**信号与系统——MATLAB综合实验**

图像处理实验报告

学号：2019011008

无92 刘雪枫

2021年9月7日

目录

# 实验目的

# 实验平台

# 目录结构

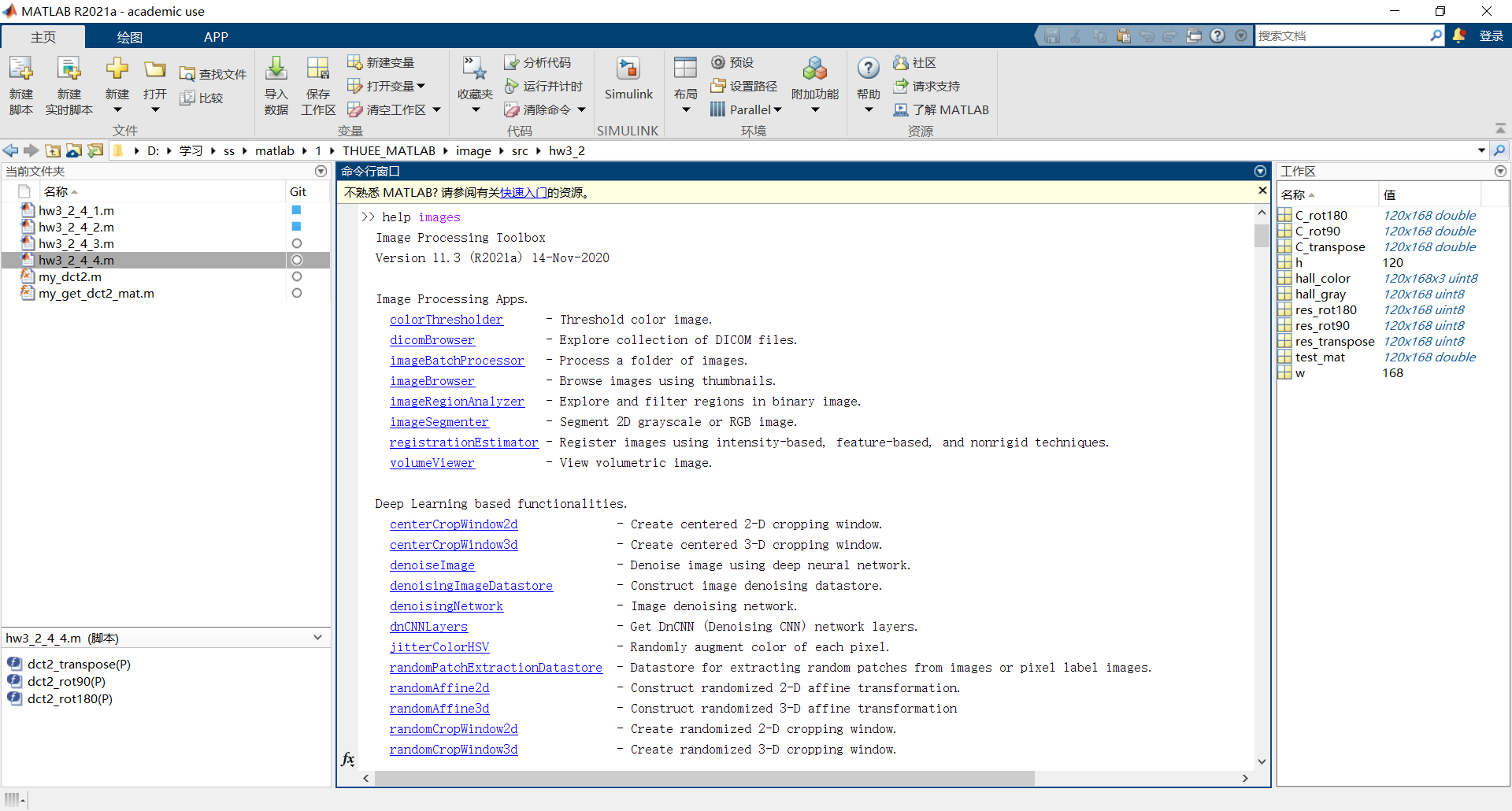
# 实验原理

# 实验内容

## 彩色图像

### MATLAB图像处理工具箱

在MATLAB中输入指令：help images，显示出很多图像处理函数：



接下来我们将利用这些图像处理函数进行实验

### 彩色图像绘制

要以图像的中心点为圆心画圆，需要将圆上的点的RGB值中的R值设为255，G和B均设为0。我们以长和宽的最小值的一半为半径，半径的0.95倍为内径画圆，关键代码为：

circle = hall\_color;

dist = (row\_idxs - (h+1)/2).^2 + (col\_idxs - (w+1)/2).^2;

radius = min(h/2, w/2)^2;

is\_in\_circle = dist <= radius & dist > 0.95 \* radius;

draw\_r\_circle = cat(3, is\_in\_circle, logical(zeros(size(is\_in\_circle))), logical(zeros(size(is\_in\_circle))));

draw\_gb\_circle = cat(3, logical(zeros(size(is\_in\_circle))), is\_in\_circle, is\_in\_circle);

