

Dynamika tuhých telies, definícia problému, rovnice pohybu (4 ODE), rýchlosť, zrýchlenie, uhľová rýchlosť a uhľové zrýchlenie, matica hybnosti (matica inercie)

Timotej Krajčí, Peter Šulík

January 19, 2016

1 TUHÉ TELESO

Tuhé teleso je také, ktorého tvar sa nikdy počas simulácie nezdeformuje. Kvôli tuhosti je celkový pohyb telesa zložený z lineárneho pohybu ťažiska telesa a s rotácie telesa okolo svojho ťažiska.

2 ROVNICE POHYBU

TODOROVNICE

3 RÝCHLOSŤ

Rýchlosť je deriváciou pozície podľa času:

$$v(t) = c'(t)$$

4 ZRÝCHLENIE

Zrýchlenie je definované ako derivácia rýchlosti podľa času:

$$a(t) = v'(t) = (M^{-1}P)' = M^{-1}f$$

5 UHLOVÁ RÝCHLOSŤ

Uhl'ová rýchlosť je vektor, ktorý je rovnobežný s osou rotácie, ktorého dĺžka je rovná rýchlosti rotácie. Rýchlosť rotácie je počet radiánov otočenia okolo osi za sekundu.

$$q'(t) = \frac{1}{2} Q(t) \omega(t)$$

TODOROVNICE

6 UHLOVÉ ZRÝCHLENIE

Uhl'ové zrýchlenie je definované ako derivácia uhl'ovej rýchlosti v čase.

$$\alpha(t) = \omega'(t) = (J^{-1}L)' = J^{-1}L + J^{-1}L' = J^{-1}\omega \times J\omega + J^{-1}\tau$$

kde τ je krútiaci moment.

7 MATICA HYBNOSTI

Ak tuhé teleso pokladáme za množinu častíc s polohami p_i a hmotnosťami m_i tak ťažisko telesa je definované ako:

$$c = \frac{\sum m_i p_i}{M}$$

$$M = \sum m_i$$

Relatívna poloha i-tej častice je potom $p_i = c + r_i$ a absolútna poloha je $p_i = c + R r_{0i}$, kde R zodpovedá matici rotácie a r_{0i} je poloha i-tej častice na začiatku.

Inerčný tenzor potom vieme definovať ako:

TODOVZOREC

Označenie $r \times$ značí antisymetrickú maticu vektorového súčinu:

TODOVZOREC

Narozdiel' od hmotnosti je inerčný senzor závislý od času. Keďže teleso sa nikdy nedeformuje, môžeme výpočet inerčného tenzora iba na začiatku a jeho zmenu dopočítavať pomocou matice rotácie:

$$J_0 = - \sum m_i r_{0i}^{\times} r_{0i}^{\times}$$

$$J = R J_0 R^T$$

$$J^{-1} = R J_0^{-1} R^T$$

$$\begin{aligned} (x+y)^3 &= (x+y)^2(x+y) \\ &= (x^2 + 2xy + y^2)(x+y) \\ &= (x^3 + 2x^2y + xy^2) + (x^2y + 2xy^2 + y^3) \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \end{aligned} \tag{7.1}$$

8 PROBLEM TITLE

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

$$\begin{aligned}(x+y)^3 &= (x+y)^2(x+y) \\ &= (x^2+2xy+y^2)(x+y) \\ &= (x^3+2x^2y+xy^2)+(x^2y+2xy^2+y^3) \\ &= x^3+3x^2y+3xy^2+y^3\end{aligned}\tag{8.1}$$

Tuhé teleso je také, ktorého tvar sa nikdy počas simulácie nezdeformuje. Kvôli tuhosti je celkový pohyb telesa zložený z lineárneho pohybu ťažiska telesa a s rotácie telesa okolo svojho ťažiska.

8.1 HEADING ON LEVEL 2 (SUBSECTION)

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit.

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}\tag{8.2}$$

Aenean commodo ligula eget dolor. Aenean massa. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Donec quam felis, ultricies nec, pellentesque eu, pretium quis, sem.

8.1.1 HEADING ON LEVEL 3 (SUBSUBSECTION)

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

HEADING ON LEVEL 4 (PARAGRAPH) Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede

lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

9 LISTS

9.1 EXAMPLE OF LIST (3*ITEMIZE)

- First item in a list
 - First item in a list
 - * First item in a list
 - * Second item in a list
 - Second item in a list
- Second item in a list

9.2 EXAMPLE OF LIST (ENUMERATE)

1. First item in a list
2. Second item in a list
3. Third item in a list