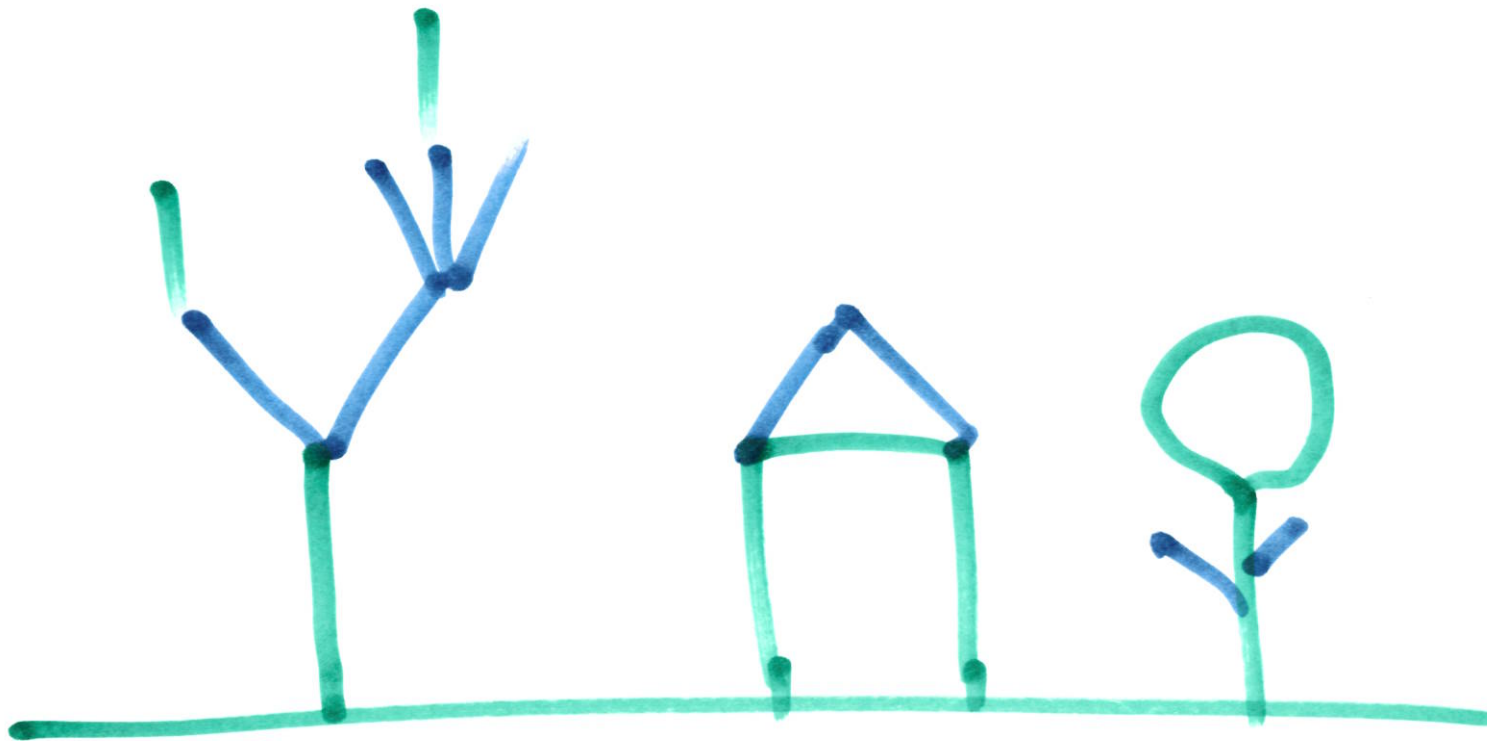


linker Spieler
rechter Spieler

Hackenbusch

①



Hier besitzt der
Zuerst Spieler
eine Feinstrategie.

0

Hier besitzt
der linke
Spieler eine
Feinstrategie.


1

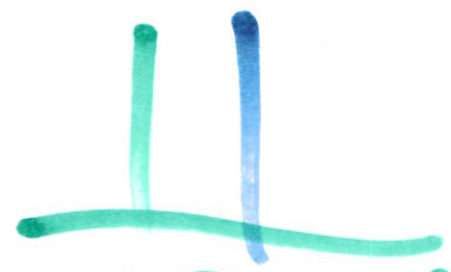
Hbdr-Seg.

