

# Die wundersame Welt der unendlich großen Zahlen

Glaube in der Mathematik?

Königsbrunner Campus

10. Mai 2017



Ingo Blechschmidt

Lehrstuhl für Algebra und Zahlentheorie an der Universität Augsburg

# Gliederung

- 1 Ordinalzahlen
- 2 Kardinalzahlen
- 3 Erkenntnistheorie

Fragen sind während des gesamten Vortrags willkommen.  
Bitte keinesfalls bis zum Ende aufsparen.  
Vielen Dank dafür!

# Teil I

## Ordinalzahlen messen Anordnung



# Teil I

## Ordinalzahlen messen Anordnung



# Teil II

## Kardinalzahlen messen Anzahl



David Hilbert

\* 1862

† 1943



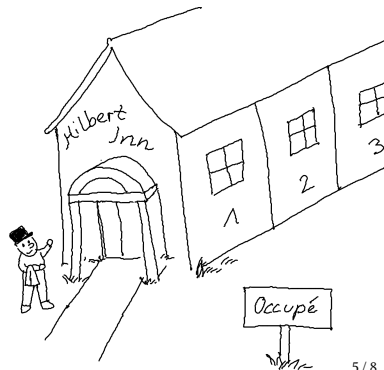
Emmy Noether

\* 1882

† 1935

# Teil II

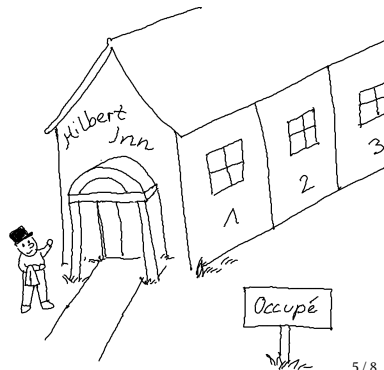
## Kardinalzahlen messen Anzahl



# Teil II

## Kardinalzahlen messen Anzahl

Es gibt  $\aleph_0$  viele natürliche  
Zahlen: 1, 2, 3, ...

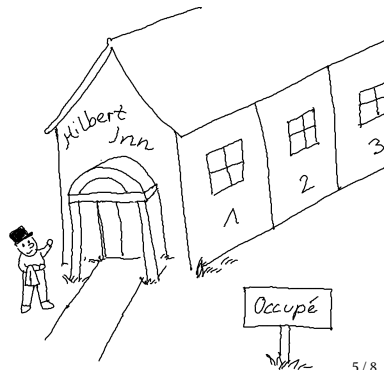


# Teil II

## Kardinalzahlen messen Anzahl

Es gibt  $\aleph_0$  viele natürliche  
Zahlen: 1, 2, 3, ...

$$\aleph_0 + 1 = \aleph_0$$





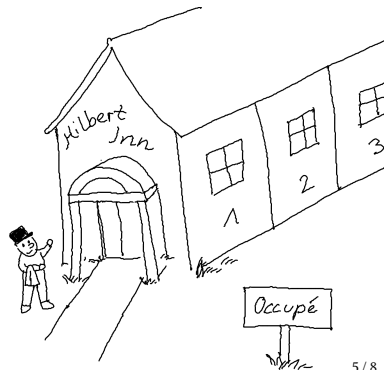
# Teil II

## Kardinalzahlen messen Anzahl

Es gibt  $\aleph_0$  viele natürliche  
Zahlen: 1, 2, 3, ...

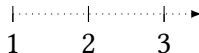
$$\aleph_0 + 1 = \aleph_0$$

$$\aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$$



# Größen wichtiger Mengen

- Es gibt  $\aleph_0$  viele natürliche Zahlen.

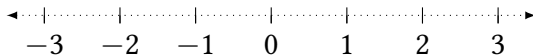


# Größen wichtiger Mengen

- Es gibt  $\aleph_0$  viele **natürliche Zahlen**.

