

Die wundersame Welt der unendlich großen Zahlen

Glaube in der Mathematik?

Absolventenfeier
des Instituts für Mathematik
am 13. Oktober 2017



Ingo Blechschmidt
Lehrstuhl für Algebra und Zahlentheorie

Gliederung

- 1 Ordinalzahlen
- 2 Kardinalzahlen
- 3 Erkenntnistheorie

Fragen sind während des gesamten Vortrags willkommen.
Bitte keinesfalls bis zum Ende aufsparen.
Vielen Dank dafür!

Teil I

Ordinalzahlen messen Anordnung



Teil I

Ordinalzahlen messen Anordnung



Teil II

Kardinalzahlen messen Anzahl



David Hilbert

* 1862

† 1943



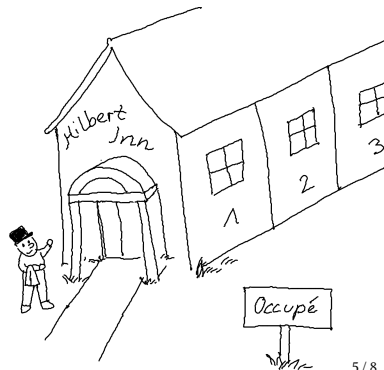
Emmy Noether

* 1882

† 1935

Teil II

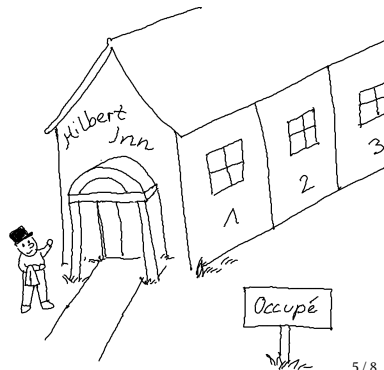
Kardinalzahlen messen Anzahl



Teil II

Kardinalzahlen messen Anzahl

Es gibt \aleph_0 viele natürliche
Zahlen: 1, 2, 3, ...

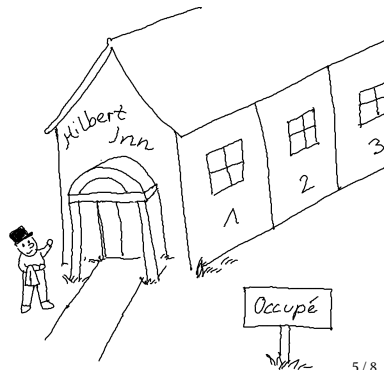


Teil II

Kardinalzahlen messen Anzahl

Es gibt \aleph_0 viele natürliche
Zahlen: 1, 2, 3, ...

$$\aleph_0 + 1 = \aleph_0$$



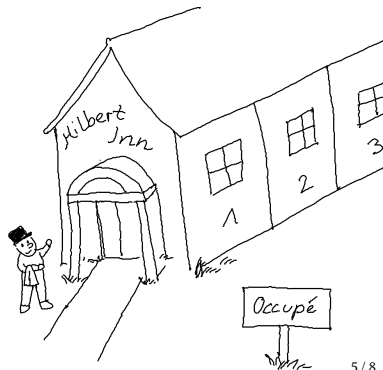
Teil II

Kardinalzahlen messen Anzahl

Es gibt \aleph_0 viele natürliche
Zahlen: 1, 2, 3, ...

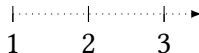
$$\aleph_0 + 1 = \aleph_0$$

$$\aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$$



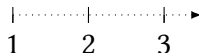
Größen wichtiger Mengen

- Es gibt \aleph_0 viele natürliche Zahlen.

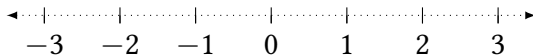


Größen wichtiger Mengen

- Es gibt \aleph_0 viele **natürliche Zahlen**.

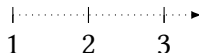


- Es gibt auch nur \aleph_0 viele **ganze Zahlen**.

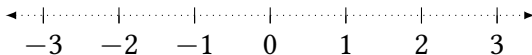


Größen wichtiger Mengen

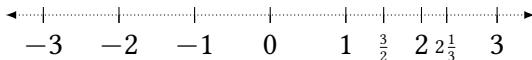
- Es gibt \aleph_0 viele **natürliche Zahlen**.



- Es gibt auch nur \aleph_0 viele **ganze Zahlen**.

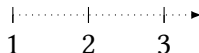


- Ebenso gibt es nur \aleph_0 viele **rationale Zahlen**.

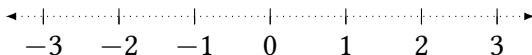


Größen wichtiger Mengen

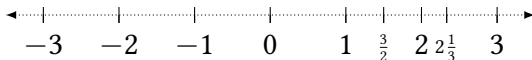
- Es gibt \aleph_0 viele **natürliche Zahlen**.



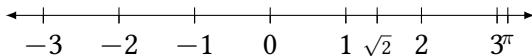
- Es gibt auch nur \aleph_0 viele **ganze Zahlen**.



- Ebenso gibt es nur \aleph_0 viele **rationale Zahlen**.

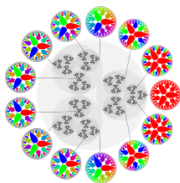


- Aber es gibt **mehr** reelle Zahlen: \mathfrak{c} viele.

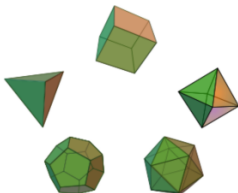


Teil III

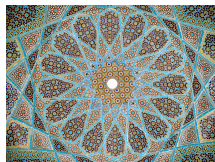
Erkenntnistheorie



„Es gibt unendlich viele Primzahlen.“



„Es gibt nur fünf platonische Körper.“



„Der goldene Schnitt ist die irrationalste Zahl.“

Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (* 1845, † 1918)

Gibt es eine
Zwischenstufe
zwischen \aleph_0 und \mathfrak{c} ?

Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (* 1845, † 1918)

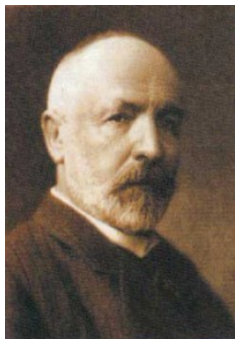
Gibt es eine
Zwischenstufe
zwischen \aleph_0 und \mathfrak{c} ?



Kurt Gödel (* 1906, † 1978)

Es gibt keinen
Beweis, dass es eine
Zwischenstufe gibt.

Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (* 1845, † 1918)

Gibt es eine
Zwischenstufe
zwischen \aleph_0 und c ?



Kurt Gödel (* 1906, † 1978)

Es gibt keinen
Beweis, dass es eine
Zwischenstufe gibt.



Paul Cohen (* 1934, † 2007)

Es gibt keinen
Beweis, dass es keine
Zwischenstufe gibt.

Abschluss

- Ordinalzahlen messen Anordnung. $\omega + 1 > \omega$
- Kardinalzahlen messen Anzahl. $\aleph_0 + 1 = \aleph_0$
- Es gibt mathematische Fragen, deren Antwort bewiesenermaßen dauerhaft unkenntbar ist.

Abschluss

- Ordinalzahlen messen Anordnung. $\omega + 1 > \omega$
- Kardinalzahlen messen Anzahl. $\aleph_0 + 1 = \aleph_0$
- Es gibt mathematische Fragen, deren Antwort bewiesenermaßen dauerhaft unkennbar ist.

Viel Freude beim weiteren Programm!



Mathecamp vom 18. bis 26. August in Violau