

玩儿转图论算法

liuyubobobo

有向图算法

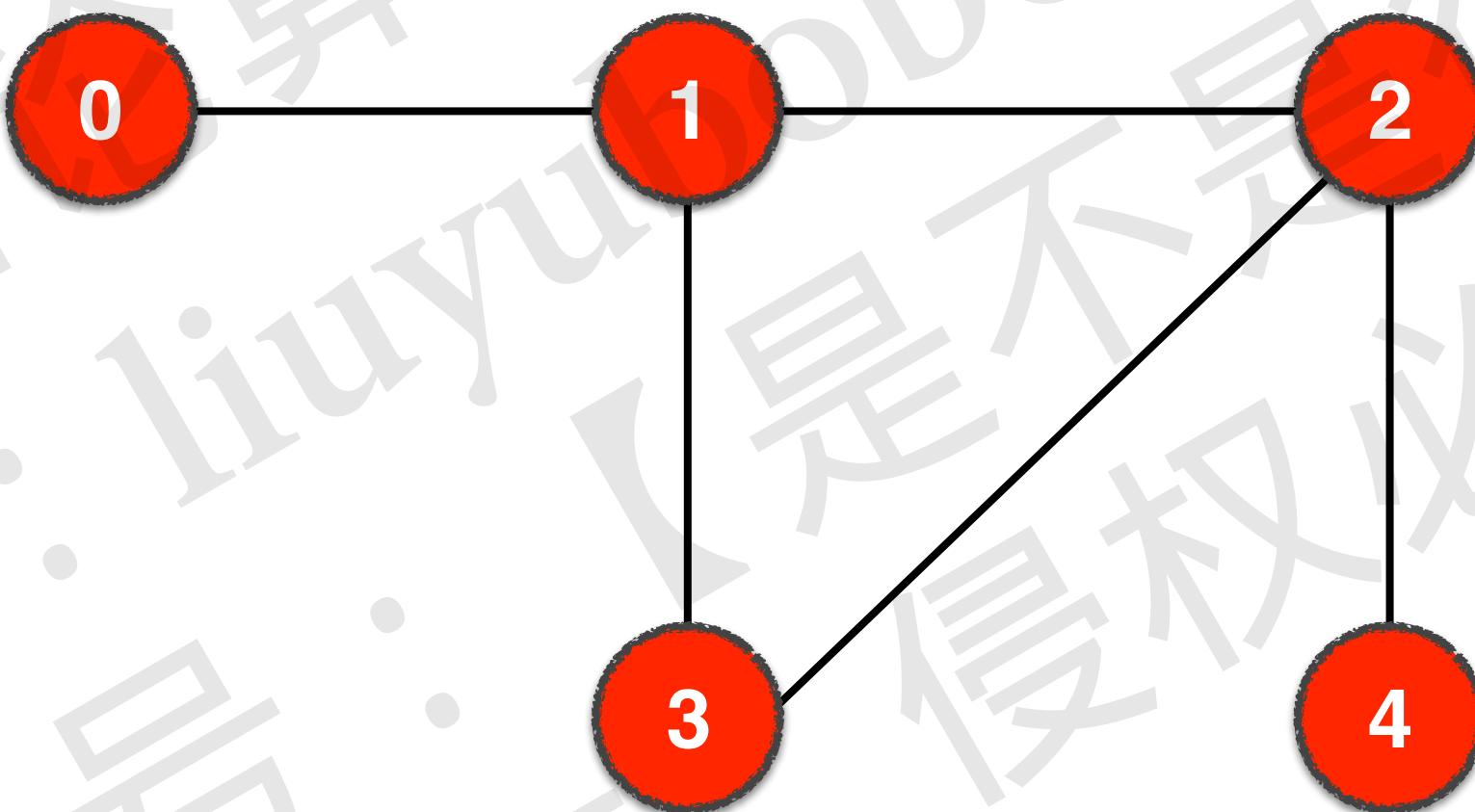
liuyubobobo

有向图

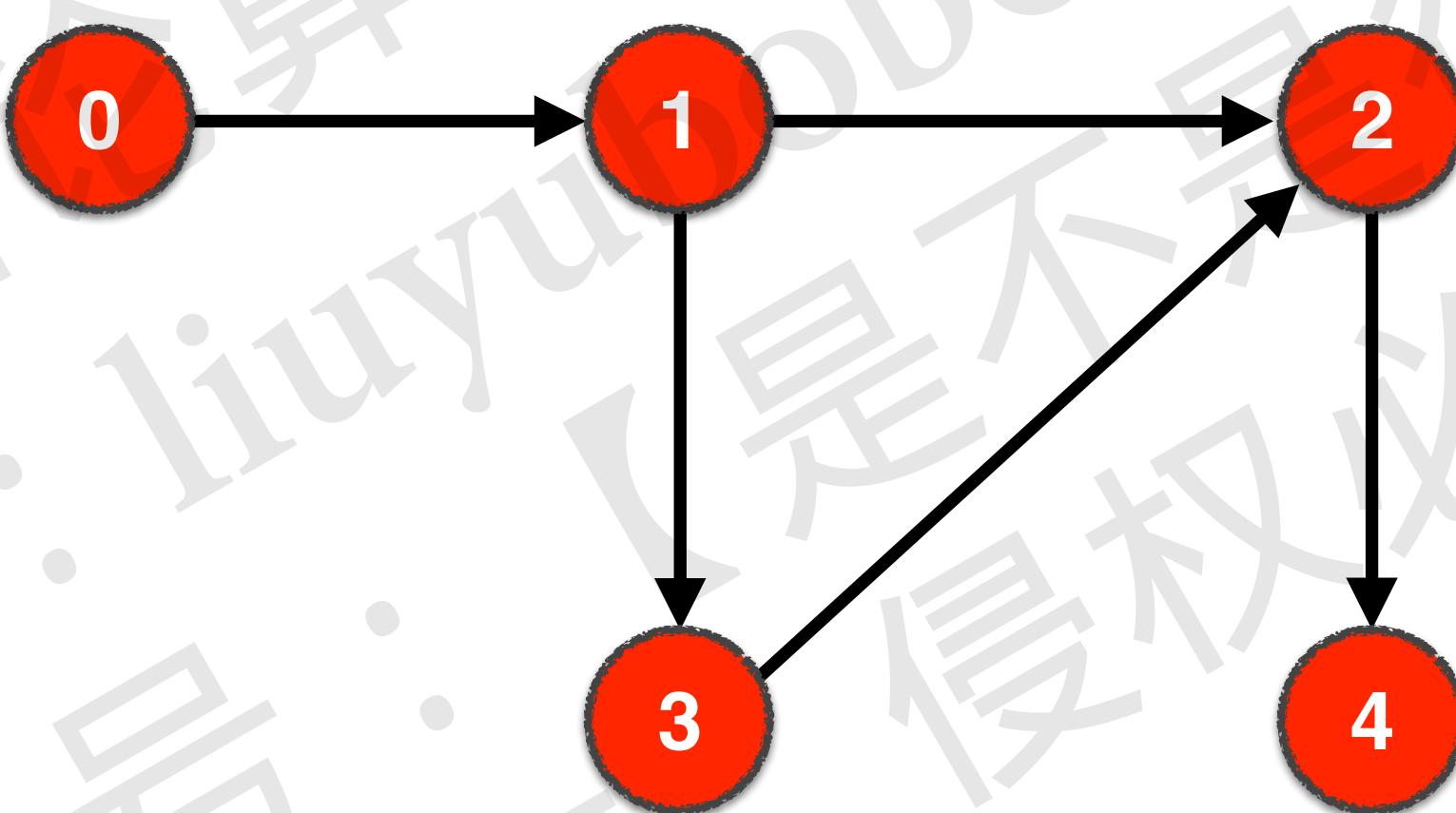
liuyubobobo

玩转图论算法
讲师：liuyubobobo
公众账号：liuyubobobo
版权所有 © liuyubobobo

有向图



有向图



玩转图论算法
讲师：liuyubobobo
（是不太可能
公众所有，侵权必究）
版权所有

有向图

社交网络：关注

互联网连接

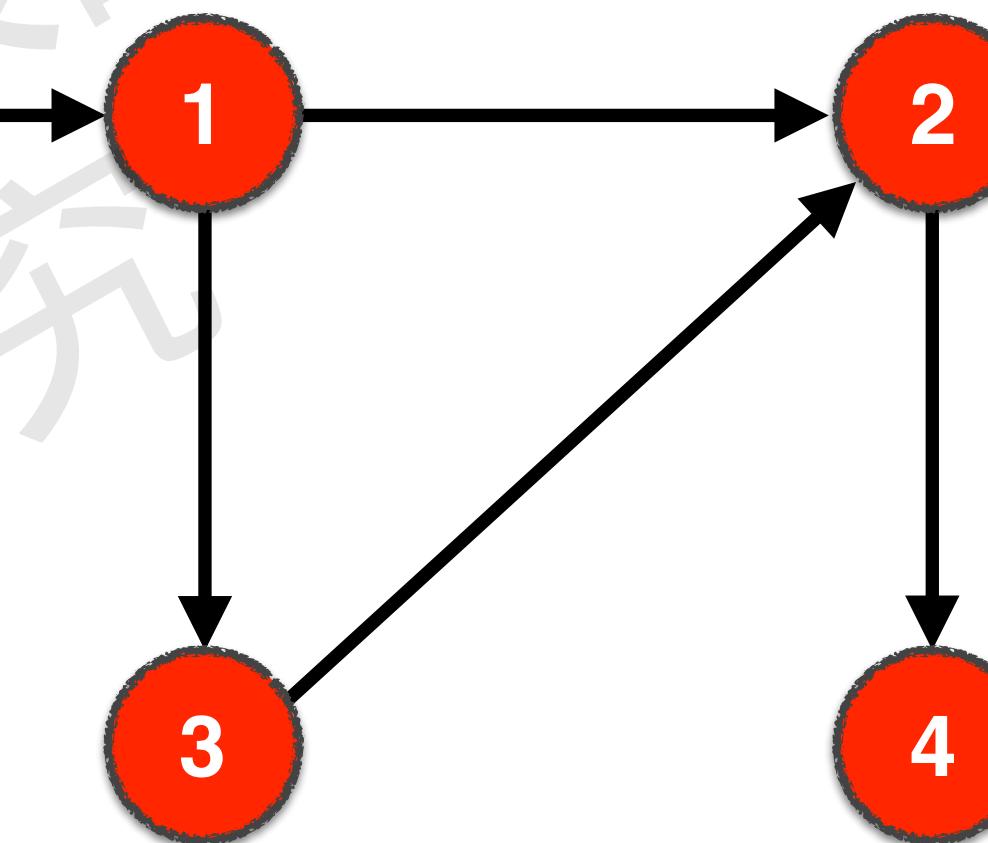
程序模块的引用

任务调度

学习计划

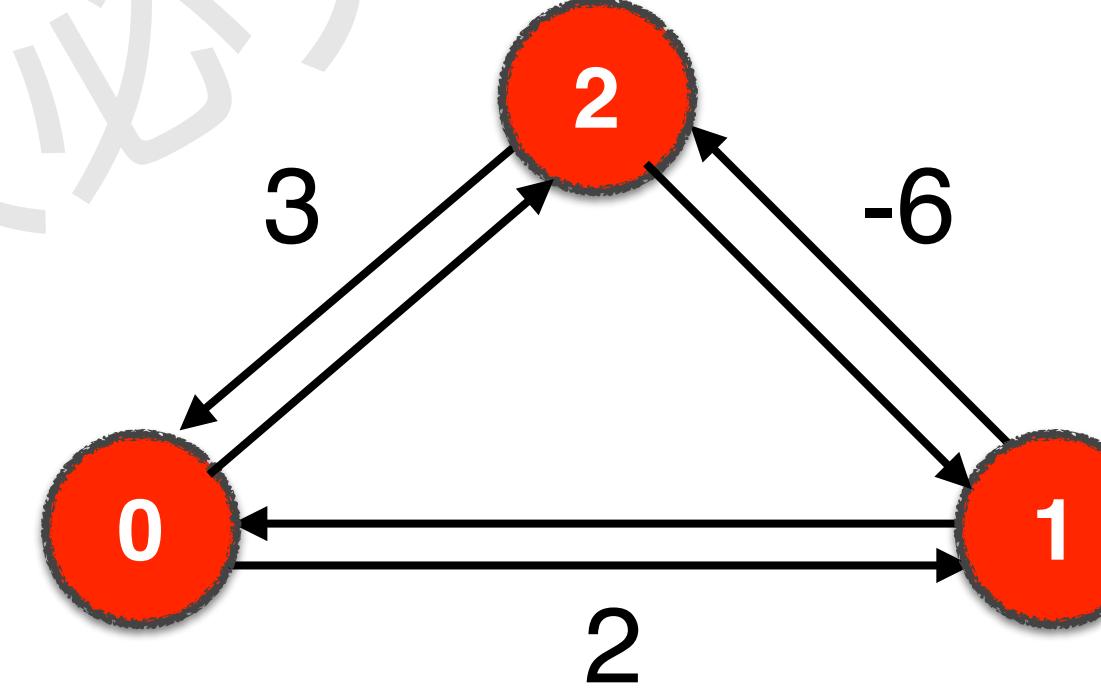
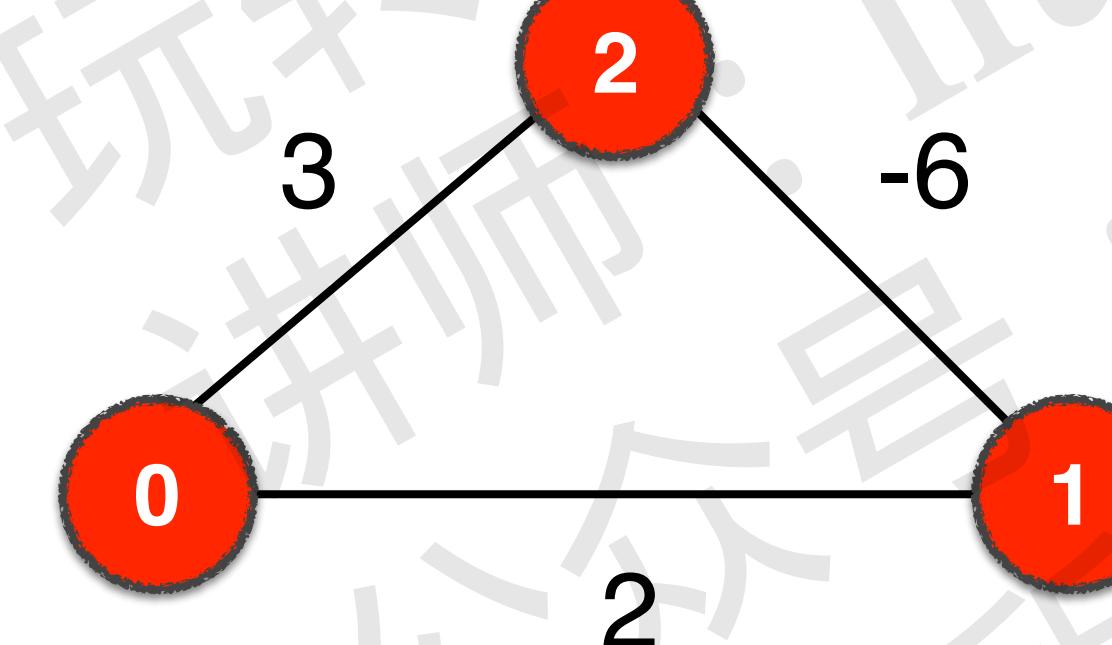
食物链

论文引用



有向图

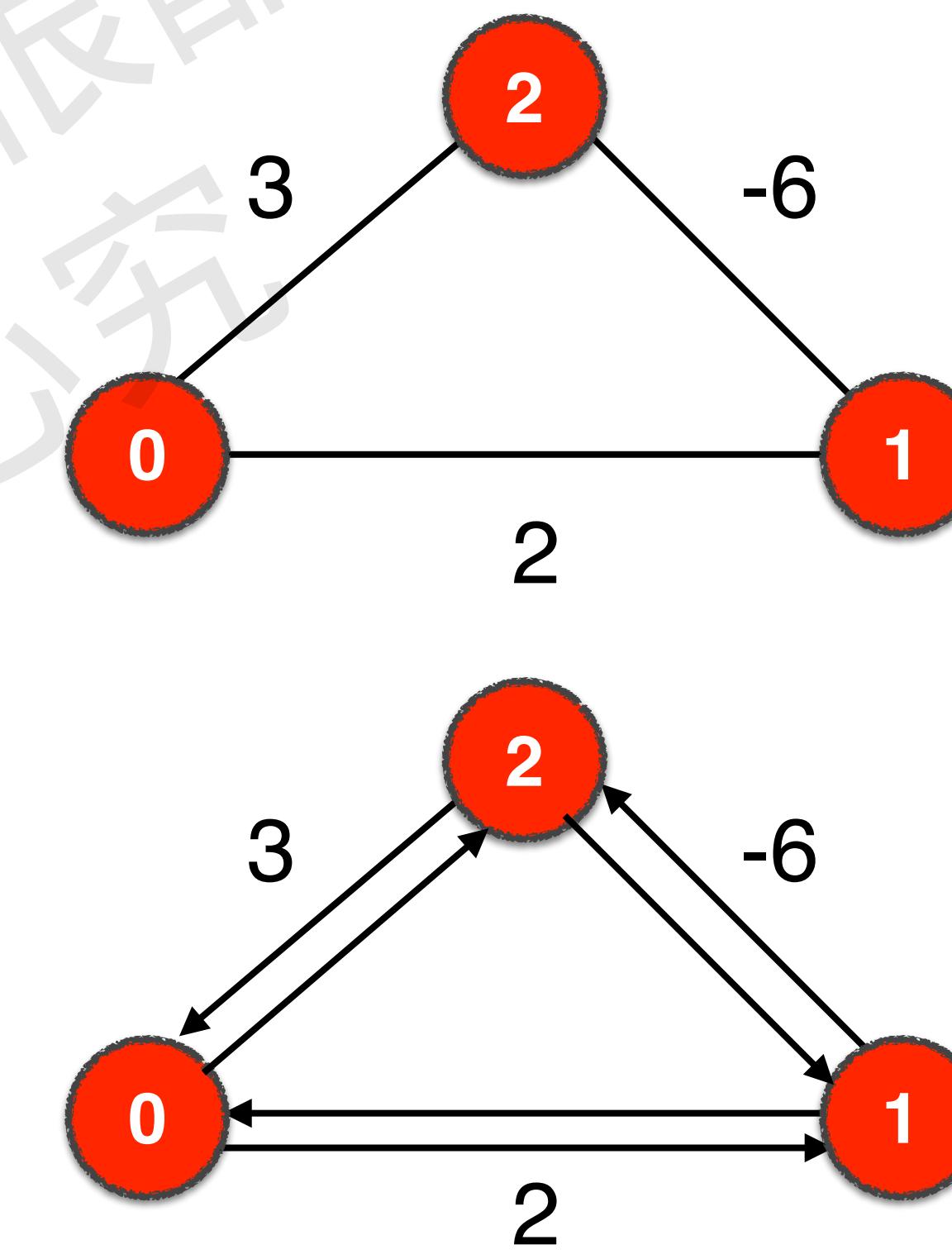
无向图是特殊的有向图



有向图

```
for(int i = 0; i < E; i ++){  
    int a = scanner.nextInt();  
    validateVertex(a);  
    int b = scanner.nextInt();  
    validateVertex(b);  
  
    adj[a].add(b);  
    adj[b].add(a);  
}
```