circle(draw\_r\_circle) = uint8(255);

circle(draw\_gb\_circle) = uint8(0);

最后将其用imwrite函数绘制成位图，得到：



同样我们在图像上绘制棋盘。我们将棋盘的每一格的边长设置为10像素，把每个像素的横纵坐标分别除以10并取整得到的值对2的模作逻辑同或运算，结果为真则将RGB均设为0，则可以得到棋盘的效果：



本问题的完整代码位于文件hw3\_1\_3\_2.m中，得到的两个图片文件为该图片文件为hw3\_1\_3\_2\_circle.bmp和hw3\_1\_3\_2\_chess\_board.bmp。

## 图像压缩编码

### 变换域改变直流分量

预处理时，先将灰度值减去128。实际上，这个过程也可以变换域进行。由于离散余弦变换具有线性性，因此两个矩阵的离散余弦变换之和等于两个矩阵和的离散余弦变换。矩阵减去128就相当于原矩阵与元素全为128的矩阵相减，因此结果等于原矩阵的离散余弦变换减去全为128的矩阵的离散余弦变换。注意到全为128的矩阵只有直流分量，因此它的离散余弦变换只有左上角的元素非零，其余全是零。因此，只需要将原矩阵进行离散余弦变换，再把左上角元素减去一个数字即可。取hall\_gray的左上角的8\*8的部分进行验证，关键代码如下：

test\_mat = double(hall\_gray(1:8, 1:8));

C1 = dct2(test\_mat - 128);

