Nama : Timothy Benedict
NIM : 1905204070
Prodi : TI 19B

1\. a. $v = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

* $T(v) = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & +2(2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ +3 \end{pmatrix}$

b. $v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

* $T(v) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

c. $w = \begin{pmatrix} -1 \\ 11 \end{pmatrix}$

$T(v) = \begin{pmatrix} -1 \\ 11 \end{pmatrix}$

$\rightarrow \begin{pmatrix} v_1 & -v_2 \\ v_1 & +2v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 11 \end{pmatrix}$

$\rightarrow -3v_2 = -12$

$\boxed{v_2 = 4}$ $\boxed{v_1 = 3}$

2\. $T\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 - v_2 \\ v_1 + 2v_2 \end{pmatrix}$

* misal $u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ dan $v \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$

* $T(u+v) = T(u) + T(v)$

* $T\begin{pmatrix} u_1 + v_1 \\ u_2 + v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 + v_1 & -(u_2 + v_2) \\ u_1 + v_1 & +2(u_2 + v_2) \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} u_1 - u_2 \\ u_1 + 2u_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 - v_2 \\ v_1 + 2v_2 \end{pmatrix}$

$= T(u) + T(v)$ terbukti

* $T(cu) = cT(u)$

* $T\begin{pmatrix} ku_1 \\ ku_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ku_1 - ku_2 \\ ku_1 + 2ku_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k(u_1 - u_2) \\ k(u_1 + 2u_2) \end{pmatrix}$

$= k\begin{pmatrix} u_1 - u_2 \\ u_1 + 2u_2 \end{pmatrix} = kT(u)$ ✓

3\. $f(x) = x + 1$

* asumsikan x dan y adalah vektor di

* $f(x+y) = x + y + 1$ (bukan tf linear karena tidak sama dengan $f(x) + f(y)$)

4\. a. Zero transformation adalah transformasi yang memetakan $T : V \rightarrow W$ dan $T(v) = 0$ untuk setiap v dalam V linear

Contoh : Jika terdapat pemetaan $T : V \rightarrow W$ dengan $T(v) = Av$ dan $T(v_1, v_2) = (v_1 - v_1, v_2 - v_2)$ maka,

$T(u+v) = \begin{pmatrix} (u_1 + v_1) - (u_1 + v_1) \\ (u_2 + v_2) - (u_2 + v_2) \end{pmatrix} = 0$

b. Identity operator adalah pemetaan $I : V \to V$ dimana $I(v) = v$

contoh : jika terdapat pemetaan $T : V \to W$ dengan $T(v_1, v_2) = (v_1, v_2)$

maka $T(U+V) = \begin{pmatrix} U_1 + V_1 \\ U_2 + V_2 \end{pmatrix} = U + V$

5. $v_1 = (1,0,0)$, $v_2 = (0,1,0)$, $v_3 = (0,0,1)$

$T(v_1) = (2,-1,4)$; $T(v_2) = (1,5,-2)$, $T(v_3) = (0,3,1)$

asumsikan

$$x = c_1 v_1 + c_2 v_2 + c_3 v_3$$

$$(x_1, x_2, x_3) = c_1(1,0,0) + c_2(0,1,0) + c_3(0,0,1)$$

bisa ditulis dengan

$$c_1 = x_1 \; ; \; c_2 = x_2 \; ; \; c_3 = x_3$$

$$(x_1, x_2, x_3) = x_1(1,0,0) + x_2(0,1,0) + x_3(0,0,1)$$

$$= x_1 v_1 + x_2 v_2 + x_3 v_3$$

$$T(x_1, x_2, x_3) = x_1(2,-1,4) + x_2(1,5,-2) + x_3(0,3,1)$$

$$= \begin{pmatrix} 2x_1 + x_2 + 0 \\ -x_1 + 5x_2 + 3x_3 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 \end{pmatrix}$$

$$T(2,3,-2) = \begin{pmatrix} 2(2) + 3 & & \\ -2 & + 5(3) & + 3(-2) \\ 4(2) & - 2(3) & + (-2) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$$

6. $T(v) = Av = \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$

a. $v = (2,-1)$

$$T(v) = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3v_1 \\ 2v_1 + v_2 \\ -v_1 - 2v_2 \end{bmatrix}$$

$$T(v) = \begin{pmatrix} 3(2) \\ 2(2) + (-1) \\ -(2) - 2(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b. $T \quad R^2 \to R^3$

$$T(v) = \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 3v_1 \\ 2v_1 + v_2 \\ -v_1 - 2v_2 \end{vmatrix}$$

$$R^2 \to R^3$$

7. a. $A_{3\times 3}$ untuk $T: R^n \to R^m$ $n = 3$ dan $m = 3$
b. $A_{3\times 2}$ untuk $T: R^n \to R^m$ $n = 2$ dan $m = 3$
c. $A_{2\times 4}$ untuk $T: R^n \to R^m$ $n = 4$ dan $m = 2$

8. $F(x, y) = (x+y, x-y, 2xy)$
$F(U+V) = (U_1+V_1+U_2+V_2, U_1+V_1-(U_2+V_2), 2(U_1+V_1)(U_2+V_2))$
$= ((U_1+U_2)+(V_1+V_2), (U_1-U_2)+(V_1-V_2), 2(U_1U_2+U_1V_2+V_1U_2+V_1V_2))$
$\to$ bukan Linear

9. $F(x, y, z) = (2x+y, 5y+z)$
$F(U+V) = (2(U_1+V_1)+(U_2+V_2), 5(U_2+V_2)+(U_3+V_3))$
$= ((2U_1+U_2)+(2V_1+V_2), 5(U_2+U_3)+(5V_2+V_3))$
$= ((2U_1+U_2), (5U_2+U_3)) + ((2V_1+V_2), (5V_2+V_3))$ (linear)
$F(kU) = (2kU_1+kU_2, 5kU_2+kU_3)$
$= (k(2U_1+U_2), k(5U_2+U_3))$
$= k((2U_1+U_2), (5U_2+U_3))$
$= kF(U)$ (linear)

10. Kernel merupakan $T: V \to W$ yg merupakan transformasi linear, dan himpunan - himpunan vektor di V yang dipetakan ke vektor nol di W. Jangkauan (T) ialah himpunan semua vektor - vektor di W yang merupakan bayangan (T) dan selanjutnya dinotasikan dengan (R(T))