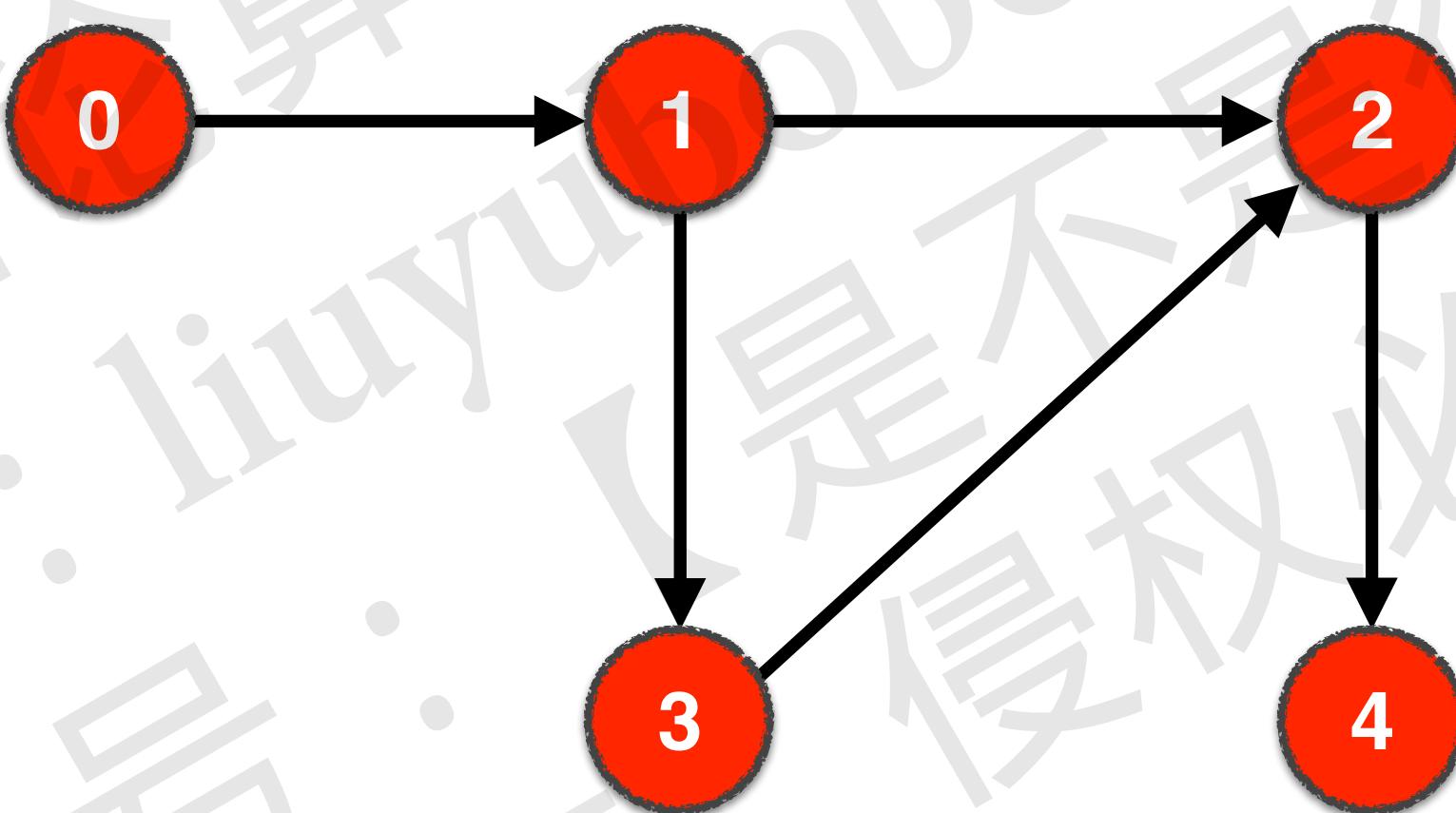
无向图是特殊的有向图



编程实践：有向图

玩转图论算法
讲师：luru**bobobo** 【版权所有，侵权必究】
公众所有，版权归

有向图



有向图算法

liuyubobobo

有向图算法

有些问题，在有向图中不存在，或者我们通常不考虑

floodfill

最小生成树

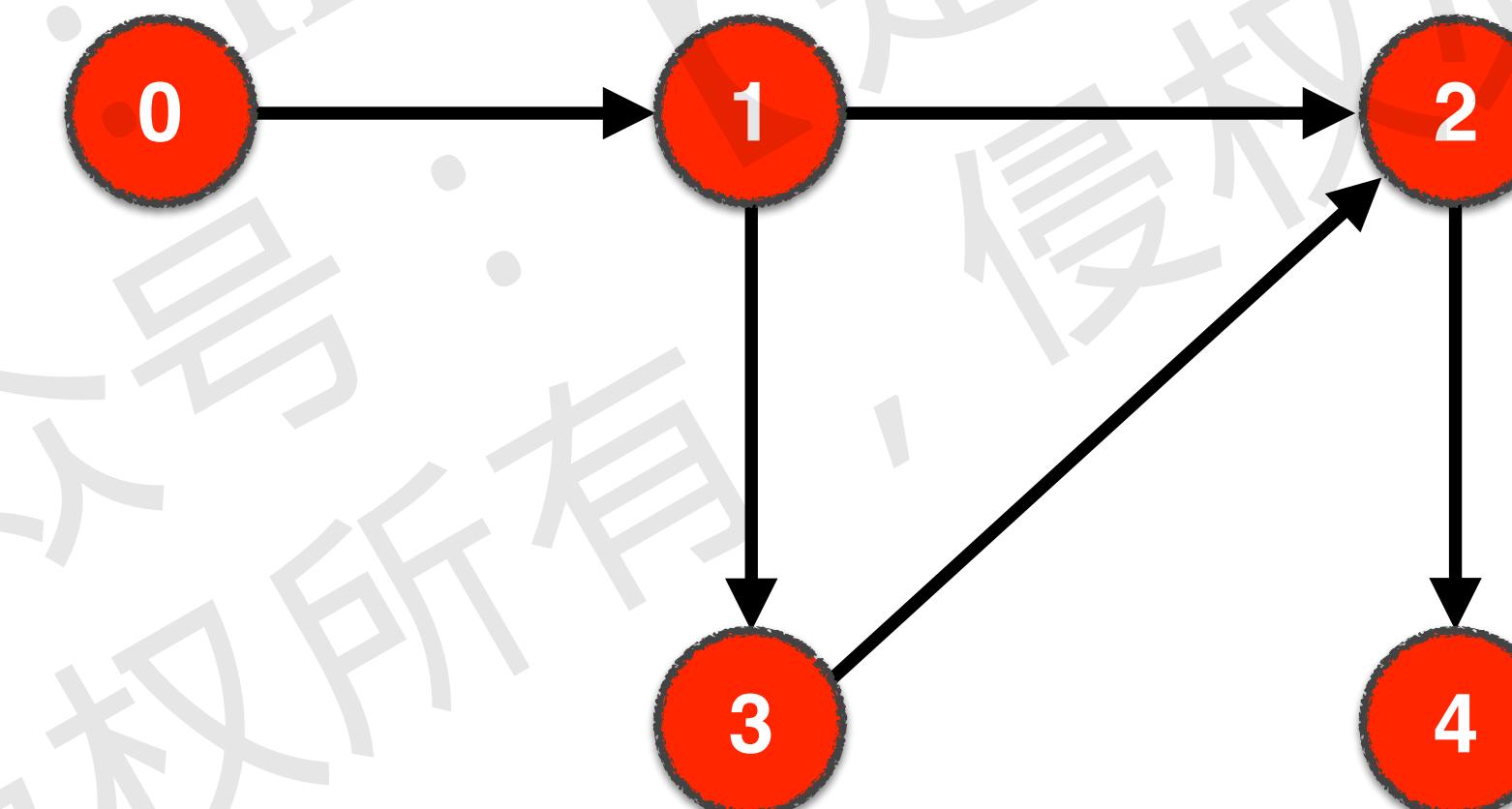
桥和割点

二分图检测

有向图算法

有些问题，在有向图和无向图是一样的

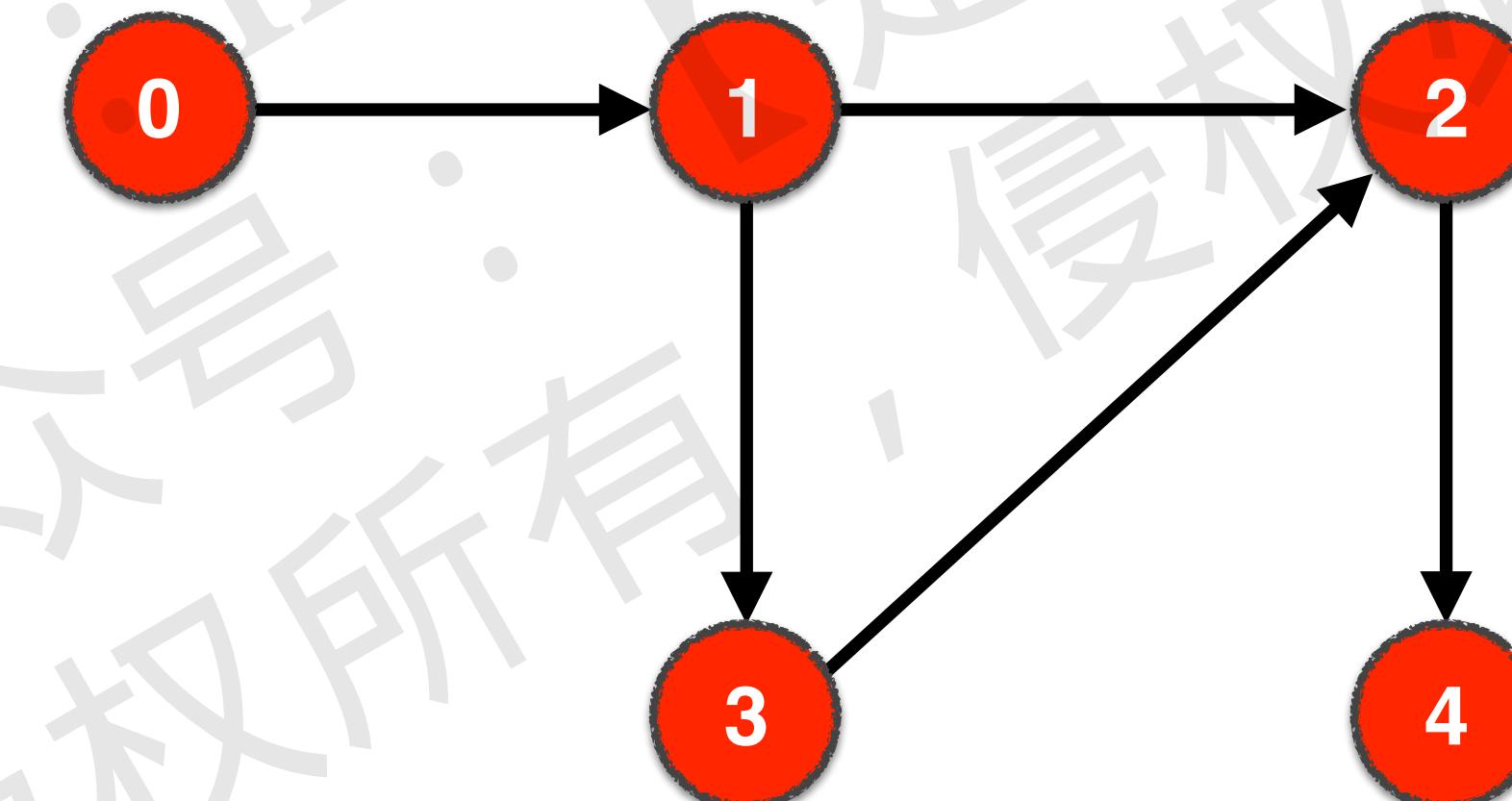
DFS



有向图算法

有些问题，在有向图和无向图是一样的

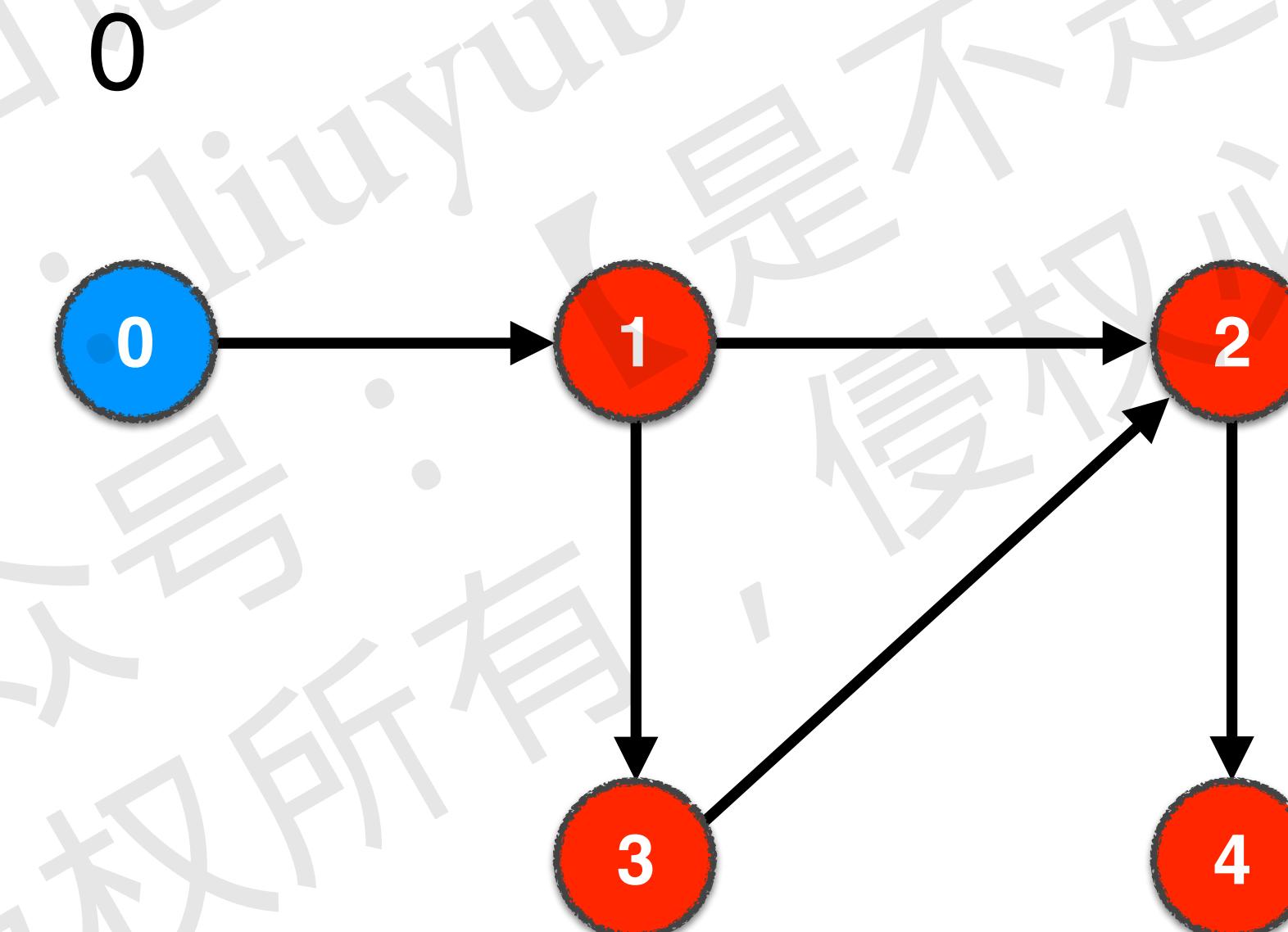
DFS



有向图算法

有些问题，在有向图和无向图是一样的

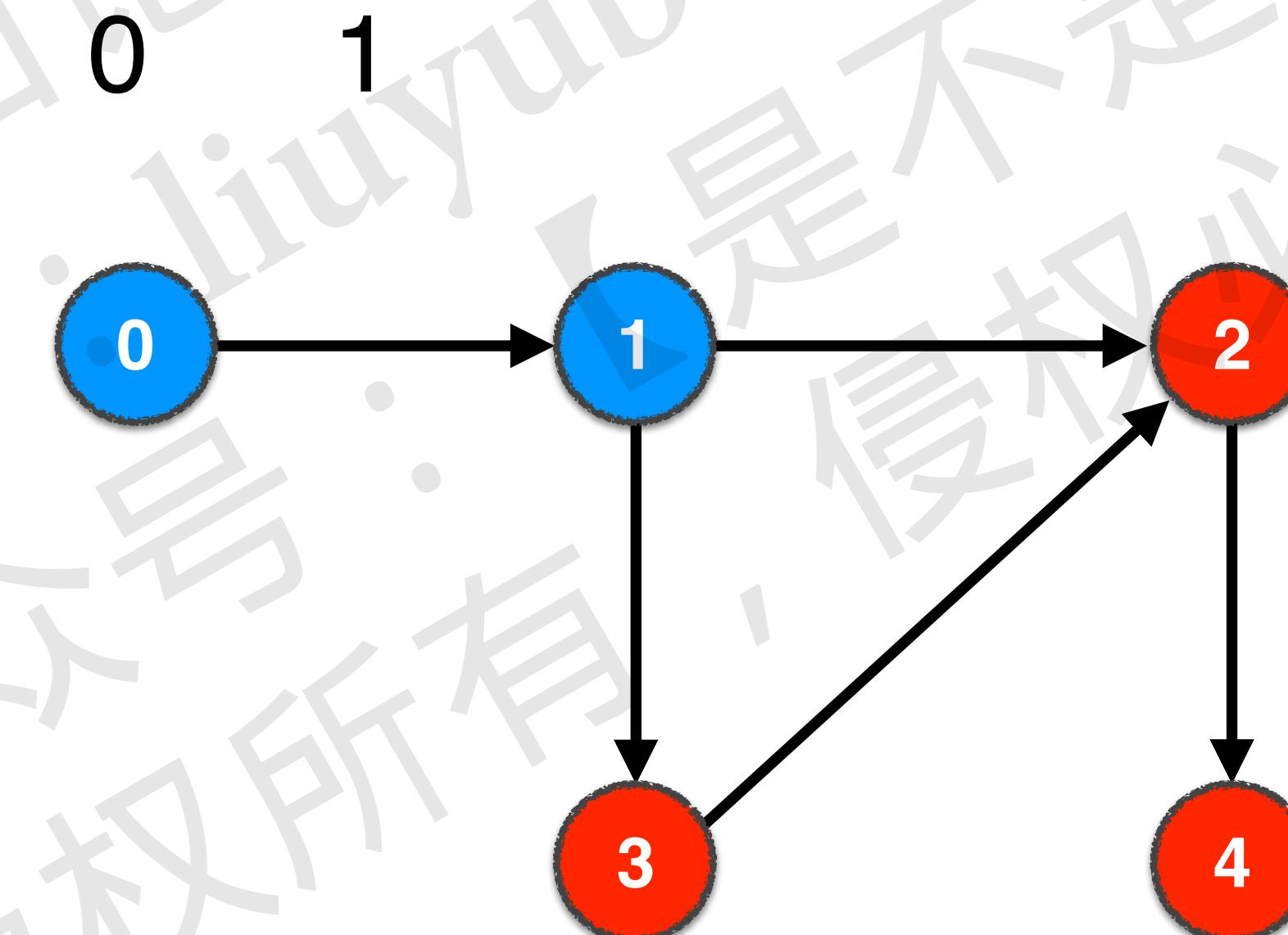
DFS