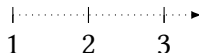


- Es gibt auch nur  $\aleph_0$  viele **ganze Zahlen**.

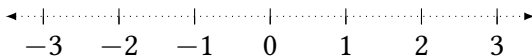


# Größen wichtiger Mengen

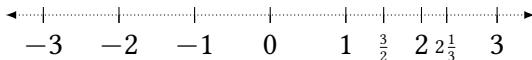
- Es gibt  $\aleph_0$  viele **natürliche Zahlen**.



- Es gibt auch nur  $\aleph_0$  viele **ganze Zahlen**.

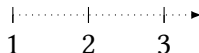


- Ebenso gibt es nur  $\aleph_0$  viele **rationale Zahlen**.

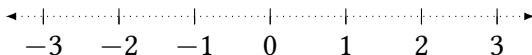


# Größen wichtiger Mengen

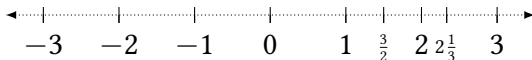
- Es gibt  $\aleph_0$  viele **natürliche Zahlen**.



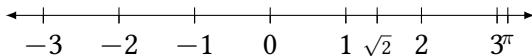
- Es gibt auch nur  $\aleph_0$  viele **ganze Zahlen**.



- Ebenso gibt es nur  $\aleph_0$  viele **rationale Zahlen**.

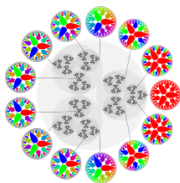


- Aber es gibt **mehr** reelle Zahlen:  $\mathfrak{c}$  viele.

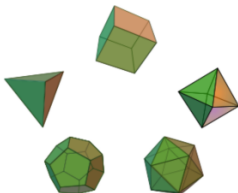


# Teil III

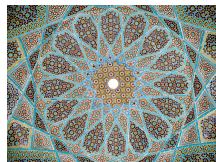
## Erkenntnistheorie



„Es gibt unendlich viele Primzahlen.“



„Es gibt nur fünf platonische Körper.“



„Der goldene Schnitt ist die irrationalste Zahl.“

# Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (\* 1845, † 1918)

Gibt es eine  
Zwischenstufe  
zwischen  $\aleph_0$  und  $\mathfrak{c}$ ?

# Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (\* 1845, † 1918)

Gibt es eine  
Zwischenstufe  
zwischen  $\aleph_0$  und  $\mathfrak{c}$ ?



Kurt Gödel (\* 1906, † 1978)

Es gibt keinen  
Beweis, dass es eine  
Zwischenstufe gibt.



# Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (\* 1845, † 1918)

Gibt es eine  
Zwischenstufe  
zwischen  $\aleph_0$  und  $\mathfrak{c}$ ?



Kurt Gödel (\* 1906, † 1978)

Es gibt keinen  
Beweis, dass es eine  
Zwischenstufe gibt.



Paul Cohen (\* 1934, † 2007)

Es gibt keinen  
Beweis, dass es keine  
Zwischenstufe gibt.

# Abschluss

- Ordinalzahlen messen Anordnung.  $\omega + 1 > \omega$
- Kardinalzahlen messen Anzahl.  $\aleph_0 + 1 = \aleph_0$
- Es gibt mathematische Fragen, deren Antwort bewiesenermaßen dauerhaft unkennbar ist.

# Abschluss

- Ordinalzahlen messen Anordnung.  $\omega + 1 > \omega$
- Kardinalzahlen messen Anzahl.  $\aleph_0 + 1 = \aleph_0$
- Es gibt mathematische Fragen, deren Antwort bewiesenermaßen dauerhaft unkennbar ist.

## Weitere Termine in dieser Reihe:

- 11.10.: Das Verhältnis von Literatur und (Natur-)Wissenschaft
- 15.11.: Couchsurfing: Neue Freunde oder New Economy?



**Mathecamp vom 19. bis 27. August in Violau**