#### $\zeta(5)$ : eine Zahl, die vielleicht rational ist

 $\begin{array}{c} 036\ 927\ 7551\ 433\ 699\ 2633\ 136\ 548\ 6457\ 034\ 168\ 0570\ 809\ 195\ 0191\\ 281\ 197\ 4192\ 677\ 903\ 8035\ 897\ 862\ 8148\ 456\ 004\ 3106\ 557\ 133\ 3363\\ 796\ 203\ 4146\ 655\ 660\ 9042\ 800\ 961\ 7791\ 559\ 708\ 4183\ 511\ 072\ 1800\\ 876\ 448\ 6628\ 633\ 718\ 0353\ 598\ 363\ 9623\ 651\ 288\ 8898\ 133\ 527\ 6775\\ 239\ 827\ 5032\ 022\ 436\ 8457\ 664\ 446\ 6595\ 811\ 599\ 3917\ 977\ 745\ 0392\\ 446\ 439\ 1966\ 661\ 596\ 6401\ 620\ 532\ 5205\ 021\ 519\ 2267\ 135\ 125\ 6785\\ 974\ 869\ 2860\ 197\ 447\ 9843\ 200\ 672\ 6812\ 975\ 309\ 1990\ 077\ 465\ 6558\\ 601\ 526\ 5737\ 300\ 375\ 6153\ 268\ 314\ 9897\ 971\ 935\ 0398\ 378\ 581\ 3199\\ \end{array}$ 



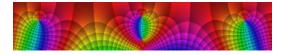
#### $\zeta(5)$ : eine Zahl, die vielleicht rational ist

 $\begin{array}{c} 036\ 927\ 7551\ 433\ 699\ 2633\ 136\ 548\ 6457\ 034\ 168\ 0570\ 809\ 195\ 0191\\ 281\ 197\ 4192\ 677\ 903\ 8035\ 897\ 862\ 8148\ 456\ 004\ 3106\ 557\ 133\ 3363\\ 796\ 203\ 4146\ 655\ 660\ 9042\ 800\ 961\ 7791\ 559\ 708\ 4183\ 511\ 072\ 1800\\ 876\ 448\ 6628\ 633\ 718\ 0353\ 598\ 363\ 9623\ 651\ 288\ 8898\ 133\ 527\ 6775\\ 239\ 827\ 5032\ 022\ 436\ 8457\ 664\ 446\ 6595\ 811\ 599\ 3917\ 977\ 745\ 0392\\ 446\ 439\ 1966\ 661\ 596\ 6401\ 620\ 532\ 5205\ 021\ 519\ 2267\ 135\ 125\ 6785\\ 974\ 869\ 2860\ 197\ 447\ 9843\ 200\ 672\ 6812\ 975\ 309\ 1990\ 077\ 465\ 6558\\ 601\ 526\ 5737\ 300\ 375\ 6153\ 268\ 314\ 9897\ 971\ 935\ 0398\ 378\ 581\ 3199\\ \end{array}$ 



# $\zeta(5)$ : eine Zahl, die vielleicht rational ist

 $\begin{array}{c} 036\ 927\ 7551\ 433\ 699\ 2633\ 136\ 548\ 6457\ 034\ 168\ 0570\ 809\ 195\ 0191\\ 281\ 197\ 4192\ 677\ 903\ 8035\ 897\ 862\ 8148\ 456\ 004\ 3106\ 557\ 133\ 3363\\ 796\ 203\ 4146\ 655\ 660\ 9042\ 800\ 961\ 7791\ 559\ 708\ 4183\ 511\ 072\ 1800\\ 876\ 448\ 6628\ 633\ 718\ 0353\ 598\ 363\ 9623\ 651\ 288\ 8898\ 133\ 527\ 6775\\ 239\ 827\ 5032\ 022\ 436\ 8457\ 664\ 446\ 6595\ 811\ 599\ 3917\ 977\ 745\ 0392\\ 446\ 439\ 1966\ 661\ 596\ 6401\ 620\ 532\ 5205\ 021\ 519\ 2267\ 135\ 125\ 6785\\ 974\ 869\ 2860\ 197\ 447\ 9843\ 200\ 672\ 6812\ 975\ 309\ 1990\ 077\ 465\ 6558\\ 601\ 526\ 5737\ 300\ 375\ 6153\ 268\ 314\ 9897\ 971\ 935\ 0398\ 378\ 581\ 3199 \end{array}$ 