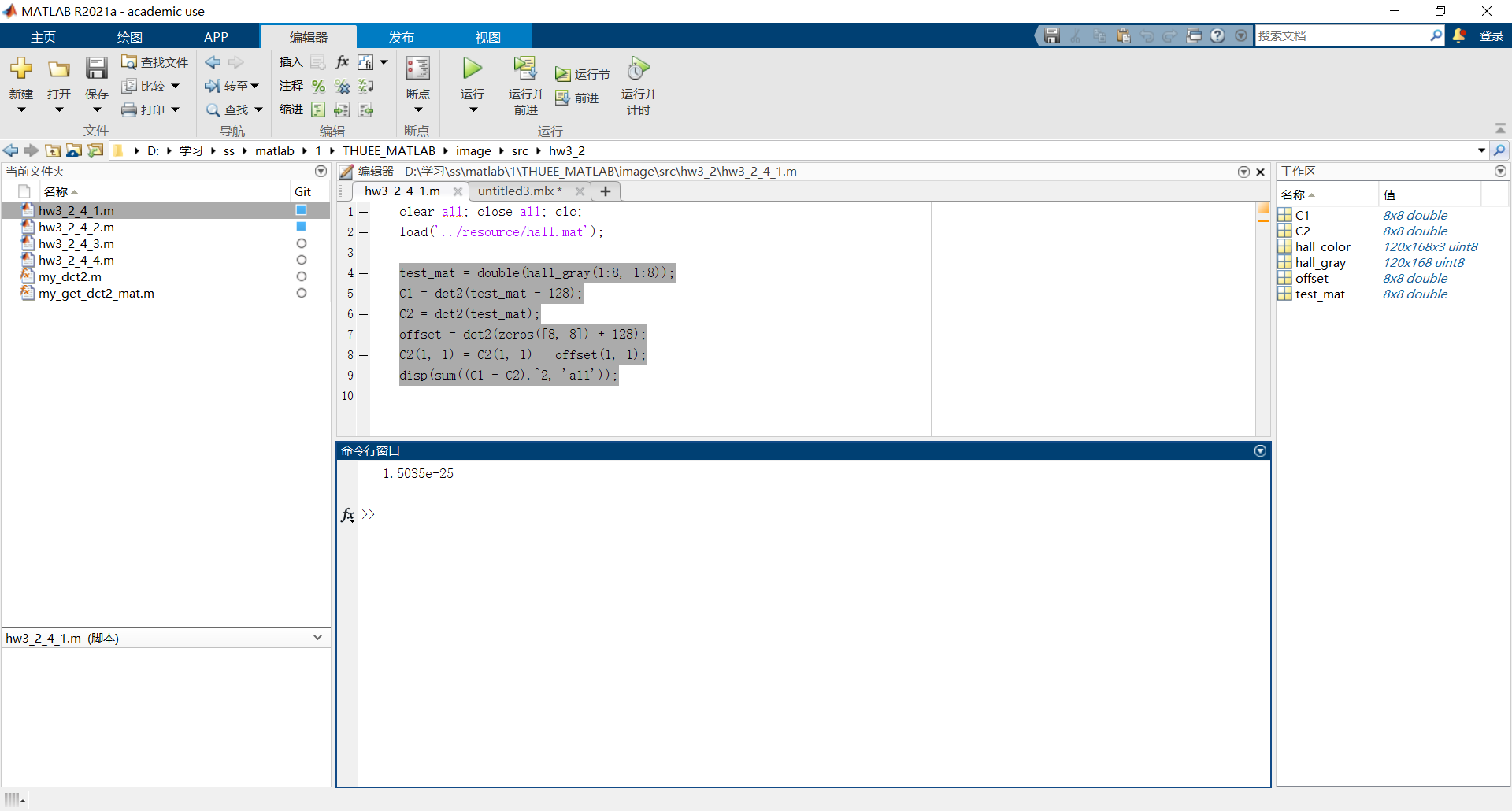
C2 = dct2(test\_mat);

offset = dct2(zeros([8, 8]) + 128);

C2(1, 1) = C2(1, 1) - offset(1, 1);

disp(sum((C1 - C2).^2, 'all'));

程序最后输出用两种方式计算的离散余弦变换之间的误差，误差采用各个元素误差的平方之和进行度量，程序输出结果如下：



可以看到，两种方法得到的离散余弦变换相差很小，几乎为零，这也验证了上述方法的正确性。本题完整代码位于文件hw3\_2\_4\_1.m中。

### 二维DCT的实现

要实现二维DCT，首先要计算DCT的变换矩阵。我将其封装为函数my\_get\_dct2\_mat，位于文件my\_get\_dct2\_mat.m。该函数接收一个整数N作为参数。返回大小为N的方阵D。该函数的关键代码如下：

D = (zeros([N - 1, N]) + [1 : 1 : N-1]') .\* [1 : 2 : 2\*N-1];

D = sqrt(2 / N) \* [zeros(1, N) + sqrt(1/2); cos(D \* pi / (2\*N))];

然后编写DCT变换函数，封装为函数my\_dct2，位于my\_dct2.m文件中。在实验过程中我注意到，虽然课件中介绍的DCT是均为方阵进行DCT，但是我注意到MATLAB提供的dct2函数的输入参数不必为方阵。因此，我对非方阵的DCT进行了猜想与推导。后面我利用我自己编写的函数与MATLAB提供的函数进行对照，可以证明我的写法是正确的。