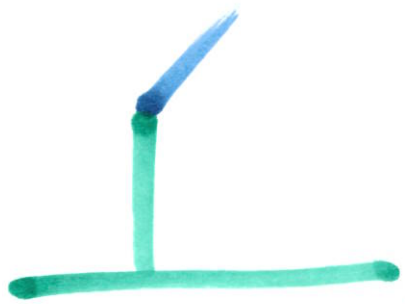
-1

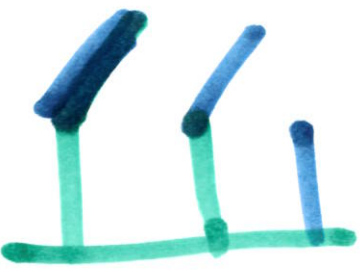
②

3


$$\frac{Hbd1Se4}{2(>0)}$$


$$\frac{Hbd2Se4}{1+(-1)=0}$$


$$\frac{Hbd1Se4}{x=\frac{1}{2}(>0)}$$


$$\frac{Hbd1Se4}{0}$$
$$x+x+(-1)=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$


$$\frac{Hbd1Se4}{1/4}$$

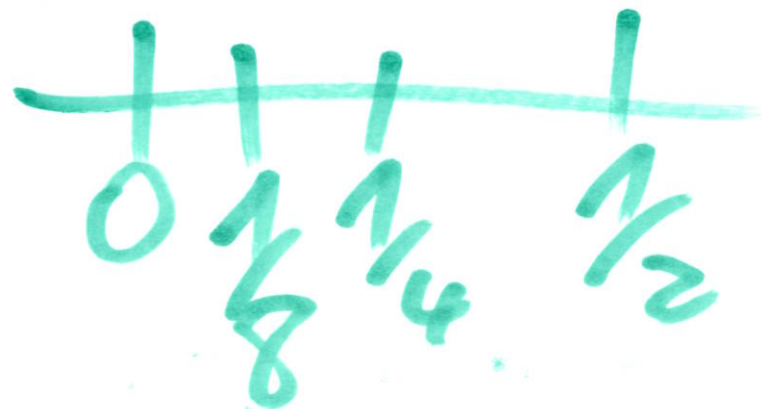

$$\frac{Hbd1Se4}{\varepsilon \text{ (rel. grade. grade)}}$$

Die besondere ε :

$\varepsilon > 0$, aber $\varepsilon < \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ ④

gibt es nicht auf dem gewöhnlichen
Zahlenstrahl!

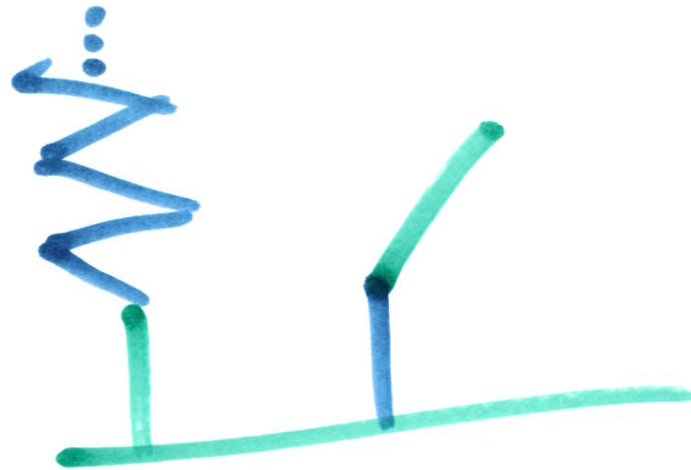
ε ist eine
„Surreale Zahl“.



Beweis, dass $\varepsilon < \frac{1}{2}$:

⑤

$$\Leftrightarrow \varepsilon - \frac{1}{2} < 0$$

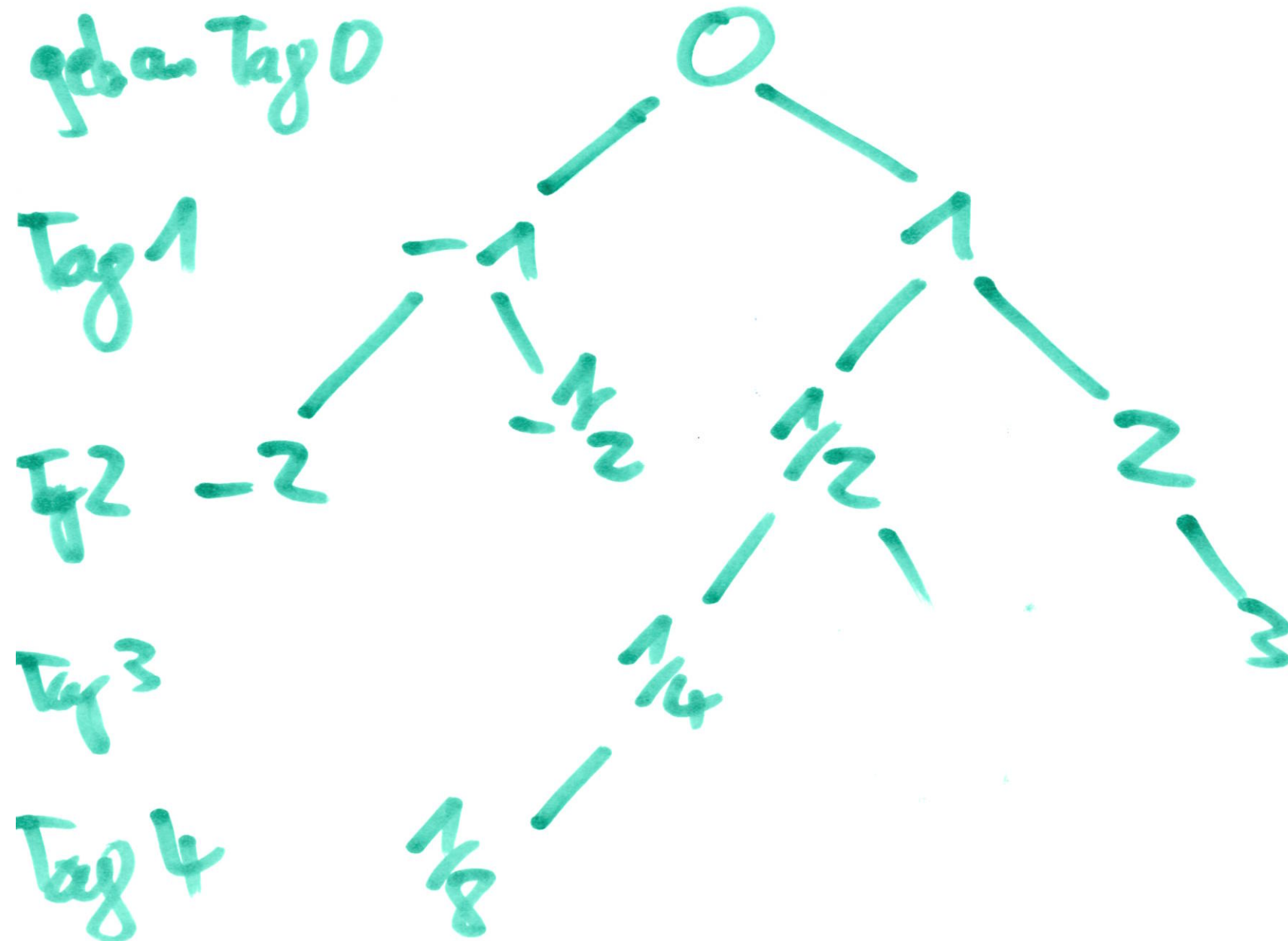


$$\varepsilon - \frac{1}{2} < 0$$

Hbdr Sel

Staubbaum der zweiten Zeile

⑥



⑦

$$1 = +$$

$$2 = ++$$

$$3 = +++$$

$$1/2 = +-$$

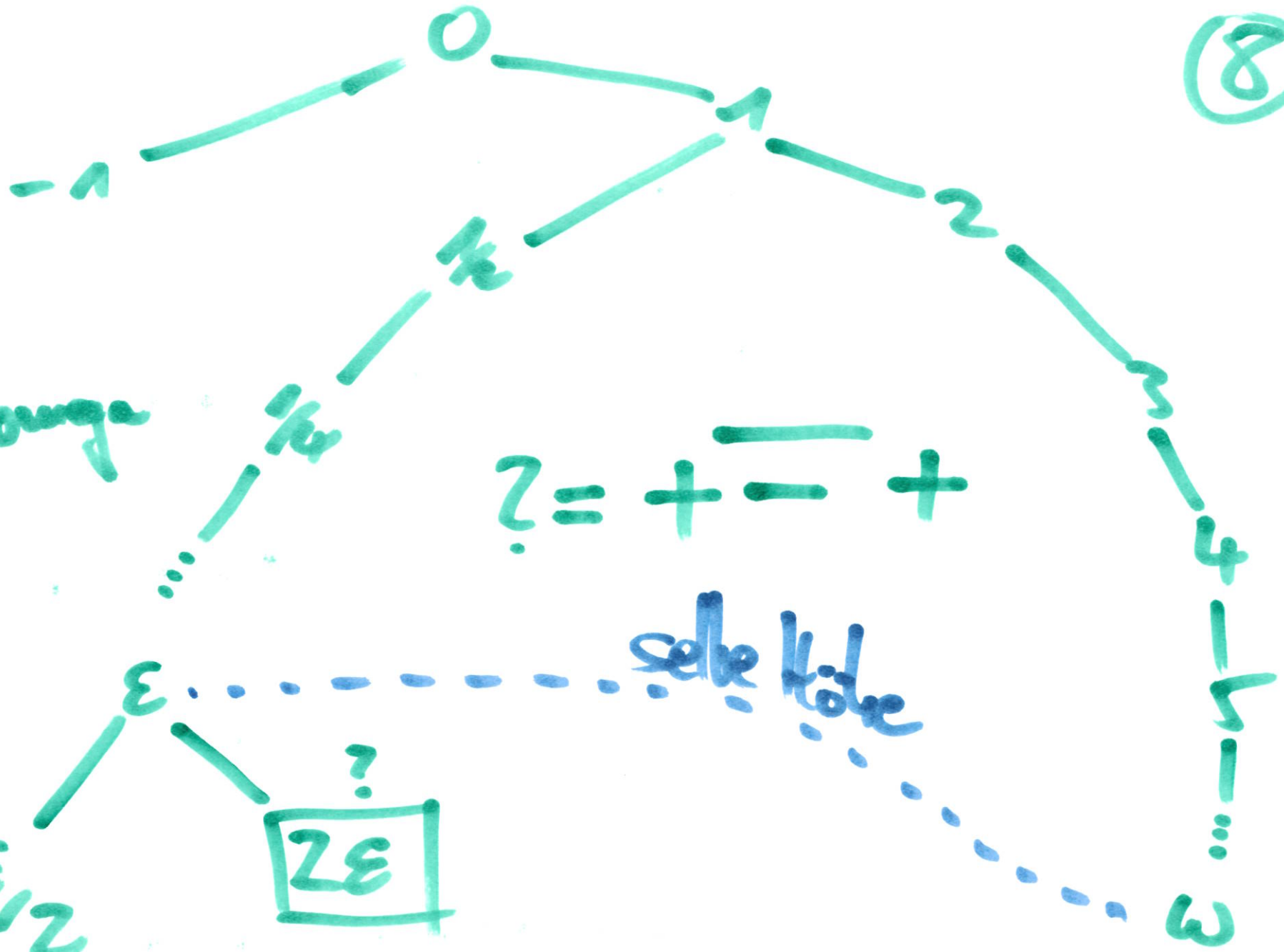
$$-3 = ---$$

$$1/4 = +---$$

$$1/8 = +----$$

$$\varepsilon = +-----$$

⑧



kl. Spielzeuge

\downarrow
 ω

Tag ~~0~~

$$? = + - +$$

selbe Höhe

$\epsilon/2$

2ϵ

$\omega = \overline{\mathbb{N}}$ ist die einfachste
unendlich große Zahl.

①

$$\omega + 1 = \overline{\mathbb{N}} + \text{1000} < \omega - 1 < \omega < \omega + 1$$

$$\omega - 1 = \overline{\mathbb{N}} -$$

$$\omega - 2 = \overline{\mathbb{N}} - -$$

$$\omega - \frac{1}{2} = \overline{\mathbb{N}} - +$$

10

$$\omega + \omega = \overline{+ +}$$

$$3\omega = \overline{+ + +}$$

$$\frac{1}{\omega} = \varepsilon$$

$$\omega = \overline{+ +}$$

$$\frac{\omega}{\omega} = 1$$

$$\omega \cdot \omega = \omega^2 = \overline{+ + +} \dots$$

$$= \overline{+}$$

$$\omega\omega = \overline{\overline{\overline{+}}}$$

$$2\varepsilon = + \overline{-} +$$

$$\varepsilon_{1/2} = + \overline{-} -$$

$$\varepsilon_{1/4} = + \overline{-} - -$$

$$\varepsilon_{1/8} = + \overline{-} \overline{-} \overline{-}$$



$$\frac{1}{\omega\omega} = \frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega}$$

$$\omega\omega = \frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega}$$

$$\frac{\varepsilon}{\omega\omega} = \frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega}$$