

玩儿转图论算法

liuyubobobo

慕课网【玩转图论算法】
讲师：liuyubobobo
云从昂昂很酷
版权所有 © liuyubobobo

网络流

liuyubobobo

慕课网【玩转图论算法】
讲师：liuyubobobo
云从 君有傻权限
版权归所有

网络流模型和最大流问题

liuyubobobo

网络流模型和最大流问题

一个有向图

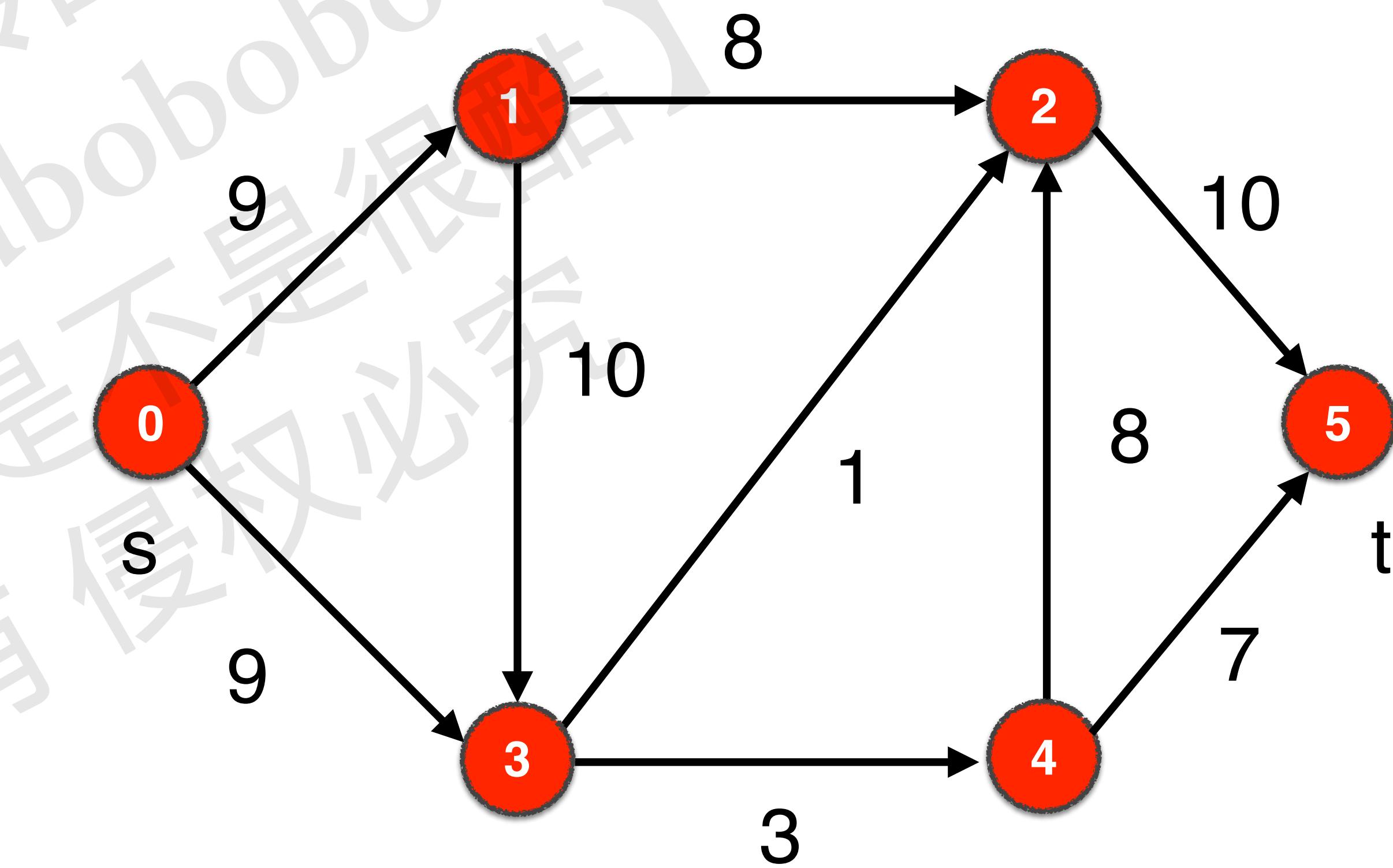
一个源点（入度为0），
一个汇点（出度为0）

边上有非负权值，表示容量

水管

交通

网络



网络流模型和最大流问题

一个有向图

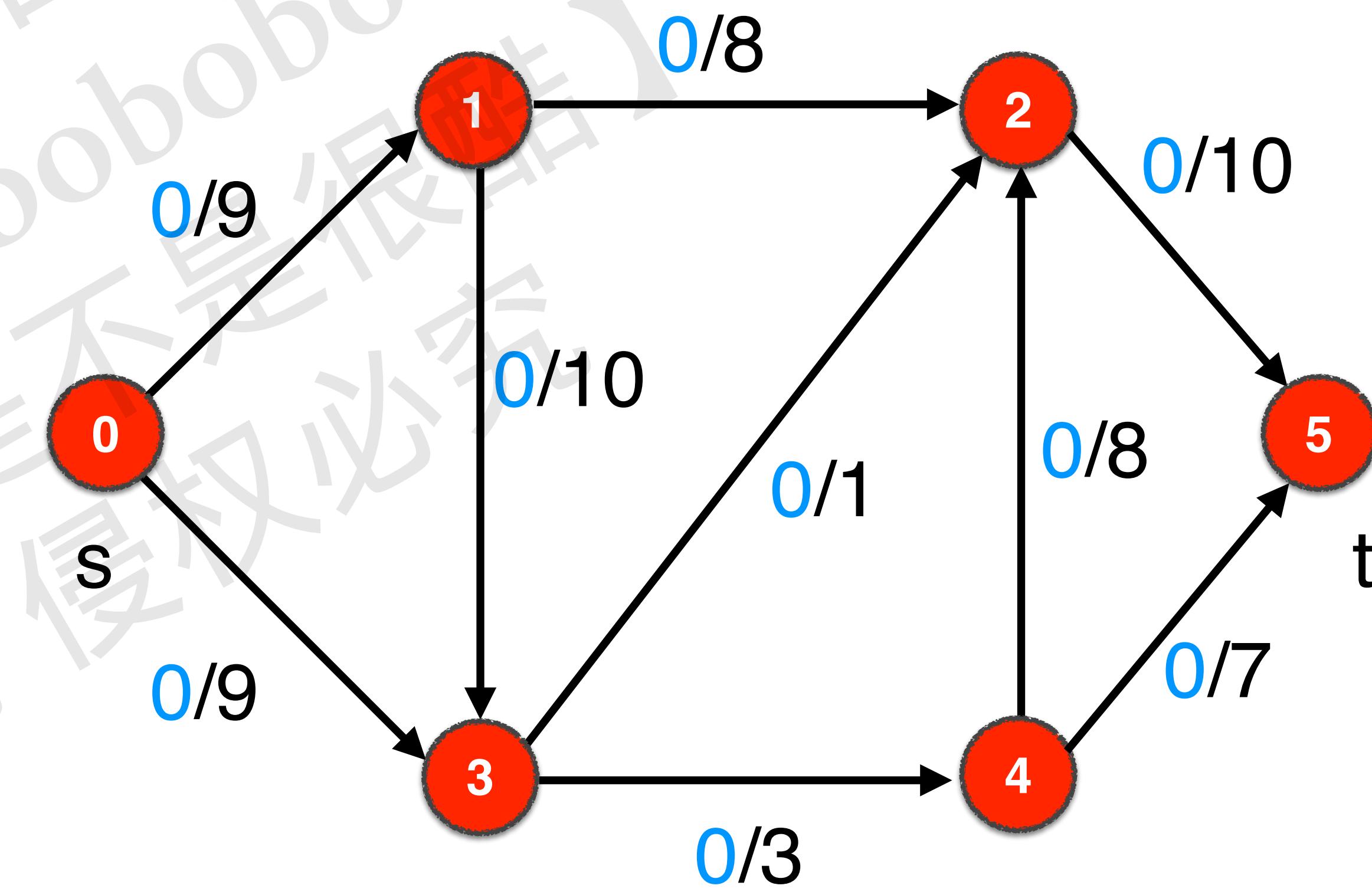
一个源点（入度为0），
一个汇点（出度为0）

边上有非负权值，表示容量

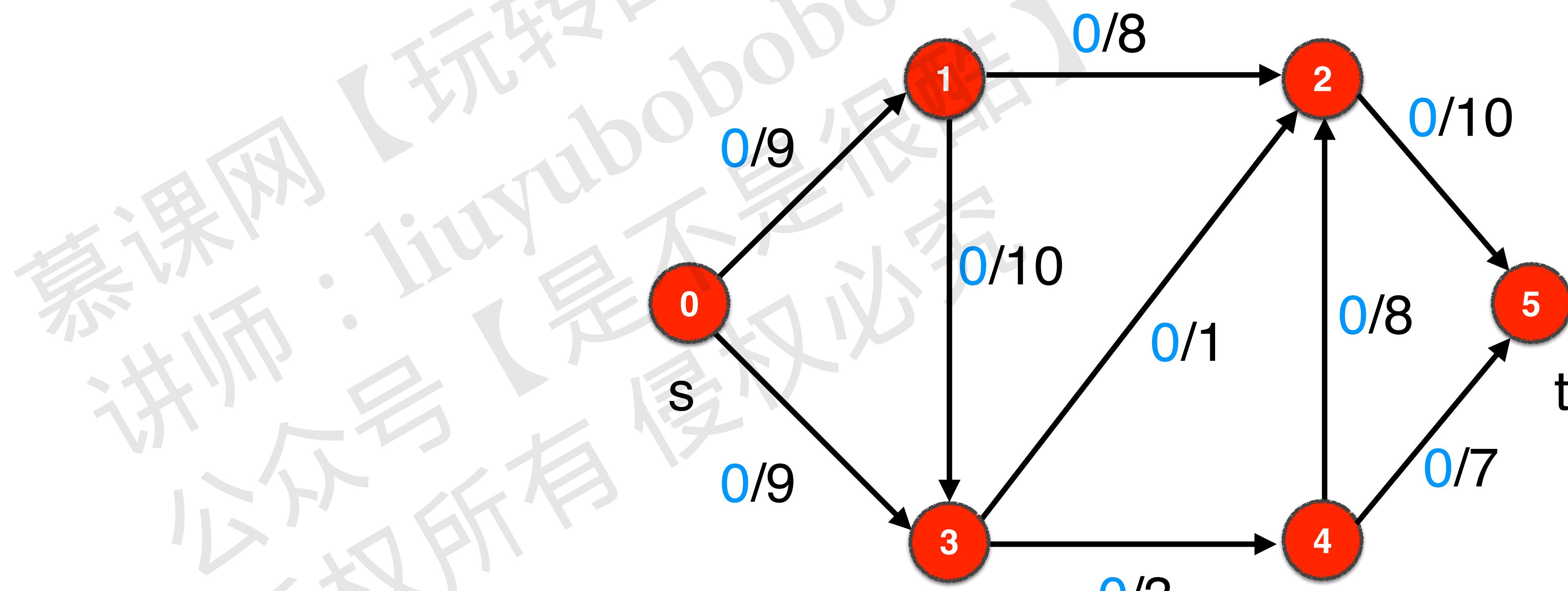
水管

交通

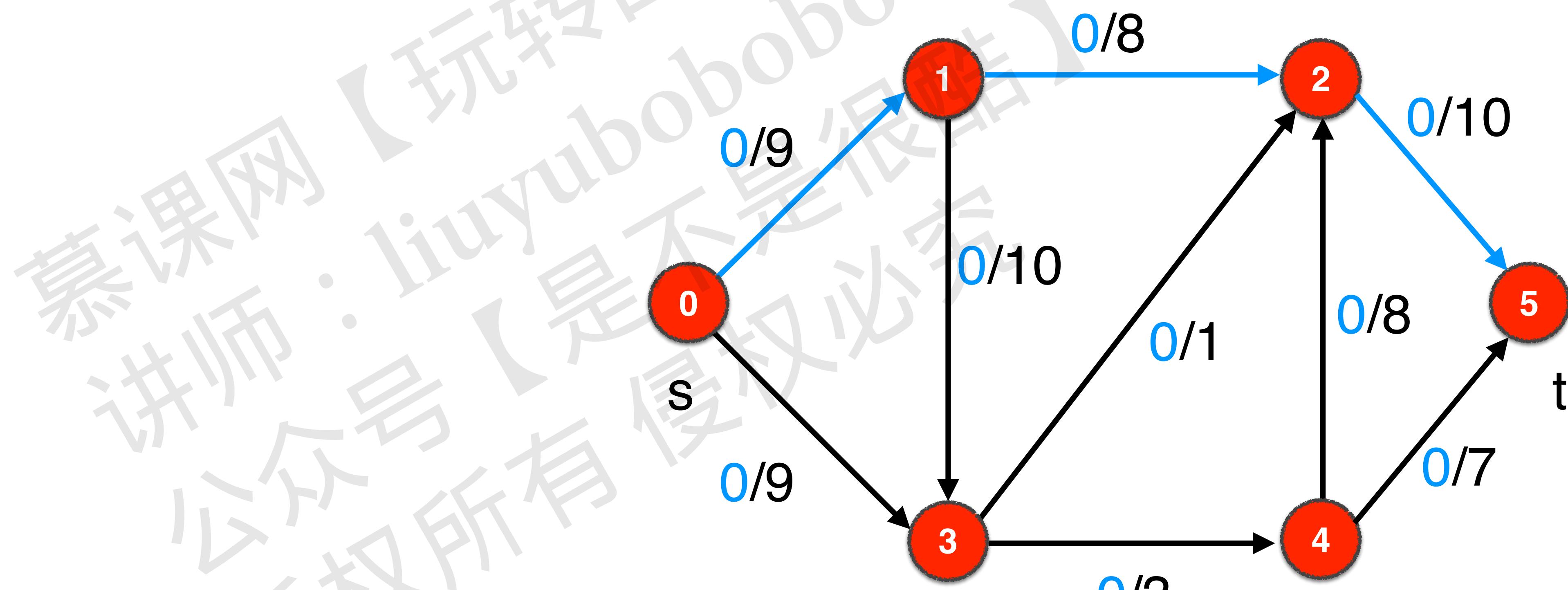
网络



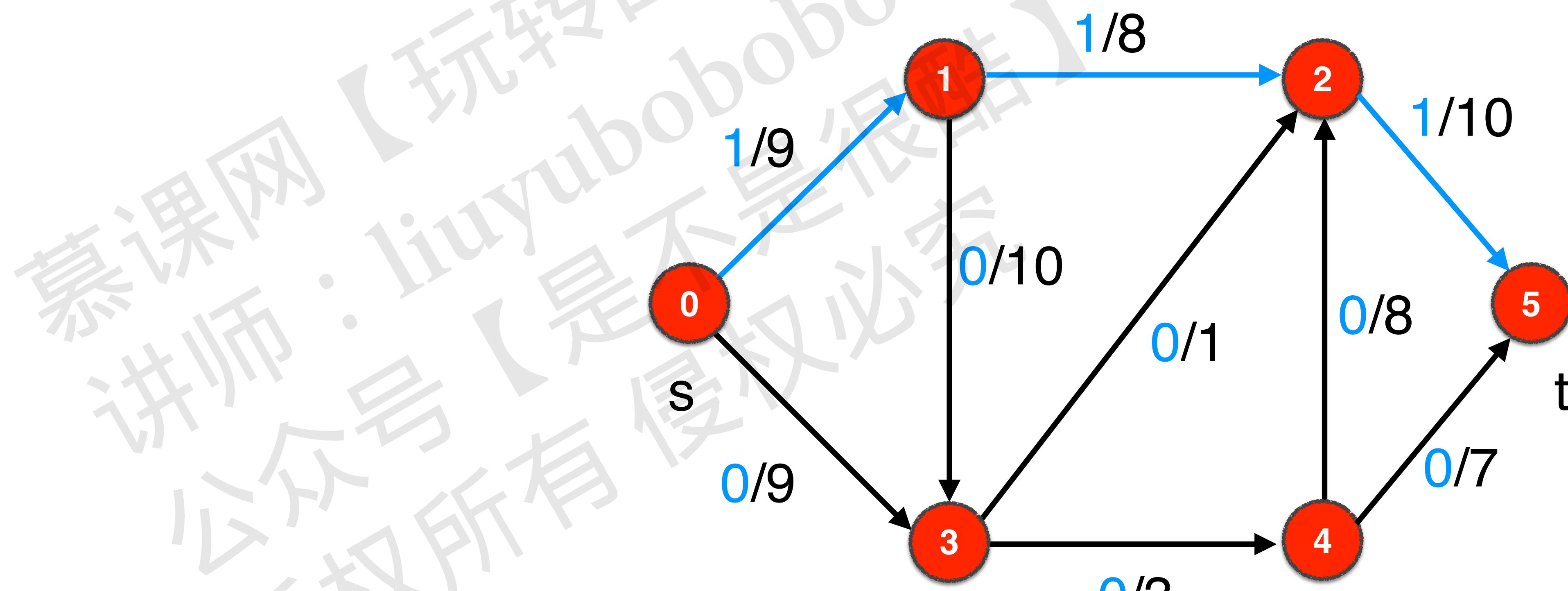
网络流模型和最大流问题



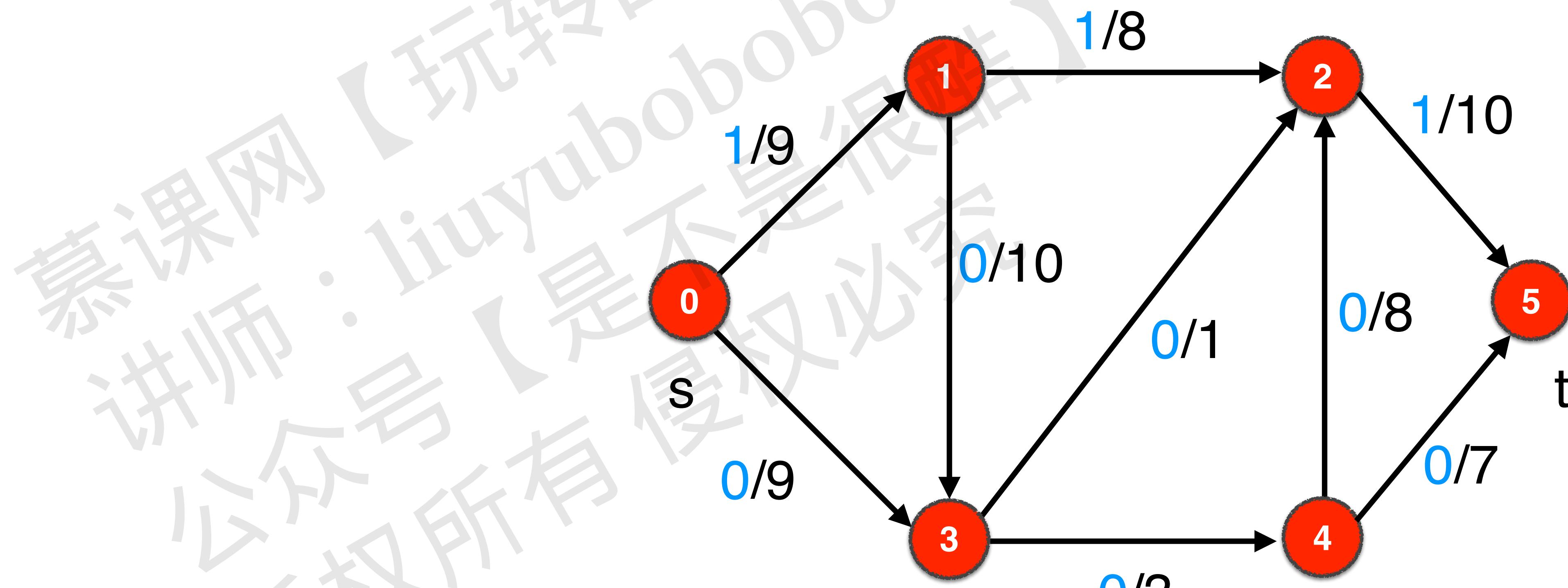
网络流模型和最大流问题