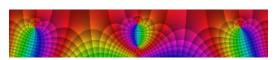
# $\zeta(5)$ : eine Zahl, die vielleicht rational ist

 $\begin{array}{c} 036\ 927\ 7551\ 433\ 699\ 2633\ 136\ 548\ 6457\ 034\ 168\ 0570\ 809\ 195\ 0191\\ 281\ 197\ 4192\ 677\ 903\ 8035\ 897\ 862\ 8148\ 456\ 004\ 3106\ 557\ 133\ 3363\\ 796\ 203\ 4146\ 655\ 660\ 9042\ 800\ 961\ 7791\ 559\ 708\ 4183\ 511\ 072\ 1800\\ 876\ 448\ 6628\ 633\ 718\ 0353\ 598\ 363\ 9623\ 651\ 288\ 8898\ 133\ 527\ 6775\\ 239\ 827\ 5032\ 022\ 436\ 8457\ 664\ 446\ 6595\ 811\ 599\ 3917\ 977\ 745\ 0392\\ 446\ 439\ 1966\ 661\ 596\ 6401\ 620\ 532\ 5205\ 021\ 519\ 2267\ 135\ 125\ 6785\\ 974\ 869\ 2860\ 197\ 447\ 9843\ 200\ 672\ 6812\ 975\ 309\ 1990\ 077\ 465\ 6558\\ 601\ 526\ 5737\ 300\ 375\ 6153\ 268\ 314\ 9897\ 971\ 935\ 0398\ 378\ 581\ 3199 \end{array}$ 



# $\zeta(5)$ : eine Zahl, die vielleicht rational ist

 $\begin{array}{c} 036\ 927\ 7551\ 433\ 699\ 2633\ 136\ 548\ 6457\ 034\ 168\ 0570\ 809\ 195\ 0191\\ 281\ 197\ 4192\ 677\ 903\ 8035\ 897\ 862\ 8148\ 456\ 004\ 3106\ 557\ 133\ 3363\\ 796\ 203\ 4146\ 655\ 660\ 9042\ 800\ 961\ 7791\ 559\ 708\ 4183\ 511\ 072\ 1800\\ 876\ 448\ 6628\ 633\ 718\ 0353\ 598\ 363\ 9623\ 651\ 288\ 8898\ 133\ 527\ 6775\\ 239\ 827\ 5032\ 022\ 436\ 8457\ 664\ 446\ 6595\ 811\ 599\ 3917\ 977\ 745\ 0392\\ 446\ 439\ 1966\ 661\ 596\ 6401\ 620\ 532\ 5205\ 021\ 519\ 2267\ 135\ 125\ 6785\\ 974\ 869\ 2860\ 197\ 447\ 9843\ 200\ 672\ 6812\ 975\ 309\ 1990\ 077\ 465\ 6558\\ 601\ 526\ 5737\ 300\ 375\ 6153\ 268\ 314\ 9897\ 971\ 935\ 0398\ 378\ 581\ 3199 \end{array}$ 



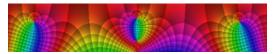
### $\zeta(5)$ : eine Zahl, die vielleicht rational ist