按照离散余弦变换的定义，我编写的函数的关键代码如下：

function C = my\_dct2(P)

[h, w] = size(P);

C = my\_get\_dct2\_mat(h) \* double(P) \* my\_get\_dct2\_mat(w)';

end

下面对函数进行验证。仍然取hall\_gray的左上角8\*8的矩阵进行验证，验证代码如下：

test\_mat = double(hall\_gray(1:8, 1:8)) - 128;

res\_std = dct2(test\_mat);

res\_test = my\_dct2(test\_mat);

disp('res\_std: ');

disp(res\_std);

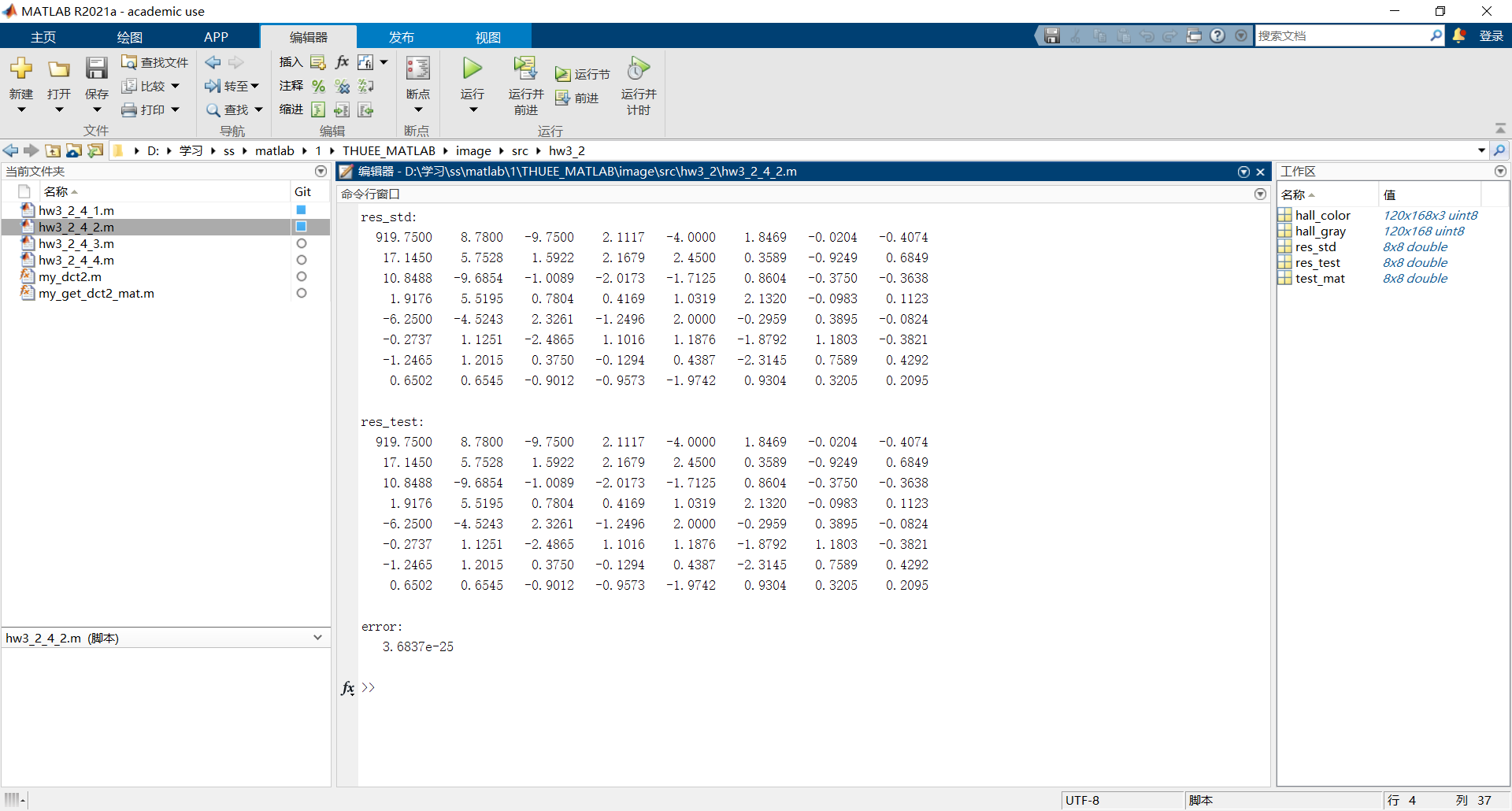
disp('res\_test: ');