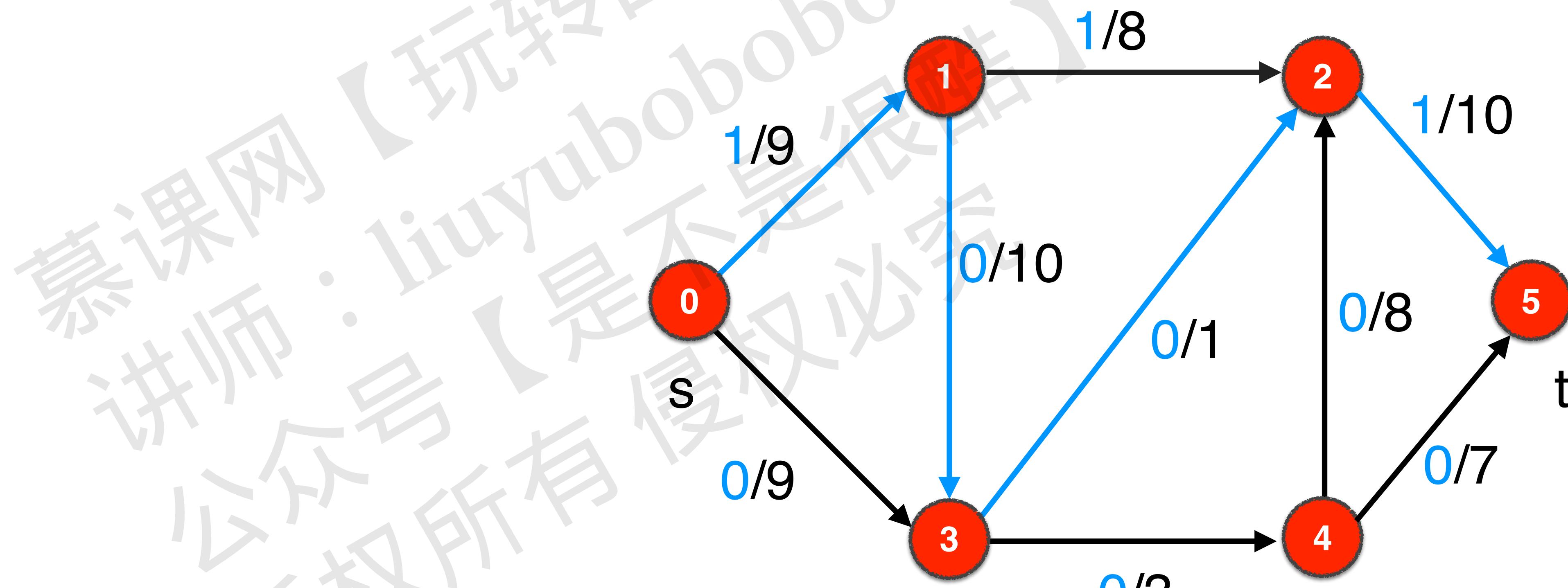
网络流模型和最大流问题



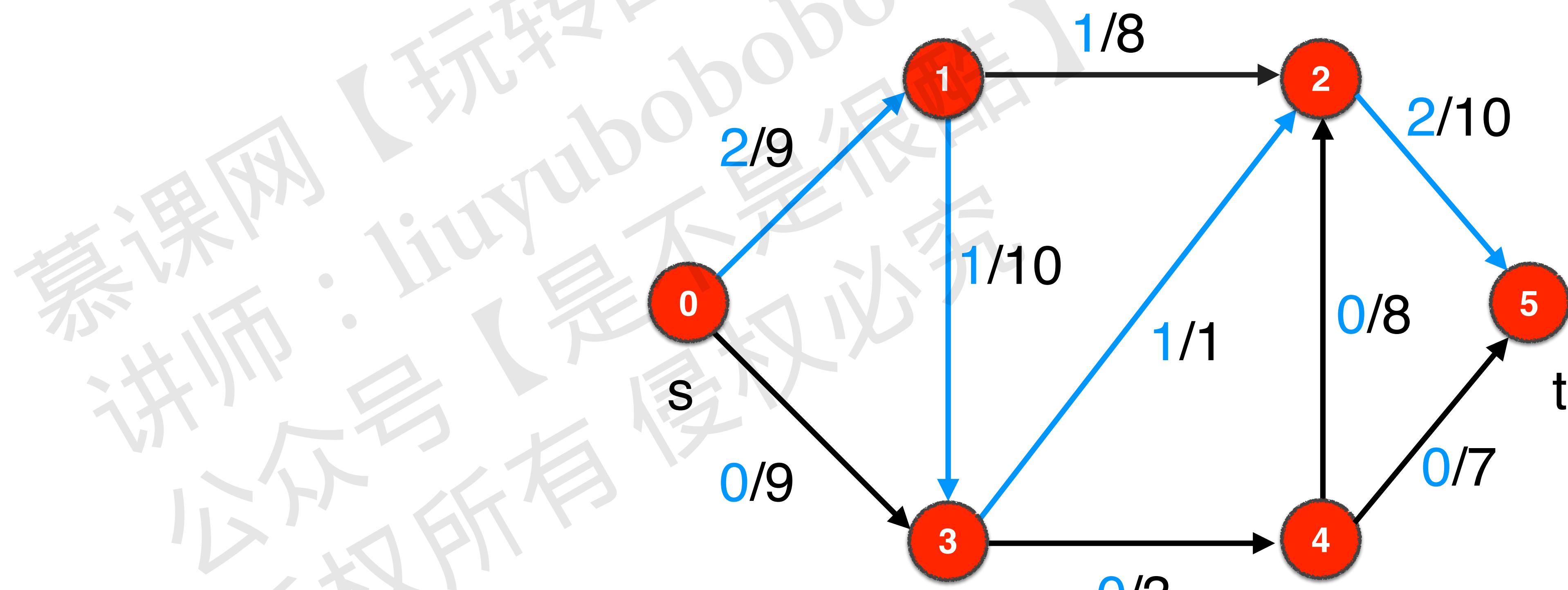
网络流模型和最大流问题



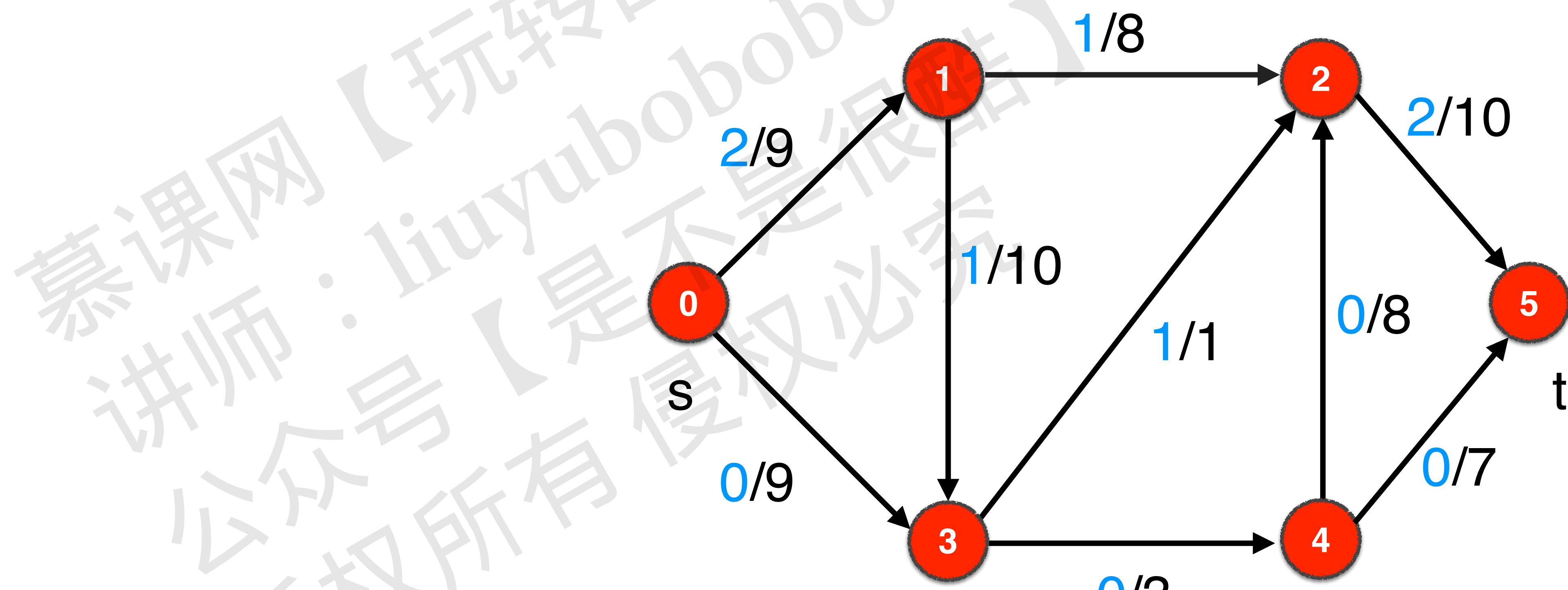
网络流模型和最大流问题



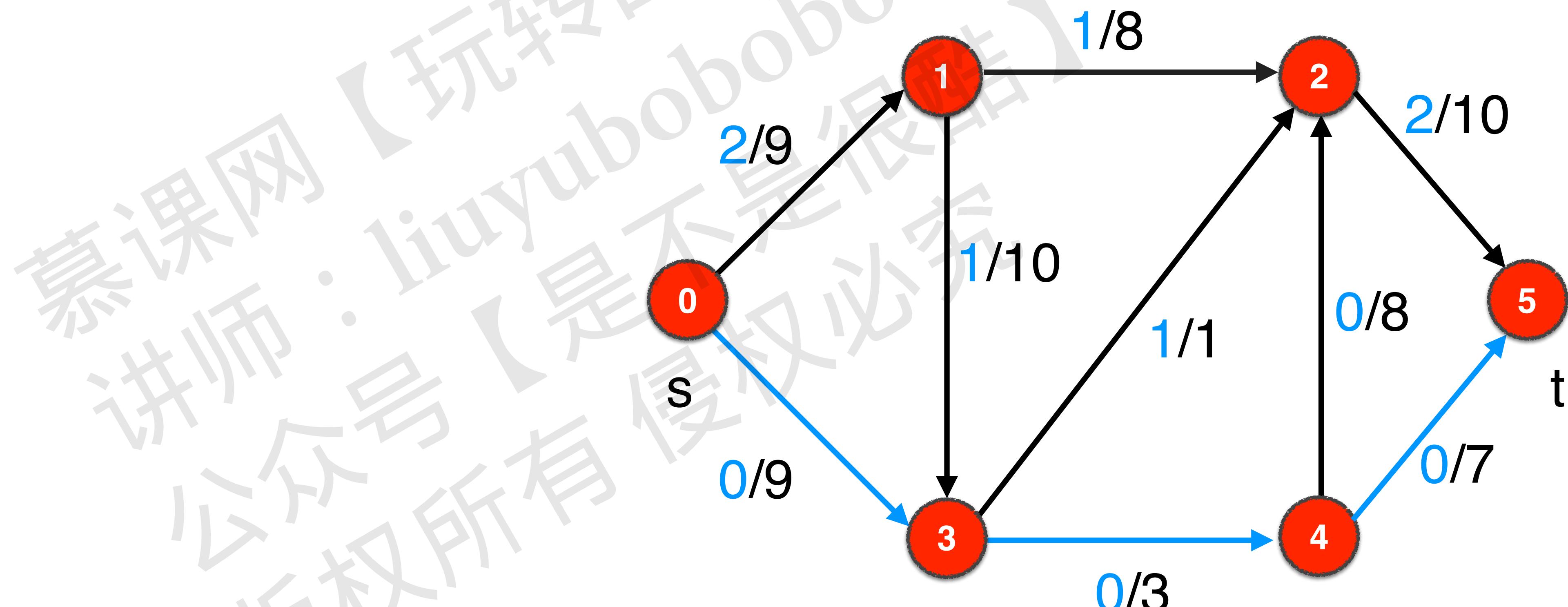
网络流模型和最大流问题



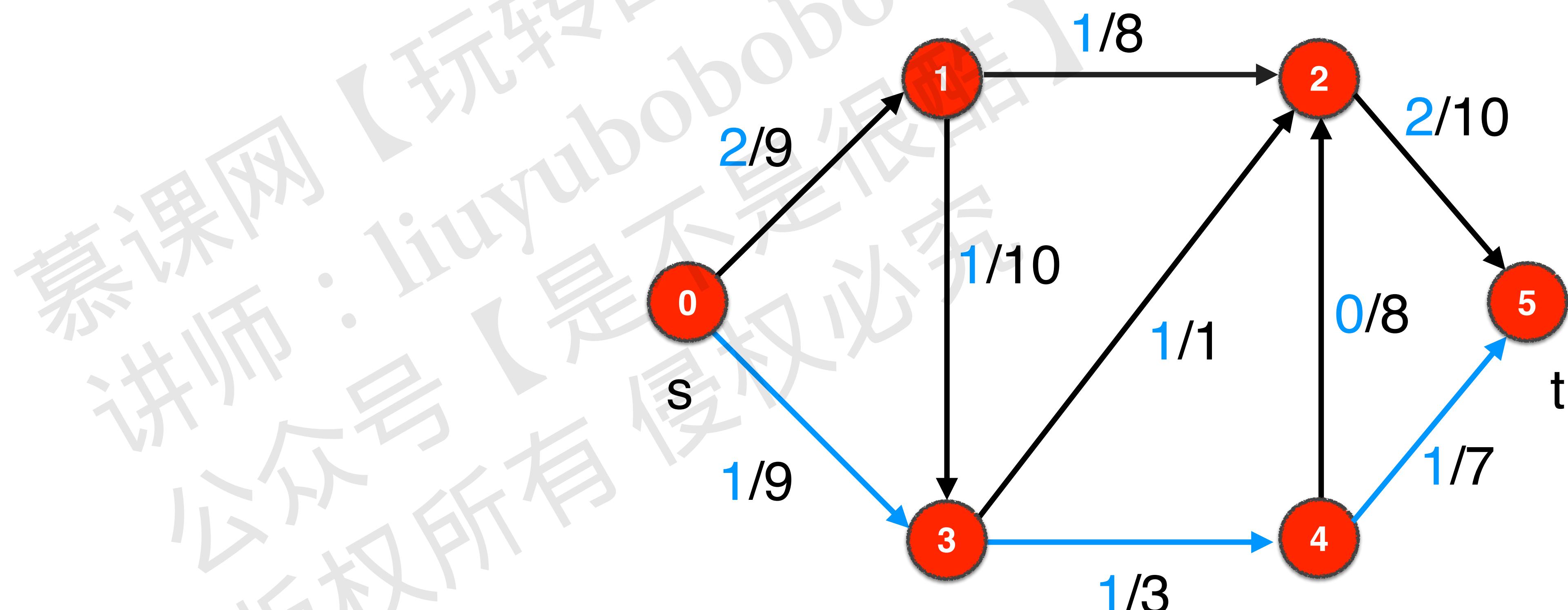
网络流模型和最大流问题



网络流模型和最大流问题



网络流模型和最大流问题



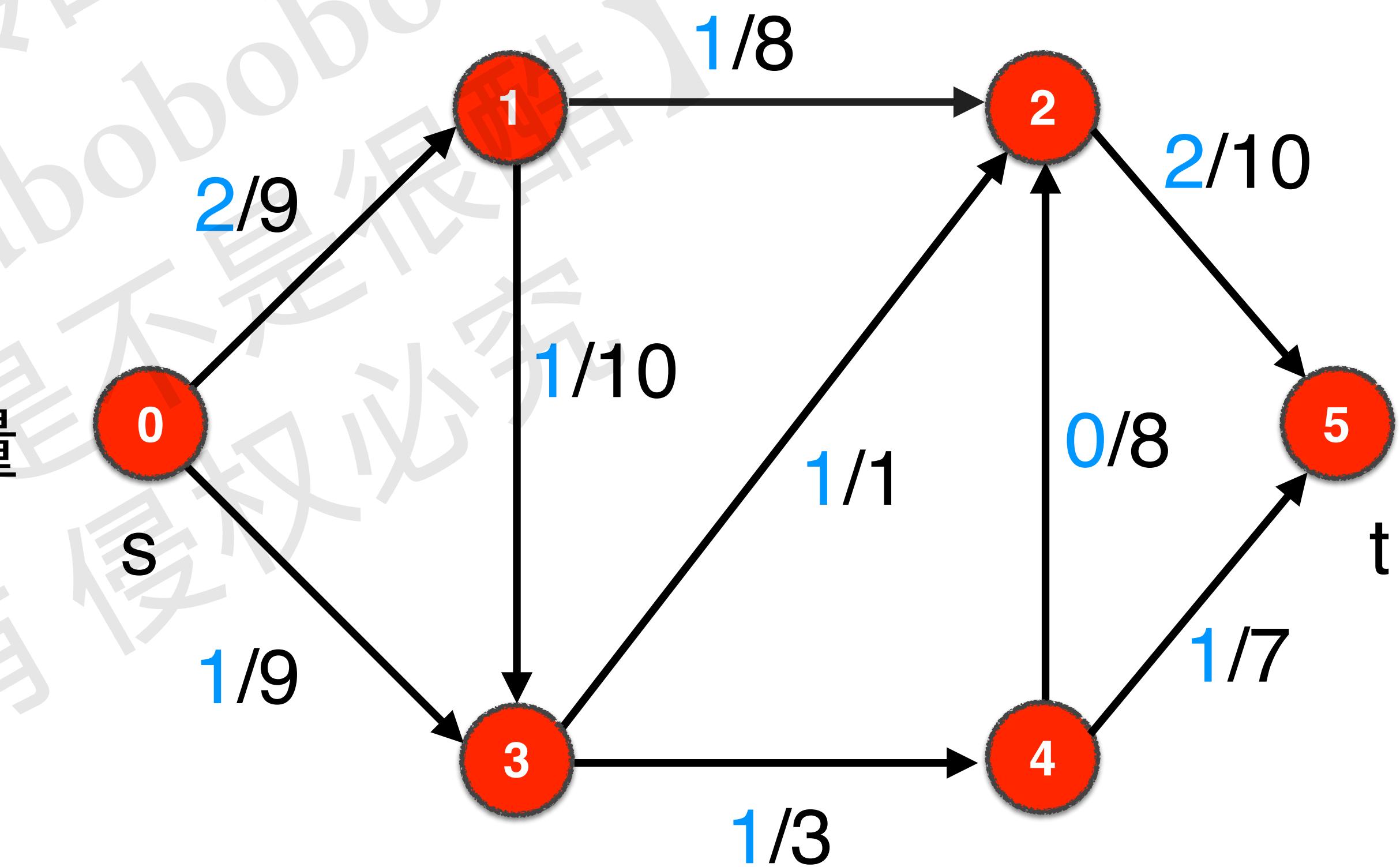
网络流模型和最大流问题

容量限制

平衡限制：除了源点和汇点
对于每一个点，流入量等于流出量

从源点流出的流量，
一定等于最终汇入汇点的流量

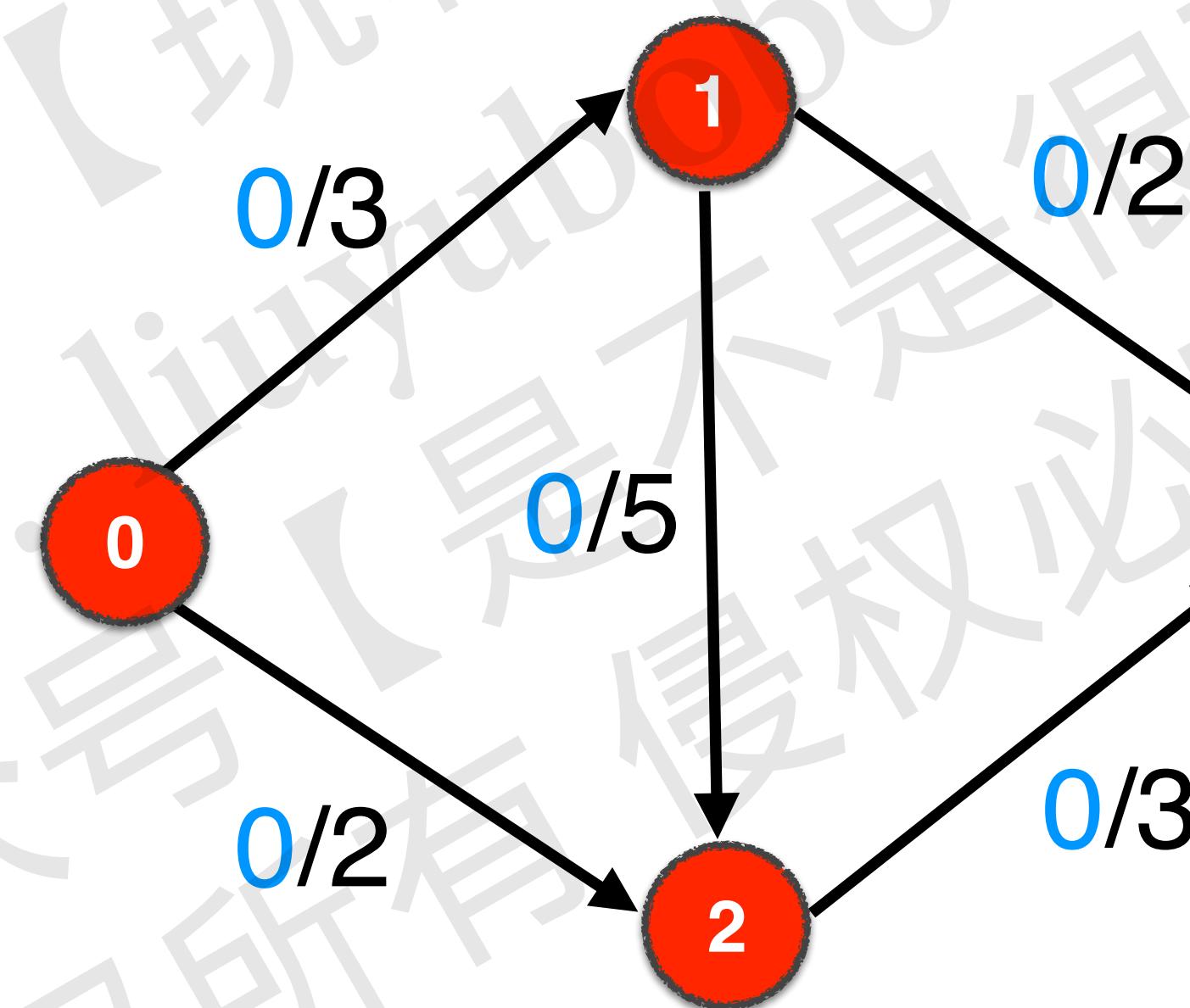
最大流问题：最大流量是多少？



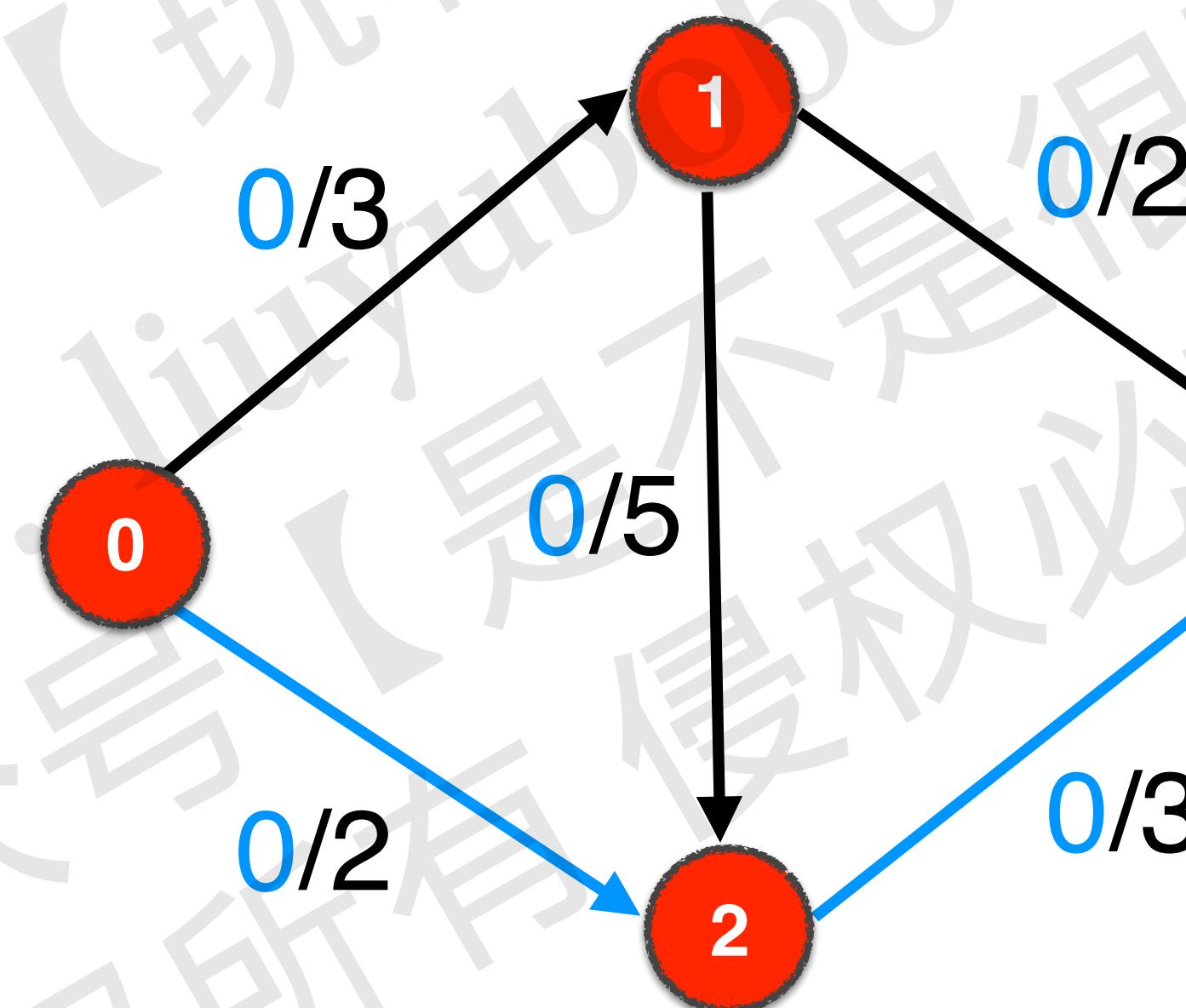
Ford-Fulkerson 思想

liuyubobobo

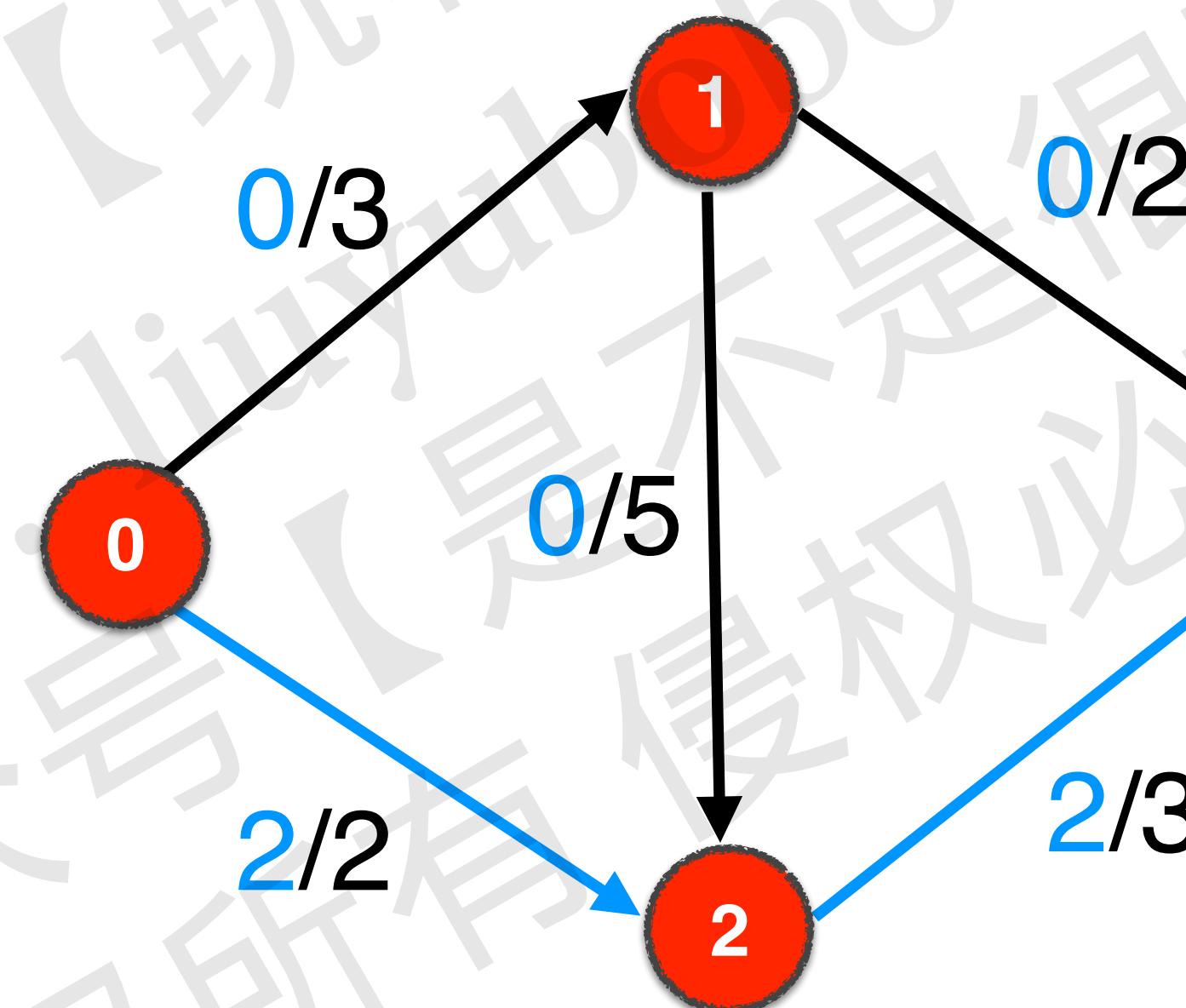
Ford-Fulkerson 思想