 $\begin{array}{c} 036\ 927\ 7551\ 433\ 699\ 2633\ 136\ 548\ 6457\ 034\ 168\ 0570\ 809\ 195\ 0191\\ 281\ 197\ 4192\ 677\ 903\ 8035\ 897\ 862\ 8148\ 456\ 004\ 3106\ 557\ 133\ 3363\\ 796\ 203\ 4146\ 655\ 660\ 9042\ 800\ 961\ 7791\ 559\ 708\ 4183\ 511\ 072\ 1800\\ 876\ 448\ 6628\ 633\ 718\ 0353\ 598\ 363\ 9623\ 651\ 288\ 8898\ 133\ 527\ 6775\\ 239\ 827\ 5032\ 022\ 436\ 8457\ 664\ 446\ 6595\ 811\ 599\ 3917\ 977\ 745\ 0392\\ 446\ 439\ 1966\ 661\ 596\ 6401\ 620\ 532\ 5205\ 021\ 519\ 2267\ 135\ 125\ 6785\\ 974\ 869\ 2860\ 197\ 447\ 9843\ 200\ 672\ 6812\ 975\ 309\ 1990\ 077\ 465\ 6558\\ 601\ 526\ 5737\ 300\ 375\ 6153\ 268\ 314\ 9897\ 971\ 935\ 0398\ 378\ 581\ 3199\\ \end{array}$ 



#### $\zeta(5)$ : eine Zahl, die vielleicht rational ist

 $\begin{array}{c} 036\ 927\ 7551\ 433\ 699\ 2633\ 136\ 548\ 6457\ 034\ 168\ 0570\ 809\ 195\ 0191\\ 281\ 197\ 4192\ 677\ 903\ 8035\ 897\ 862\ 8148\ 456\ 004\ 3106\ 557\ 133\ 3363\\ 796\ 203\ 4146\ 655\ 660\ 9042\ 800\ 961\ 7791\ 559\ 708\ 4183\ 511\ 072\ 1800\\ 876\ 448\ 6628\ 633\ 718\ 0353\ 598\ 363\ 9623\ 651\ 288\ 8898\ 133\ 527\ 6775\\ 239\ 827\ 5032\ 022\ 436\ 8457\ 664\ 446\ 6595\ 811\ 599\ 3917\ 977\ 745\ 0392\\ 446\ 439\ 1966\ 661\ 596\ 6401\ 620\ 532\ 5205\ 021\ 519\ 2267\ 135\ 125\ 6785\\ 974\ 869\ 2860\ 197\ 447\ 9843\ 200\ 672\ 6812\ 975\ 309\ 1990\ 077\ 465\ 6558\\ 601\ 526\ 5737\ 300\ 375\ 6153\ 268\ 314\ 9897\ 971\ 935\ 0398\ 378\ 581\ 3199 \end{array}$ 



# $\zeta(5)$ : eine Zahl, die vielleicht rational ist

 $\begin{array}{c} 036\ 927\ 7551\ 433\ 699\ 2633\ 136\ 548\ 6457\ 034\ 168\ 0570\ 809\ 195\ 0191\\ 281\ 197\ 4192\ 677\ 903\ 8035\ 897\ 862\ 8148\ 456\ 004\ 3106\ 557\ 133\ 3363\\ 796\ 203\ 4146\ 655\ 660\ 9042\ 800\ 961\ 7791\ 559\ 708\ 4183\ 511\ 072\ 1800\\ 876\ 448\ 6628\ 633\ 718\ 0353\ 598\ 363\ 9623\ 651\ 288\ 8898\ 133\ 527\ 6775\\ 239\ 827\ 5032\ 022\ 436\ 8457\ 664\ 446\ 6595\ 811\ 599\ 3917\ 977\ 745\ 0392\\ 446\ 439\ 1966\ 661\ 596\ 6401\ 620\ 532\ 5205\ 021\ 519\ 2267\ 135\ 125\ 6785\\ 974\ 869\ 2860\ 197\ 447\ 9843\ 200\ 672\ 6812\ 975\ 309\ 1990\ 077\ 465\ 6558\\ 601\ 526\ 5737\ 300\ 375\ 6153\ 268\ 314\ 9897\ 971\ 935\ 0398\ 378\ 581\ 3199 \end{array}$ 