有向图算法

有些问题，在有向图和无向图是一样的

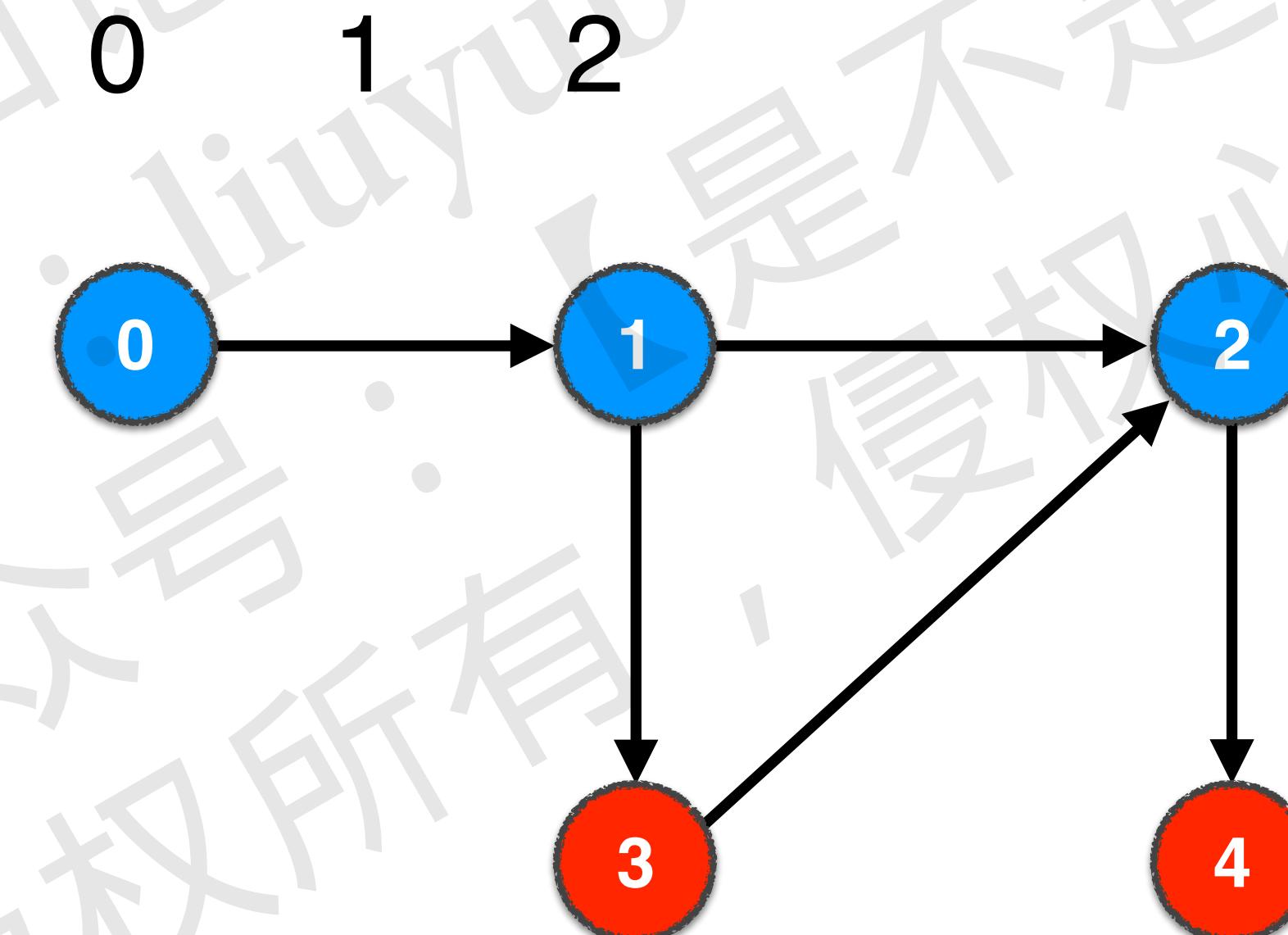
DFS



有向图算法

有些问题，在有向图和无向图是一样的

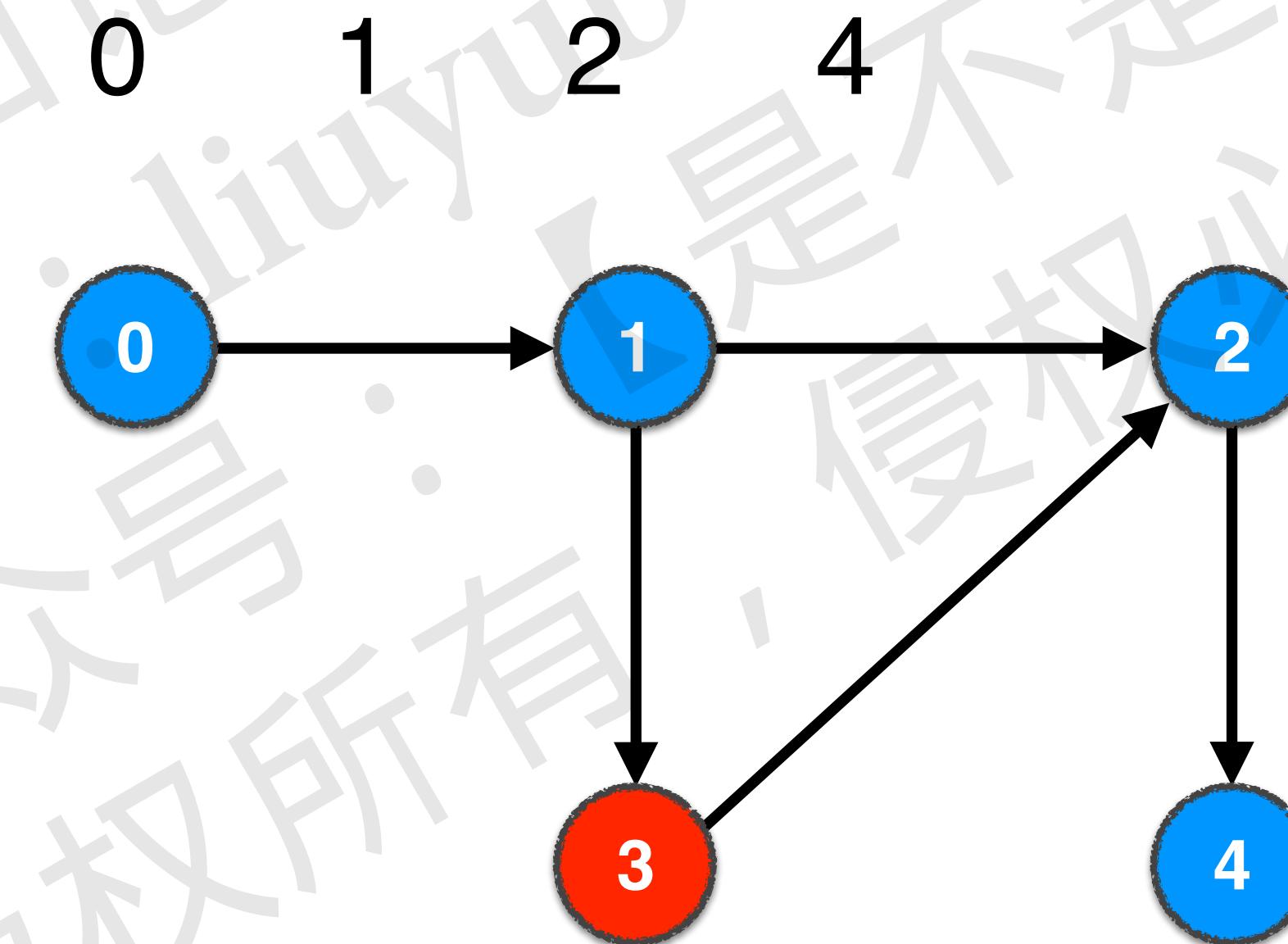
DFS



有向图算法

有些问题，在有向图和无向图是一样的

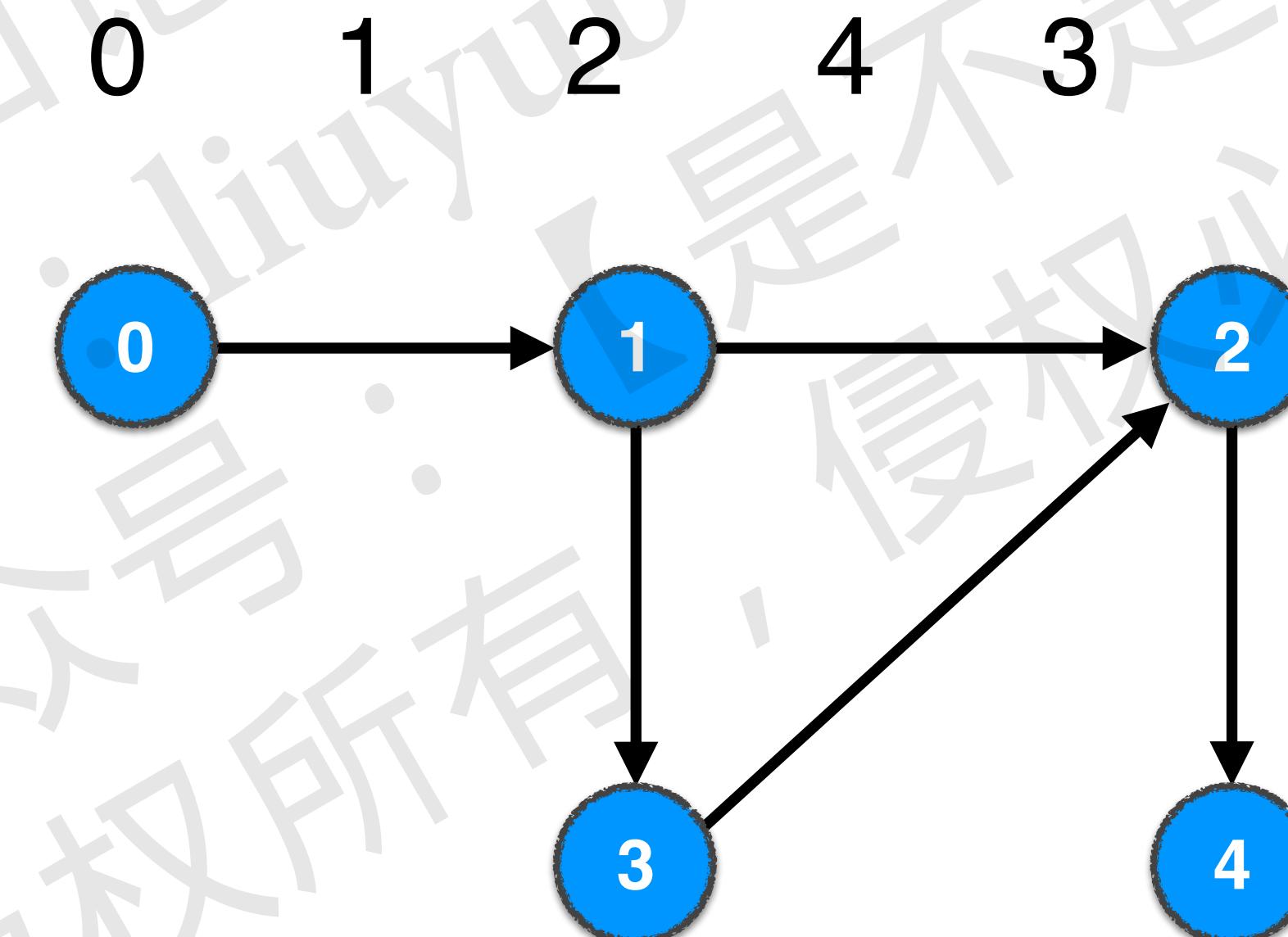
DFS



有向图算法

有些问题，在有向图和无向图是一样的

DFS



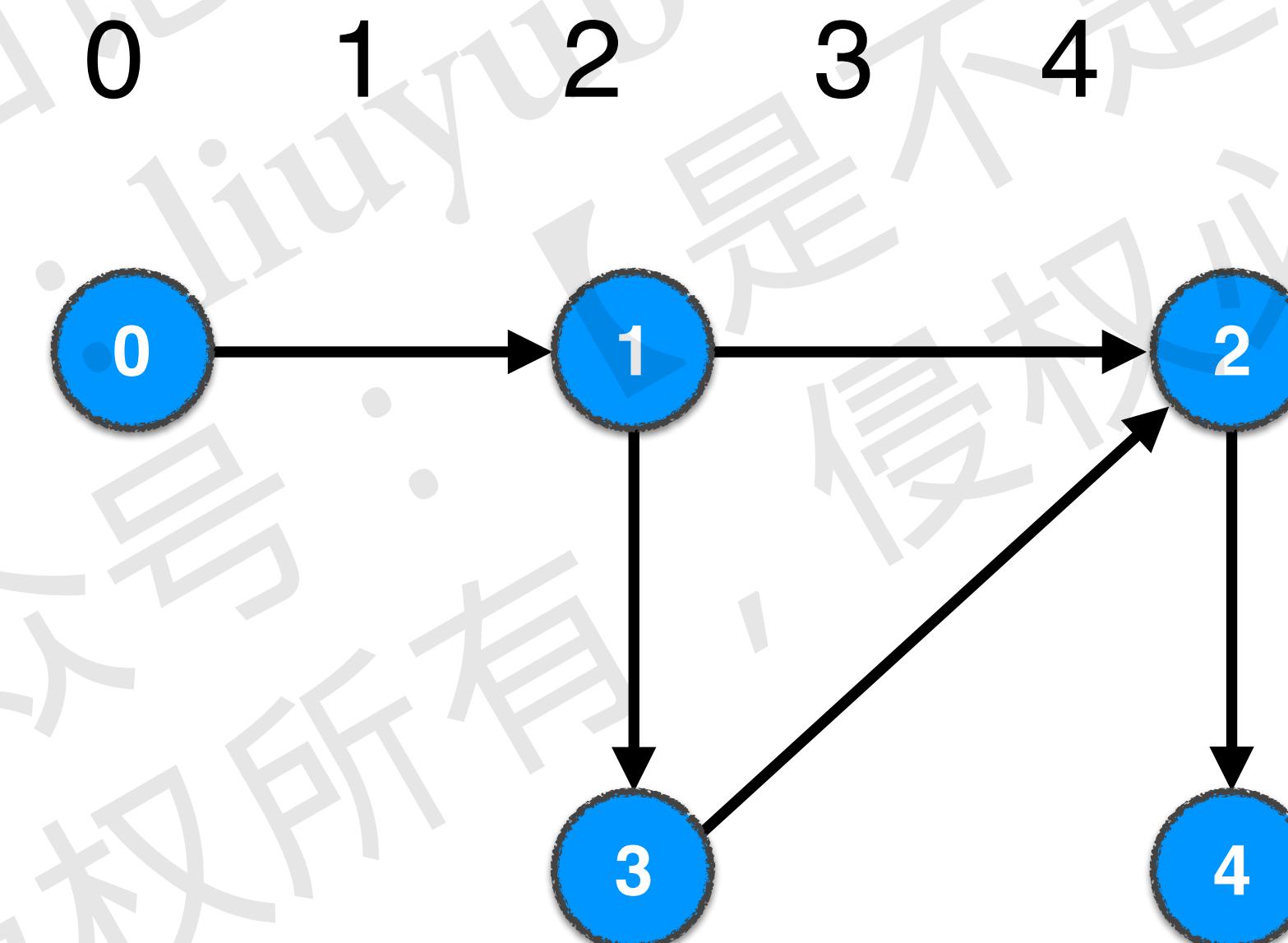
编程实践：有向图的DFS

玩转算法
讲师：liuyubobobo
讲师：liuyubobobo
版权归属公众所有，侵权必究

有向图算法

有些问题，在有向图和无向图是一样的

BFS



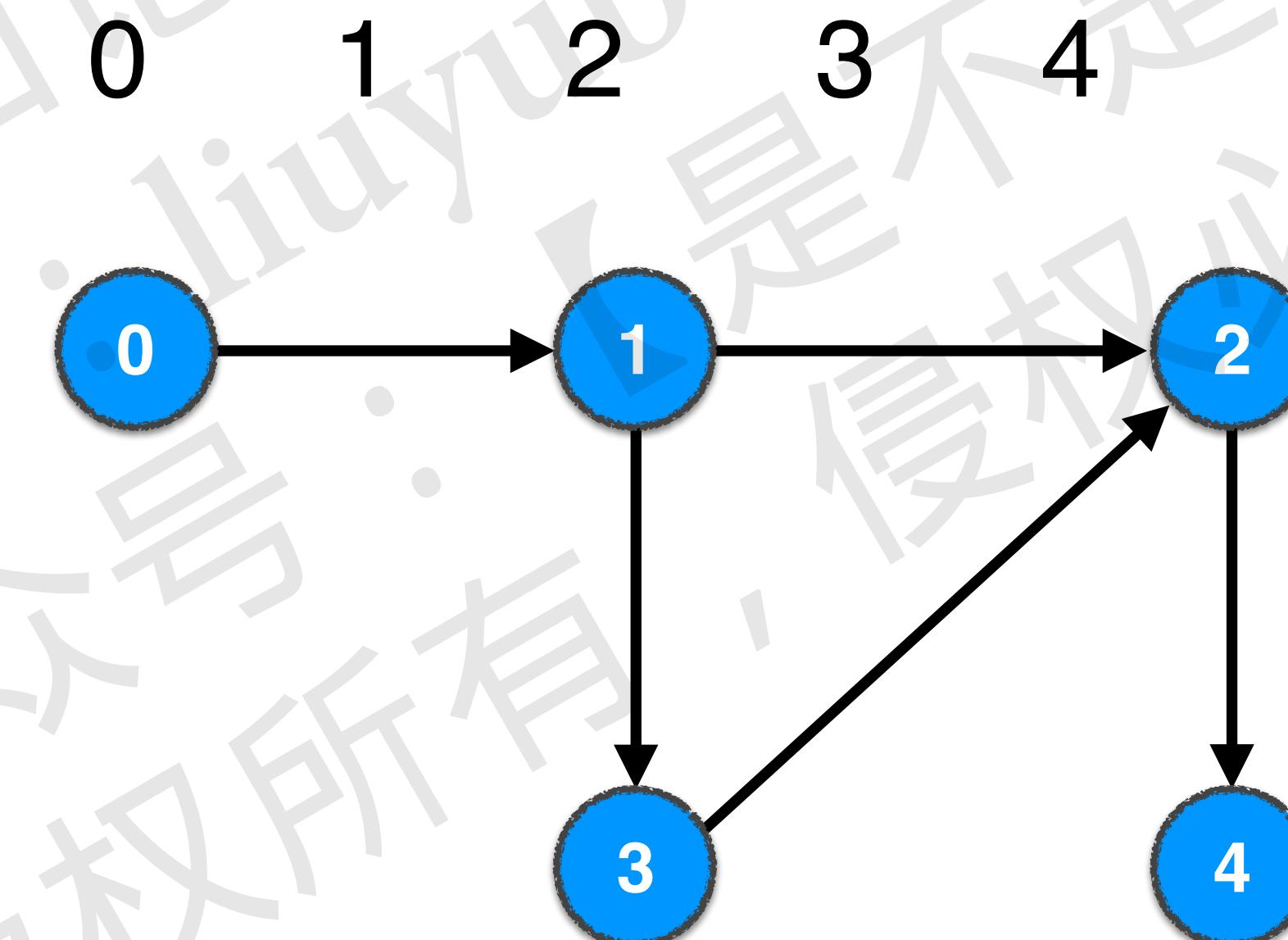
编程实践：有向图的BFS

玩转图论算法
