \dots$$



#### Erkenntnistheorie



"Es gibt unendlich viele Primzahlen."



"Es gibt nur fünf platonische Körper."



"Der goldene Schnitt ist die irrationalste Zahl."

### Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (\* 1845, † 1918)

Gibt es eine Zwischenstufe zwischen  $\aleph_0$  und  $\mathfrak{c}$ ?

#### Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (\* 1845, † 1918)

Gibt es eine Zwischenstufe zwischen  $\aleph_0$  und  $\mathfrak{c}$ ?



Kurt Gödel (\* 1906, † 1978)

Es gibt keinen Beweis, dass es eine Zwischenstufe gibt.

#### Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (\* 1845, † 1918)

Gibt es eine Zwischenstufe zwischen ℵ₀ und ¢?



Kurt Gödel (\* 1906, † 1978)

Es gibt keinen Beweis, dass es eine Zwischenstufe gibt.



Paul Cohen (\* 1934, † 2007)

Es gibt keinen Beweis, dass es keine Zwischenstufe gibt.

## **Abschluss**

- $\blacksquare$  Ordinalzahlen messen Anordnung.  $\omega+1>\omega$
- Kardinalzahlen messen Anzahl.  $\aleph_0 + 1 = \aleph_0$
- Es gibt mathematische Aussagen, die bewiesenermaßen dauerhaft unkennbar sind.

### **Abschluss**

- Ordinalzahlen messen Anordnung.  $\omega + 1 > \omega$
- Kardinalzahlen messen Anzahl.  $\aleph_0 + 1 = \aleph_0$
- Es gibt mathematische Aussagen, die bewiesenermaßen dauerhaft unkennbar sind.

#### Weitere Termine in dieser Reihe:

- 11.10.: Das Verhältnis von Literatur und (Natur-)Wissenschaft
- 15.11.: Couchsurfing: Neue Freunde oder New Economy?



Mathecamp vom 19. bis 27. August in Violau