# $\zeta(5)$ : eine Zahl, die vielleicht rational ist

 $\begin{array}{c} 036\ 927\ 7551\ 433\ 699\ 2633\ 136\ 548\ 6457\ 034\ 168\ 0570\ 809\ 195\ 0191\\ 281\ 197\ 4192\ 677\ 903\ 8035\ 897\ 862\ 8148\ 456\ 004\ 3106\ 557\ 133\ 3363\\ 796\ 203\ 4146\ 655\ 660\ 9042\ 800\ 961\ 7791\ 559\ 708\ 4183\ 511\ 072\ 1800\\ 876\ 448\ 6628\ 633\ 718\ 0353\ 598\ 363\ 9623\ 651\ 288\ 8898\ 133\ 527\ 6775\\ 239\ 827\ 5032\ 022\ 436\ 8457\ 664\ 446\ 6595\ 811\ 599\ 3917\ 977\ 745\ 0392\\ 446\ 439\ 1966\ 661\ 596\ 6401\ 620\ 532\ 5205\ 021\ 519\ 2267\ 135\ 125\ 6785\\ 974\ 869\ 2860\ 197\ 447\ 9843\ 200\ 672\ 6812\ 975\ 309\ 1990\ 077\ 465\ 6558\\ 601\ 526\ 5737\ 300\ 375\ 6153\ 268\ 314\ 9897\ 971\ 935\ 0398\ 378\ 581\ 3199 \end{array}$ 



# $\zeta(5)$ : eine Zahl, die vielleicht rational ist

 $\begin{array}{c} 036\ 927\ 7551\ 433\ 699\ 2633\ 136\ 548\ 6457\ 034\ 168\ 0570\ 809\ 195\ 0191\\ 281\ 197\ 4192\ 677\ 903\ 8035\ 897\ 862\ 8148\ 456\ 004\ 3106\ 557\ 133\ 3363\\ 796\ 203\ 4146\ 655\ 660\ 9042\ 800\ 961\ 7791\ 559\ 708\ 4183\ 511\ 072\ 1800\\ 876\ 448\ 6628\ 633\ 718\ 0353\ 598\ 363\ 9623\ 651\ 288\ 8898\ 133\ 527\ 6775\\ 239\ 827\ 5032\ 022\ 436\ 8457\ 664\ 446\ 6595\ 811\ 599\ 3917\ 977\ 745\ 0392\\ 446\ 439\ 1966\ 661\ 596\ 6401\ 620\ 532\ 5205\ 021\ 519\ 2267\ 135\ 125\ 6785\\ 974\ 869\ 2860\ 197\ 447\ 9843\ 200\ 672\ 6812\ 975\ 309\ 1990\ 077\ 465\ 6558\\ 601\ 526\ 5737\ 300\ 375\ 6153\ 268\ 314\ 9897\ 971\ 935\ 0398\ 378\ 581\ 3199 \end{array}$ 



Die Zahl  $\zeta(5)$  ist ungefähr 1:  $\zeta(5)=1,036\ldots$  In der Physik kommt sie in quantenmechanischen Modellen von Magnetismus vor. Sie ist ein Wert der Riemannschen  $\zeta$ -Funktion mit  $\zeta(s)=1/1^s+1/2^s+1/3^s+\cdots$  Man vermutet, dass  $\zeta(3),\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9),\ldots$  alle transzendent sind, also nicht Lösung irgendeiner Polynomgleichung mit rationalen Koeffizienten. Bewiesen ist das bisher aber nur für  $\zeta(3)$ . Zumindest weiß man: Mindestens eine der Zahlen  $\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9)$  und  $\zeta(11)$  ist irrational. Die Werte von  $\zeta$  an allen ganzen Zahlen gehören zu den Perioden, einem abzählbaren Zahlbereich, der die algebraischen Zahlen, aber auch wichtige transzendente Konstanten wie  $\pi$  und die Logarithmen aller algebraischen Zahlen enthält. Man kennt einen Algorithmus, der von zwei Perioden entscheiden soll, ob sie gleich sind oder nicht. Man hofft, dass dieser stets korrekt arbeitet, aber das ist ein offenes Problem.