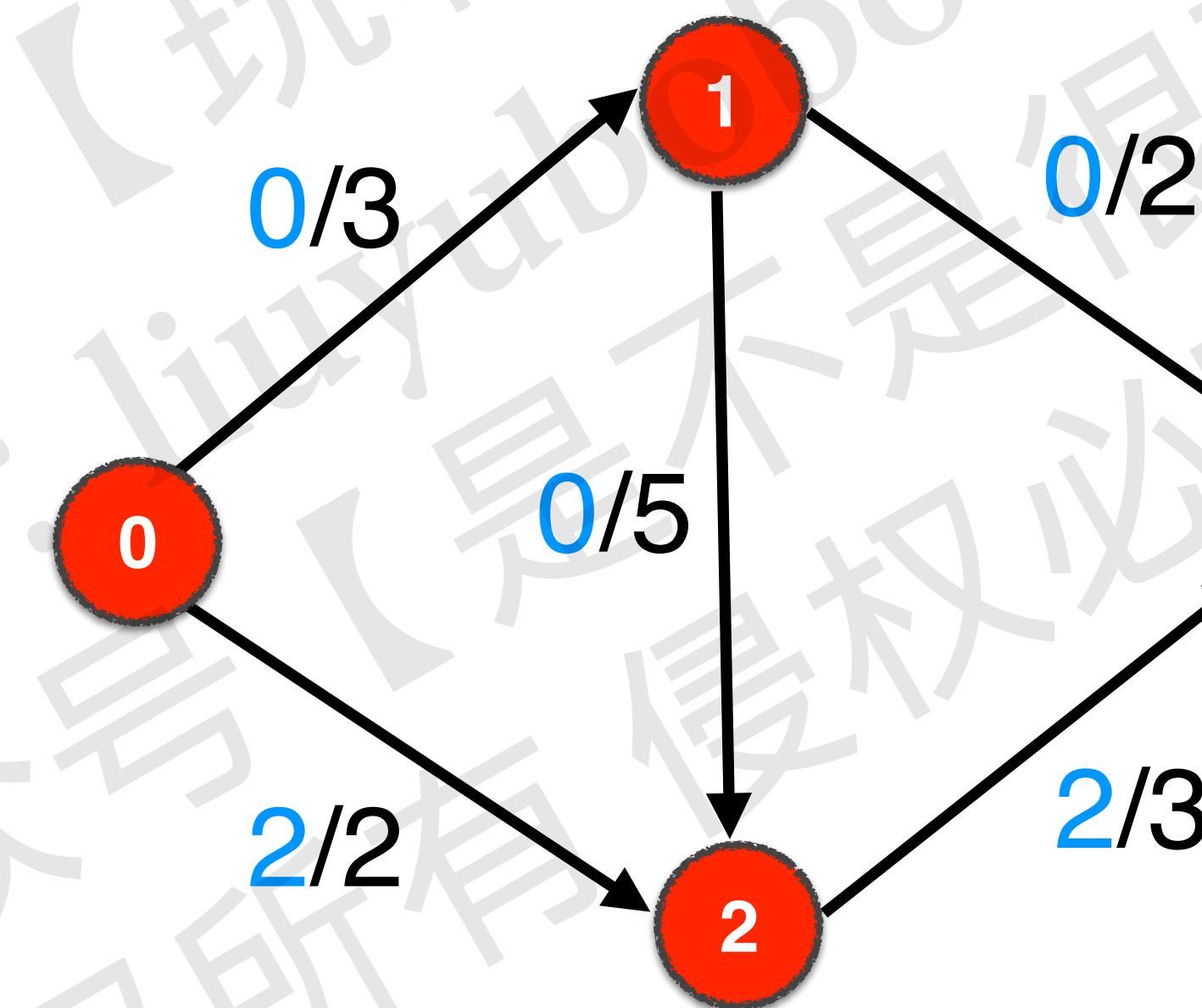
Ford-Fulkerson 思想



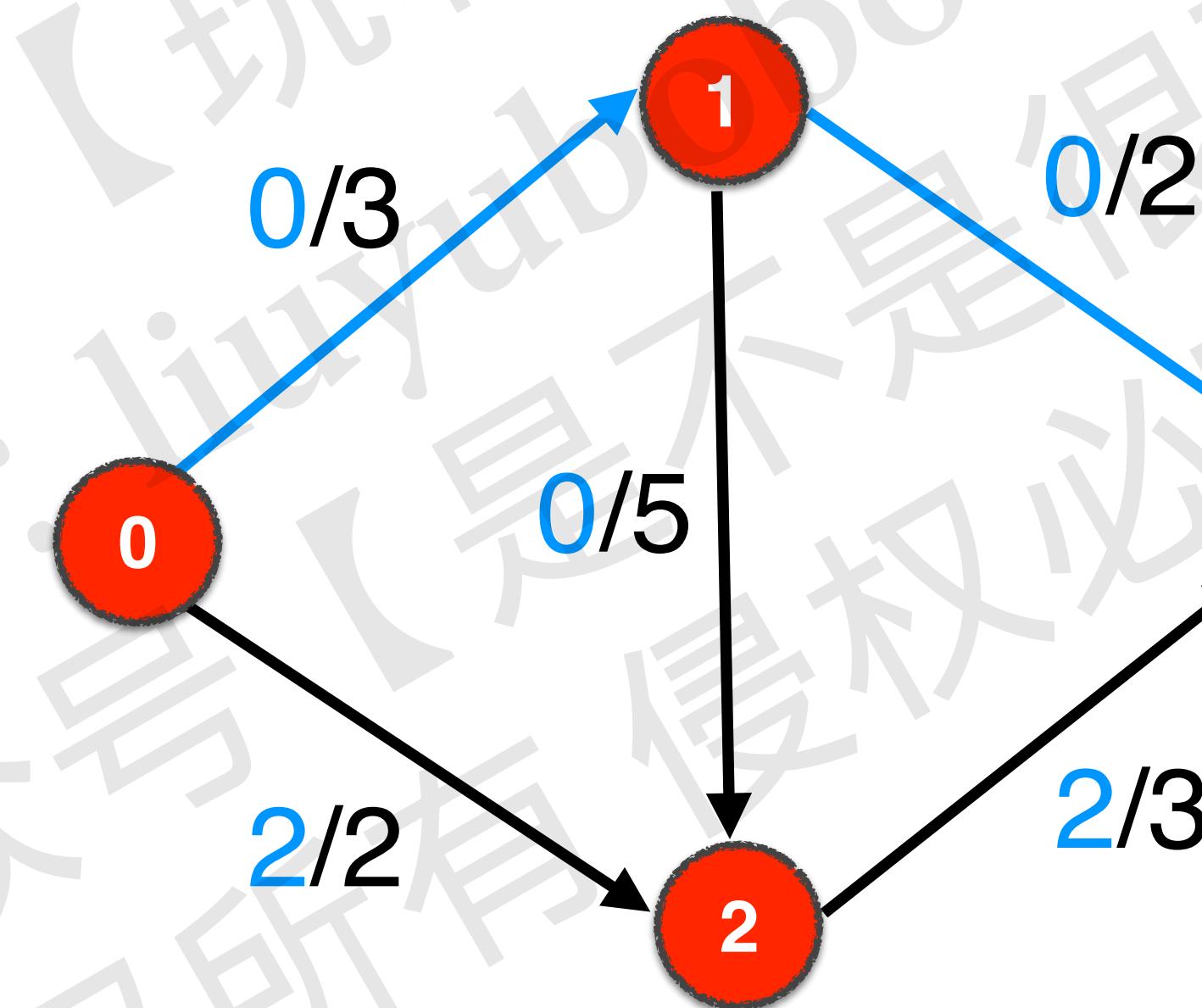
Ford-Fulkerson 思想



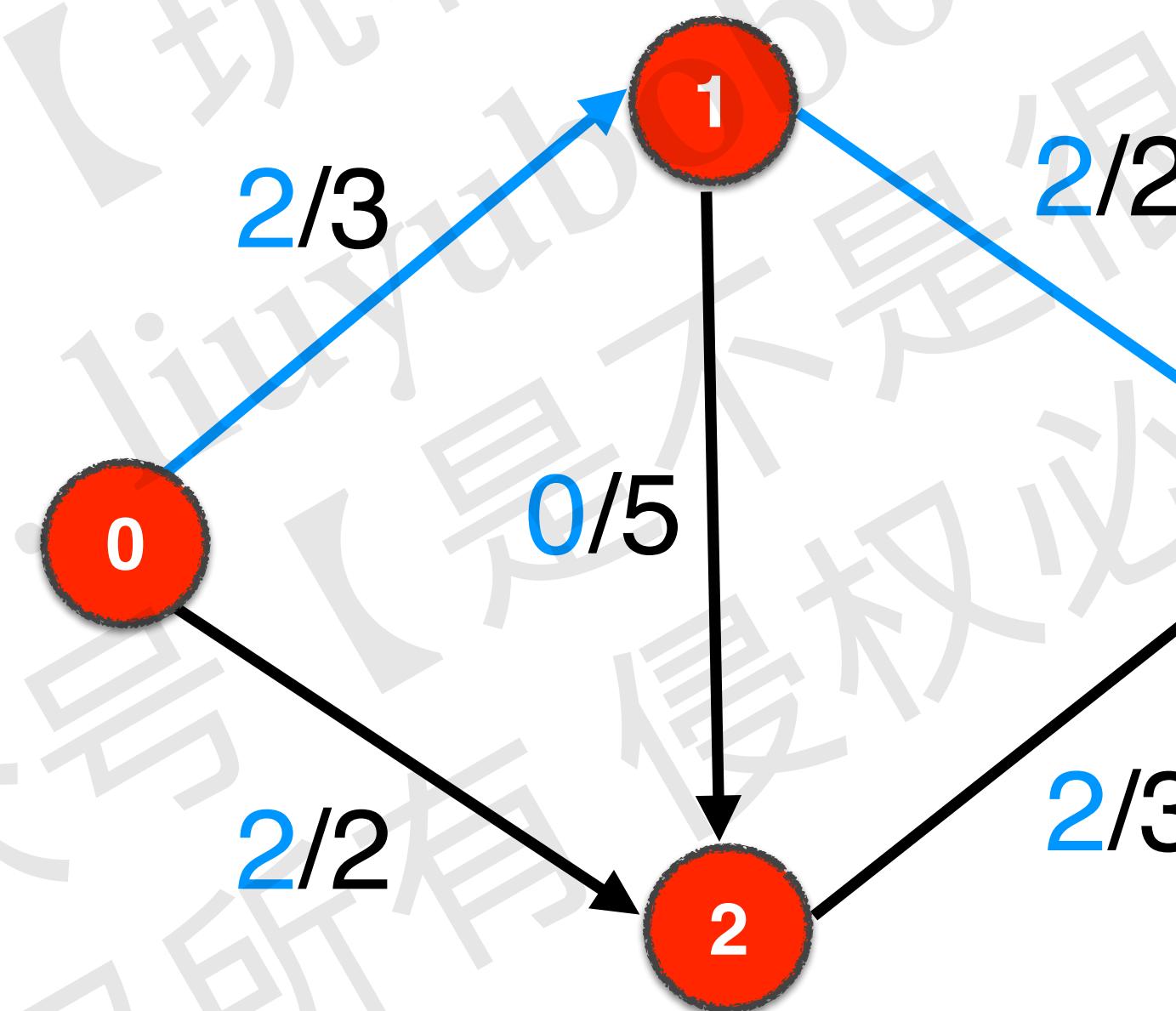
Ford-Fulkerson 思想



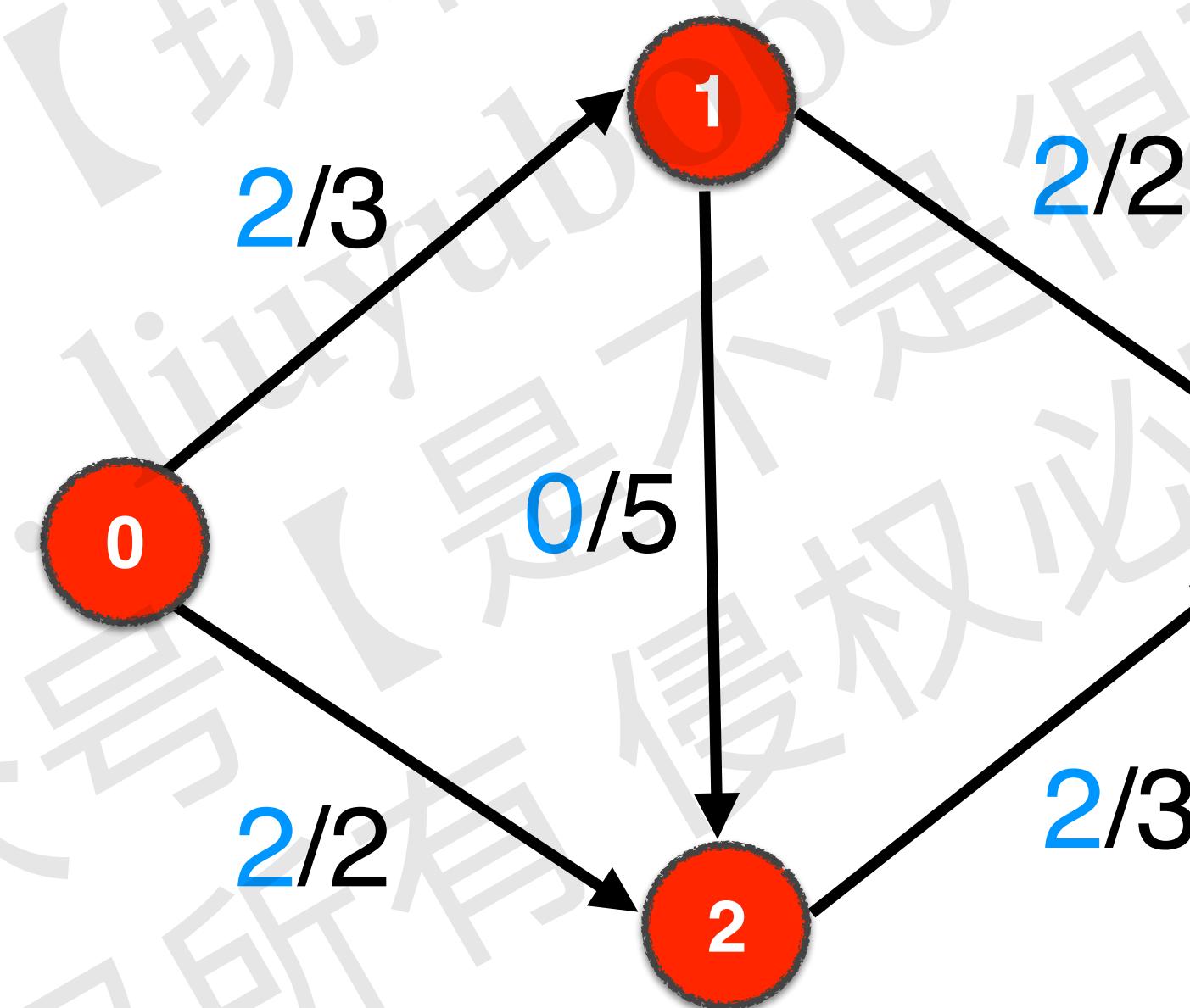
Ford-Fulkerson 思想



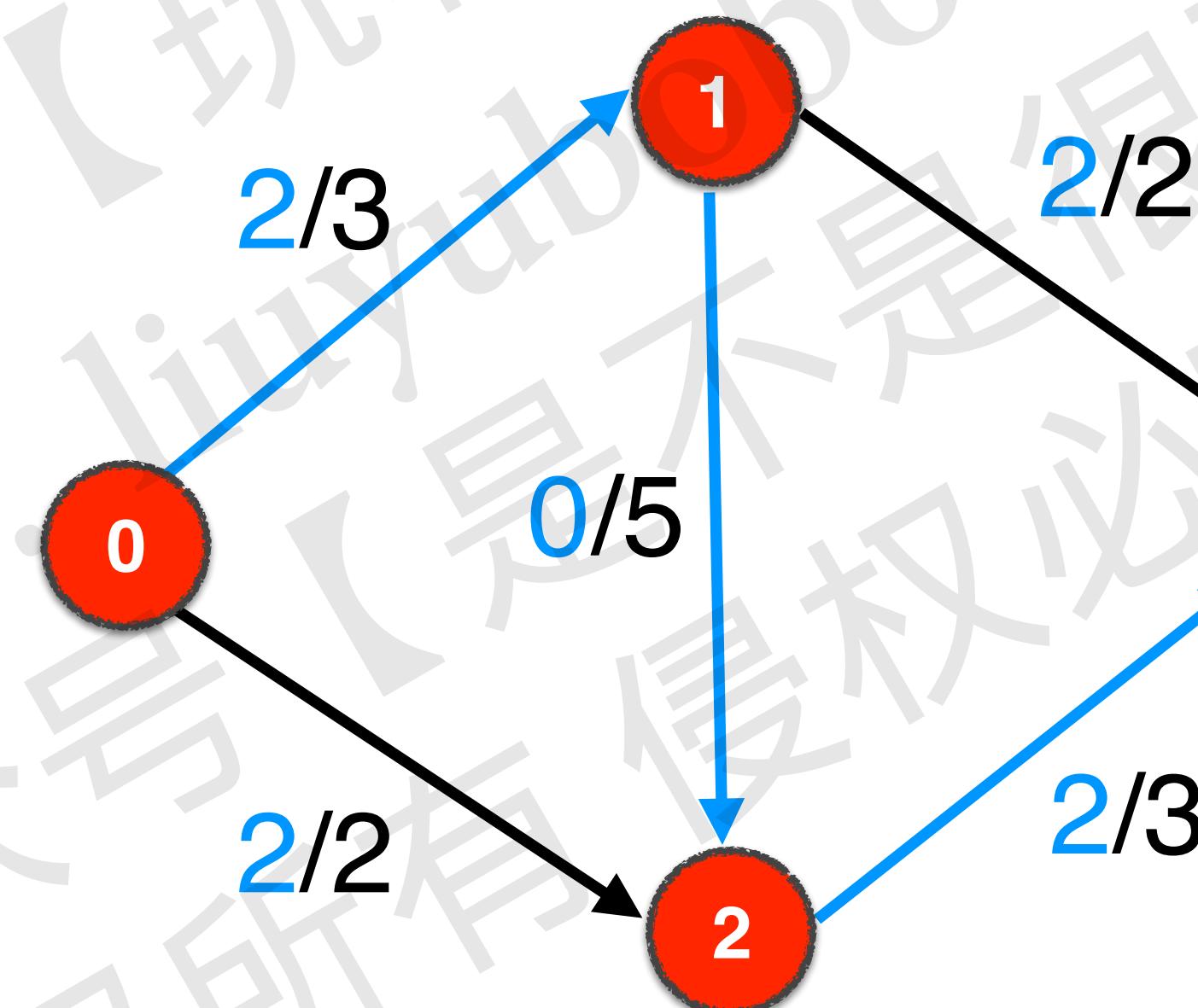
Ford-Fulkerson 思想



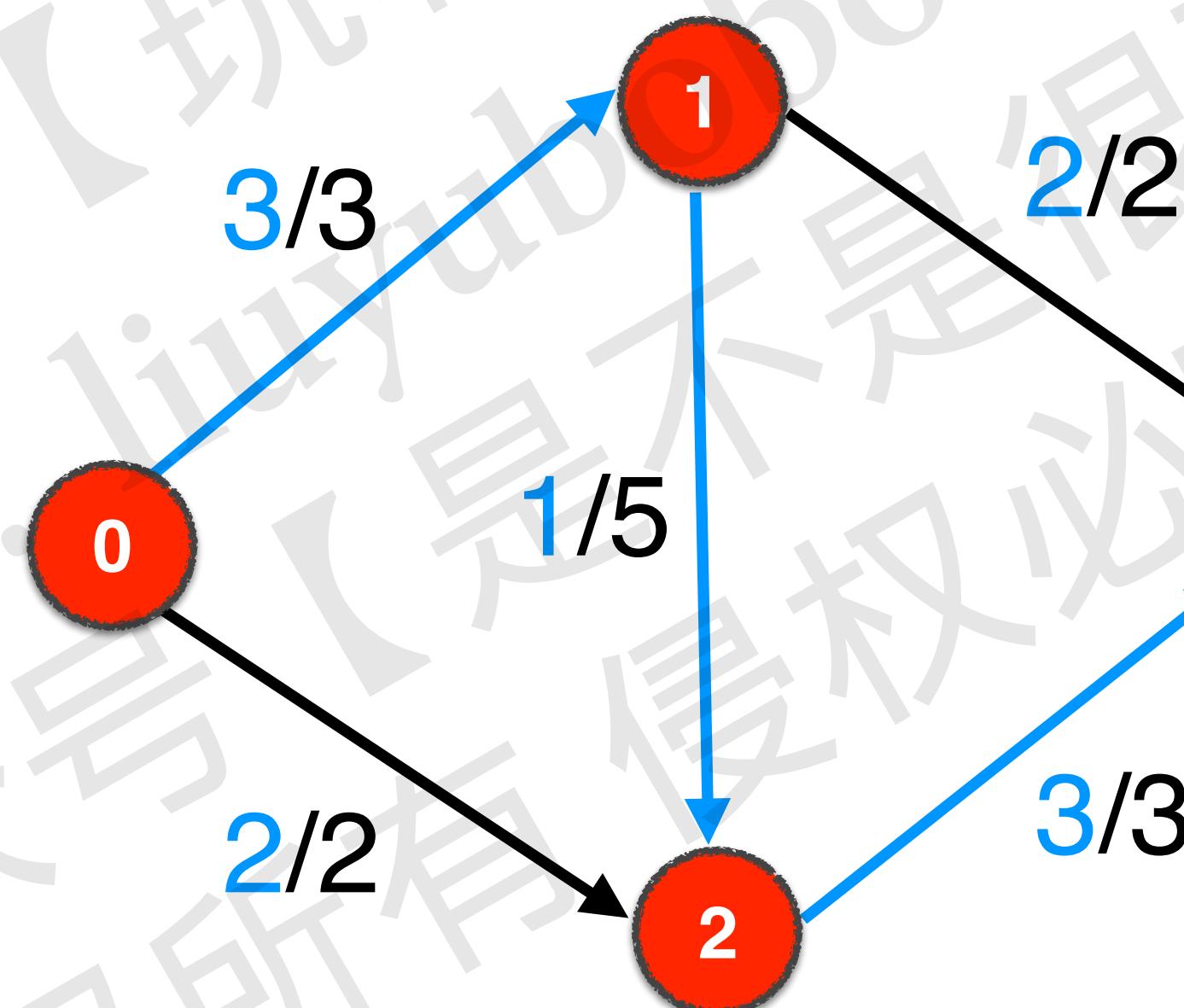
Ford-Fulkerson 思想



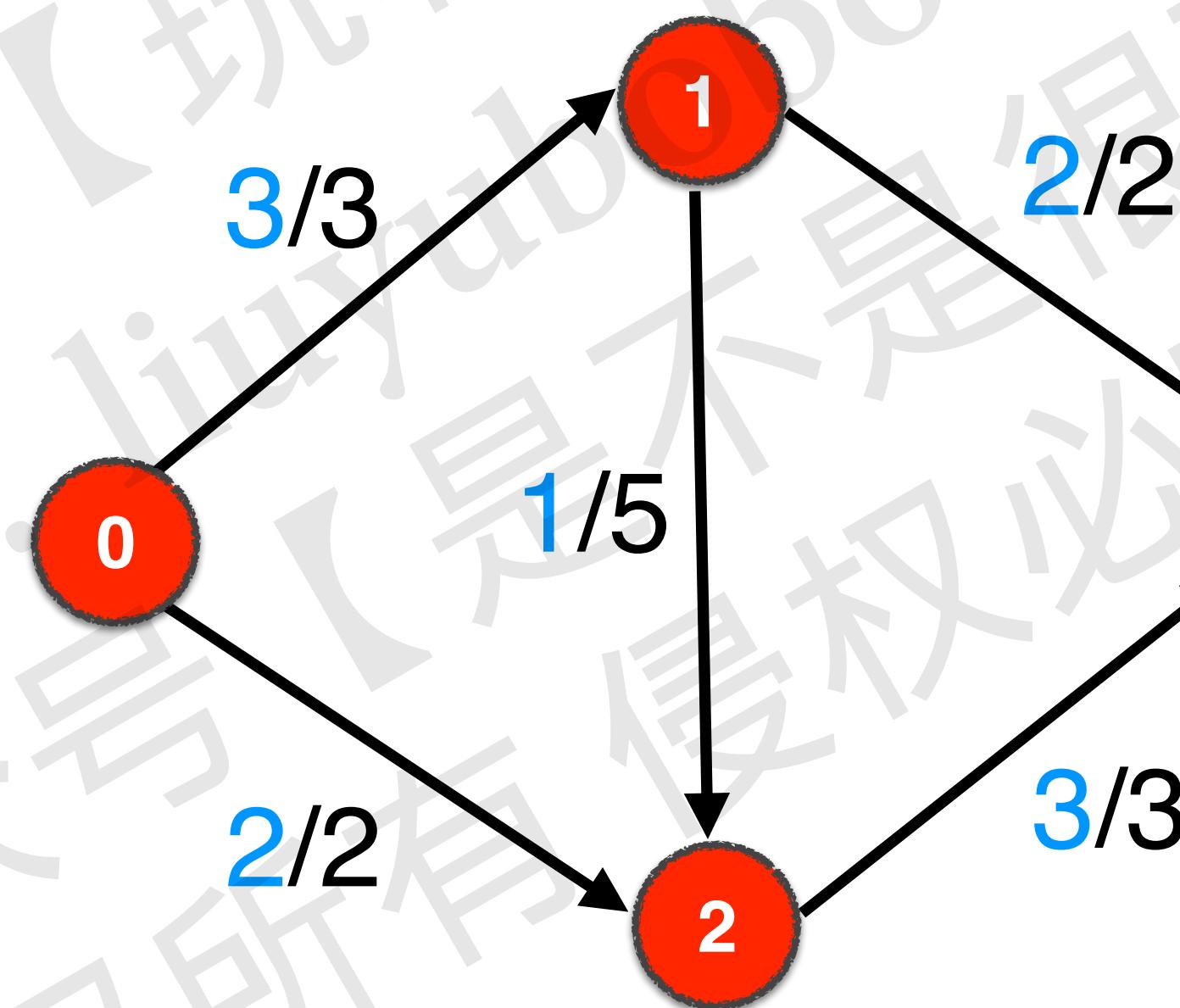
Ford-Fulkerson 思想



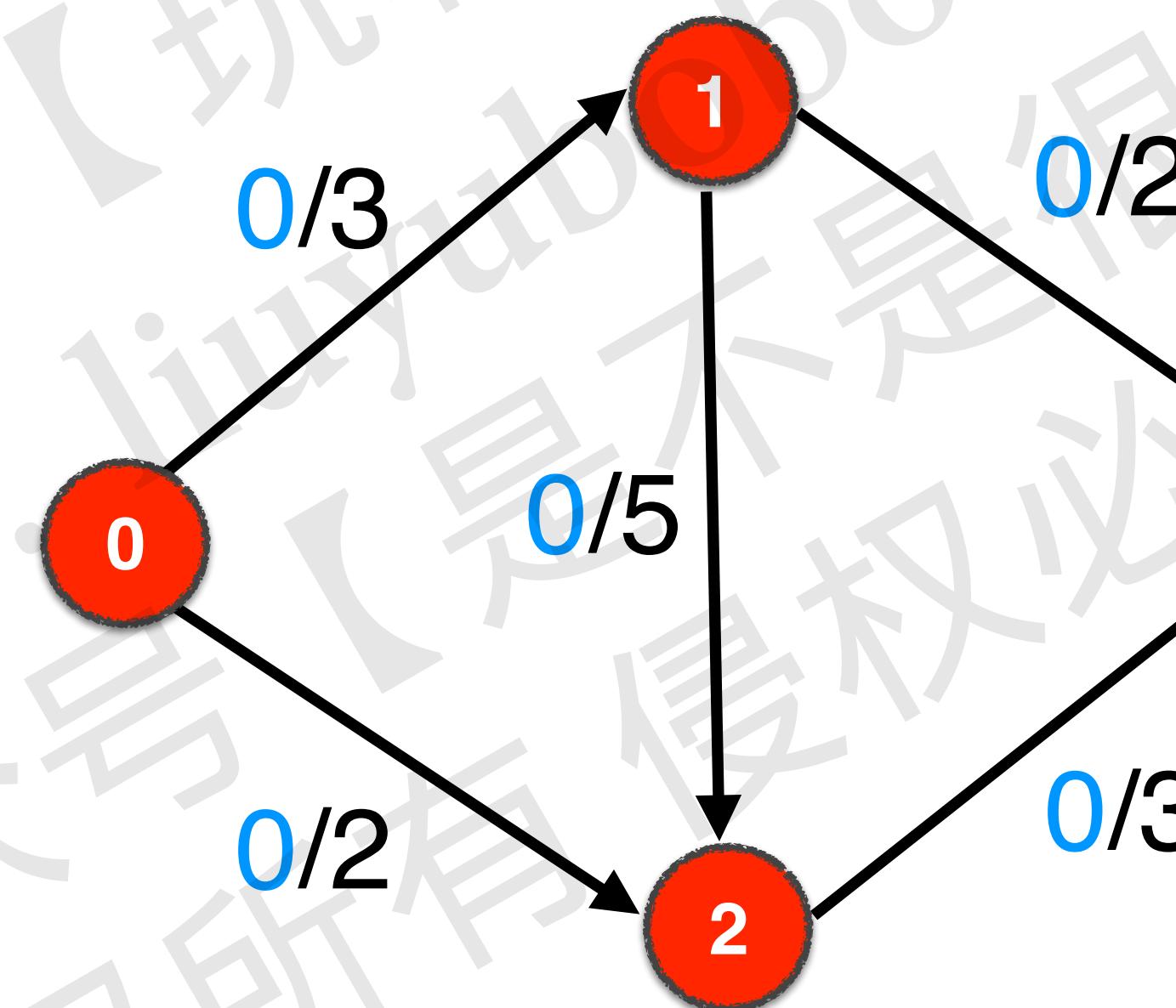
Ford-Fulkerson 思想



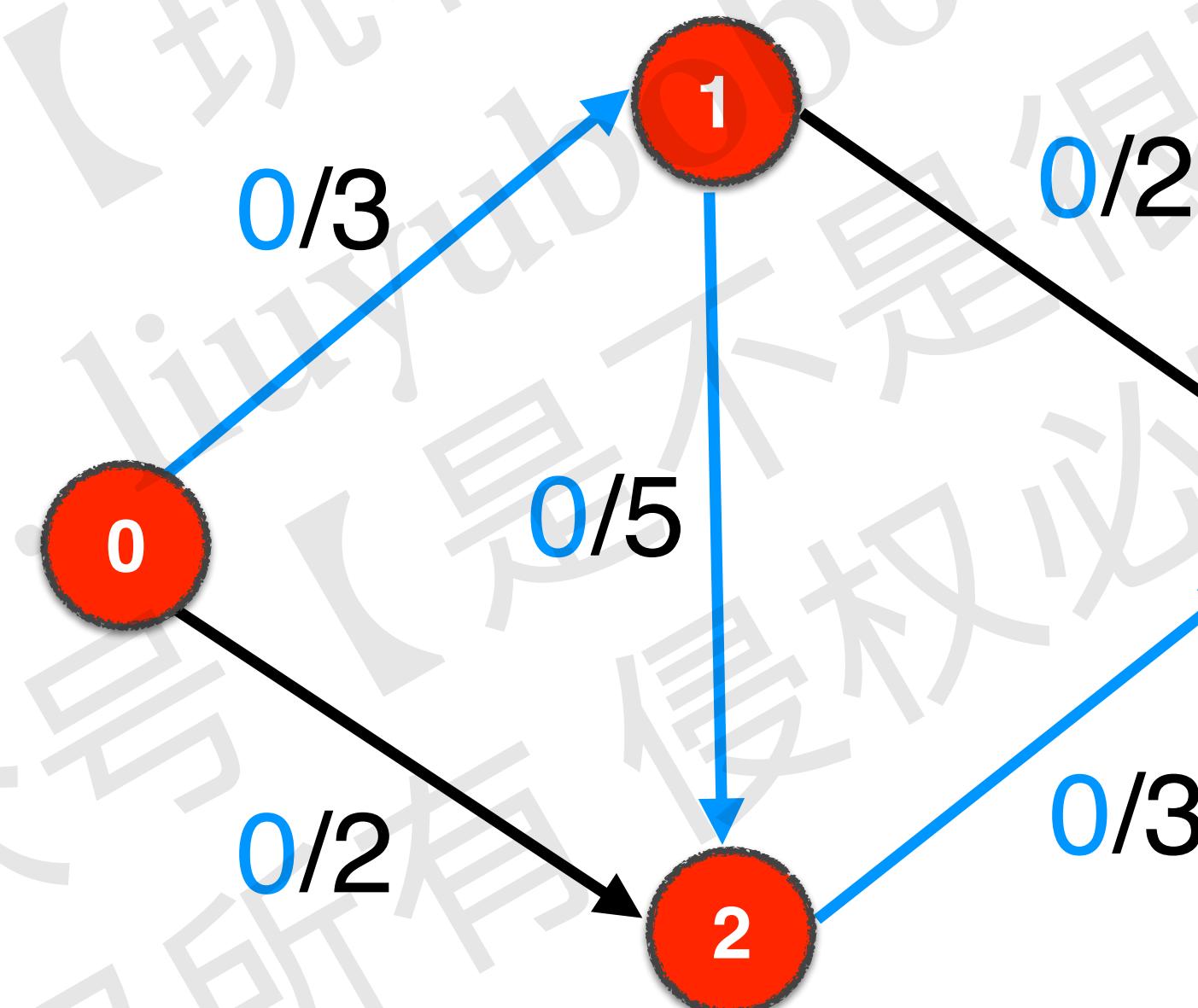
Ford-Fulkerson 思想



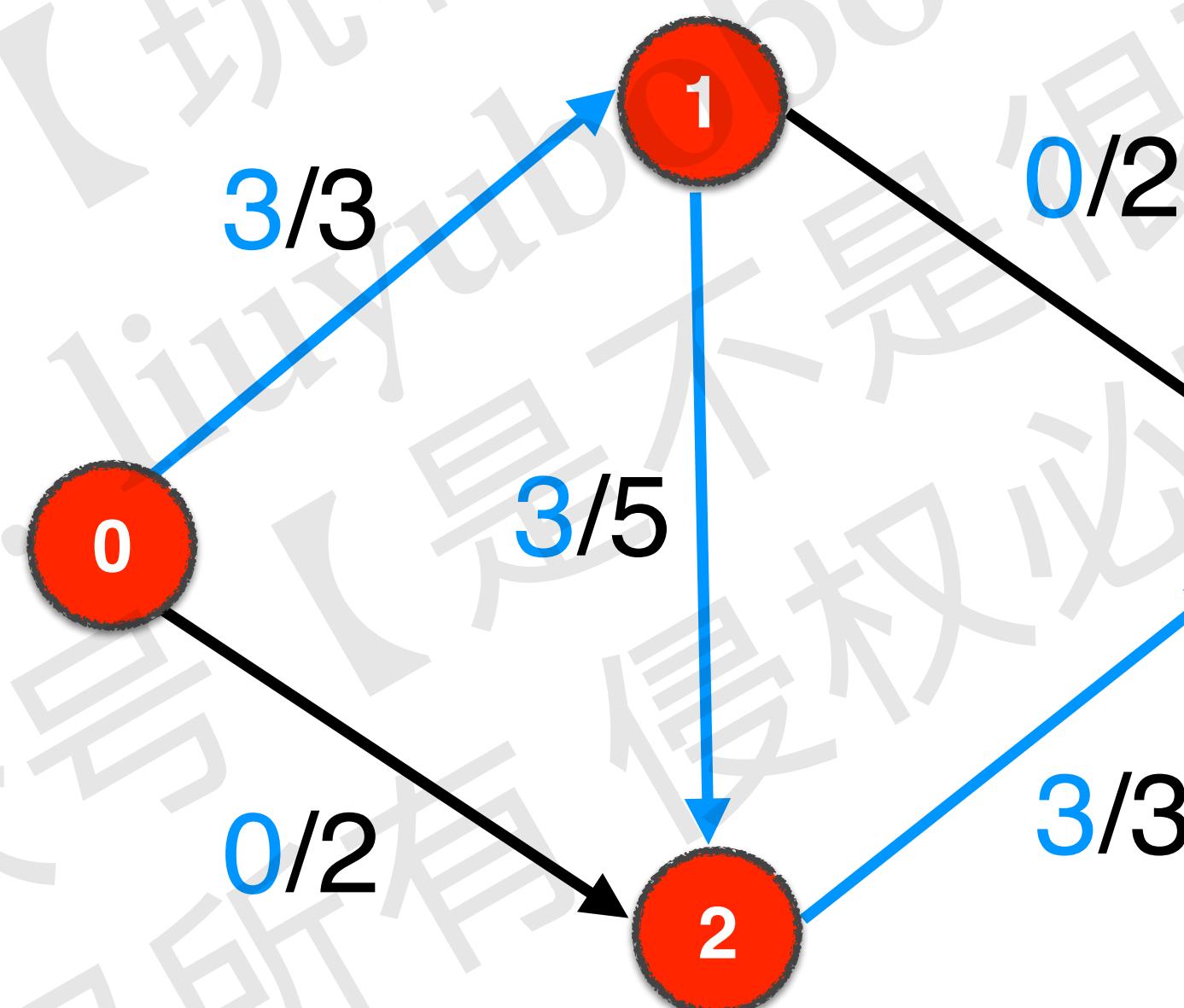