disp(res\_test);

disp('error: ');

disp(sum((res\_std - res\_test).^2, 'all'));

分别打印出MATLAB给出的dct2函数的结果以及我自己编写的函数的结果，并计算误差：



可以看到两者的结果几乎完全一致，平方误差接近于零。这也验证了我自己编写的函数的正确性。本题完整代码位于文件hw3\_2\_4\_2.m中。

### 将系数矩阵部分置零

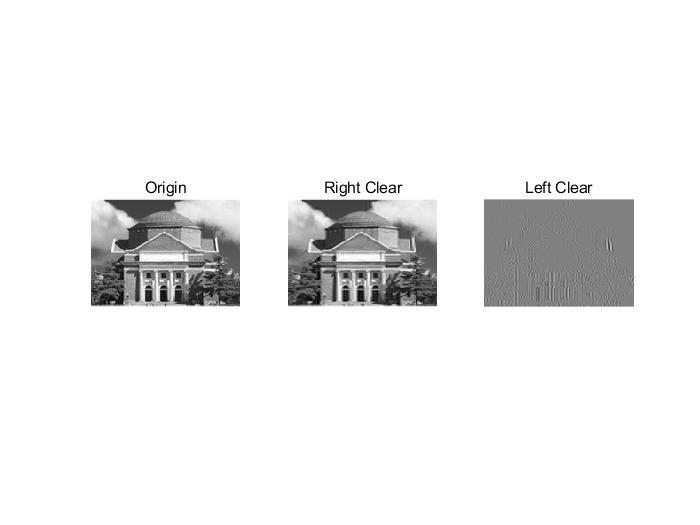
将灰度图每8个像素进行分块，每个块分别将DCT变换尔达右边四列和左边四列置零，再逆变换为图像。

由于离散余弦变换的系数矩阵中，左上角的元素代表直流和低频分量，左下角的元素代表纵向变化的高频分量，右上角的元素代表横向变化的高频分量，右下角的元素代表横向和纵向变化的高频分量。因此做出猜测：

将右侧置零，对图片整体影响不大，因为直流和低频的分量并没有受到过多的影响。但是由于横向的高频分量有所减弱，所以图片可能在横向上的色彩变化稍显模糊，但是不会过多地影响观感，因为图像的高频分量本来就比较小。

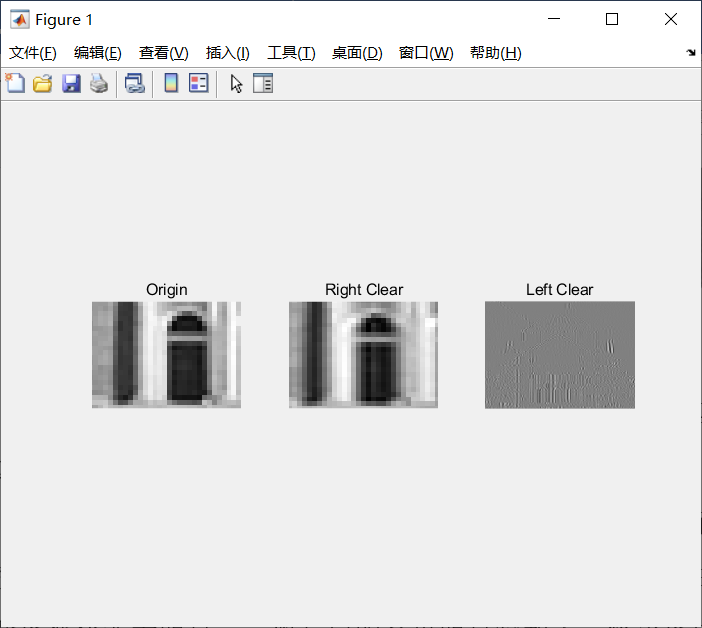
但是若将左侧四列元素置零，则会有很大的影响，因为低频分量被置为了零，所以图片原来的颜色平缓变化的部分消失了，而且图像的低频分量本来就比较大，且人眼对低频分量更敏感，因此图片质量可能严重受损。此外，由于左下角代表的是纵向变化的低频分量，因此图像纵向的灰度变化会降低；但是横向高频分量得到了很好的保留，因此图片可能会在横向上有明显的色彩变化，结果是造成图片上出现一条一条的纵向纹理。