$$\begin{split} &\zeta(5) = \frac{1}{294}\pi^5 - \frac{72}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}-1)} - \frac{2}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}+1)} \\ &\zeta(s) = \prod_{p}\frac{1}{1-p^{-s}} \qquad \zeta(2n) = (-1)^{n+1}\frac{B_{2n}\cdot(2\pi)^{2n}}{2\cdot(2n)!} \end{split}$$

Die Zahl  $\zeta(5)$  ist ungefähr 1:  $\zeta(5)=1,036\ldots$  In der Physik kommt sie in quantenmechanischen Modellen von Magnetismus vor. Sie ist ein Wert der Riemannschen  $\zeta$ -Funktion mit  $\zeta(s)=1/1^s+1/2^s+1/3^s+\cdots$  Man vermutet, dass  $\zeta(3),\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9),\ldots$  alle transzendent sind, also nicht Lösung irgendeiner Polynomgleichung mit rationalen Koeffizienten. Bewiesen ist das bisher aber nur für  $\zeta(3)$  Zumindest weiß man: Mindestens eine der Zahlen  $\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9)$  und  $\zeta(11)$  ist irrational. Die Werte von  $\zeta$  an allen ganzen Zahlen gehören zu den Perioden, einem abzählbaren Zahlbereich, der die algebraischen Zahlen, aber auch wichtige transzendente Konstanten wie  $\pi$  und die Logarithmen aller algebraischen Zahlen enthält. Man kennt einen Algorithmus, der von zwei Perioden entscheiden soll, ob sie gleich sind oder nicht. Man hofft, dass dieser stets korrekt arbeitet, aber das ist ein offenes Problem.

$$\begin{split} &\zeta(5) = \frac{1}{294}\pi^5 - \frac{72}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}-1)} - \frac{2}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}+1)} \\ &\zeta(s) = \prod_p \frac{1}{1-p^{-s}} & \zeta(2n) = (-1)^{n+1}\frac{B_{2n}\cdot(2\pi)^{2n}}{2\cdot(2n)!} \end{split}$$

Die Zahl  $\zeta(5)$  ist ungefähr 1:  $\zeta(5)=1,036\ldots$  In der Physik kommt sie in quantenmechanischen Modellen von Magnetismus vor. Sie ist ein Wert der Riemannschen  $\zeta$ -Funktion mit  $\zeta(s)=1/1^s+1/2^s+1/3^s+\cdots$  Man vermutet, dass  $\zeta(3),\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9),\ldots$  alle transzendent sind, also nicht Lösung irgendeiner Polynomgleichung mit rationalen Koeffizienten. Bewiesen ist das bisher aber nur für  $\zeta(3)$ . Zumindest weiß man: Mindestens eine der Zahlen  $\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9)$  und  $\zeta(11)$  ist irrational. Die Werte von  $\zeta$  an allen ganzen Zahlen gehören zu den Perioden, einem abzählbaren Zahlbereich, der die algebraischen Zahlen, aber auch wichtige transzendente Konstanten wie  $\pi$  und die Logarithmen aller algebraischen Zahlen enthält. Man kennt einen Algorithmus, der von zwei Perioden entscheiden soll, ob sie gleich sind oder nicht. Man hofft, dass dieser stets korrekt arbeitet, aber das ist ein offenes Problem.

$$\begin{split} &\zeta(5) = \frac{1}{294}\pi^5 - \frac{72}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}-1)} - \frac{2}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}+1)} \\ &\zeta(s) = \prod_p \frac{1}{1-p^{-s}} \qquad \zeta(2n) = (-1)^{n+1}\frac{B_{2n}\cdot(2\pi)^{2n}}{2\cdot(2n)!} \end{split}$$