Ford-Fulkerson 思想



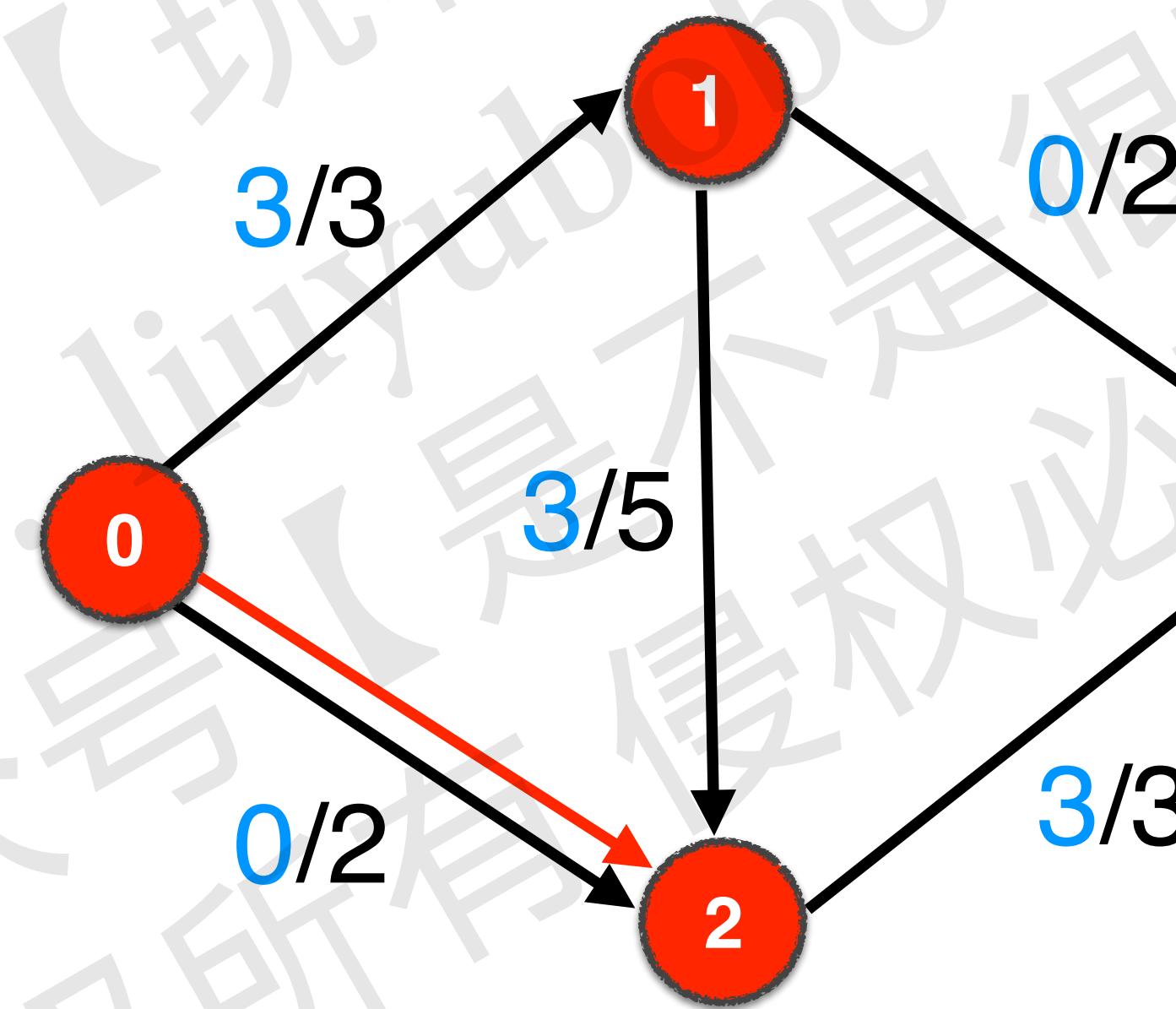
Ford-Fulkerson 思想



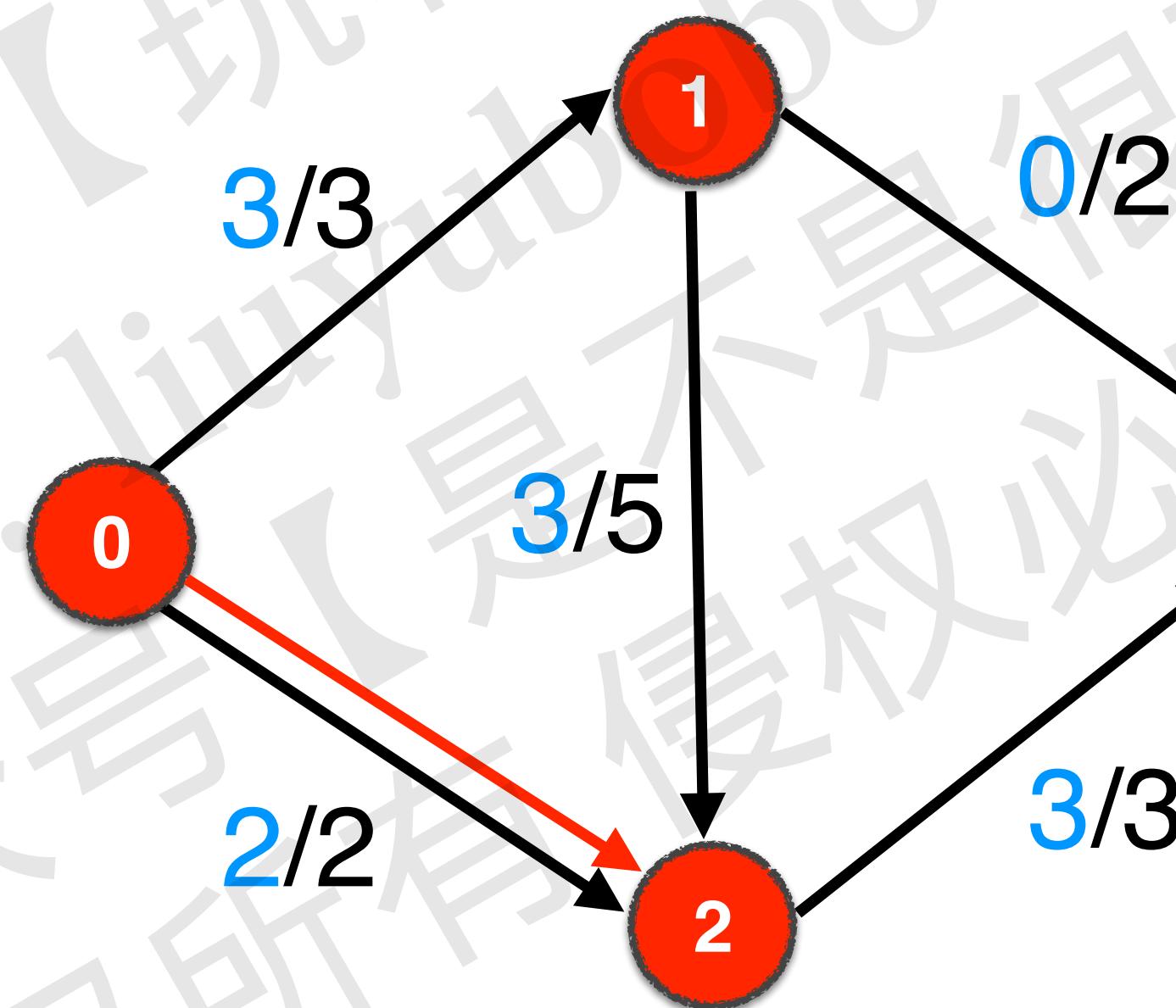
Ford-Fulkerson 思想



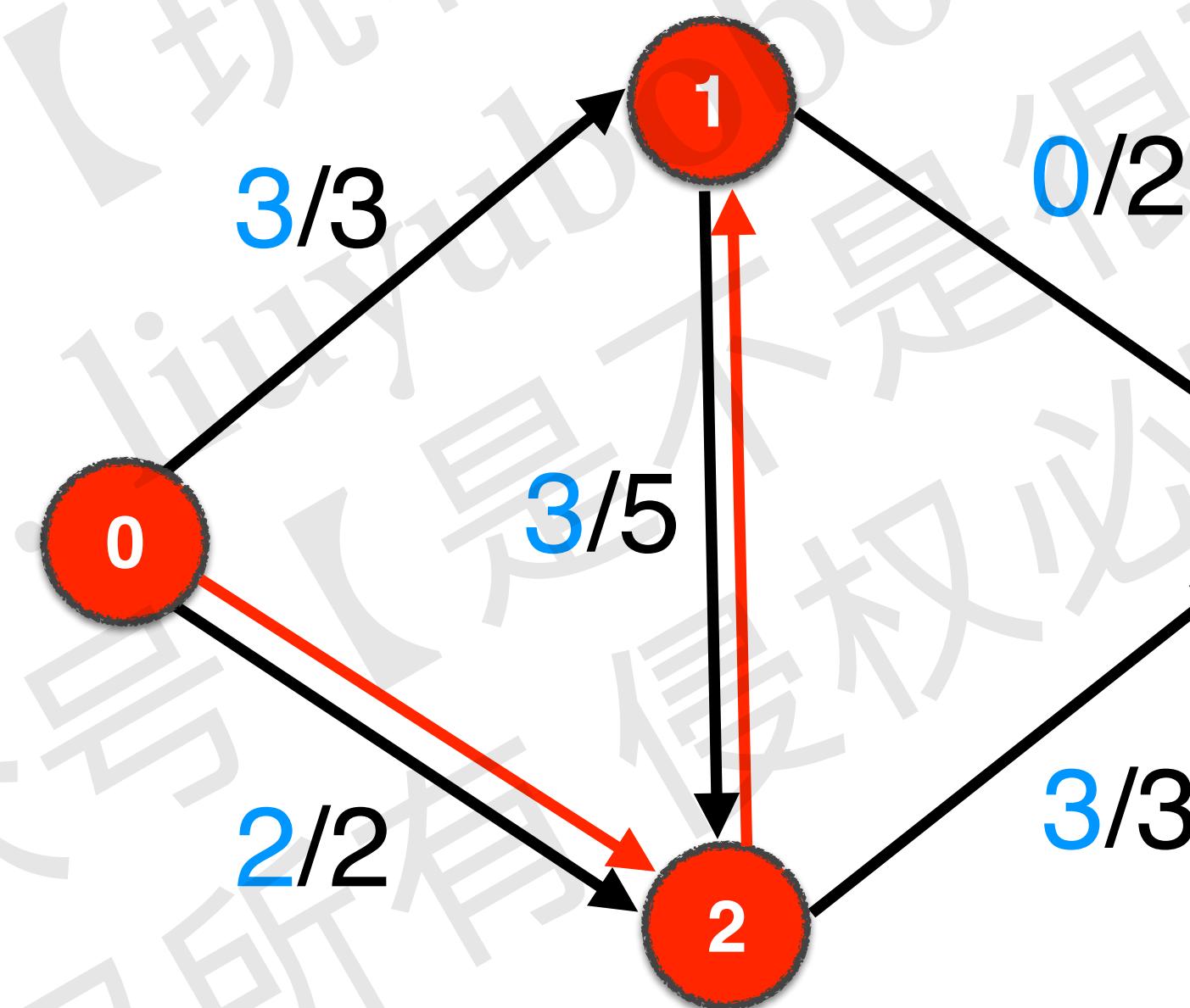
Ford-Fulkerson 思想



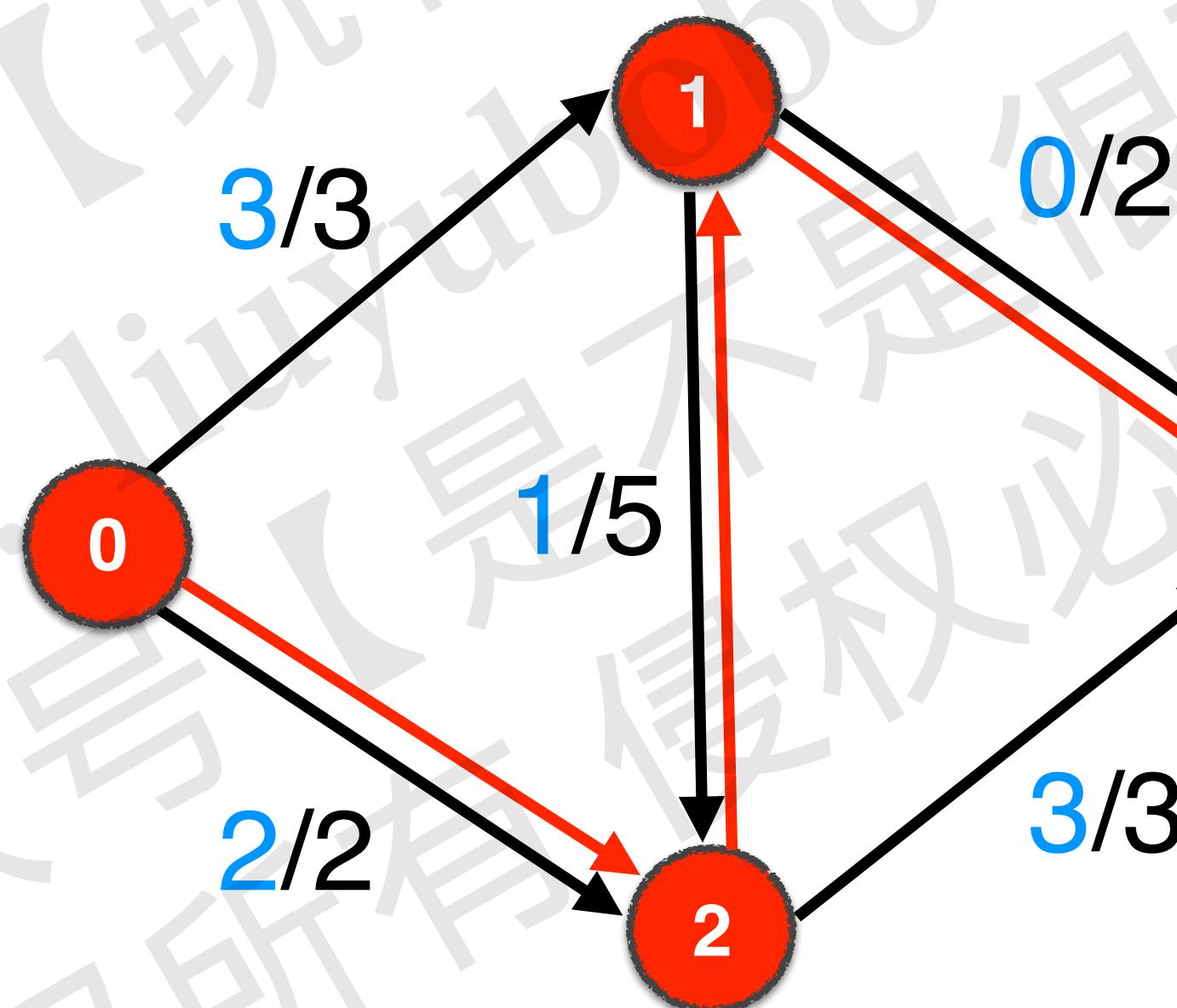
Ford-Fulkerson 思想



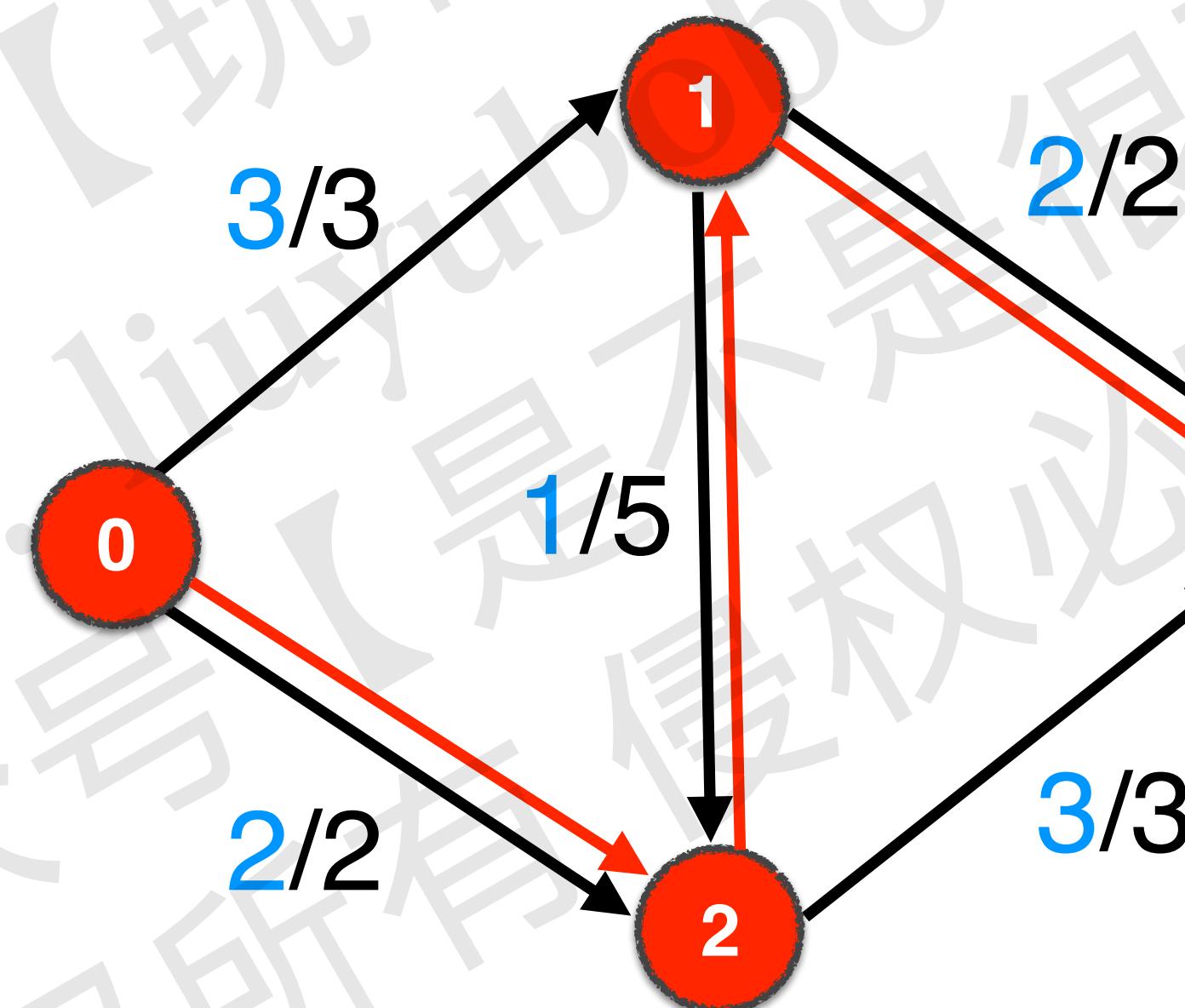
Ford-Fulkerson 思想



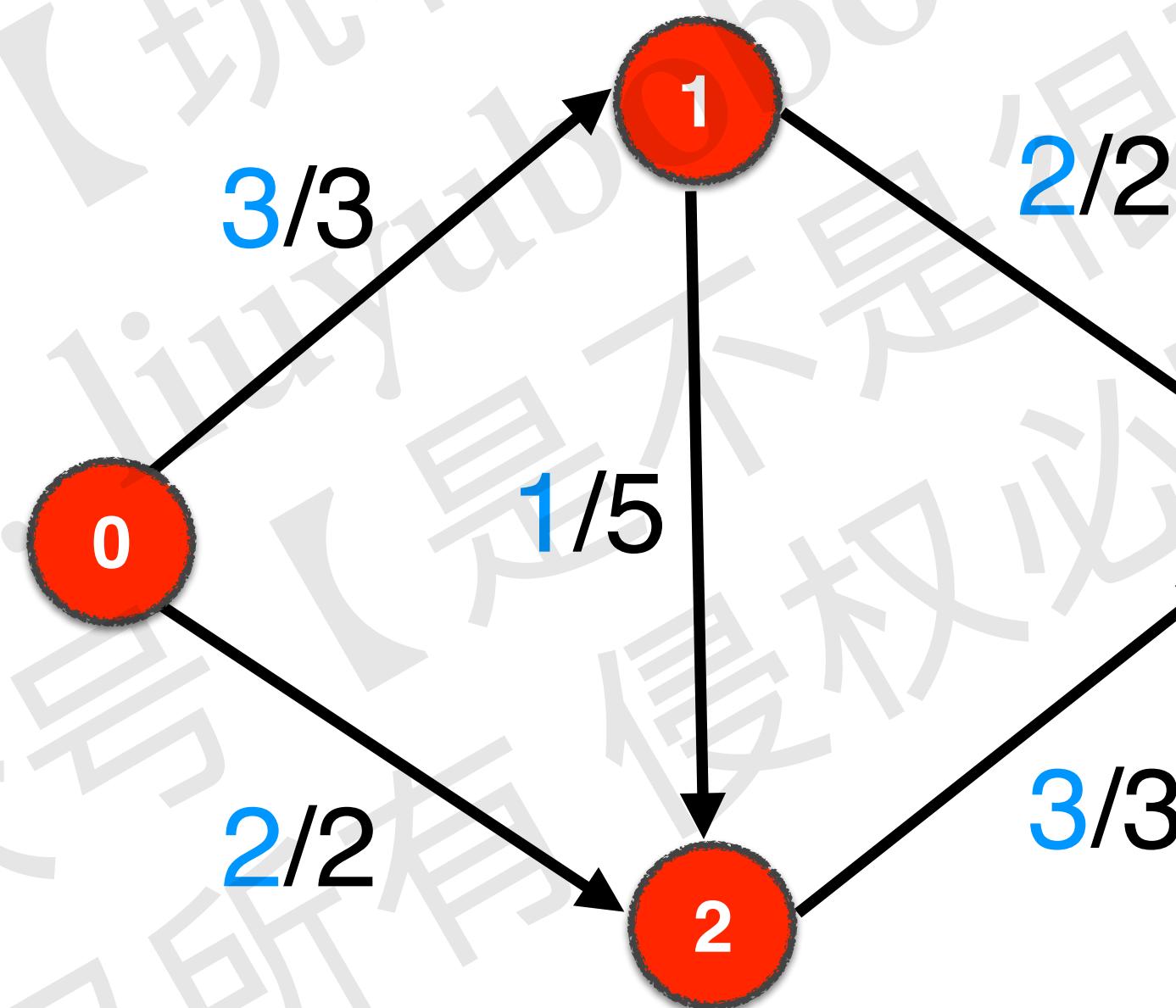
Ford-Fulkerson 思想



Ford-Fulkerson 思想



Ford-Fulkerson 思想



Ford-Fulkerson 思想

残量图 Residual Graph



原图中的 $v-w$ 容量为 c , 流量为 f

残量图中的 $v-w$ 的权值为 $c - f$, $w-v$ 的权值为 f

Ford-Fulkerson 思想

残量图 Residual Graph 增广路径



