THÈMES : NOMBRES ET CALCULS + GÉOMÉTRIE	
Séquence 2 : Théorème de Pythagore	
A la fin de cette séquence je sais :	✓
- calculer une longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de la connaissance des longueurs des deux autres côtés.	
- utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur approchée de la racine carrée d'un nombre positif.	
- utiliser la racine carrée d'un nombre positif en lien avec des situations géométriques	
- encadrer la racine carrée d'un nombre positif entre deux entiers	
Je connais :	✓
- la définition de la racine carrée d'un nombre positif. - les carrés parfaits de 1 à 144.	

I) Les carrés et les racines carrées

1) Les nombres au carré

▶ **Définition :** Le carré d'un nombre est le produit d'un nombre par lui-même. Plus généralement, si x est un nombre positif ou négatif, x^2 est égal à $x \times x$

Exemples :

Le carré de 3 se note 3^2 et vaut $3 \times 3 = 9$

Le carré de la longueur AB se note AB^2

$8^2 = 8 \times 8 = 64$

Les carrés parfaits sont les carrés des nombres entiers :

Nombre	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre au carré	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144

2) La racine carrée d'un nombre

Pourquoi la racine carrée se nomme-t-elle ainsi ?

▶ **Définition :** a désigne un nombre positif.
La racine carrée de a est le nombre positif dont le carré est a.
Ce nombre est noté $\sqrt{a}$ (lire « racine carrée de a »)

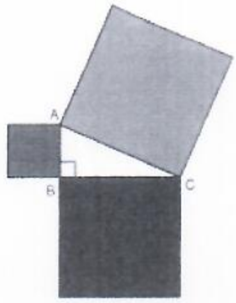
Exemples :

$\sqrt{144}$ est le nombre positif dont le carré vaut 144.

$\sqrt{144} = 12$

Théorème de Pythagore :

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.



Autrement dit :

Si ABC est un triangle rectangle en B alors $AB^2 + BC^2 = AC^2$

3) Compréhension du théorème

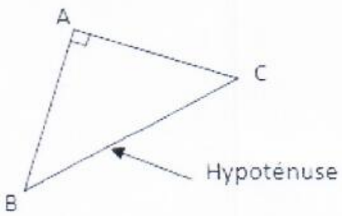
Nous le verrons par la suite, Il y a trois théorèmes dans ce théorème :

Premier théorème : Sens direct

Si un triangle est rectangle alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Données

Le triangle ABC est un triangle rectangle en A



Théorème de Pythagore

Conclusion

Dans le triangle ABC :
$AB^2 + AC^2 = BC^2$

⤀ ***Utilisation*** : Ce sens ne fonctionne que dans un triangle rectangle.

Il permet de calculer la longueur du troisième côté d'un triangle rectangle lorsqu'on connaît déjà les deux autres longueurs.

$\sqrt{28}$ est le nombre positif dont le carré vaut 28.

Sauf que 28 n'est pas un carré parfait donc on utilise la calculatrice pour calculer une valeur approchée :
$\sqrt{28} \simeq 5,3$ valeur approchée au dixième près...

Racine carrée du nombre *	0	1	1,4	1,7	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,3	3,5
Nombre	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

* arrondi au dixième

⤔ ***Méthode à connaître :*** *Encadrer la racine carrée d'un nombre positif par deux entiers consécutifs*

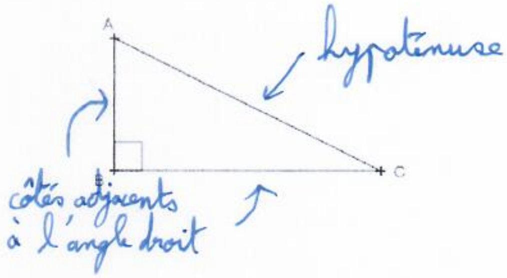
Encadrer la racine carrée de 6 par deux entiers consécutifs.

Ce que je fais	Ce que j'écris
J'écris la racine carrée de 6 et les comparateurs d'encadrement	$< \sqrt{6} <$
Puis je recherche dans ma tête quels sont les carrés parfaits les plus proches de 6. L'un inférieur et l'autre supérieur à 6	$\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$
On calcule les racines des deux carrés parfaits qui encadrent racine de 6	$2 < \sqrt{6} < 3$

II) Le théorème de Pythagore

1) Rappel sur le triangle rectangle

Triangle rectangle ABC, rectangle en B



2) Le théorème de Pythagore

Histoire : ***Pythagore de Samos***
Le théorème de Pythagore n'est en fait pas une découverte de *Pythagore* lui-même, il était déjà connu par les chinois et les babyloniens 1000 ans avant lui. Pythagore (ou ses disciples) aurait découvert la formule générale.
Les Egyptiens connaissaient aussi le théorème. Ils utilisaient la corde à 13 nœuds (régulièrement répartis) qui une fois tendue formait le triangle rectangle de longueurs 3 ; 4 ; 5 qui permettait d'obtenir un angle droit entre deux « longueurs ».
Cette corde sera encore utilisée par les maçons du XXe siècle pour s'assurer de la perpendicularité des murs.

Approfondir en vidéo : l'histoire de Pythagore et la corde à 13 noeuds

⤔ *Méthode 1 : Savoir calculer la longueur de l'hypoténuse*

Dans le triangle rectangle en C ci-contre, AC = 5cm, BC = 7cm.
Calculer la longueur AB.
Donner la valeur exacte, puis un arrondi au dixième près.

Je sais que ABC est rectangle en C, son hypoténuse est [AB].
De plus, AC = 5cm et BC = 7cm

Or, d'après le théorème de Pythagore, si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Donc : $AC^2 + BC^2 = AB^2$

Et $5^2 + 7^2 = AB^2$

$AB^2 = 25 + 49$

$AB^2 = 74$

$AB = \sqrt{74} \simeq 8{,}6$ cm

Le segment [AB] a pour longueur environ 8,6 cm.

⤔ *Méthode 2 : savoir calculer la longueur d'un côté adjacent*

CDE est un triangle rectangle en C tel que CE = 5cm et ED = 8cm.

Dessiner le triangle CDE en vraie grandeur.

Calculer la longueur CD.

Donner la valeur exacte, puis un arrondi au centième de centimètre près.

Je sais que le triangle CDE est rectangle en C tel que CE = 5cm et ED = 8cm.

Or, d'après le théorème de Pythagore on peut écrire l'égalité suivante :

$ED^2 = CE^2 + CD^2$

Et $8^2 = 5^2 + CD^2$

$64 = 25 + CD^2$

$CD^2 = 64 - 25$

$CD^2 = 39$

$CD = \sqrt{39}$ cm

$CD \simeq 6{,}24$ cm

Le segment [CD] a pour longueur environ 6,24 cm.