Die Zahl  $\zeta(5)$  ist ungefähr 1:  $\zeta(5)=1,036\ldots$  In der Physik kommt sie in quantenmechanischen Modellen von Magnetismus vor. Sie ist ein Wert der Riemannschen  $\zeta$ -Funktion mit  $\zeta(s)=1/1^s+1/2^s+1/3^s+\cdots$  Man vermutet, dass  $\zeta(3),\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9),\ldots$  alle transzendent sind, also nicht Lösung irgendeiner Polynomgleichung mit rationalen Koeffizienten. Bewiesen ist das bisher aber nur für  $\zeta(3)$ . Zumindest weiß man: Mindestens eine der Zahlen  $\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9)$  und  $\zeta(11)$  ist irrational. Die Werte von  $\zeta$  an allen ganzen Zahlen gehören zu den Perioden, einem abzählbaren Zahlbereich, der die algebraischen Zahlen, aber auch wichtige transzendente Konstanten wie  $\pi$  und die Logarithmen aller algebraischen Zahlen enthält. Man kennt einen Algorithmus, der von zwei Perioden entscheiden soll, ob sie gleich sind oder nicht. Man hofft, dass dieser stets korrekt arbeitet, aber das ist ein offenes Problem.

$$\begin{split} &\zeta(5) = \frac{1}{294}\pi^5 - \frac{72}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}-1)} - \frac{2}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}+1)} \\ &\zeta(s) = \prod_p \frac{1}{1-p^{-s}} \qquad \zeta(2n) = (-1)^{n+1}\frac{B_{2n}\cdot(2\pi)^{2n}}{2\cdot(2n)!} \end{split}$$

Die Zahl  $\zeta(5)$  ist ungefähr 1:  $\zeta(5)=1,036\ldots$  In der Physik kommt sie in quantenmechanischen Modellen von Magnetismus vor. Sie ist ein Wert der Riemannschen  $\zeta$ -Funktion mit  $\zeta(s)=1/1^s+1/2^s+1/3^s+\cdots$  Man vermutet, dass  $\zeta(3),\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9),\ldots$  alle transzendent sind, also nicht Lösung irgendeiner Polynomgleichung mit rationalen Koeffizienten. Bewiesen ist das bisher aber nur für  $\zeta(3)$ . Zumindest weiß man: Mindestens eine der Zahlen  $\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9)$  und  $\zeta(11)$  ist irrational. Die Werte von  $\zeta$  an allen ganzen Zahlen gehören zu den Perioden, einem abzählbaren Zahlbereich, der die algebraischen Zahlen, aber auch wichtige transzendente Konstanten wie  $\pi$  und die Logarithmen aller algebraischen Zahlen enthält. Man kennt einen Algorithmus, der von zwei Perioden einscheiden soll, ob sie gleich sind oder nicht. Man hofft, dass dieser stets korrekt arbeitet, aber das ist ein offenes Problem

$$\begin{split} &\zeta(5) = \frac{1}{294}\pi^5 - \frac{72}{35}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5(e^{2\pi n} - 1)} - \frac{2}{35}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5(e^{2\pi n} + 1)} \\ &\zeta(s) = \prod_p \frac{1}{1 - p^{-s}} \qquad \zeta(2n) = (-1)^{n+1} \frac{B_{2n} \cdot (2\pi)^{2n}}{2 \cdot (2n)!} \end{split}$$