进阶师 · LiuYubobobo · 《图论必修课》
版权归公众所有，侵权必究

有向图算法

有些问题，在有向图和无向图是一样的

BFS



无权图的最短路径问题

有向图算法

有些问题，在有向图和无向图是一样的

带权图的最短路径问题



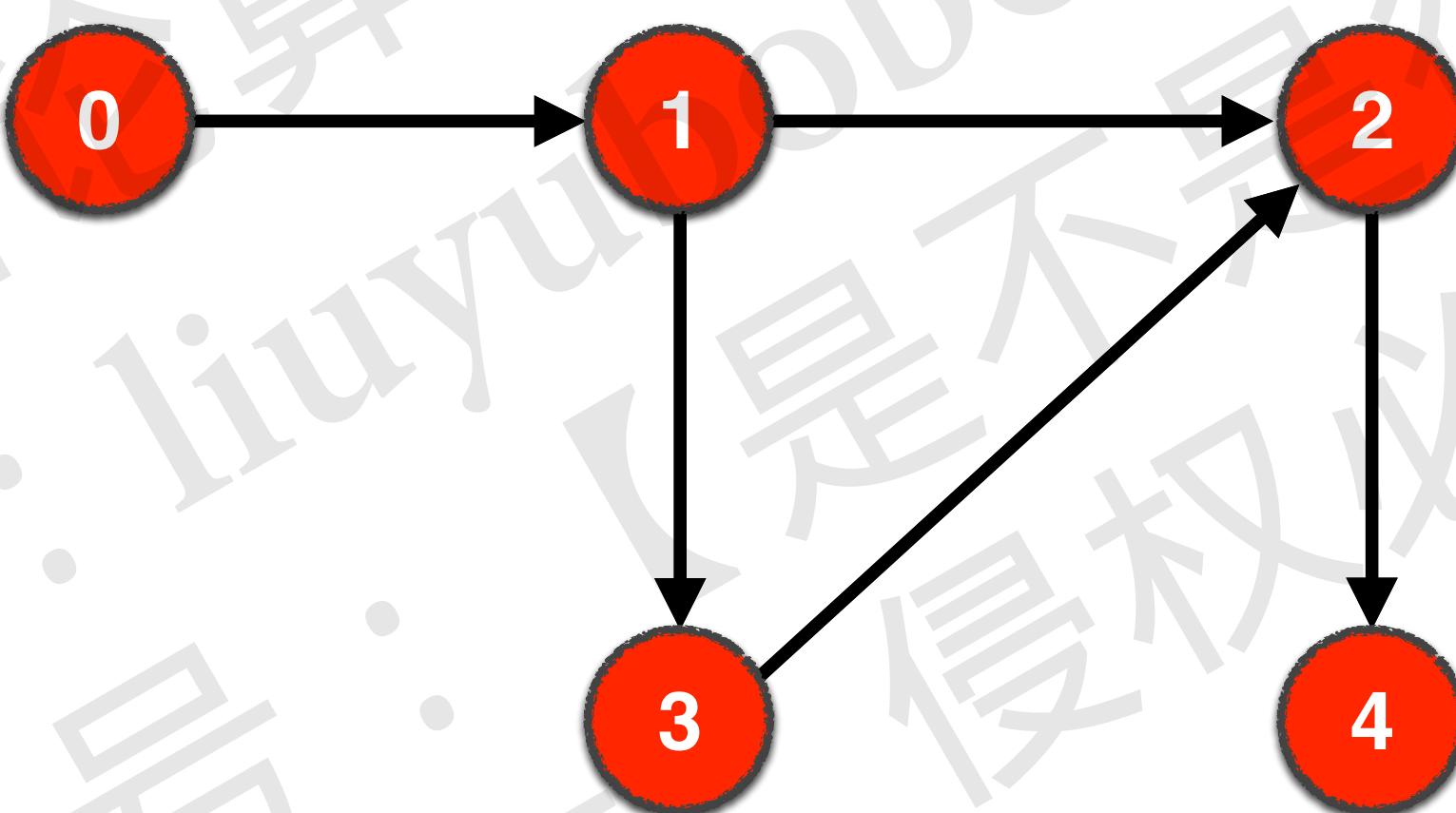
编程实践：有向带权图的最短路径问题

玩转算法 · liuyan · 游戏必经之路 · 由公众所有、侵权必究
编程实践：有向带权图的最短路径问题

有向图的环检测

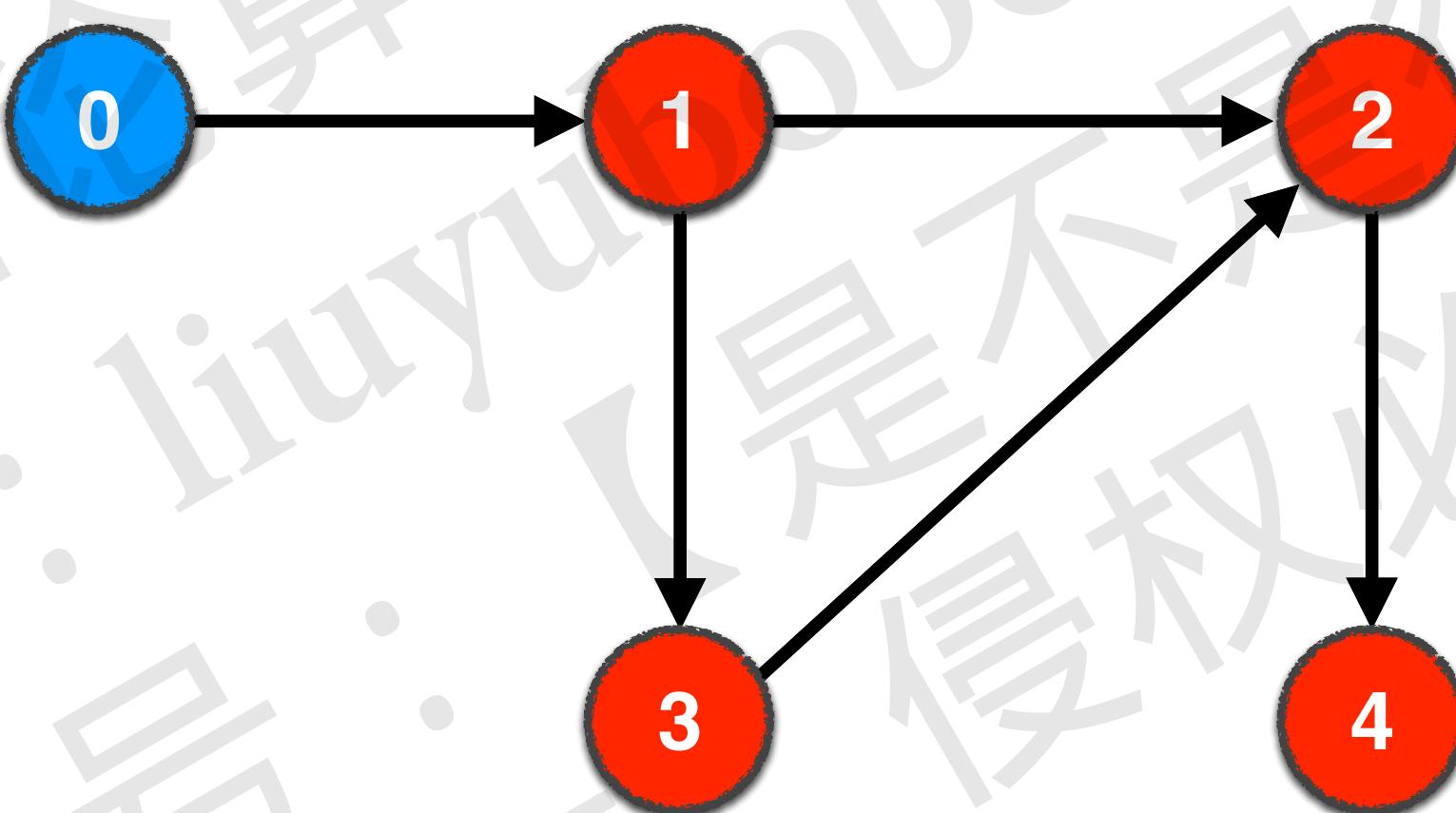
liuyubobobo

有向图的环检测

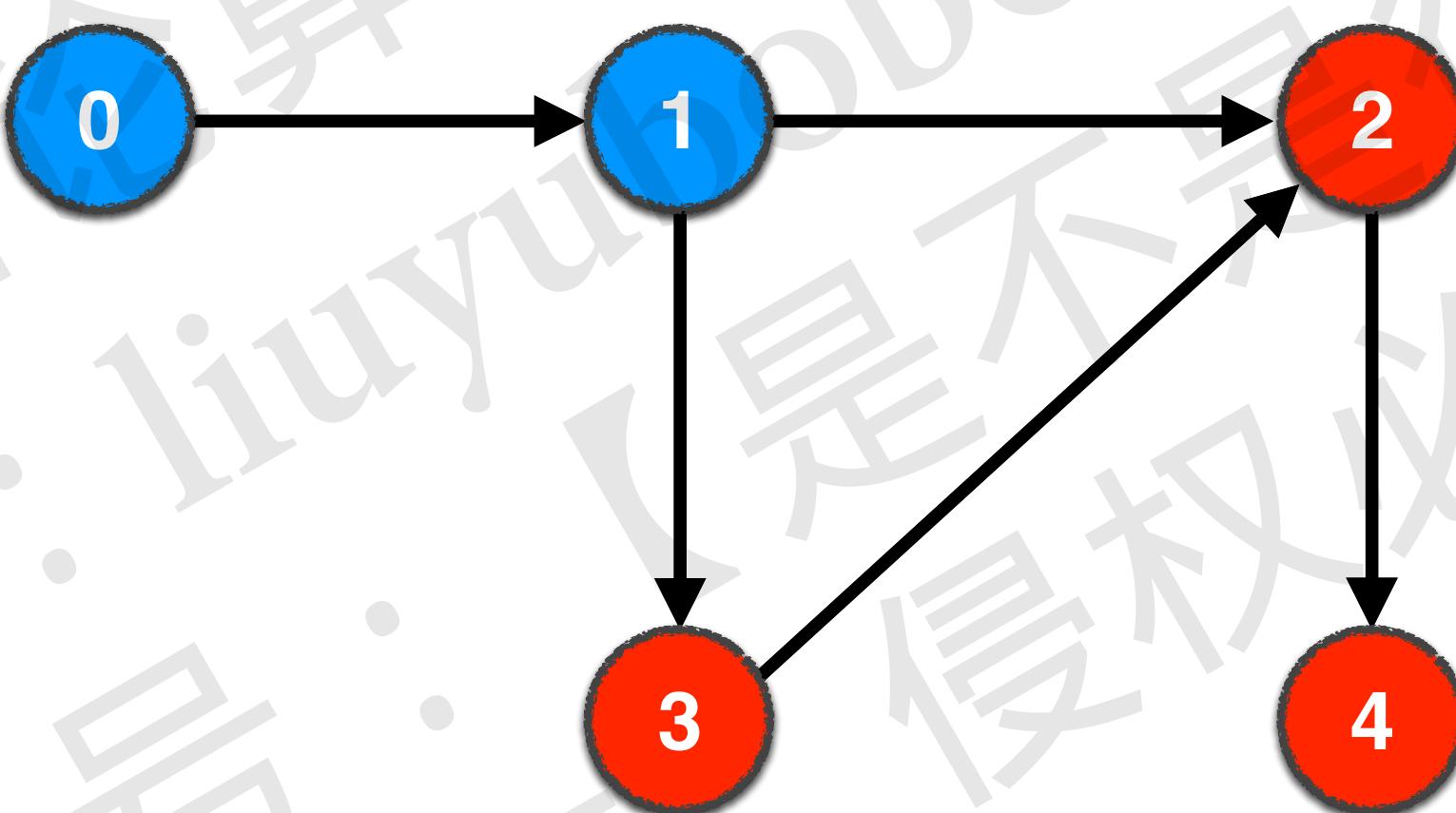


玩转图论算法
讲师：liuyubobobo
（是不累，侵权必究）
公众所有，侵权必究

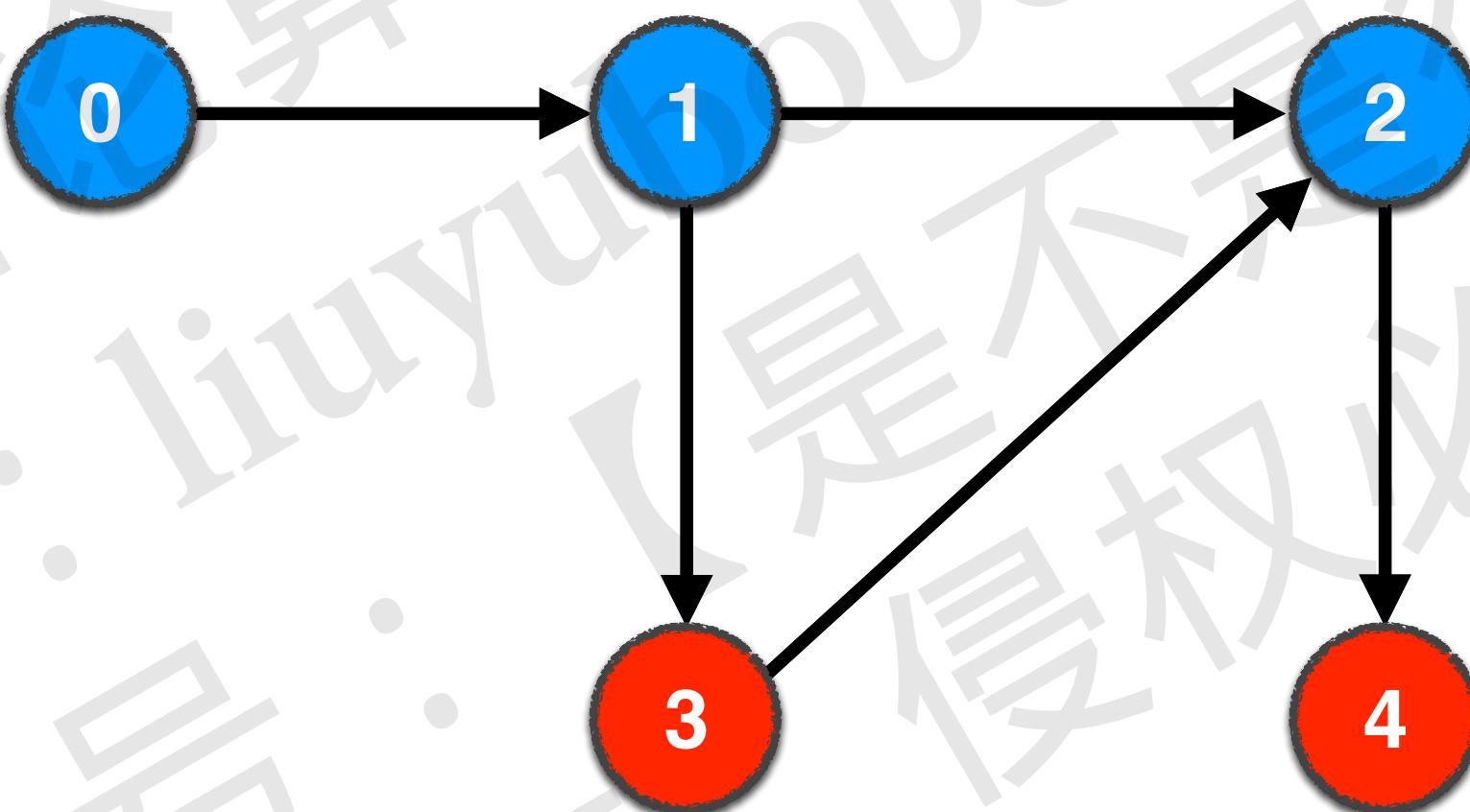
有向图的环检测