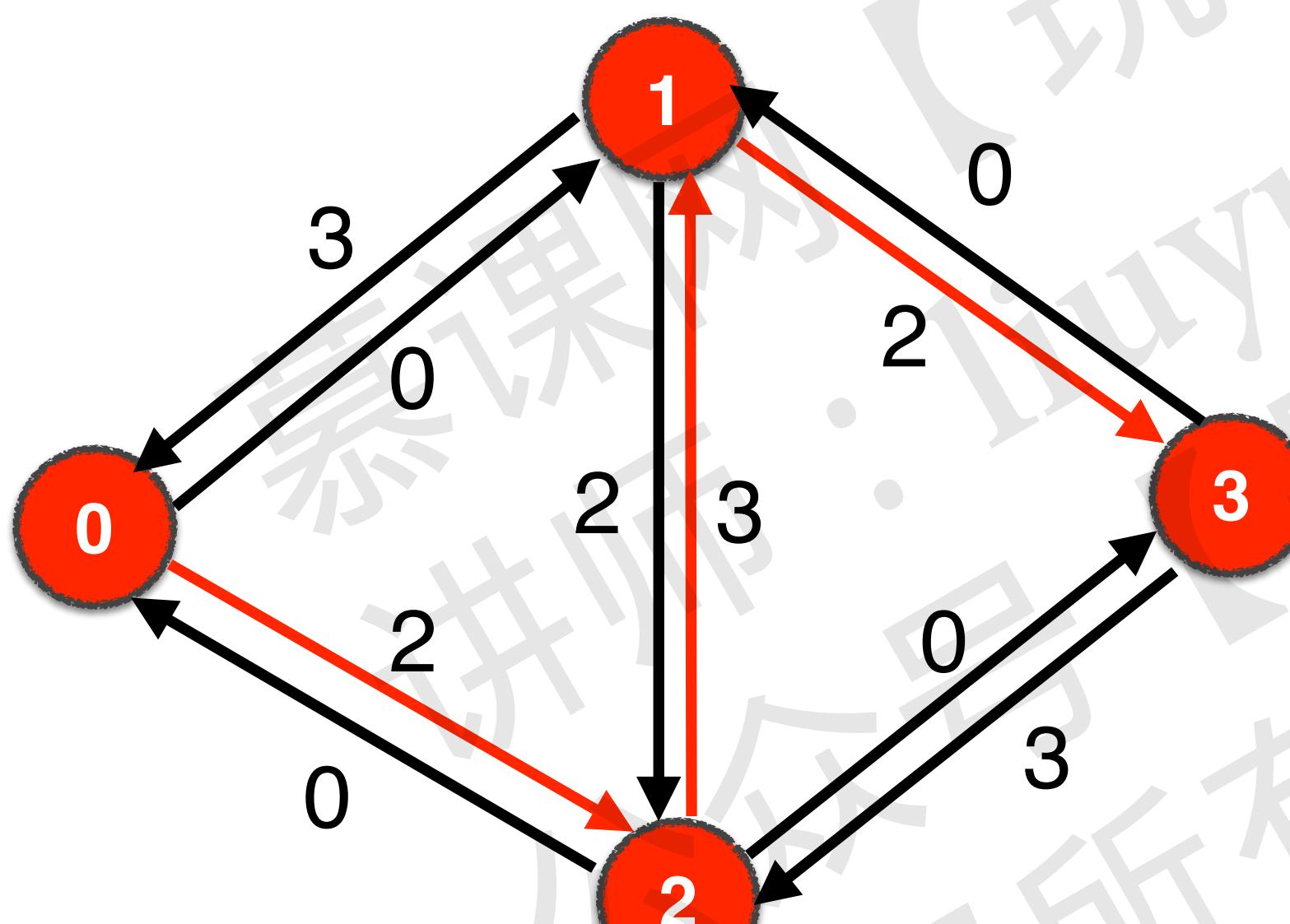
原图中的 $v-w$ 容量为 c , 流量为 f

残量图中的 $v-w$ 的权值为 $c - f$, $w-v$ 的权值为 f

Ford-Fulkerson 思想

残量图 Residual Grph

增广路径



Ford-Fulkerson 思想：

在残量图中不断找增广路径
直到没有增广路径为止

原图中的 $v-w$ 容量为 c , 流量为 f

残量图中的 $v-w$ 的权值为 $c - f$, $w-v$ 的权值为 f

Edmonds-Karp 算法

liuyubobobo

Edmonds–Karp 算法

残量图 Residual Graph 增广路径

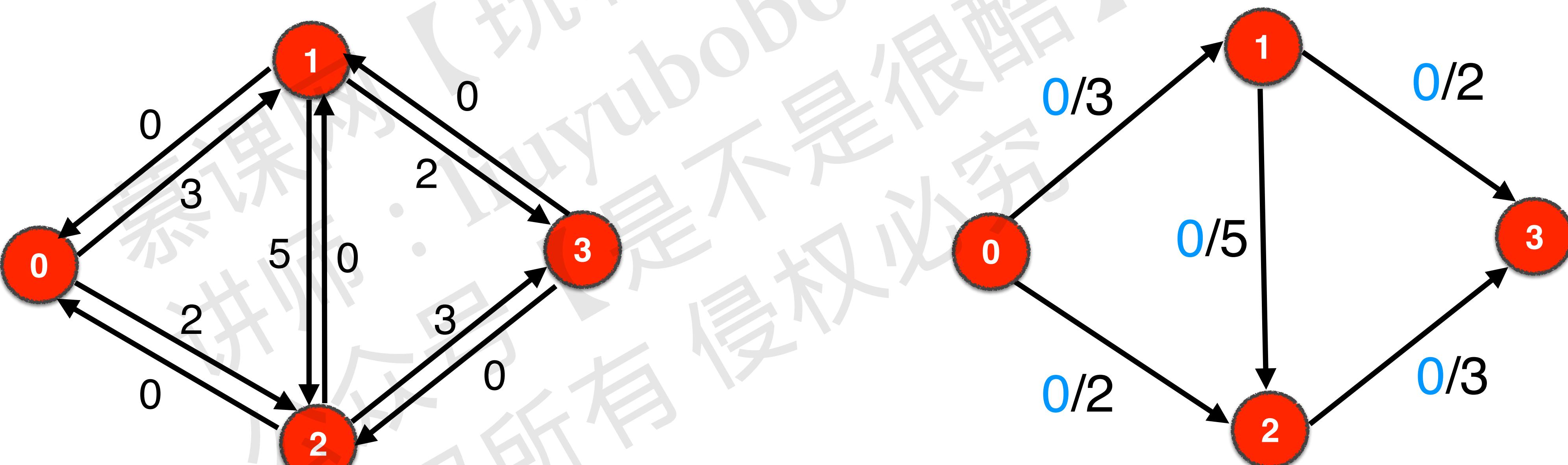


原图中的 $v-w$ 容量为 c , 流量为 f

残量图中的 $v-w$ 的权值为 $c - f$, $w-v$ 的权值为 f

Edmonds–Karp 算法

使用 BFS 寻找增广路径



Edmonds–Karp 算法

使用 BFS 寻找增广路径



Edmonds–Karp 算法

使用 BFS 寻找增广路径



Edmonds–Karp 算法

使用 BFS 寻找增广路径



Edmonds–Karp 算法