Die Zahl  $\zeta(5)$  ist ungefähr 1:  $\zeta(5)=1,036\ldots$  In der Physik kommt sie in quantenmechanischen Modellen von Magnetismus vor. Sie ist ein Wert der Riemannschen  $\zeta$ -Funktion mit  $\zeta(s)=1/1^s+1/2^s+1/3^s+\cdots$  Man vermutet, dass  $\zeta(3),\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9),\ldots$  alle transzendent sind, also nicht Lösung irgendeiner Polynomgleichung mit rationalen Koeffizienten. Bewiesen ist das bisher aber nur für  $\zeta(3)$ . Zumindest weiß man: Mindestens eine der Zahlen  $\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9)$  und  $\zeta(11)$  ist irrational. Die Werte von  $\zeta$  an allen ganzen Zahlen gehören zu den Perioden, einem abzählbaren Zahlbereich, der die algebraischen Zahlen, aber auch wichtige transzendente Konstanten wie  $\pi$  und die Logarithmen aller algebraischen Zahlen enthält. Man kennt einen Algorithmus, der von zwei Perioden entscheiden soll, ob sie gleich sind oder nicht. Man hofft, dass dieser stets korrekt arbeitet, aber das ist ein offenes Problem.

$$\begin{split} &\zeta(5) = \frac{1}{294}\pi^5 - \frac{72}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}-1)} - \frac{2}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}+1)} \\ &\zeta(s) = \prod_p \frac{1}{1-p^{-s}} & \zeta(2n) = (-1)^{n+1}\frac{B_{2n}\cdot(2\pi)^{2n}}{2\cdot(2n)!} \end{split}$$

Die Zahl  $\zeta(5)$  ist ungefähr 1:  $\zeta(5)=1,036\ldots$  In der Physik kommt sie in quantenmechanischen Modellen von Magnetismus vor. Sie ist ein Wert der Riemannschen  $\zeta$ -Funktion mit  $\zeta(s)=1/1^s+1/2^s+1/3^s+\cdots$  Man vermutet, dass  $\zeta(3),\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9),\ldots$  alle transzendent sind, also nicht Lösung irgendeiner Polynomgleichung mit rationalen Koeffizienten. Bewiesen ist das bisher aber nur für  $\zeta(3)$ . Zumindest weiß man: Mindestens eine der Zahlen  $\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9)$  und  $\zeta(11)$  ist irrational. Die Werte von  $\zeta$  an allen ganzen Zahlen gehören zu den Perioden, einem abzählbaren Zahlbereich, der die algebraischen Zahlen, aber auch wichtige transzendente Konstanten wie  $\pi$  und die Logarithmen aller algebraischen Zahlen enthält. Man kennt einen Algorithmus, der von zwei Perioden entscheiden soll, ob sie gleich sind oder nicht. Man hofft, dass dieser stets korrekt arbeitet, aber das ist ein offenes Problem.

$$\begin{split} &\zeta(5) = \frac{1}{294}\pi^5 - \frac{72}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}-1)} - \frac{2}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}+1)} \\ &\zeta(s) = \prod_p \frac{1}{1-p^{-s}} \qquad & \zeta(2n) = (-1)^{n+1}\frac{B_{2n}\cdot(2\pi)^{2n}}{2\cdot(2n)!} \end{split}$$

Die Zahl  $\zeta(5)$  ist ungefähr 1:  $\zeta(5)=1,036\ldots$  In der Physik kommt sie in quantenmechanischen Modellen von Magnetismus vor. Sie ist ein Wert der Riemannschen  $\zeta$ -Funktion mit  $\zeta(s)=1/1^s+1/2^s+1/3^s+\cdots$  Man vermutet, dass  $\zeta(3),\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9),\ldots$  alle transzendent sind, also nicht Lösung irgendeiner Polynomgleichung mit rationalen Koeffizienten. Bewiesen ist das bisher aber nur für  $\zeta(3)$ . Zumindest weiß man: Mindestens eine der Zahlen  $\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9)$  und  $\zeta(11)$  ist irrational. Die Werte von  $\zeta$  an allen ganzen Zahlen gehören zu den Perioden, einem abzählbaren Zahlbereich, der die algebraischen Zahlen, aber auch wichtige transzendente Konstanten wie  $\pi$  und die Logarithmen aller algebraischen Zahlen enthält. Man kennt einen Algorithmus, der von zwei Perioden entscheiden soll, ob sie gleich sind oder nicht. Man hofft, dass dieser stets korrekt arbeitet, aber das ist ein offenes Problem.