整张图片处理结果如下：

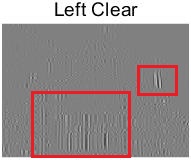


其中，左侧图为原图，中间的图为将每个小块的右侧四列置零得到的图，右边的图为将每个小块的左侧四列置零得到的图片。

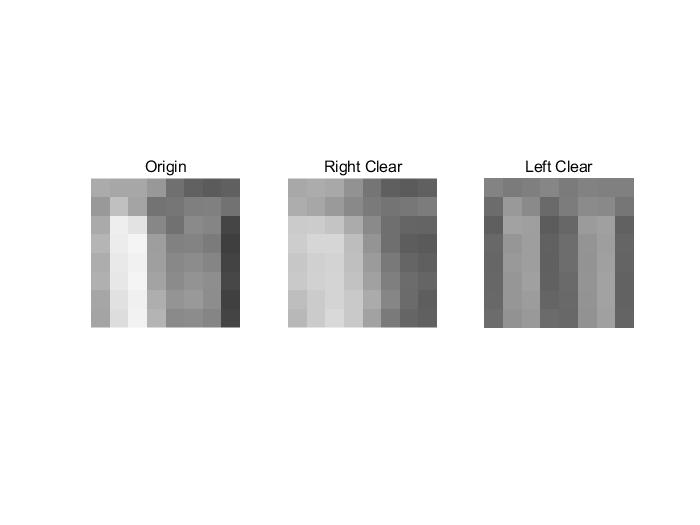
可以看到，将右侧清零得到的图片与原图差别不大，而且确实出现了轻微的横向的重影：在礼堂的大门与门之间的柱子处由黑突然转白，即存在高频分量，此处变化尤为明显——黑与白的交界明显缓和了。将该处放大查看效果更佳：



至于清除左边的四列，可以看到得到的图片已经基本上面目全非了，并且图片上有明显的纵向纹理（下图中方框内尤为明显），与预期符合：



为了更清晰看到像素点的变化，我们选取其中的一小块进行观察。本题中取 (81:88, 73:80) 部分进行观察：



如图可以看到，原图像在横向上有黑白的剧烈变化，但在清除了右侧的四列的小块中，剧烈变化得到了很大的缓和，即横向变化变得平缓了许多；而在清楚左侧四列的小块中，几乎只留下了纵向纹理，即几乎只有横向变化，而纵向变化不明显。这些均符合最开始的预期。

本题完整代码位于文件

### 将系数矩阵部分转置与旋转

下面对稀疏矩阵进行转置与旋转。

理论上分析，对于矩阵的转置，导致的结果是横向的变化幅度与纵向的变化幅度，即原来具有较强横向纹理的区块会变为较强的纵向纹理，原来具有较强纵向纹理的区块会变为较强的横向纹理。