使用 BFS 寻找增广路径



Edmonds–Karp 算法

使用 BFS 寻找增广路径



Edmonds–Karp 算法

使用 BFS 寻找增广路径



Edmonds–Karp 算法

使用 BFS 寻找增广路径



Edmonds–Karp 算法

使用 BFS 寻找增广路径



Edmonds–Karp 算法

使用 BFS 寻找增广路径



Edmonds–Karp 算法

使用 BFS 寻找增广路径



Edmonds–Karp 算法

使用 BFS 寻找增广路径



Edmonds–Karp 算法

使用 BFS 寻找增广路径



Edmonds–Karp 算法

使用 BFS 寻找增广路径



Edmonds–Karp 算法

使用 BFS 寻找增广路径



Edmonds–Karp 算法

使用 BFS 寻找增广路径



Edmonds–Karp 算法

使用 BFS 寻找增广路径



最大流算法的基本架构

liuyubobobo

编程实践：实现最大流算法的基本架构

【玩转图论算法】
讲师：胡bobobo
【最大流问题】
所有侵权必究
【编程实践】

实现 Edmonds-Karp 算法

liuyubobobo

编程实践：实现 Edmonds–Karp 算法

【玩转图论算法】
讲师：Hubobobo
【是极权主义】
所有侵权必究
【编程实践】

测试 Edmonds-Karp 算法

liuyubobobo

编程实践：测试 Edmonds–Karp 算法

【玩转图论算法】
讲师：胡bobobo
【是极权主义】
版权所有 © 云讲师
【编程实践】

Edmonds–Karp 算法

使用 BFS 寻找增广路径



网络流模型和最大流问题

一个有向图

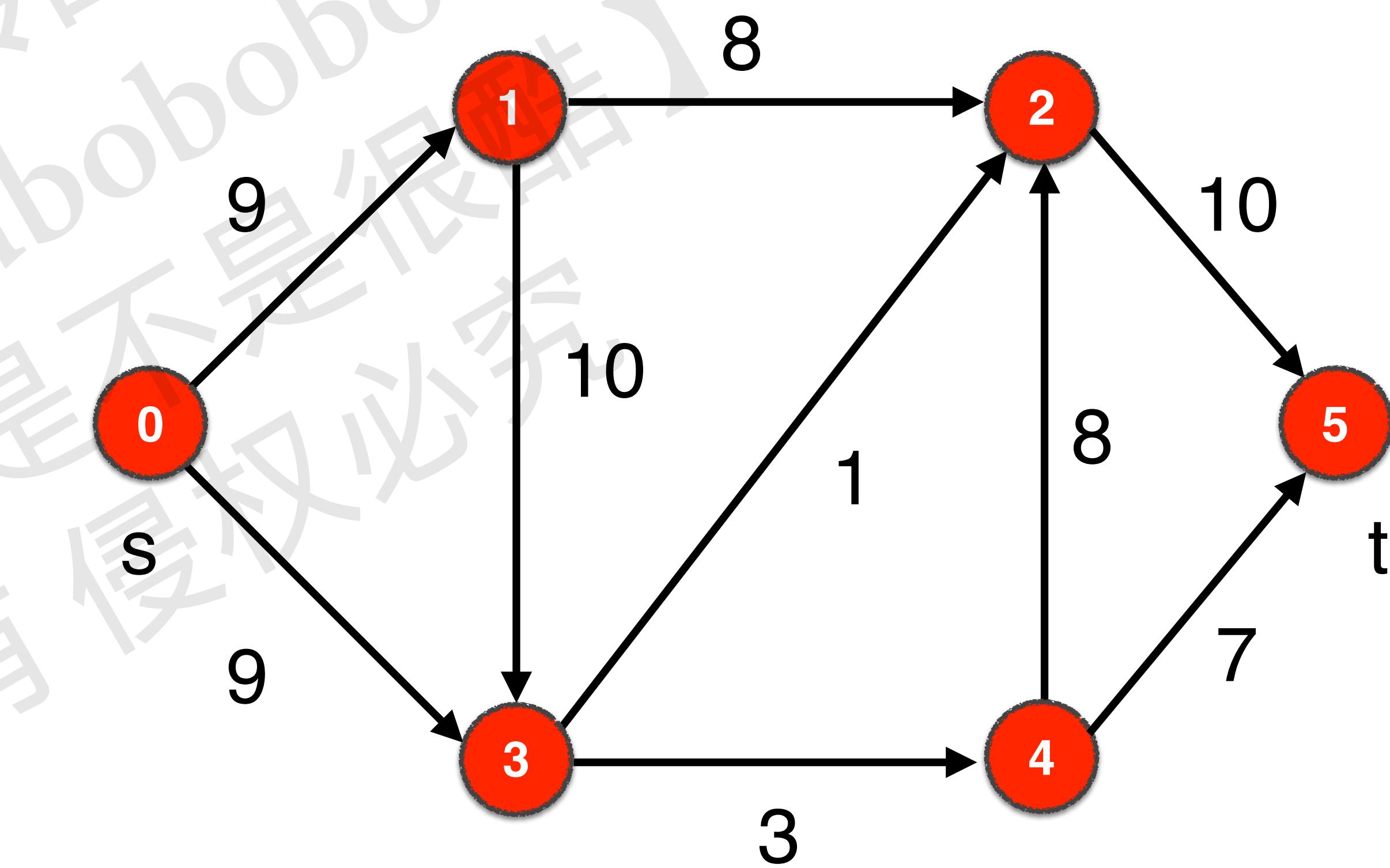
一个源点（入度为0），
一个汇点（出度为0）

边上有非负权值，表示容量

水管

交通

网络



最大流算法复杂度分析

Ford-Fulkerson 思想 : $O(\text{maxflow} * E)$

Edmonds-Karp 算法 : $O(V * E * E)$

$O(VE^2)$

最大流算法建模

liuyubobobo

最大流算法建模

来自普林斯顿计算机系的 Assignment

[https://www.cs.princeton.edu/courses/archive/spr03/cos226/
assignments/baseball.html](https://www.cs.princeton.edu/courses/archive/spr03/cos226/assignments/baseball.html)