$$\begin{split} &\zeta(5) = \frac{1}{294}\pi^5 - \frac{72}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}-1)} - \frac{2}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}+1)} \\ &\zeta(s) = \prod_{p}\frac{1}{1-p^{-s}} & \zeta(2n) = (-1)^{n+1}\frac{B_{2n}\cdot(2\pi)^{2n}}{2\cdot(2n)!} \end{split}$$

Die Zahl  $\zeta(5)$  ist ungefähr 1:  $\zeta(5)=1,036\ldots$  In der Physik kommt sie in quantenmechanischen Modellen von Magnetismus vor. Sie ist ein Wert der Riemannschen  $\zeta$ -Funktion mit  $\zeta(s)=1/1^s+1/2^s+1/3^s+\cdots$  Man vermutet, dass  $\zeta(3),\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9),\ldots$  alle transzendent sind, also nicht Lösung irgendeiner Polynomgleichung mit rationalen Koeffizienten. Bewiesen ist das bisher aber nur für  $\zeta(3)$ . Zumindest weiß man: Mindestens eine der Zahlen  $\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9)$  und  $\zeta(11)$  ist irrational. Die Werte von  $\zeta$  an allen ganzen Zahlen gehören zu den Perioden, einem abzählbaren Zahlbereich, der die algebraischen Zahlen, aber auch wichtige transzendente Konstanten wie  $\pi$  und die Logarithmen aller algebraischen Zahlen enthält. Man kennt einen Algorithmus, der von zwei Perioden entscheiden soll, ob sie gleich sind oder nicht. Man hofft, dass dieser stets korrekt arbeitet, aber das ist ein offenes Problem.

$$\begin{split} &\zeta(5) = \frac{1}{294}\pi^5 - \frac{72}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}-1)} - \frac{2}{35}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5(e^{2\pi n}+1)} \\ &\zeta(s) = \prod_p \frac{1}{1-p^{-s}} & \zeta(2n) = (-1)^{n+1}\frac{B_{2n}\cdot(2\pi)^{2n}}{2\cdot(2n)!} \end{split}$$

Die Zahl  $\zeta(5)$  ist ungefähr 1:  $\zeta(5)=1,036\ldots$  In der Physik kommt sie in quantenmechanischen Modellen von Magnetismus vor. Sie ist ein Wert der Riemannschen  $\zeta$ -Funktion mit  $\zeta(s)=1/1^s+1/2^s+1/3^s+\cdots$  Man vermutet, dass  $\zeta(3),\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9),\ldots$  alle transzendent sind, also nicht Lösung irgendeiner Polynomgleichung mit rationalen Koeffizienten. Bewiesen ist das bisher aber nur für  $\zeta(3)$ . Zumindest weiß man: Mindestens eine der Zahlen  $\zeta(5),\zeta(7),\zeta(9)$  und  $\zeta(11)$  ist irrational. Die Werte von  $\zeta$  an allen ganzen Zahlen gehören zu den Perioden, einem abzählbaren Zahlbereich, der die algebraischen Zahlen, aber auch wichtige transzendente Konstanten wie  $\pi$  und die Logarithmen aller algebraischen Zahlen enthält. Man kennt einen Algorithmus, der von zwei Perioden entscheiden soll, ob sie gleich sind oder nicht. Man hofft, dass dieser stets korrekt arbeitet, aber das ist ein offenes Problem

$$\begin{split} \zeta(5) &= \frac{1}{294} \pi^5 - \frac{72}{35} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5 (e^{2\pi n} - 1)} - \frac{2}{35} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5 (e^{2\pi n} + 1)} \\ \zeta(s) &= \prod_p \frac{1}{1 - p^{-s}} \qquad \zeta(2n) = (-1)^{n+1} \frac{B_{2n} \cdot (2\pi)^{2n}}{2 \cdot (2n)!} \end{split}$$