更进一步注意到离散余弦变换和逆变换的公式：

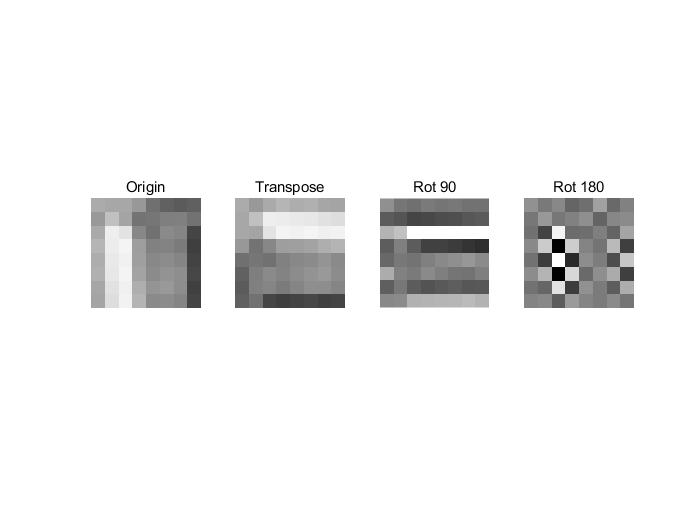
如果两边取转置：

会发现，系数矩阵的转置就是原矩阵转置的离散余弦变换！因此系数矩阵的转置做逆变换得到的就是原图像的转置！

对于矩阵旋转90度来说，由于对于一般的图片，低频分量是很大的，但是旋转90度会导致低频分量的系数变为了纵向变化高频分量的系数，因此得到的图片会有较强的横向纹理。

对于矩阵旋转180度来说，原来低频分量的系数变为了右下角的横纵向均高频的分量的系数，因此得到的图像应该会类似于棋盘状的黑白交替。

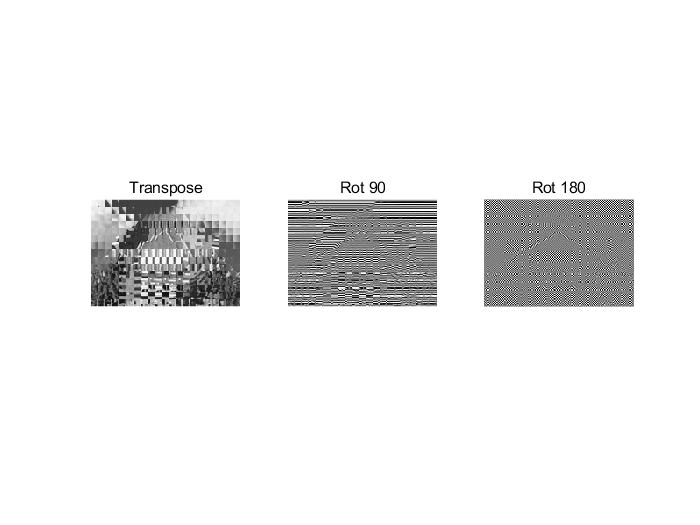
下面仍然取 (81:88, 73:80) 区块进行绘制：



可以看到，这块图片原来是有较强的纵向纹理的，即横向变化较为突出，而 在稀系数矩阵转置后得到的图片中，横向纹理比较突出。而且仔细观察就能发现，系数矩阵转置得到的图片就是原图片的转置，这与之前的理论分析是一致的。

对于旋转90度的图片来说，可以看到它有很强的横向纹理，即纵向色彩的变化非常剧烈；而系数矩阵旋转180度得到的图片也显然呈现棋盘状。这些与之前的理论分析也都是一致的。

下面将观察完整的图形：



由于图像时分成一个个小块进行变换的，因此转置的图像呈现出了明显的分块性——即每一块取转置再拼在一起，自然造成不连贯的结果。

对于旋转90度的图片，可以看到，图片显然呈现明显的横向纹理；而对于旋转180度的图片来说，其呈现的网格状、棋盘状也是符合预期的。

### 差分编码的频率响应

差分编码，即对序列取差分：

因此绘制零极点图和频响的代码为：

a = [1];

b = [1, -1];

figure(1);

zplane(b, a);

figure(2);

freqz(b, a);

可以得到零极点图和频响：