最大流算法建模

在一场职业棒球赛中，每队要打 162 场比赛

最终，所胜场次最多的队伍，为冠军

如果有平局，则进行加赛

在比赛过程中，如果发现一个队伍无论如何都不可能获冠，则直接淘汰

比如 A 队已经获得 100 胜，B 队获得 70 胜，还剩 29 场比赛未打

B 队淘汰

最大流算法建模

1996 年 8 月 30 日历史真实数据

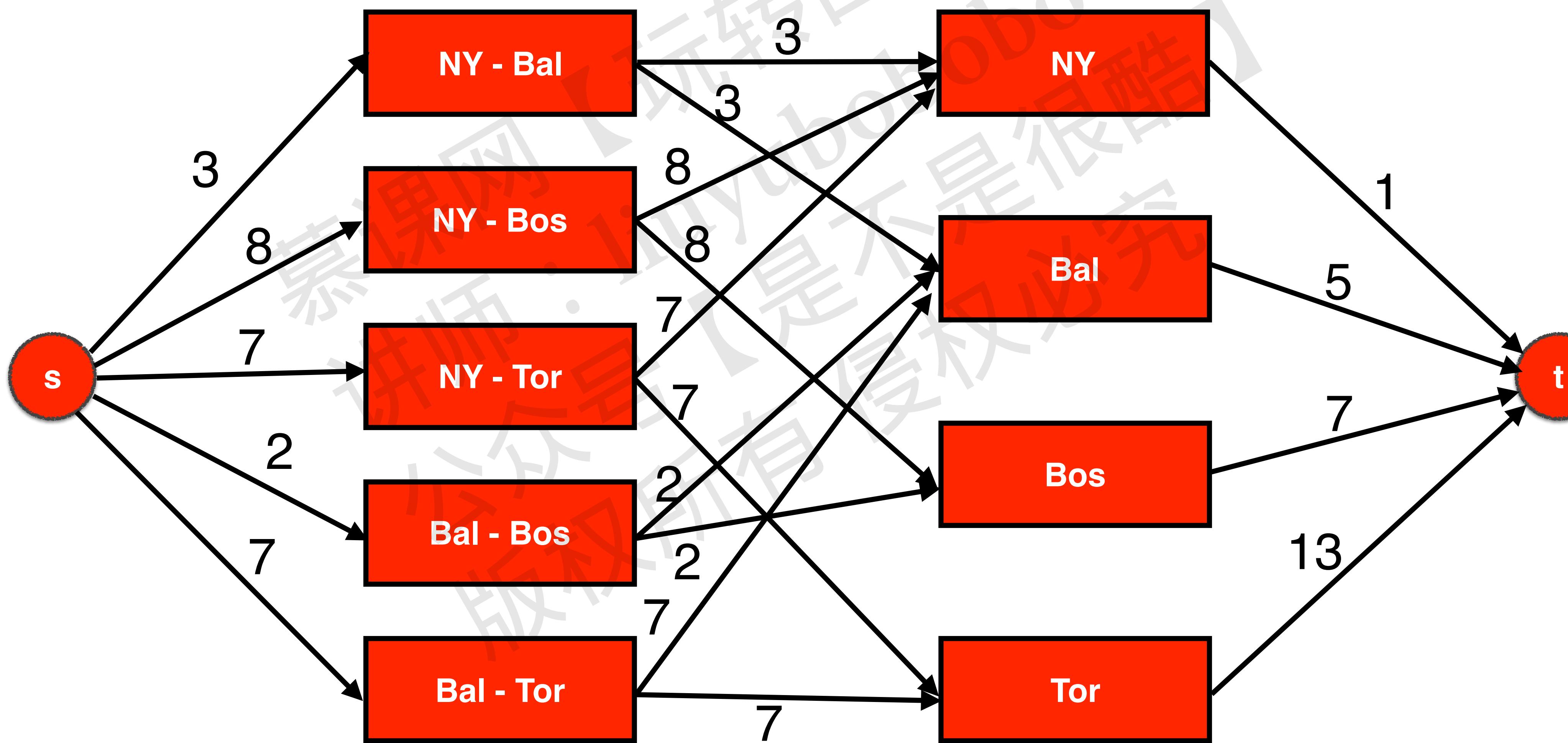
Team	Wins	Loss	Left	Against				
				NY	Bal	Bos	Tor	Det
0 New York	75	59	28	0	3	8	7	3
1 Baltimore	71	63	28	3	0	2	7	4
2 Boston	69	66	27	8	2	0	0	0
3 Toronto	63	72	27	7	7	0	0	0
4 Detroit	49	86	27	3	4	0	0	0

底特律队能否夺冠?

问题关键：其他队互相打完比赛以后，能否都最多 76 场胜利？

Team	Wins Loss Left			Against				
	NY	Bal	Bos	Tor	Det			
0 New York	75	59	28	0	3	8	7	3
1 Baltimore	71	63	28	3	0	2	7	4
2 Boston	69	66	27	8	2	0	0	0
3 Toronto	63	72	27	7	7	0	0	0
4 Detroit	49	86	27	3	4	0	0	0

问题关键：其他队互相打完比赛以后，能否都最多 76 场胜利？

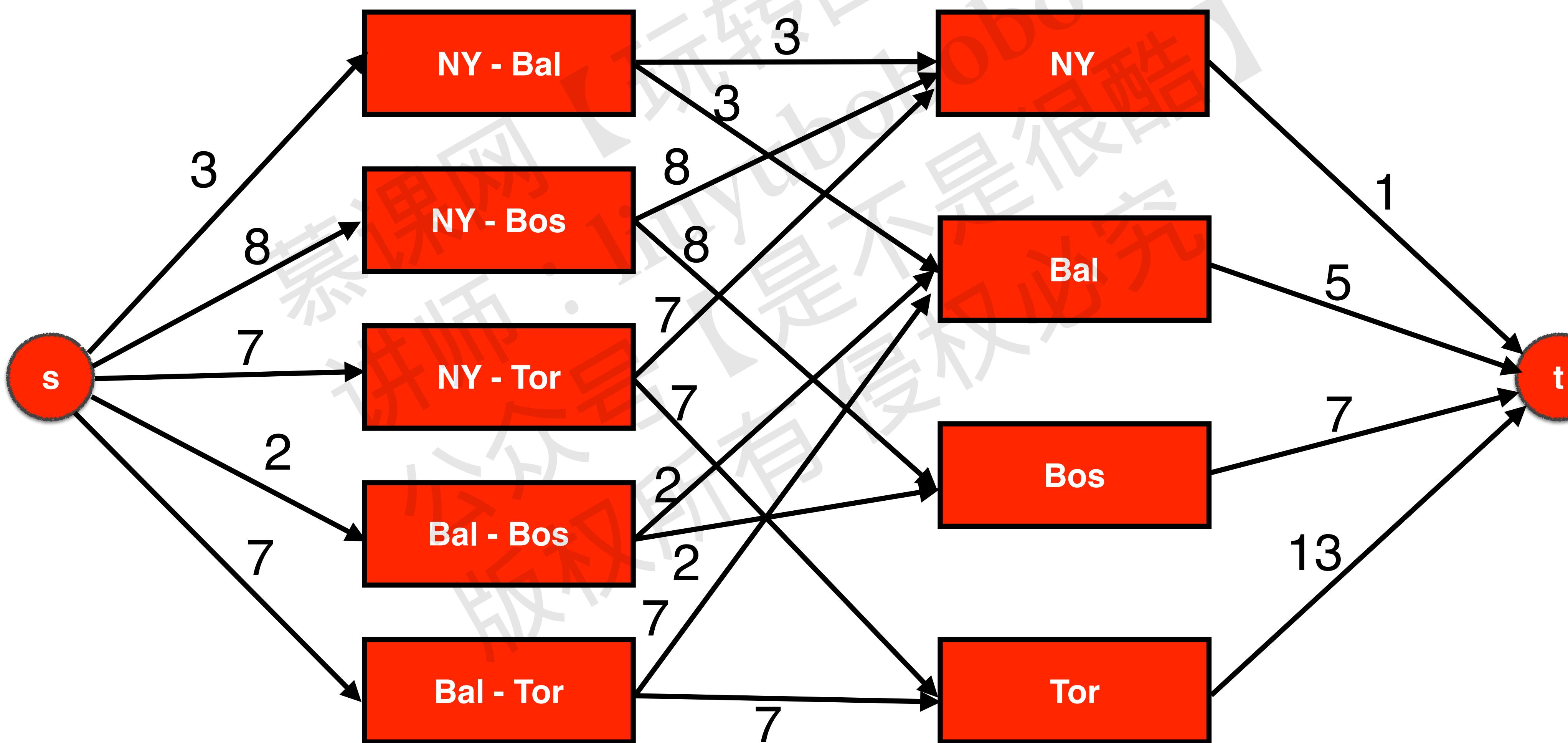


慕编程实践：测试棒球比赛问题

讲师：胡云
慕课所有侵权必究
慕编程网【玩转图论算法】
讲师：胡云
慕课所有侵权必究
慕编程网【玩转图论算法】

Team	Wins	Loss	Left	Against				
				NY	Bal	Bos	Tor	Det
<hr/>								
0 New York	75	59	28	0	3	8	7	3
1 Baltimore	71	63	28	3	0	2	7	4
2 Boston	69	66	27	8	2	0	0	0
3 Toronto	63	72	27	7	7	0	0	0
4 Detroit	49	86	27	3	4	0	0	0

问题关键：其他队互相打完比赛以后，能否都最多 76 场胜利？



最大流算法建模

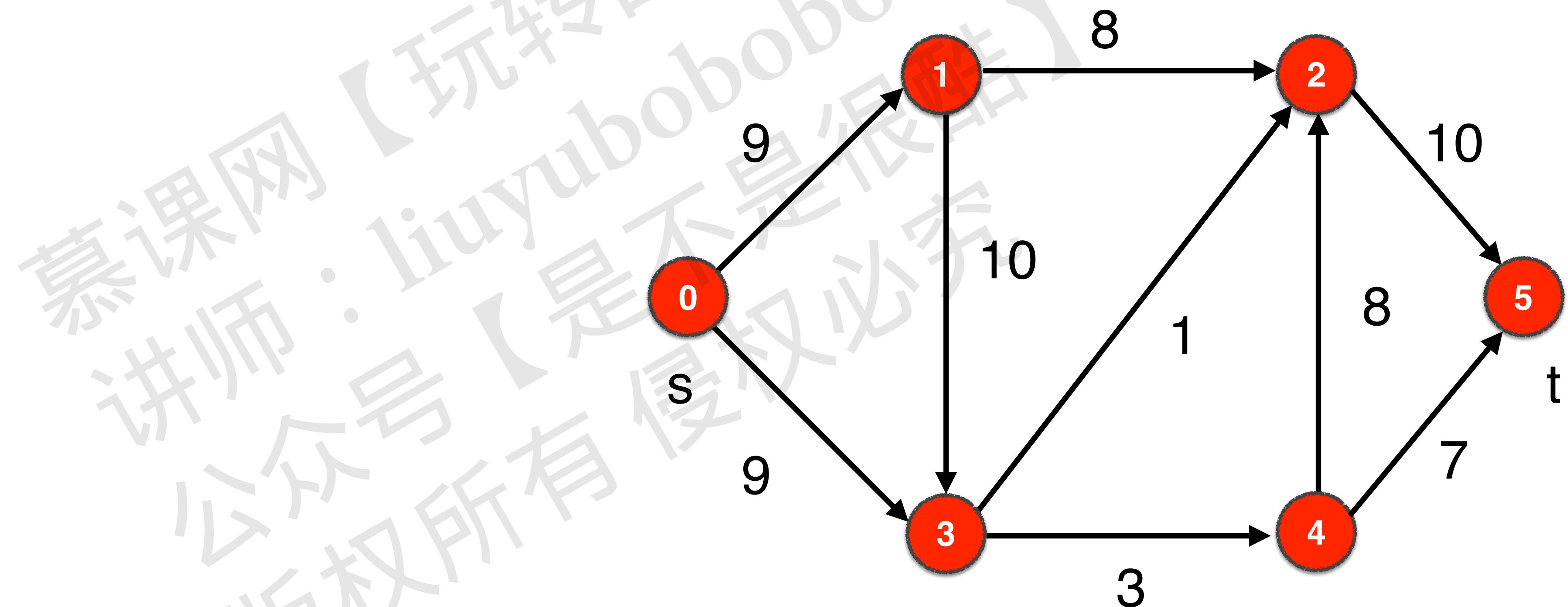
Team	Wins	Loss	Left	Against				
				NY	Bal	Bos	Tor	Det
<hr/>								
0 New York	75	59	28	0	3	8	7	3
1 Baltimore	71	63	28	3	0	2	7	4
2 Boston	69	66	27	8	2	0	0	0
3 Toronto	63	72	27	7	7	0	0	0
4 Detroit	49	86	27	3	4	0	0	0

解决分配问题

本章总结和更多相关讨论

liuyubobobo

最大流算法总结



最大流算法总结

最大流问题

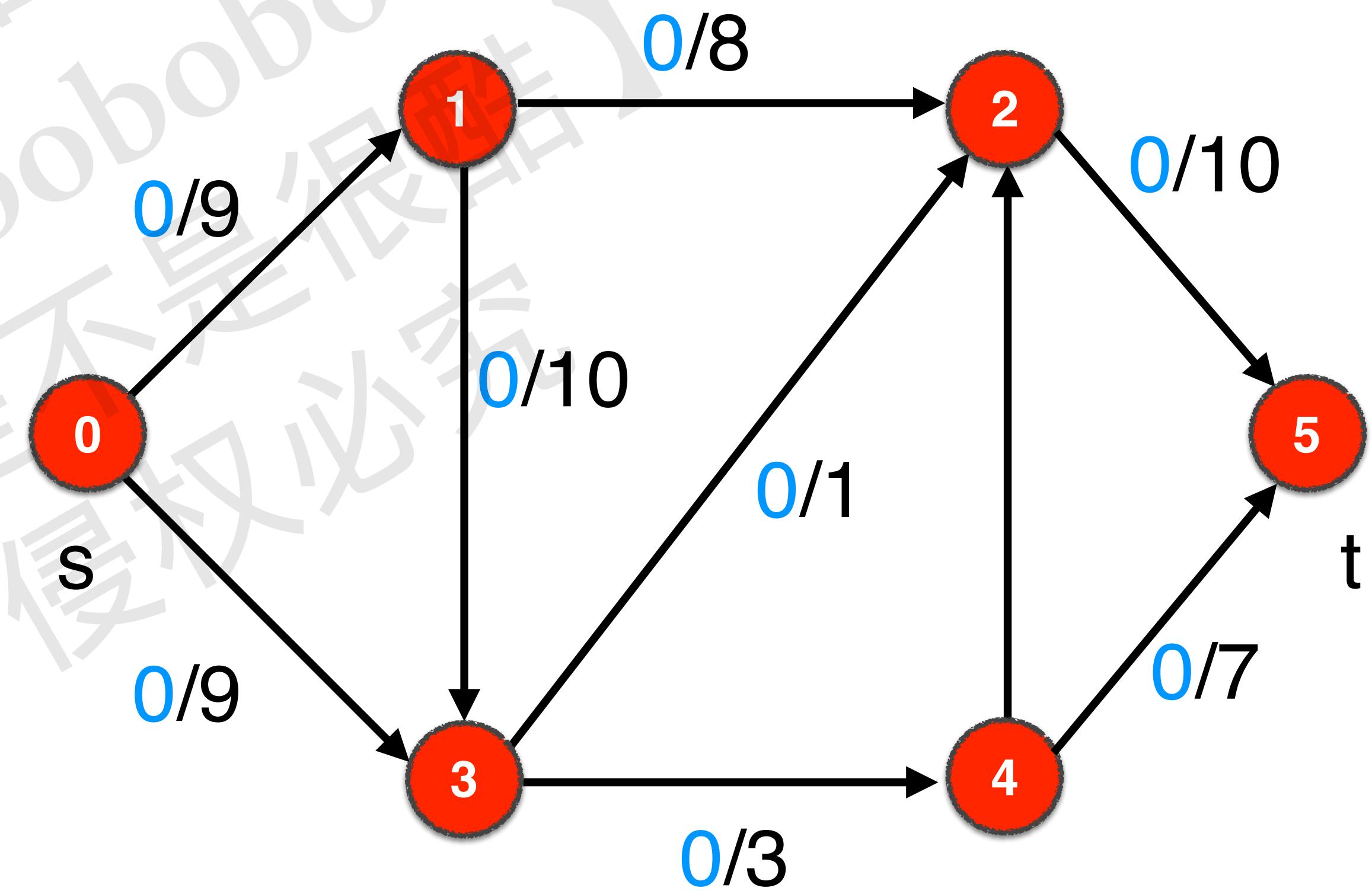
容量限制

平衡限制

Ford-Fulkerson 思想

在残量图上找增广路径

Edmonds-Karp 算法 (BFS)



最大流算法总结

Edmonds-Karp 算法 $O(VE^2)$

Dinic 算法 $O(EV^2)$

MPM 算法 $O(V^3)$

是否可能 $O(V + E)$?

最大流算法总结

最小割

慕课网【玩转图论】
讲师：liuyubobobo
云众号【最不是很酷】
版权所有所有侵权

最大流算法总结

网络流量

分配

匹配

大家加油！

欢迎大家关注我的个人公众号：是不是很酷

坚持有质量的技术原创

用技术人的视角看世界

「是不是很酷」



玩儿转图论算法

liuyubobobo

慕课网【玩转图论算法】
讲师：liuyubobobo
云从昂昂很酷
版权所有 © liuyubobobo