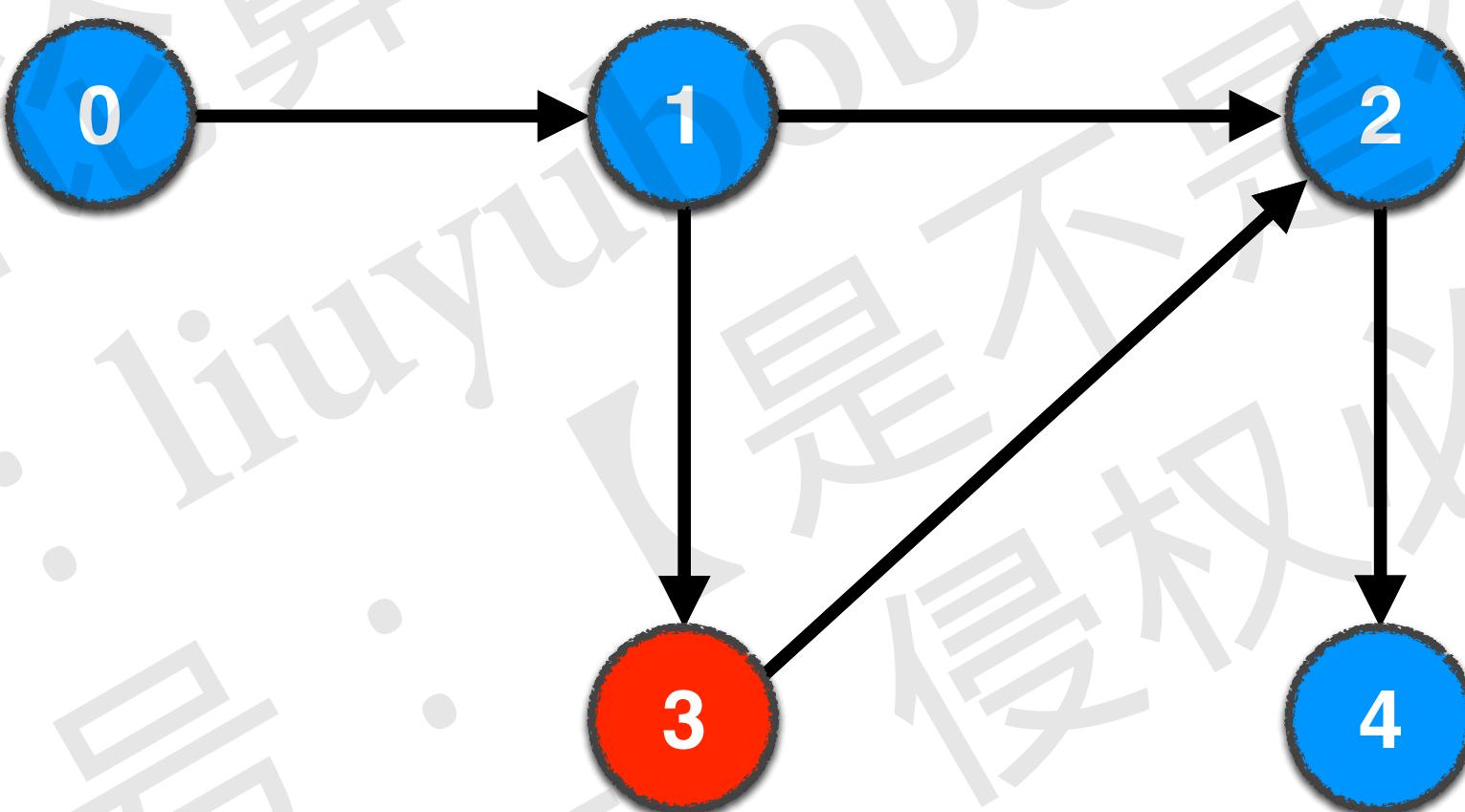
有向图的环检测



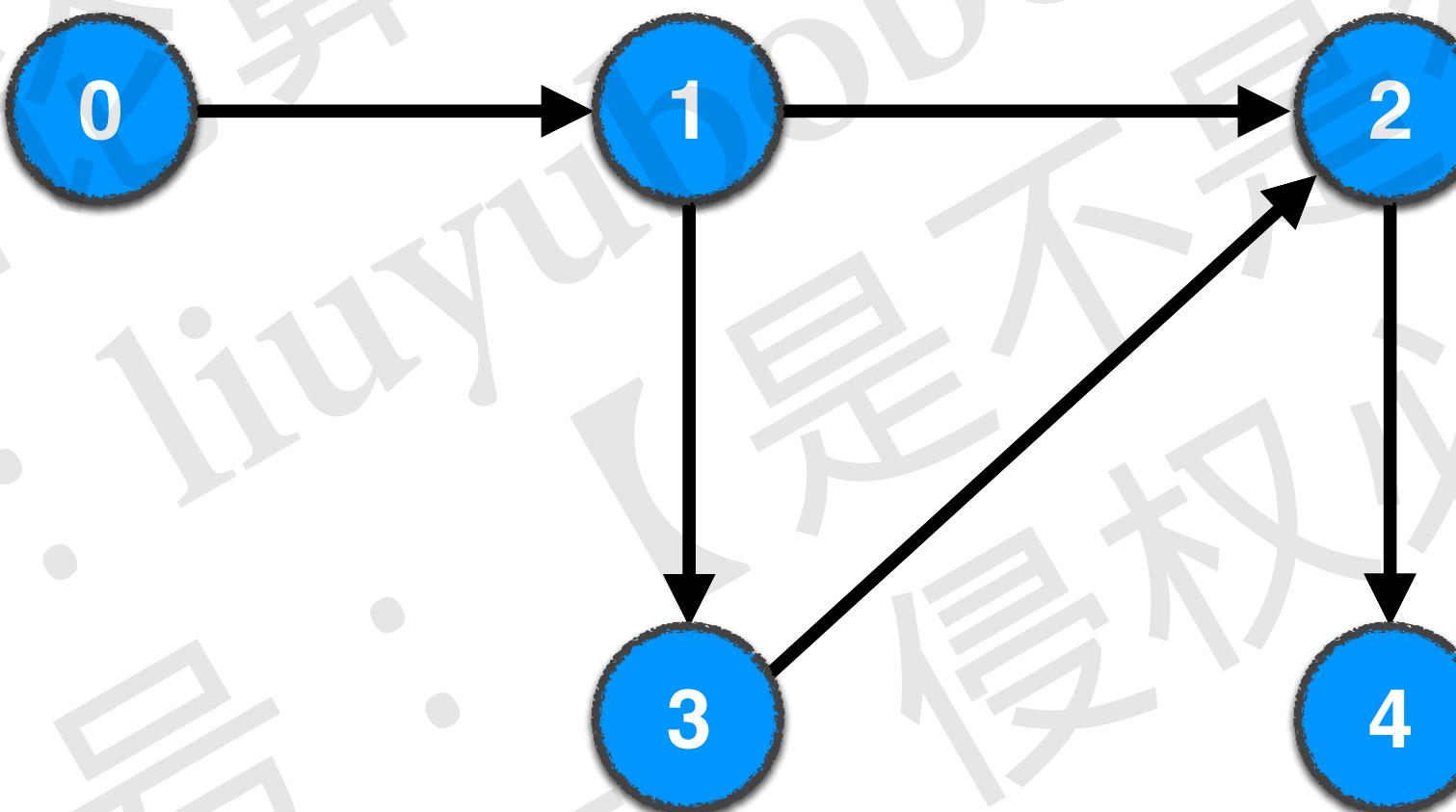
有向图的环检测



有向图的环检测



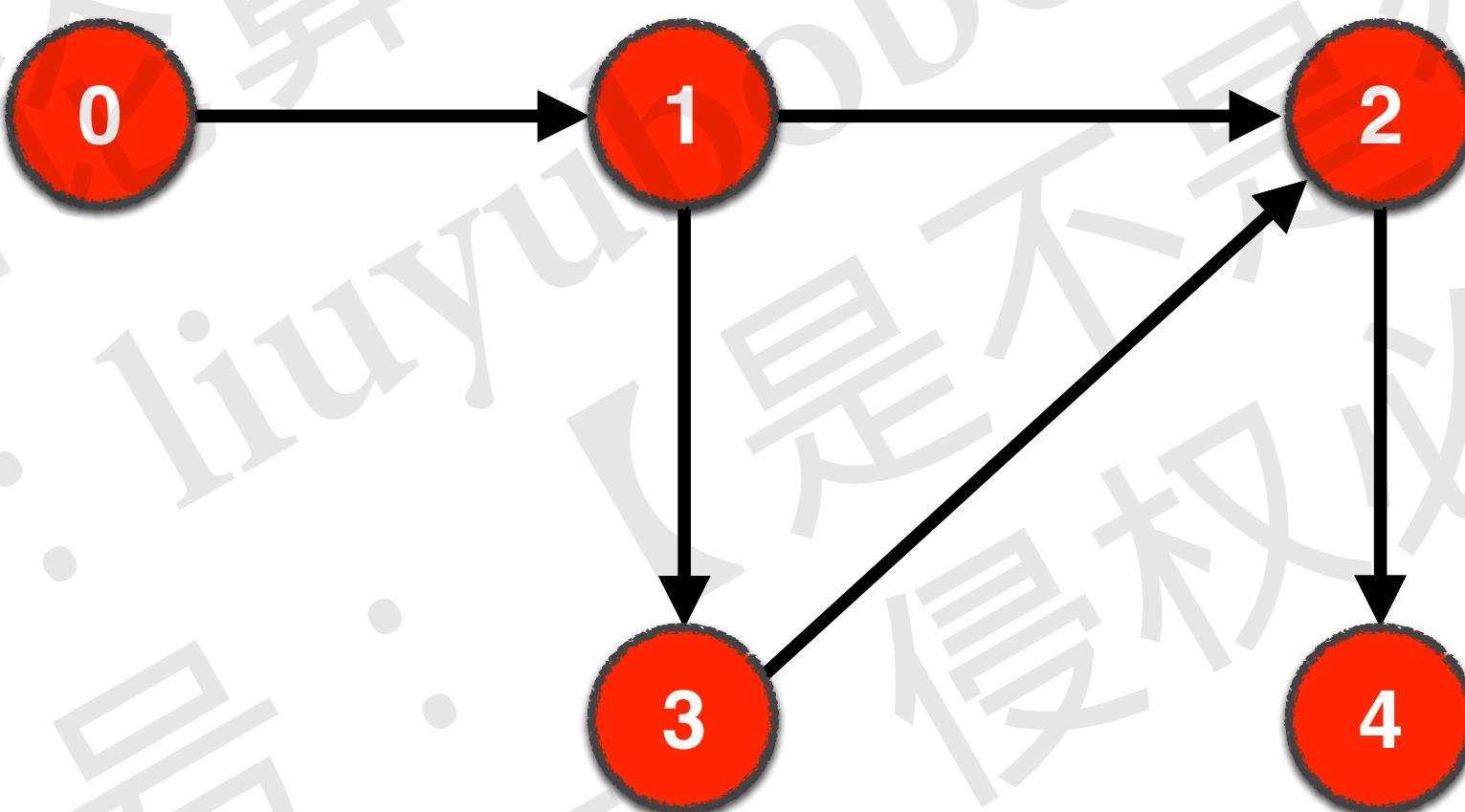
有向图的环检测



问题：已经遍历过不代表形成环

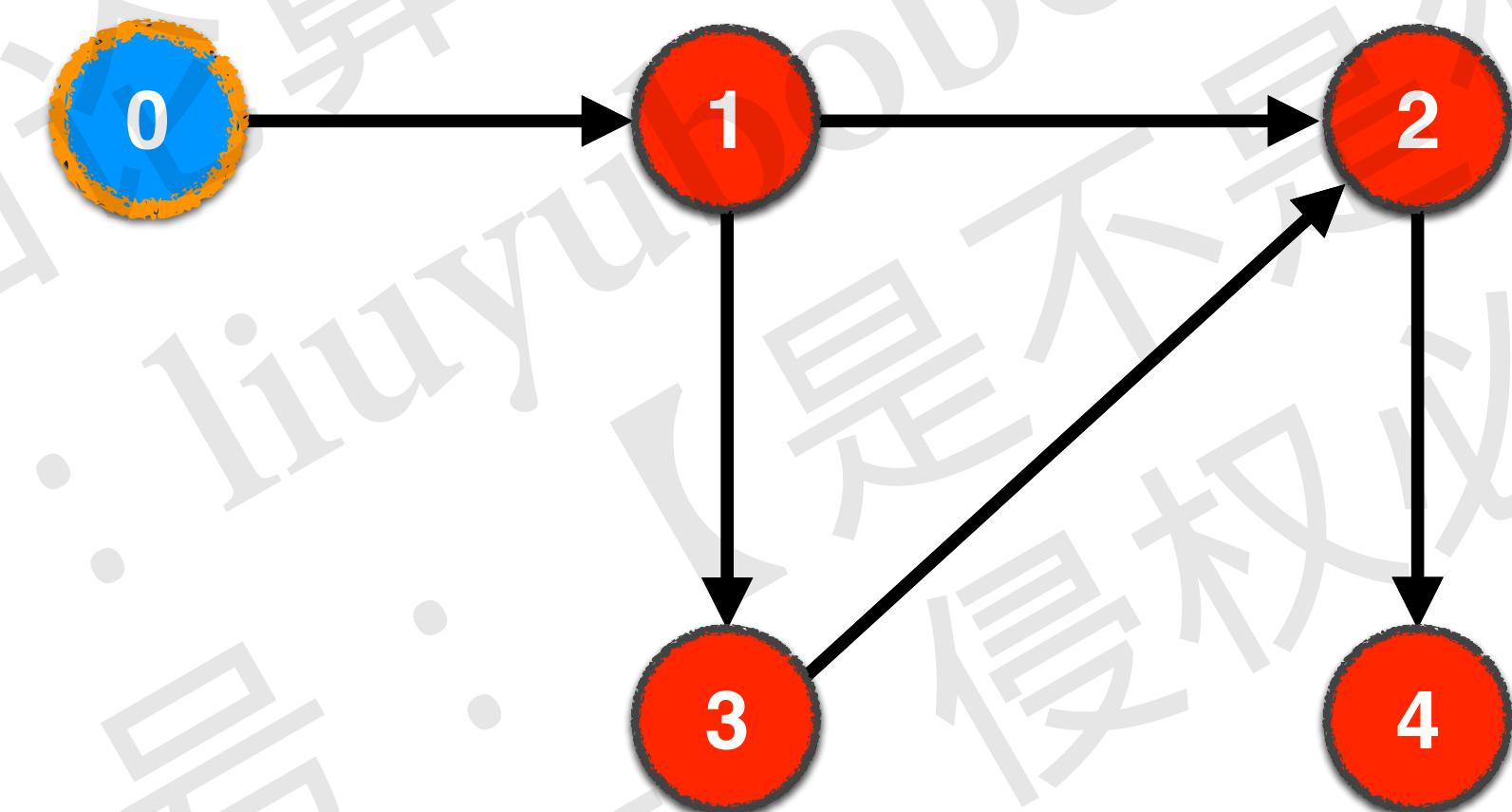
解决：添加一个标记，在当前路径上

有向图的环检测

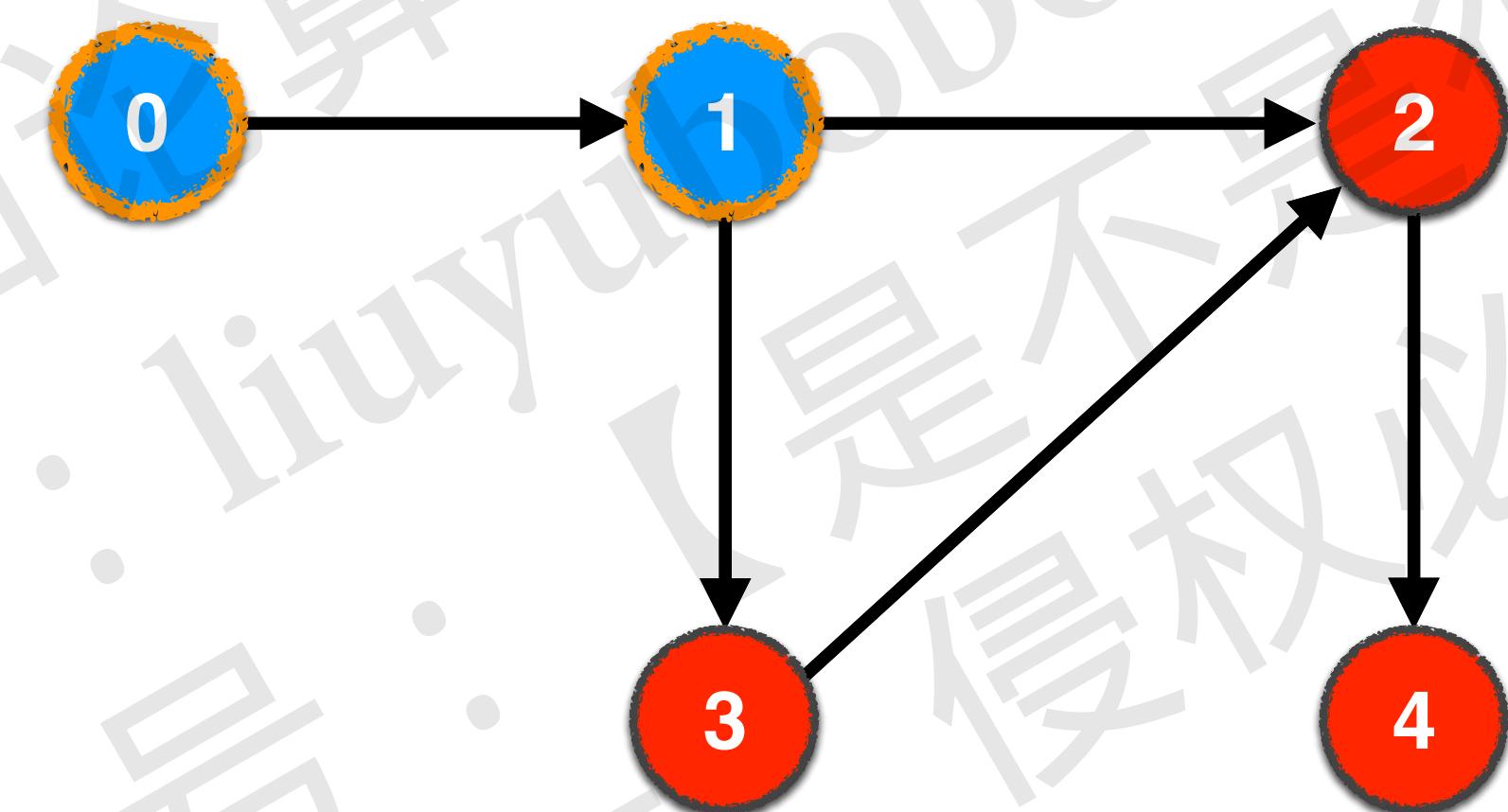


玩转图论算法
讲师：liuyubobobo
（是不累，侵权必究）
公众所有，侵权必究

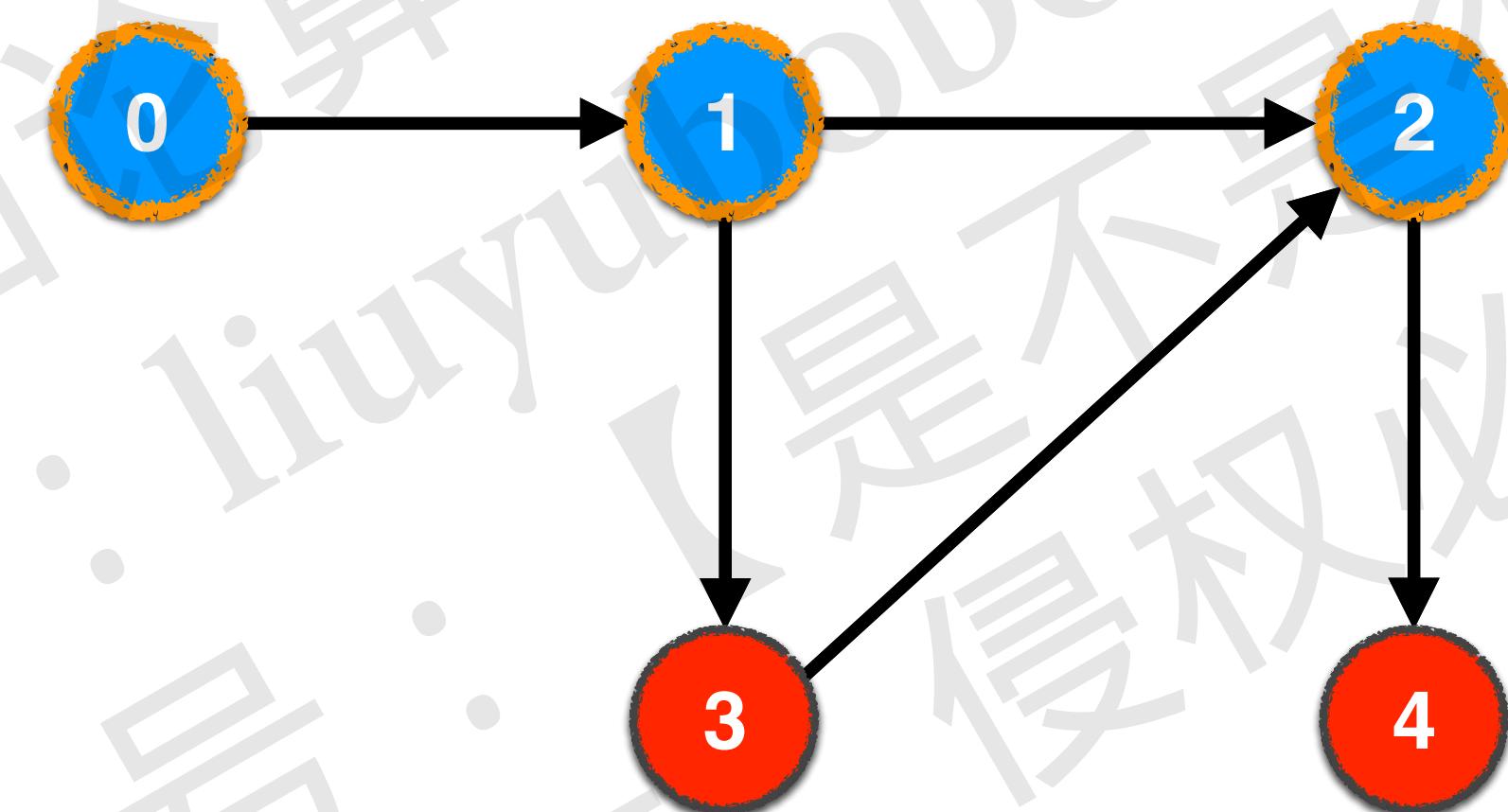
有向图的环检测



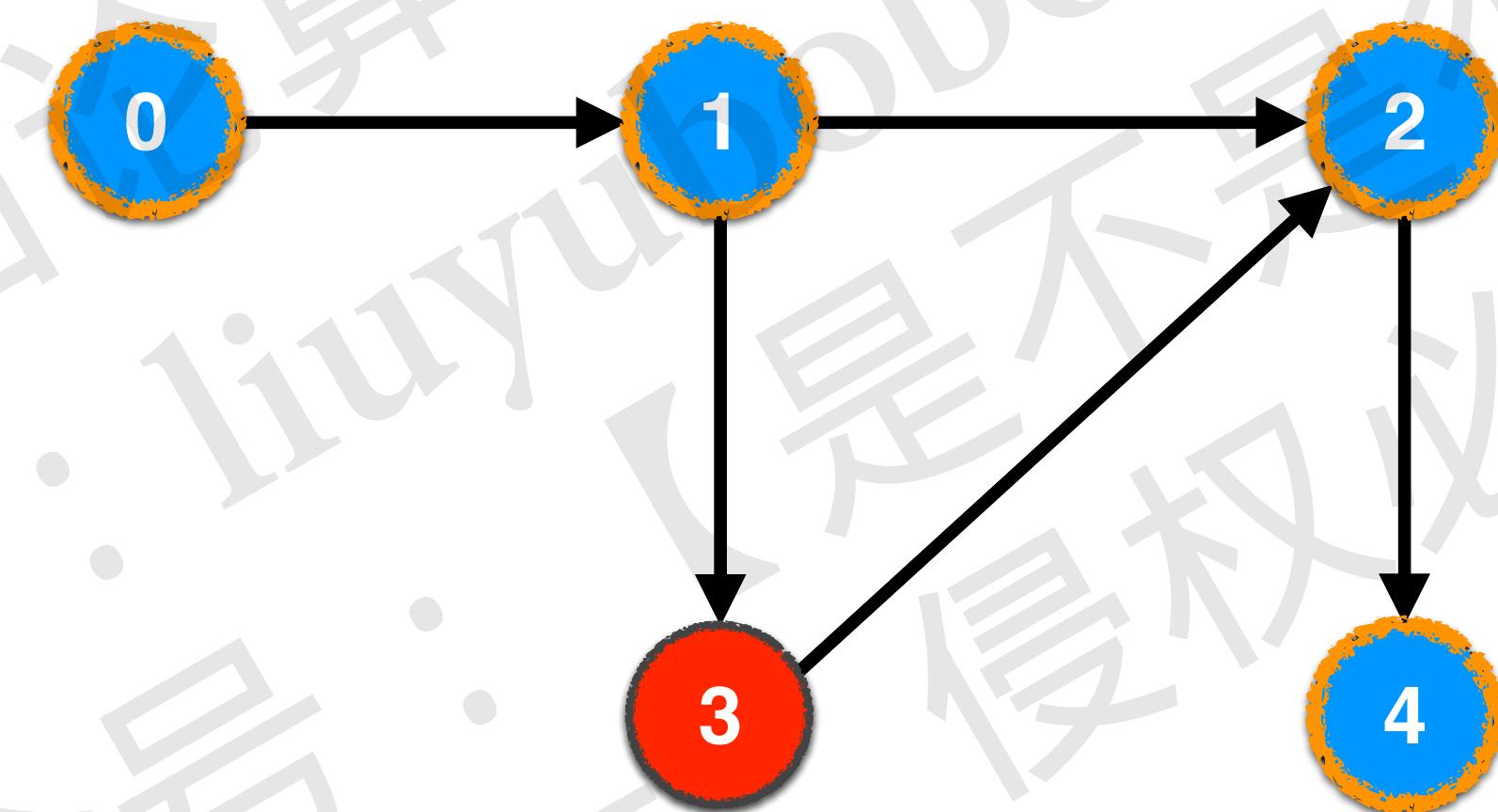
有向图的环检测



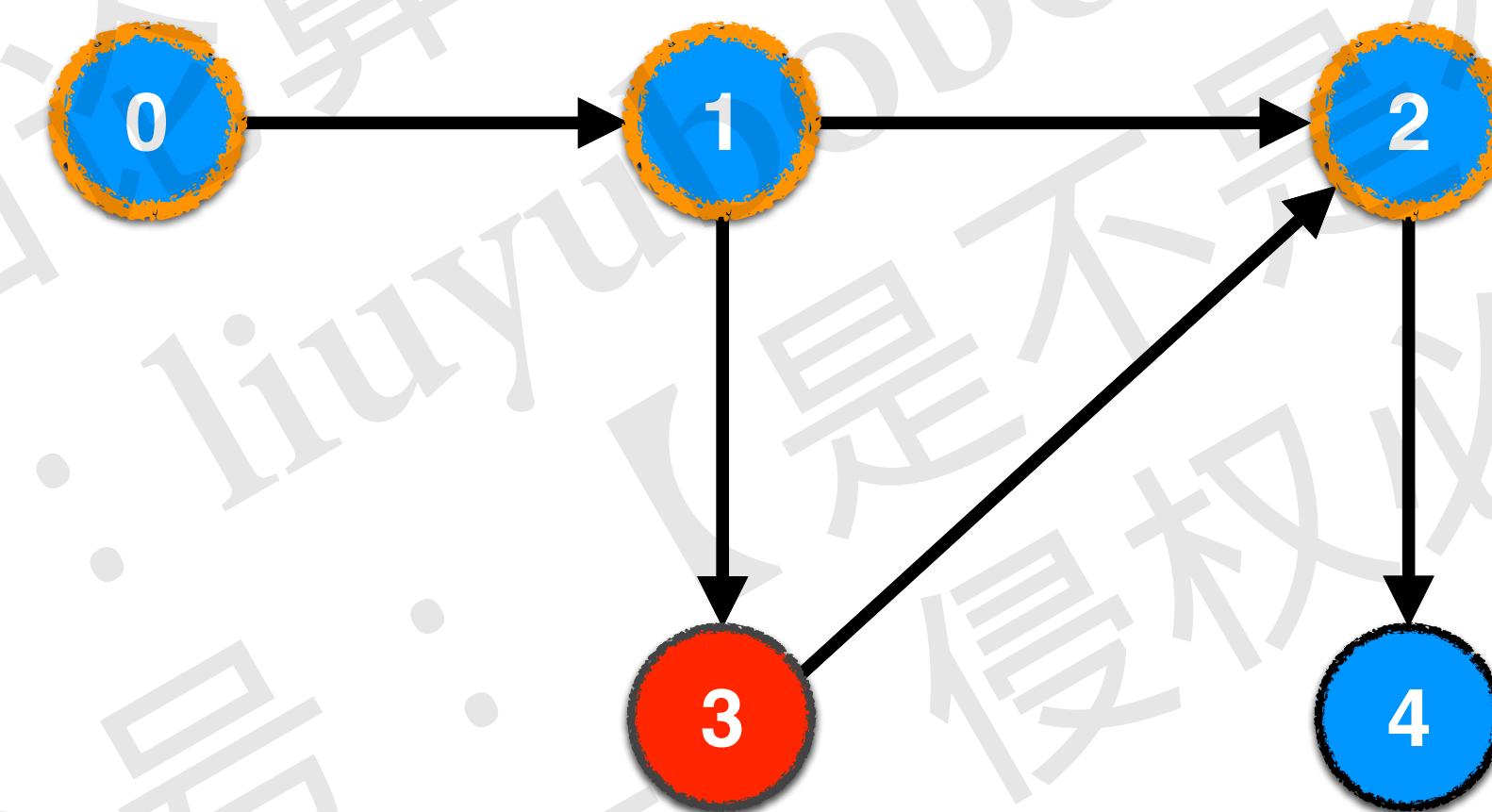
