

§3. НЕСОБСТВЕННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

3803. Вычислить интеграл Эйлера - Пуассона

$$I = \int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx,$$

исходя из формулы

$$I^2 = \int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx \int_0^{+\infty} x e^{-x^2 y^2} dy.$$

Пользуясь интегралом Эйлера - Пуассона, найти величины интегралов:

$$\mathbf{3804.} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(ax^2+2bx+c)} dx \quad (a > 0, \quad ac - b^2 > 0).$$

$$\mathbf{3805.} \int_{-\infty}^{+\infty} (a_1 x^2 + 2b_1 x + c_1) e^{-(ax^2+2bx+c)} dx.$$

$$(a > 0, \quad ac - b^2 > 0)$$

$$\mathbf{3806.} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} chbx dx \quad (a > 0).$$

$$\mathbf{3807.} \int_0^{+\infty} e^{-(x^2+a^2/x^2)} dx \quad (a > 0).$$

$$\mathbf{3808.} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\alpha x^2} - e^{-\beta x^2}}{x^2} dx \quad (\alpha > 0, \quad \beta > 0).$$

$$\mathbf{3809.} \int_0^{+\infty} e^{-ax^2} \cos bx dx \quad (a > 0).$$

$$\mathbf{3810.} \int_0^{+\infty} x e^{-ax^2} \sin bx dx \quad (a > 0).$$

$$\mathbf{3811.} \int_0^{+\infty} x^{2n} e^{-x^2} \cos 2bx dx \quad (n \in \mathbb{N}).$$

3811.1. Доказать, что

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \int_{-\delta}^{\delta} e^{-axt^2} dt = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (a > 0, \quad \delta > 0).$$

3812. Исходя из интеграла

$$I(\alpha) = \int_0^{+\infty} e^{-ax} \frac{\sin \beta x}{x} dx \quad (\alpha \geq 0),$$

ОТДЕЛ VIII. ИНТЕГРАЛЫ, ЗАВИСЯЩИЕ ОТ ПАРАМЕТРА

вычислить интеграл Дирихле

$$D(\beta) = \int_0^{+\infty} \frac{\sin \beta x}{x} dx.$$

3812.1. Какой примерно вид имеет график *интегрального синуса*

$$y = Si\ x,$$

где

$$Si\ x = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt.$$

Используя интегралы Дирихле и Фруллани, найти величины интегралов:

$$\mathbf{3813.} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\alpha x^2} - \cos \beta x}{x^2} dx \quad (\alpha > 0).$$

$$\mathbf{3814.} \int_0^{+\infty} \frac{\sin \alpha x \sin \beta x}{x} dx \quad (|\alpha| \neq |\beta|).$$

$$\mathbf{3815.} \int_0^{+\infty} \frac{\sin \alpha x \cos \beta x}{x} dx. \quad \mathbf{3816.} \int_0^{+\infty} \frac{\sin^3 \alpha x}{x} dx.$$

$$\mathbf{3817.} \int_0^{+\infty} \left(\frac{\sin \alpha x}{x} \right)^2 dx. \quad \mathbf{3818.} \int_0^{+\infty} \left(\frac{\sin \alpha x}{x} \right)^3 dx.$$

$$\mathbf{3819.} \int_0^{+\infty} \frac{\sin^4 x}{x^2} dx.$$

$$\mathbf{3820.} \int_0^{+\infty} \frac{\sin^4 \alpha x - \sin^4 \beta x}{x} dx \quad (\alpha \beta \neq 0).$$

$$\mathbf{3821.} \int_0^{+\infty} \frac{\sin(x^2)}{x} dx.$$