有向图的环检测



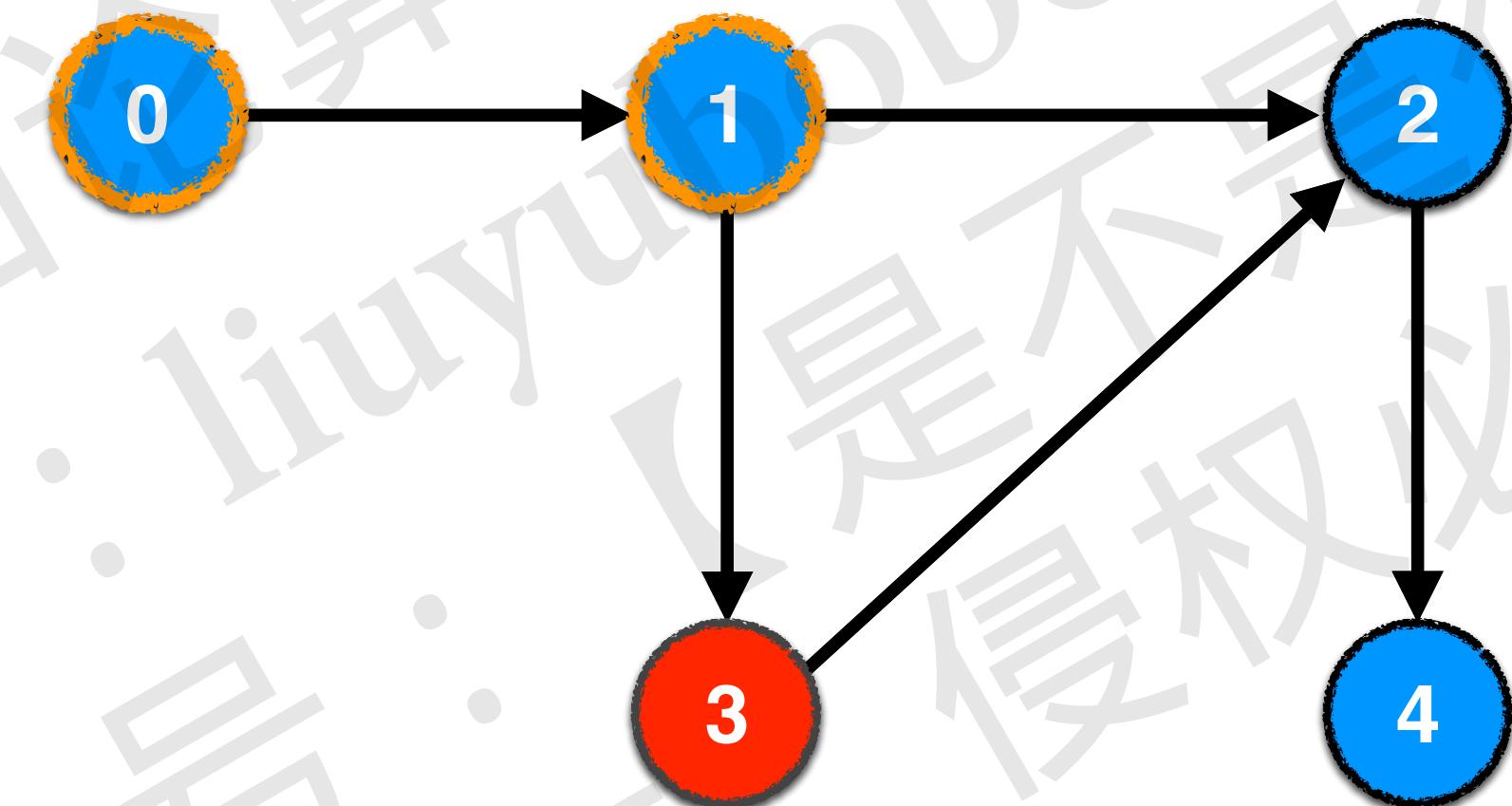
有向图的环检测



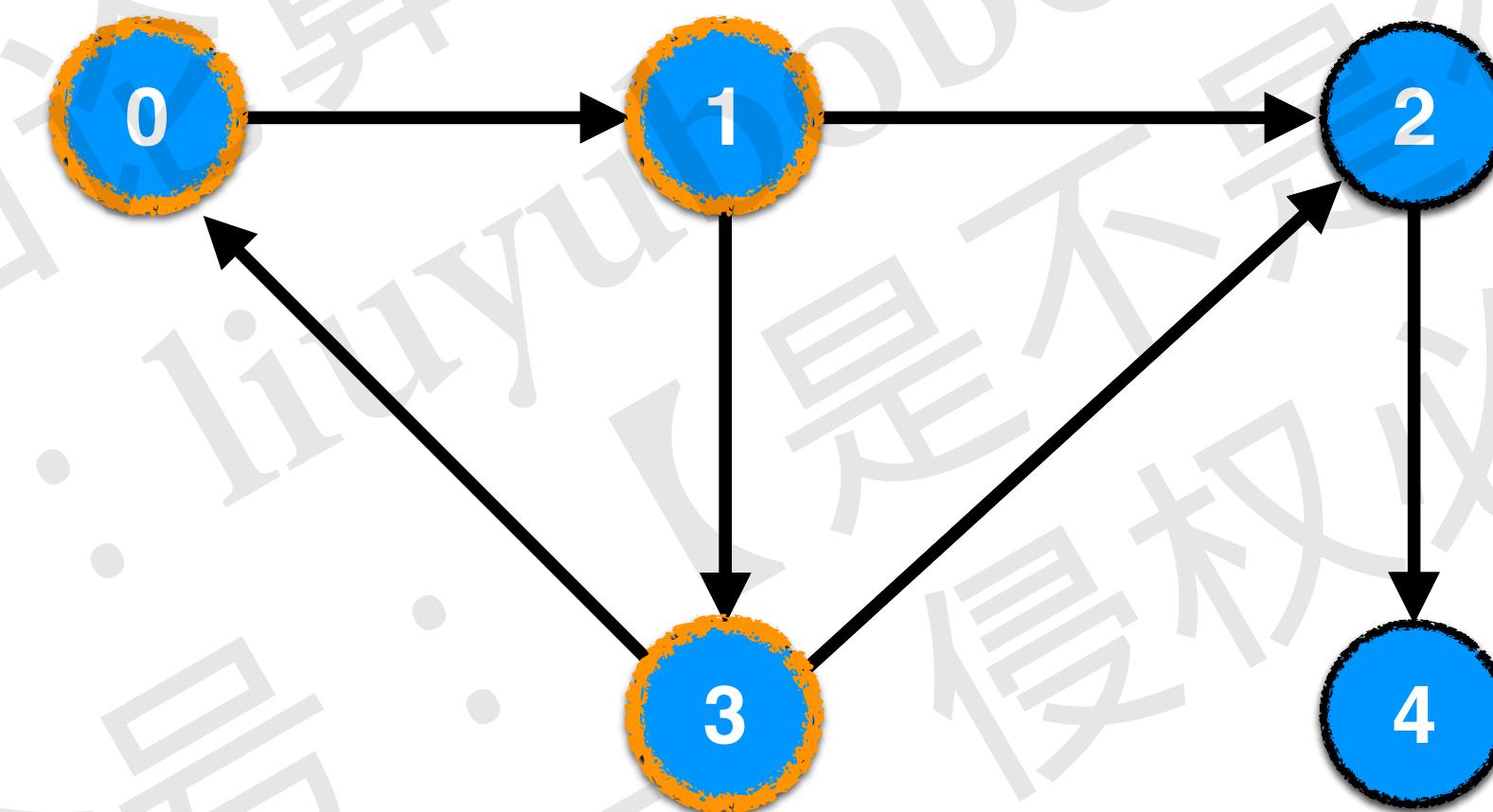
有向图的环检测



有向图的环检测



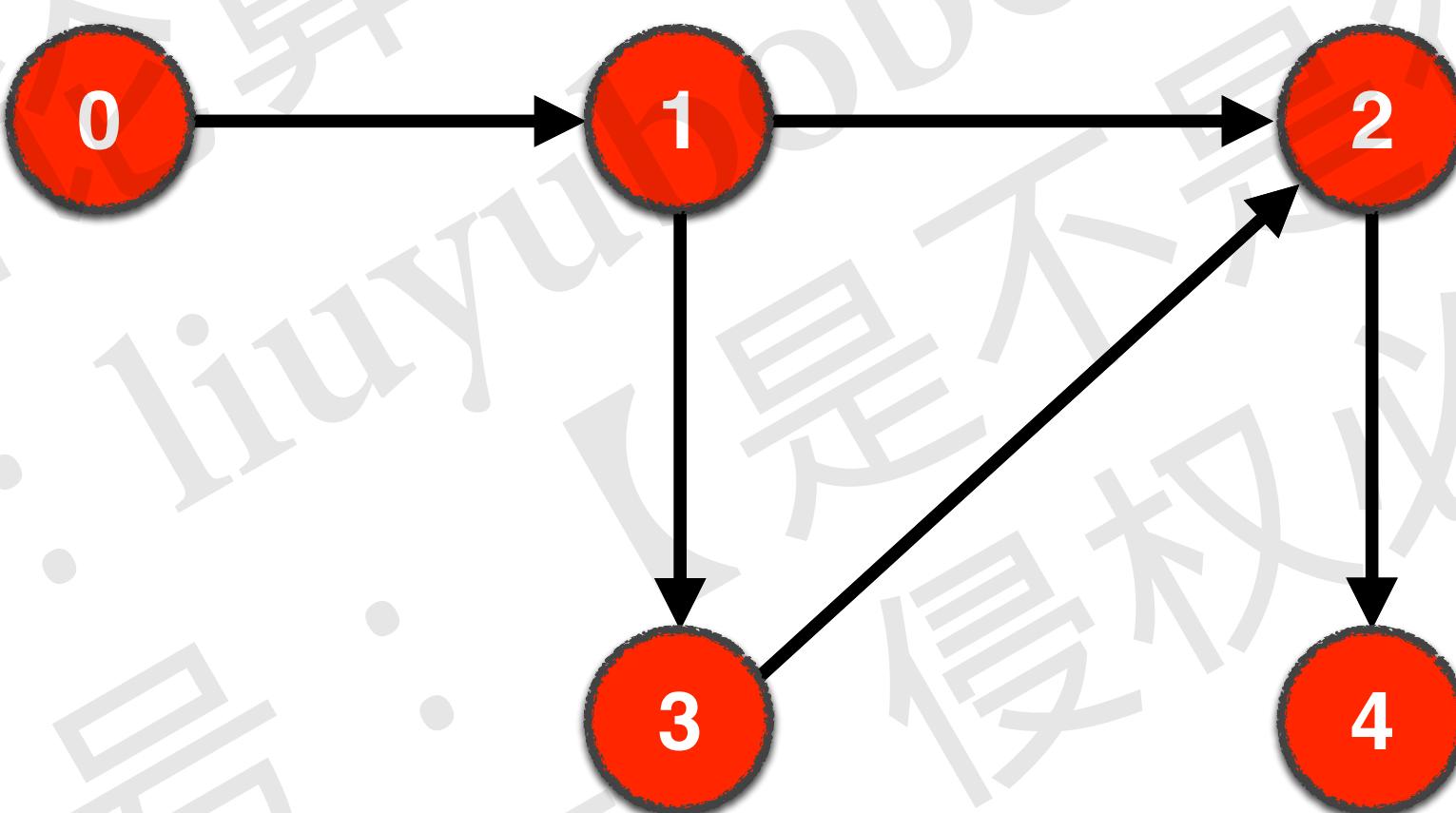
有向图的环检测



编程实践：有向图的环检测

玩转图论算法
讲师：刘禹波
公众所有，侵权必究
编程实践：有向图的环检测

有向图的环检测



玩转图论算法
讲师：liuyubobobo
（是不累，慢极快）
公众所有，侵权必究
版权所有

有向图的环检测

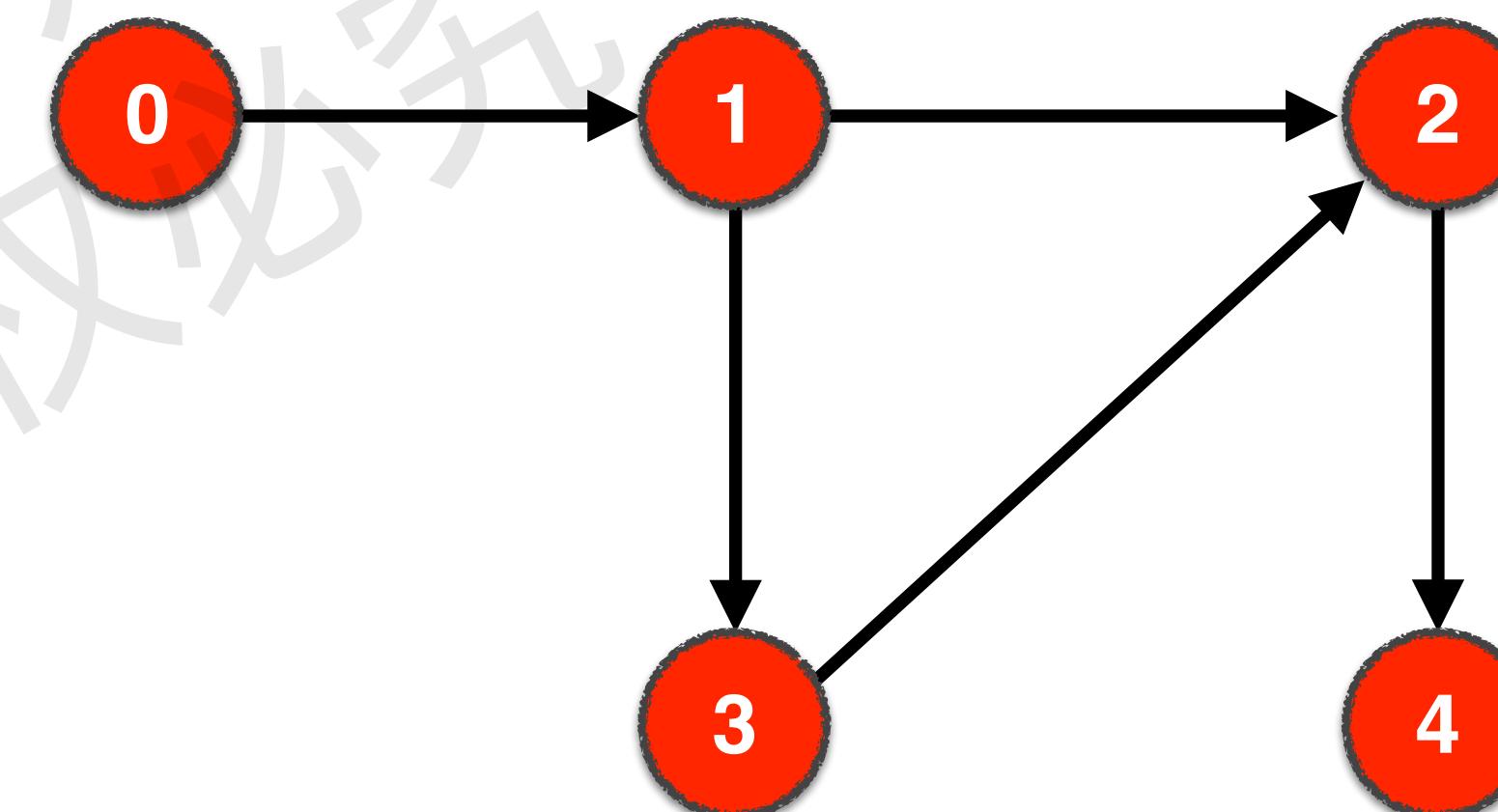
在很多应用中，我们需要确保有向图无环

程序模块的引用

任务调度

学习计划

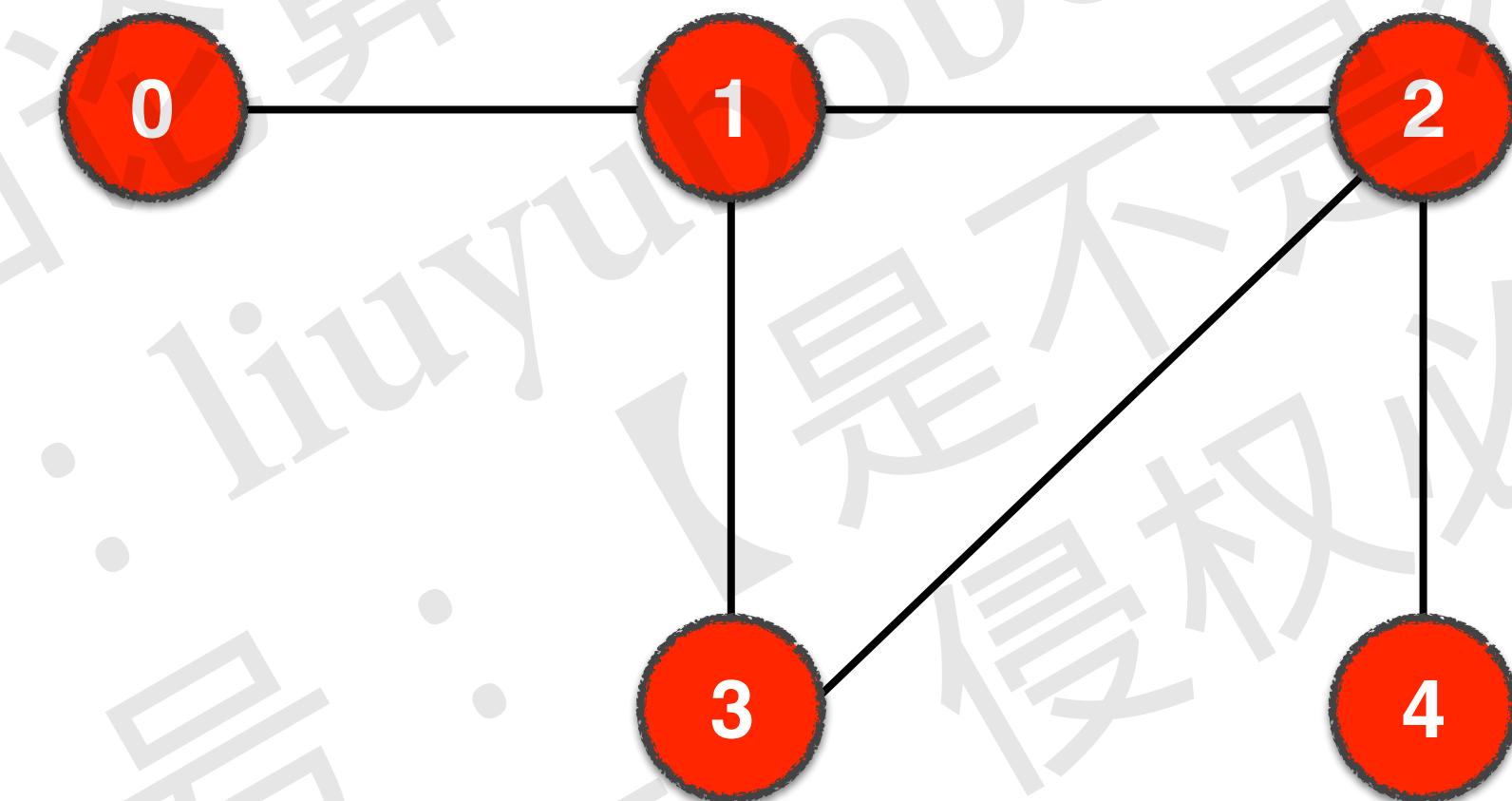
有向无环图： DAG (Directed Acyclic Graph)



有向图的度

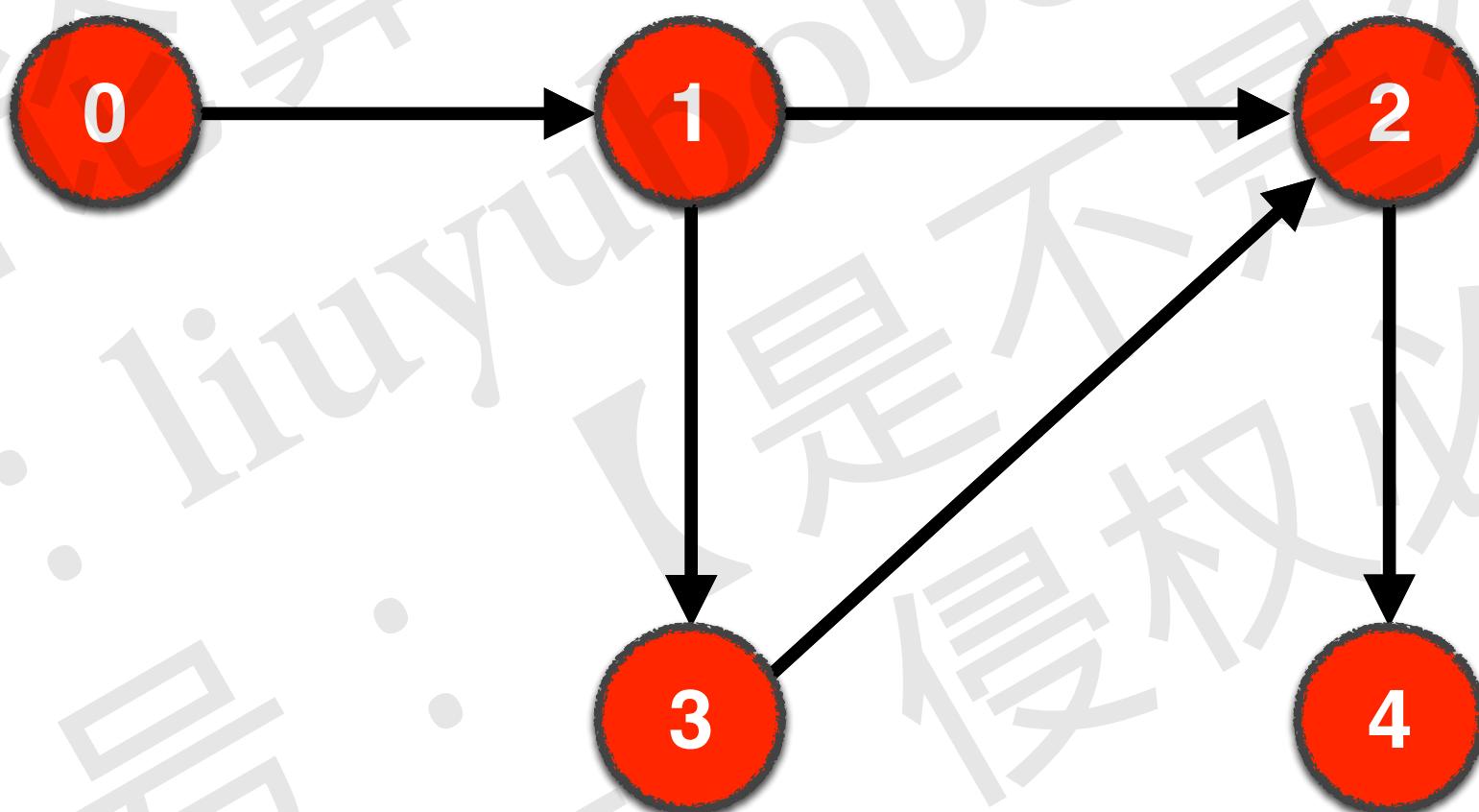
liuyubobobo

有向图的度

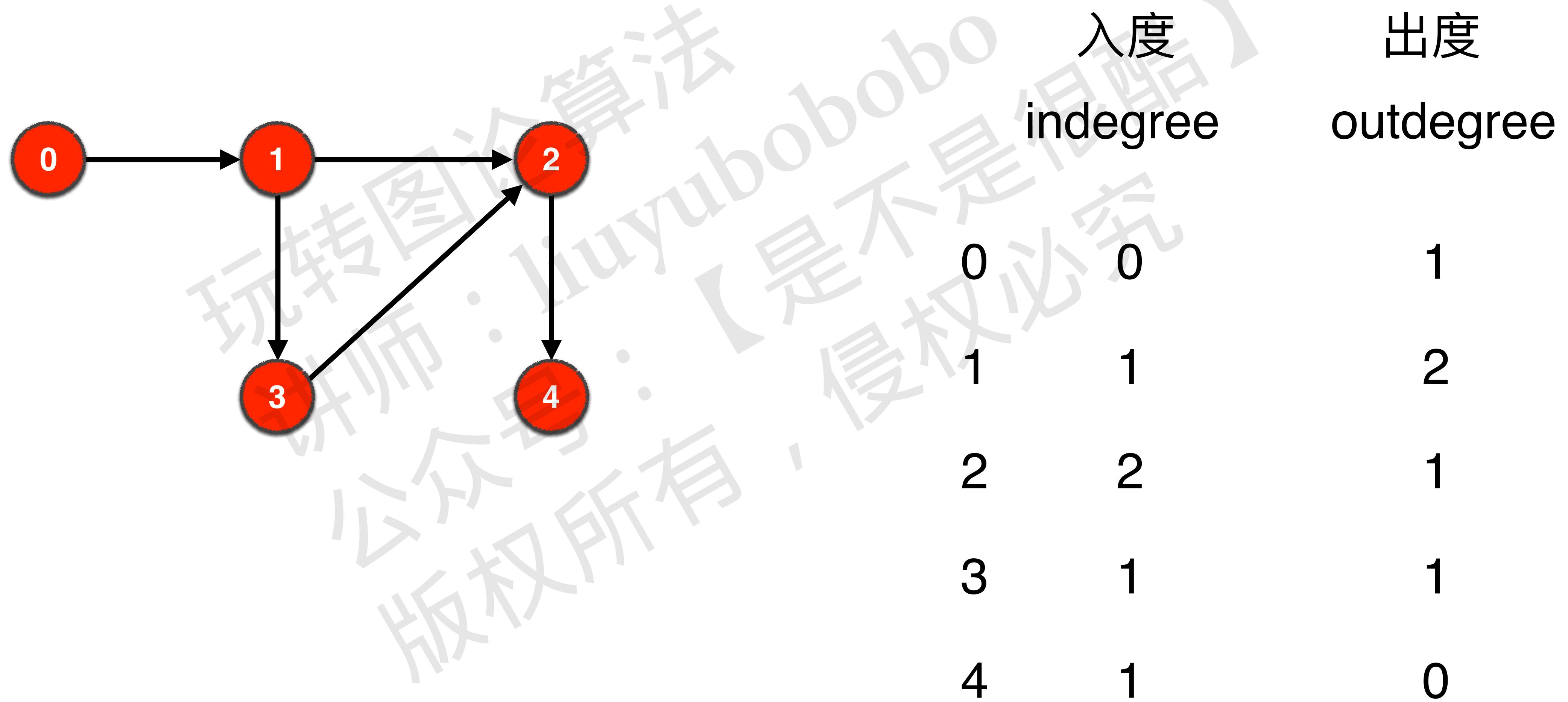


玩转图论算法
讲师：liuyubobobo
公众号：人是机器
版权所有，侵权必究

有向图的度



有向图的度



编程实践：有向图的度

玩转图论算法
讲师：liuyubobobo
（版权所有，侵权必究）

有向图求解欧拉回路

liuyubobobo

有向图的欧拉回路

无向图存在欧拉回路的充分必要条件：

每个点的度数为偶数

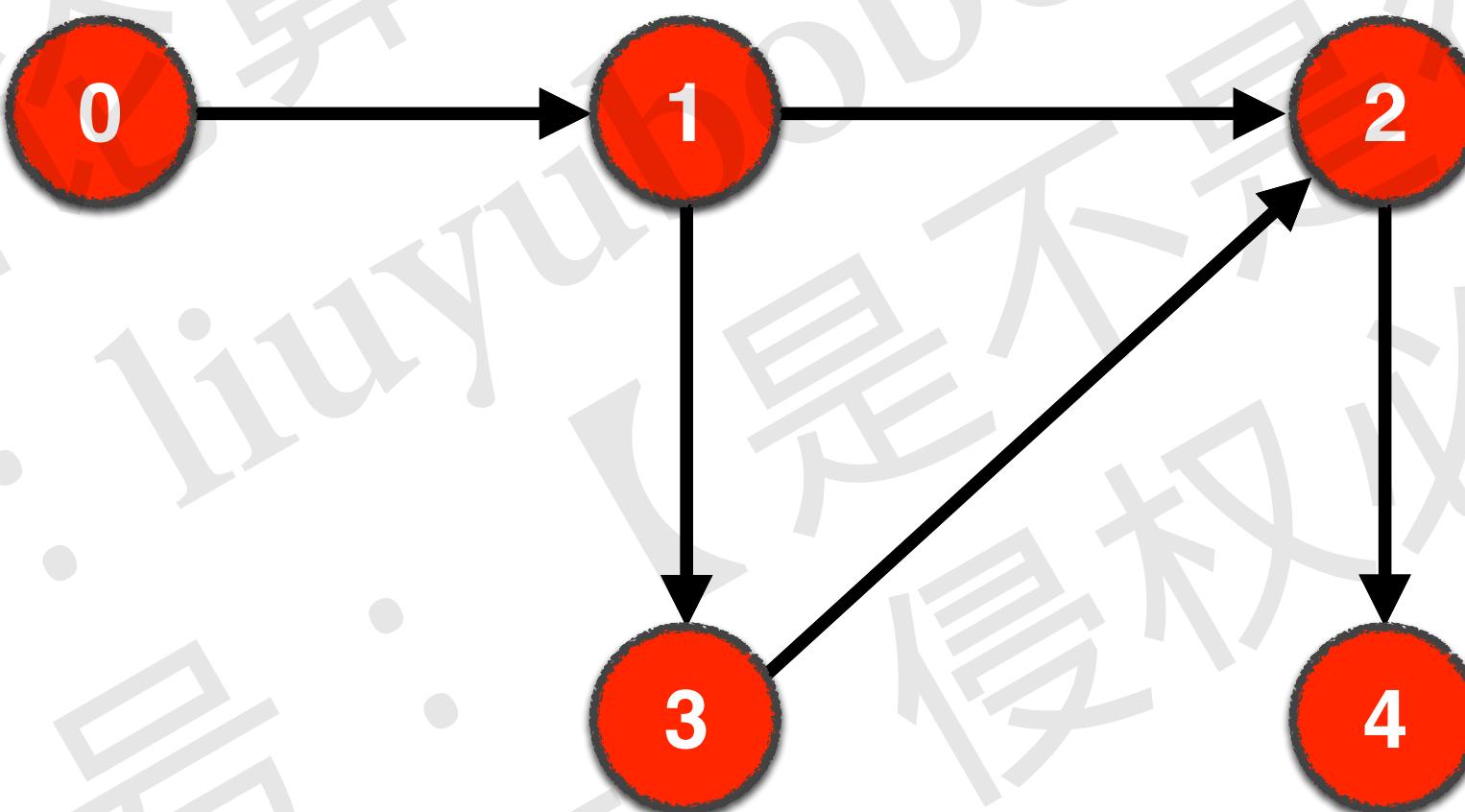
有向图存在欧拉回路的充分必要条件：

每个点的入度等于出度

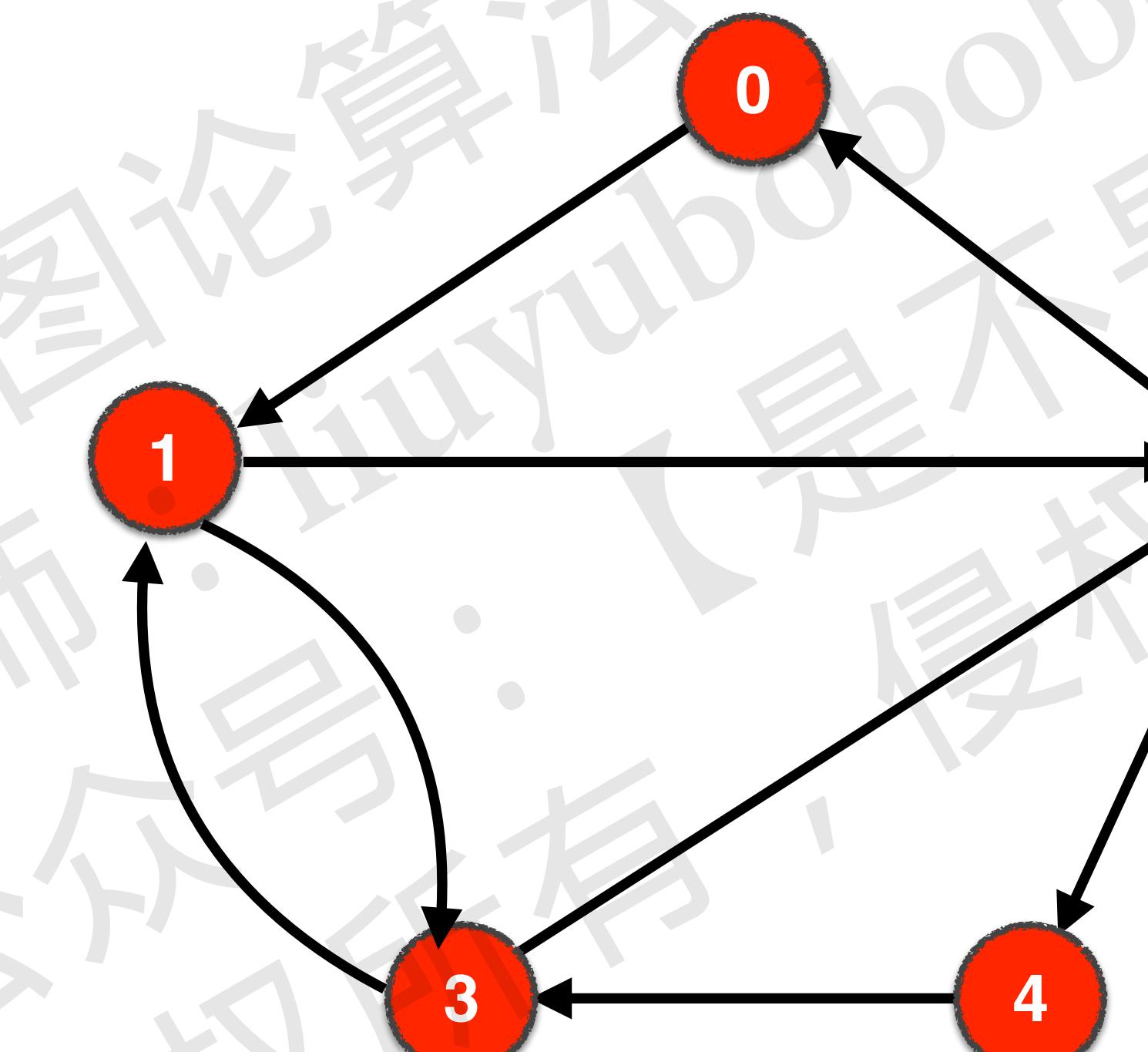
编程实践：有向图的欧拉回路

玩转图论算法
进阶 · liuyi · 人是极客
版权归作者所有，侵权必究

有向图的欧拉回路



有向图的欧拉回路



有向图的欧拉路径

无向图存在欧拉路径的充分必要条件：

除了两个点的度数为奇数，其余每个点的度数为偶数

有向图存在欧拉路径的充分必要条件：

除了两个点，其余每个点的入度等于出度

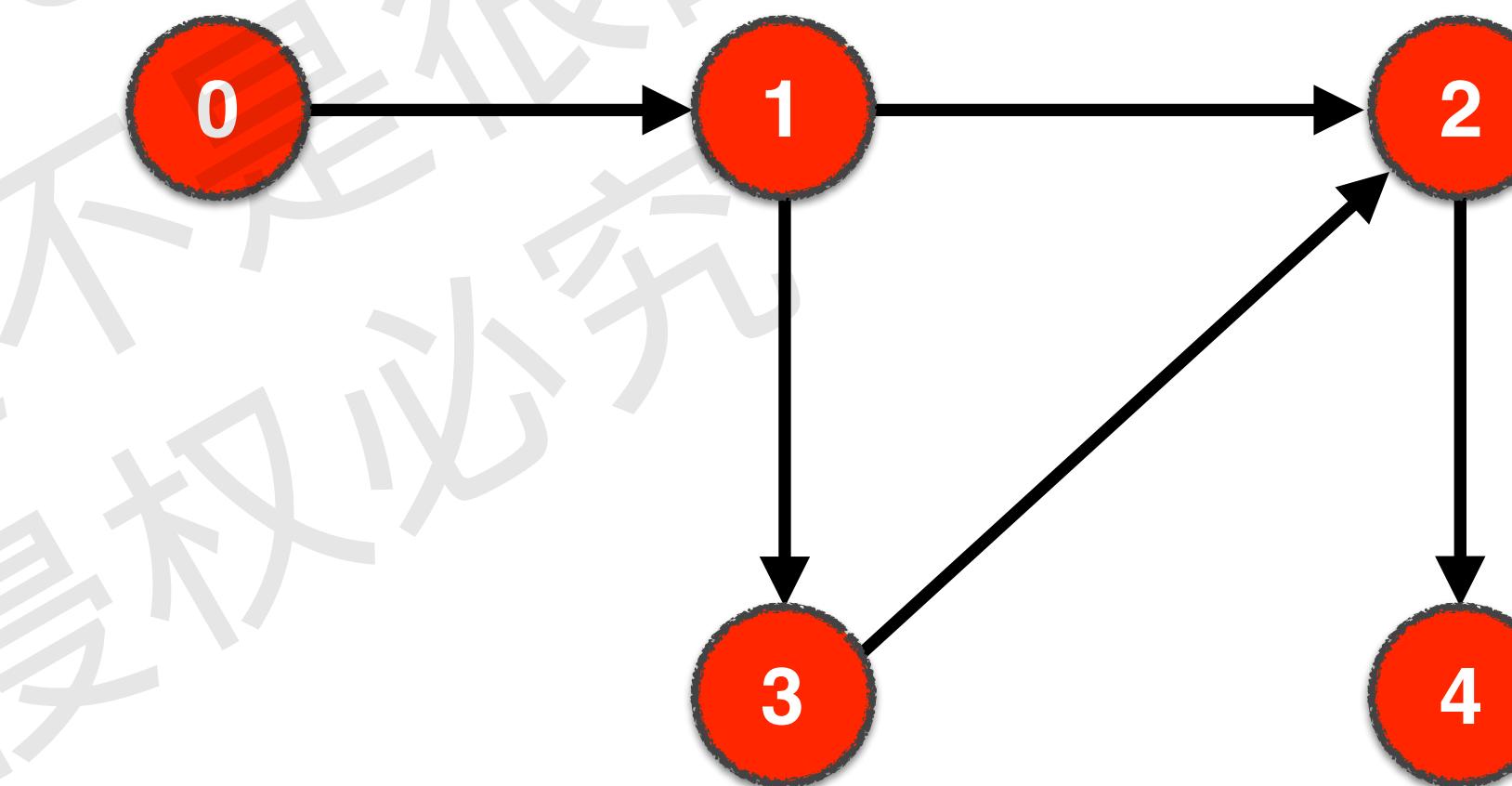
这两个点，一个入度比出度大一；一个出度比入度大一

拓扑排序

liuyubobobo

拓扑排序

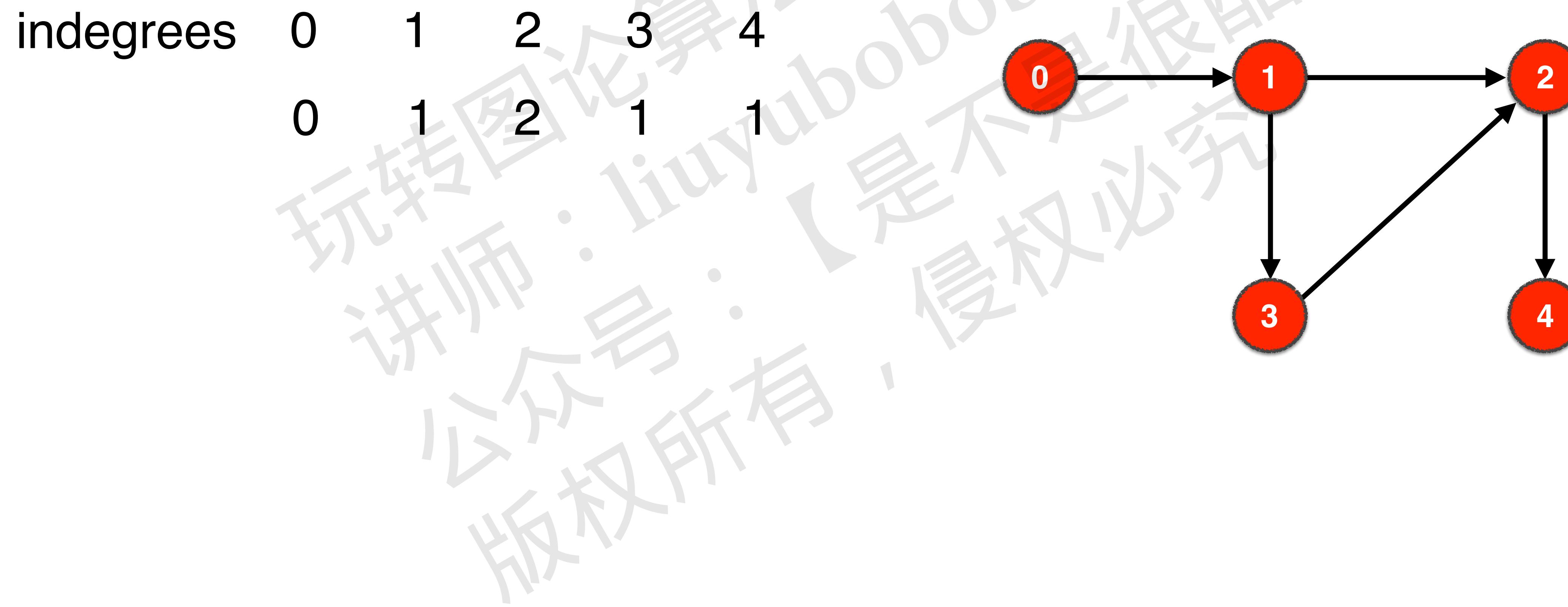
任务调度
学习计划



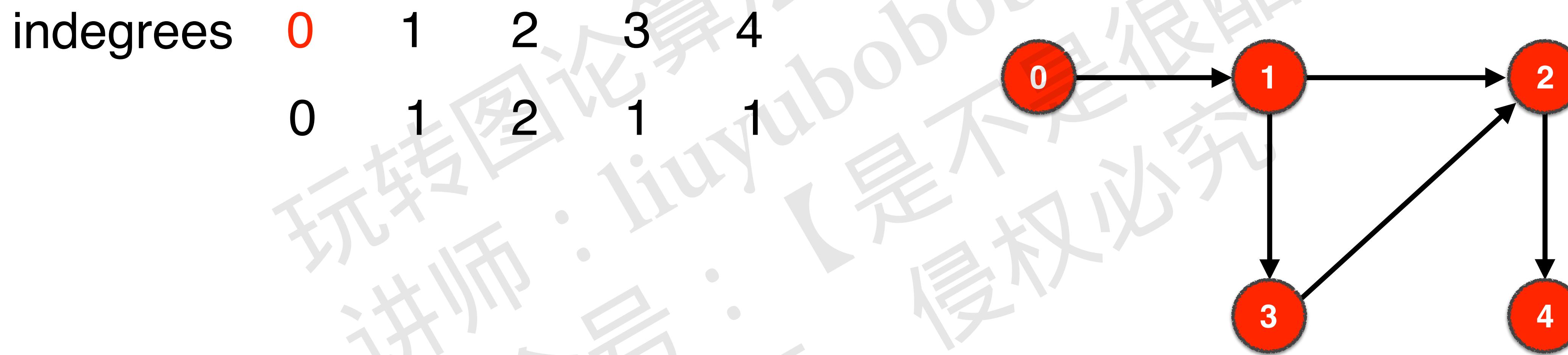
拓扑排序



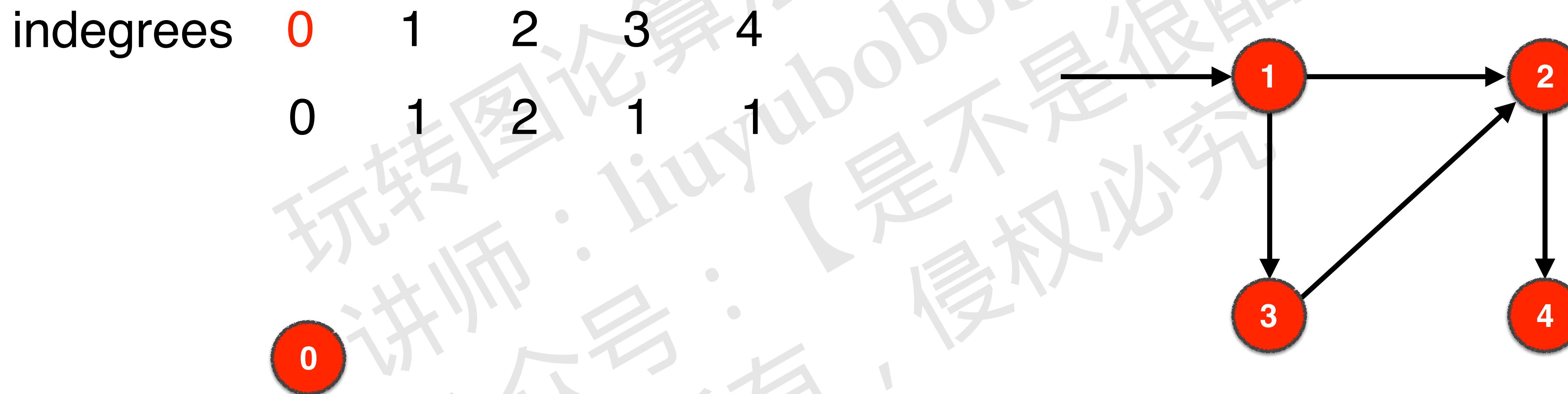
拓扑排序



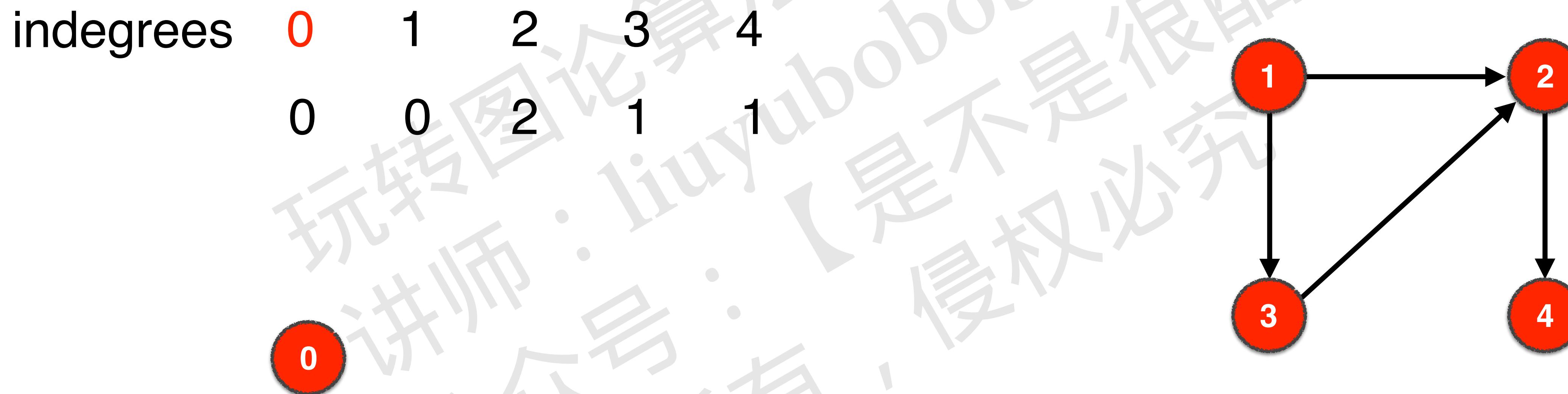
拓扑排序



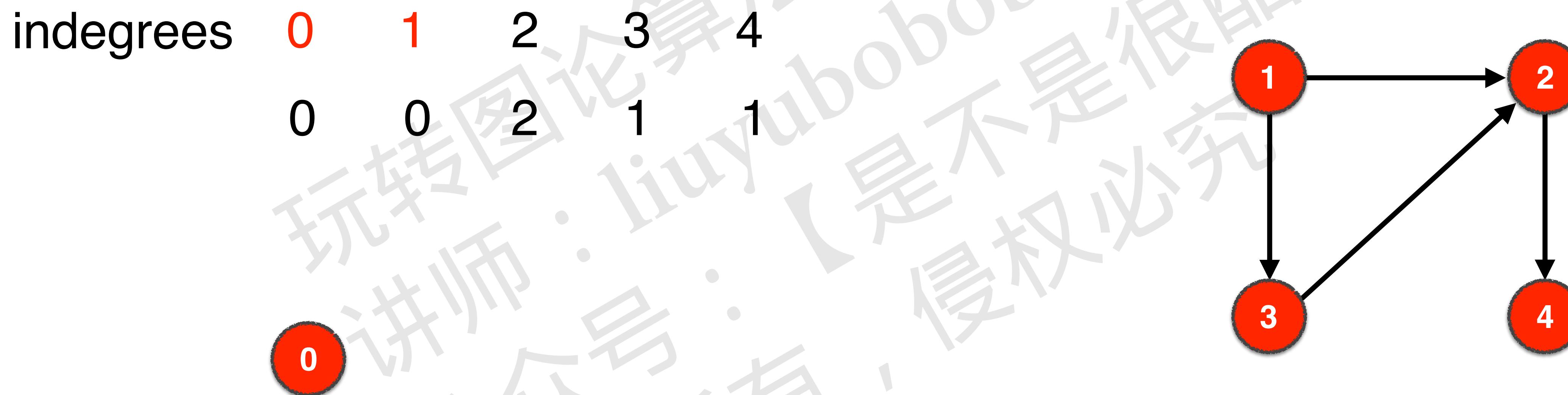
拓扑排序



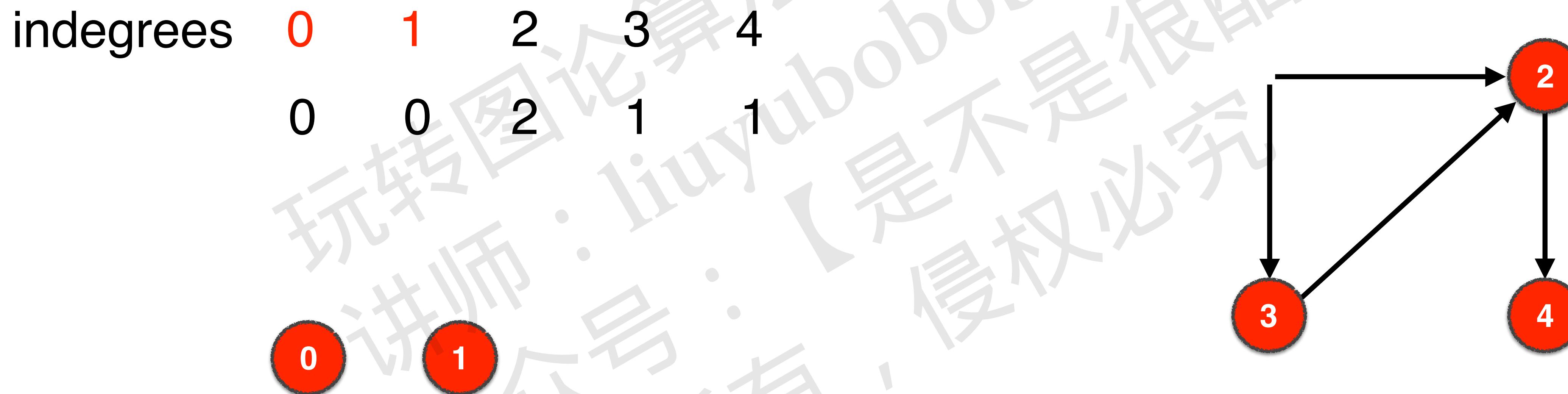
拓扑排序



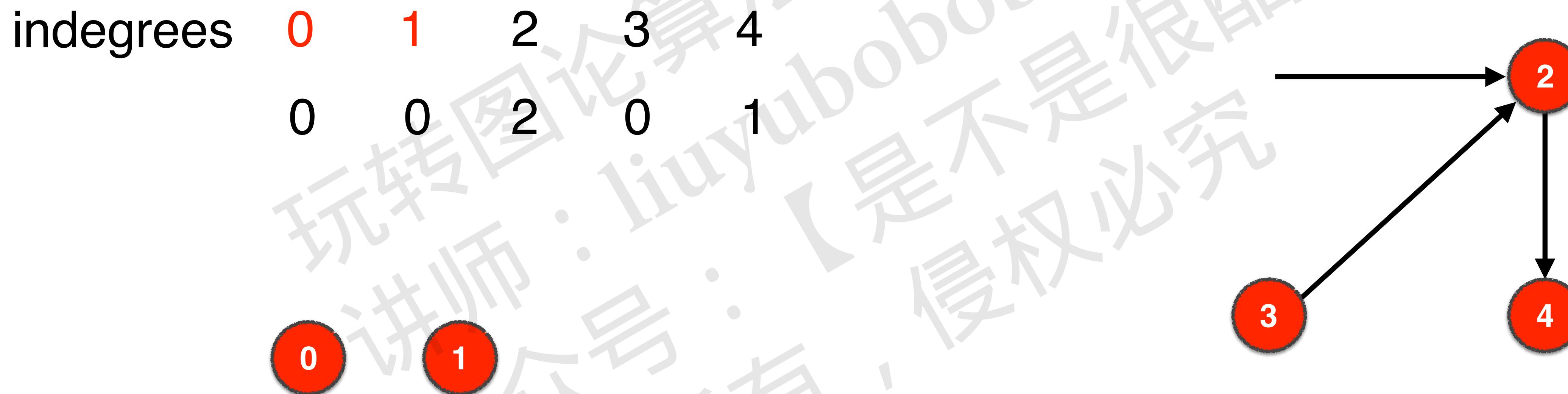
拓扑排序



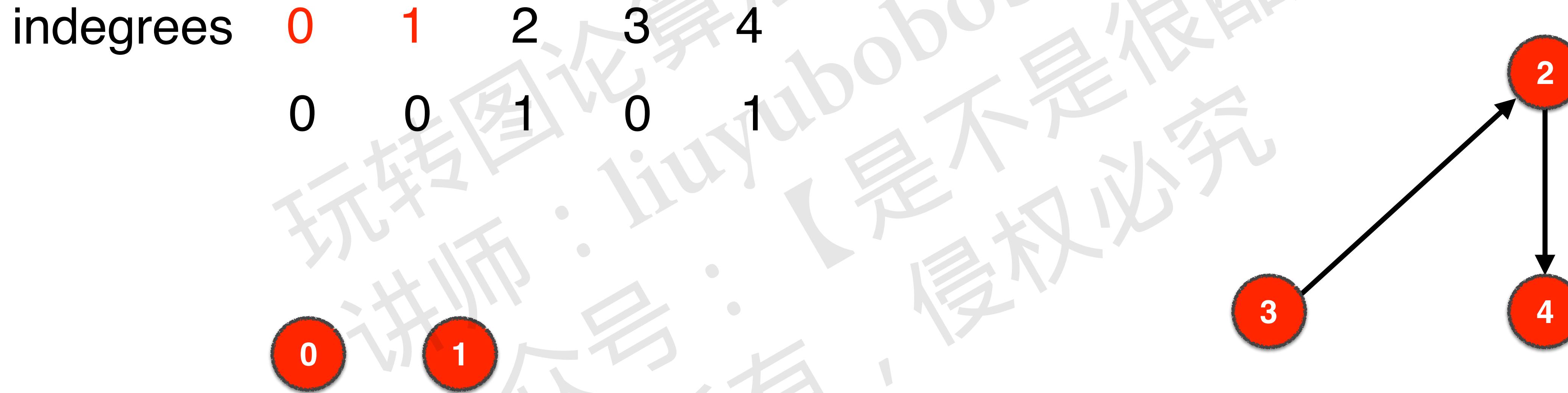
拓扑排序



拓扑排序



拓扑排序



拓扑排序



拓扑排序



拓扑排序



拓扑排序



拓扑排序



拓扑排序



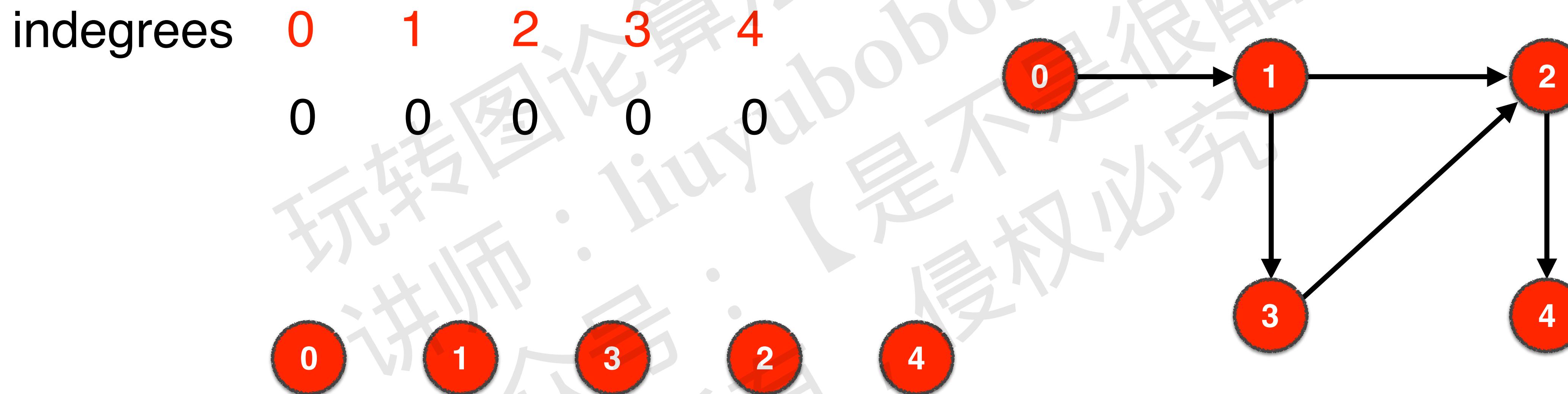
拓扑排序



拓扑排序



拓扑排序



其实不用删点

玩转图论算法
讲师：liubobobo
【版权必究】
公众所有，侵权必究

拓扑排序



拓扑排序



拓扑排序



拓扑排序



拓扑排序



拓扑排序



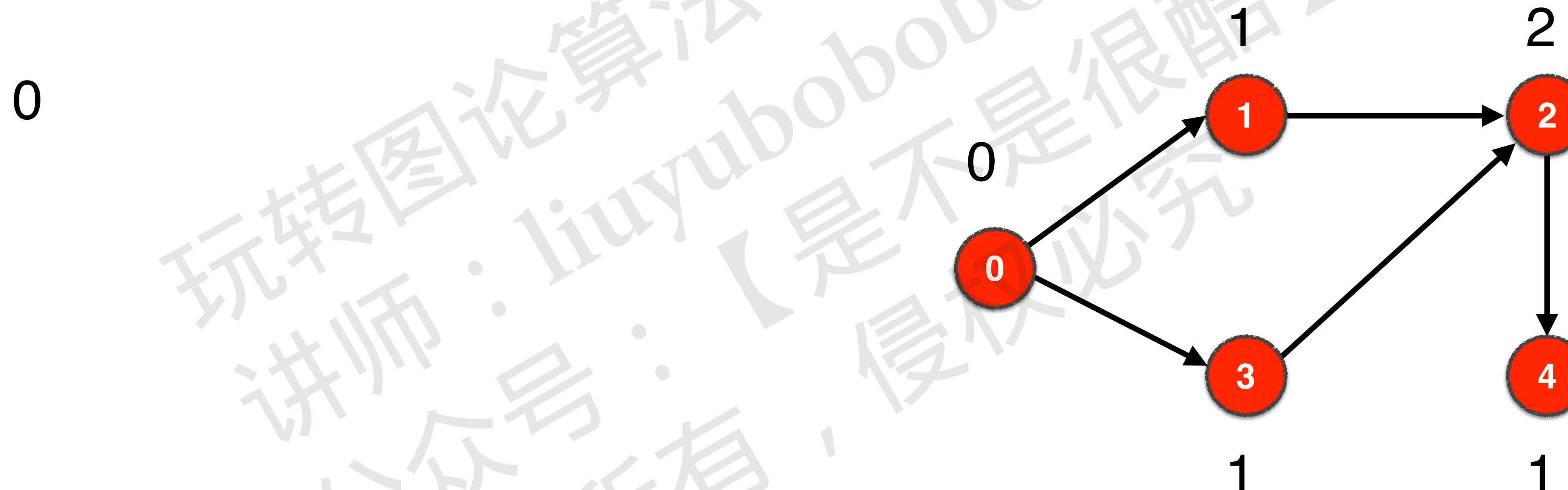
拓扑排序



使用队列记录当前入度为0的顶点

玩转图论算法
讲师：胡波
公众所有，侵权必究
【图论必知必会】
HuoBoBo

拓扑排序



拓扑排序

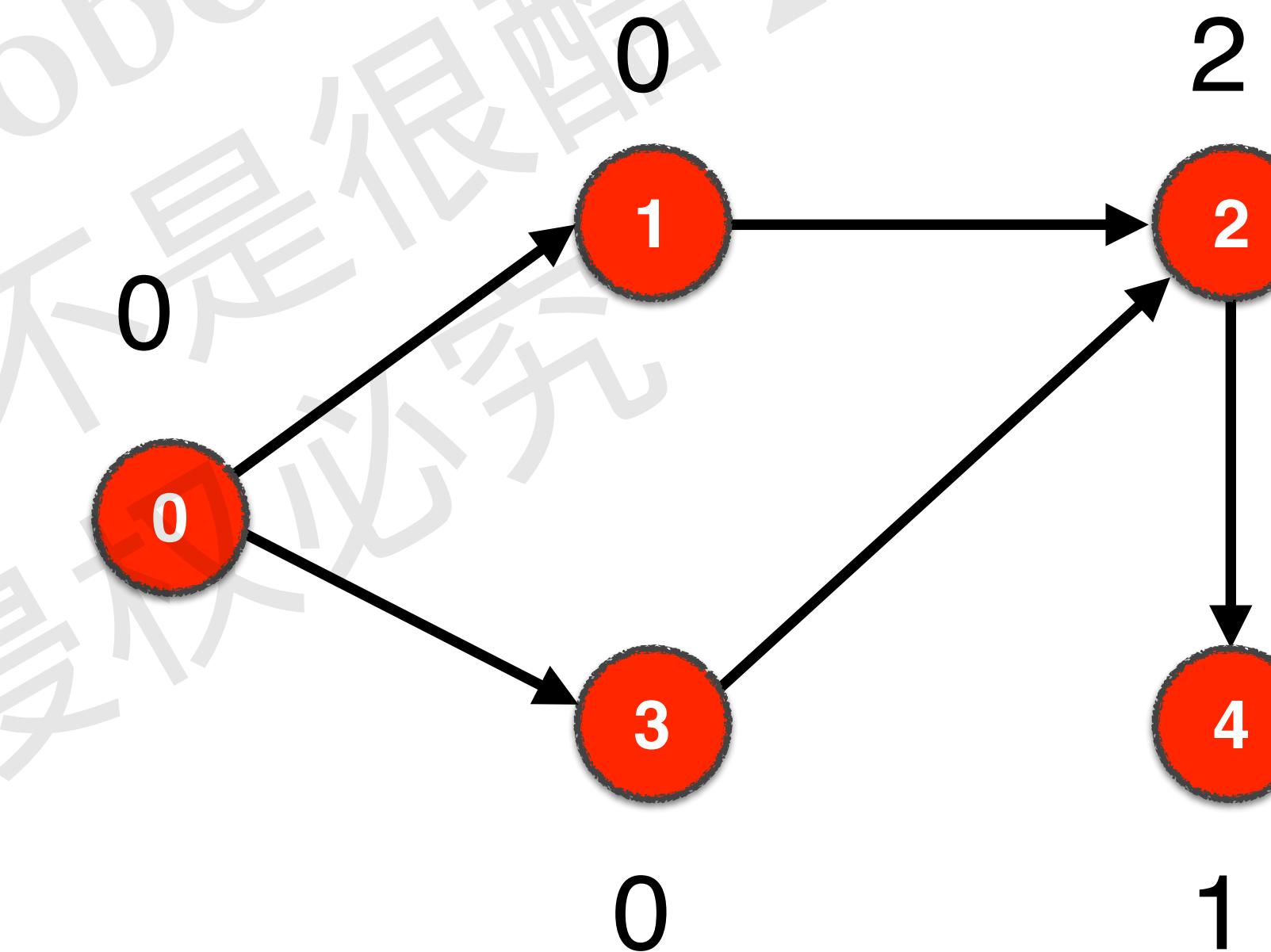
0

每次更新入度值

把入度为 0 的顶点放入一个队列

每次从队列中取出下一个点

拓扑排序结果不唯一



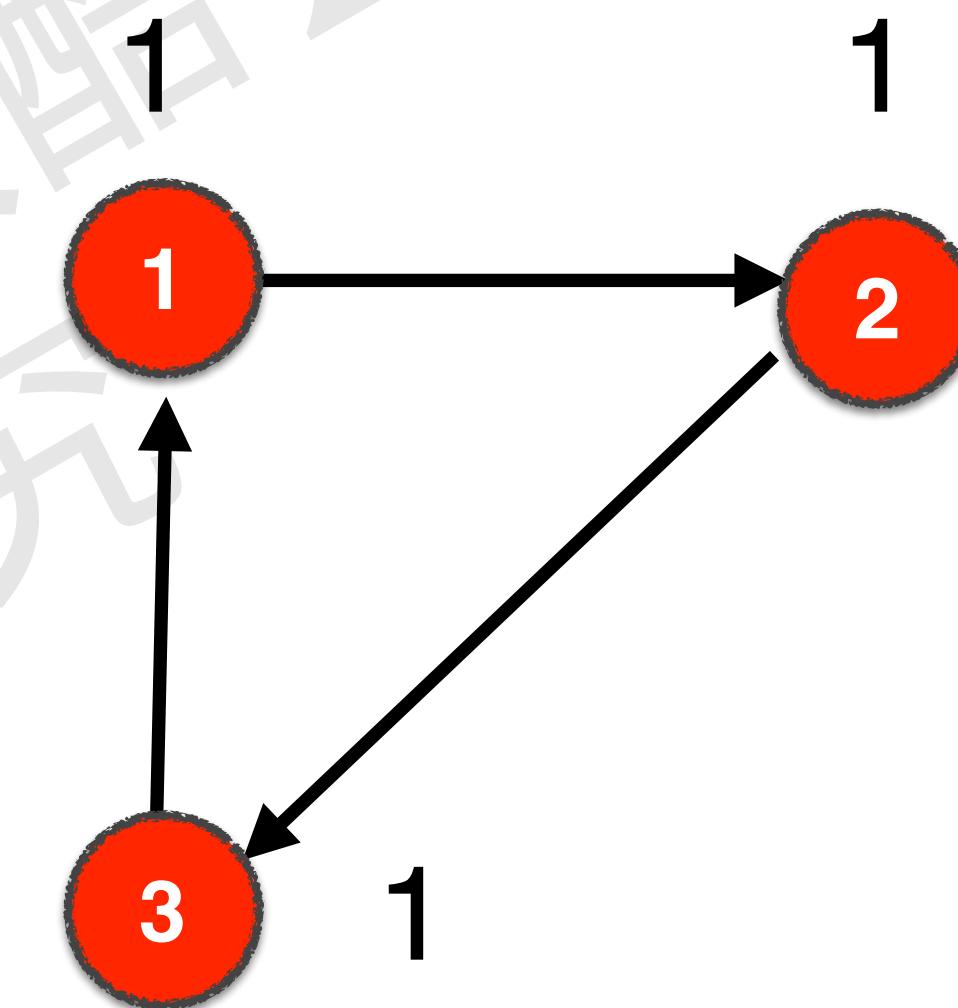
拓扑排序不一定有解

玩转图论算法
讲师：liuyi
进阶
版权归作者所有，侵权必究
www.bobobo.org

拓扑排序

拓扑排序可以用于有向图的环检测

DAG 才可以进行拓扑排序



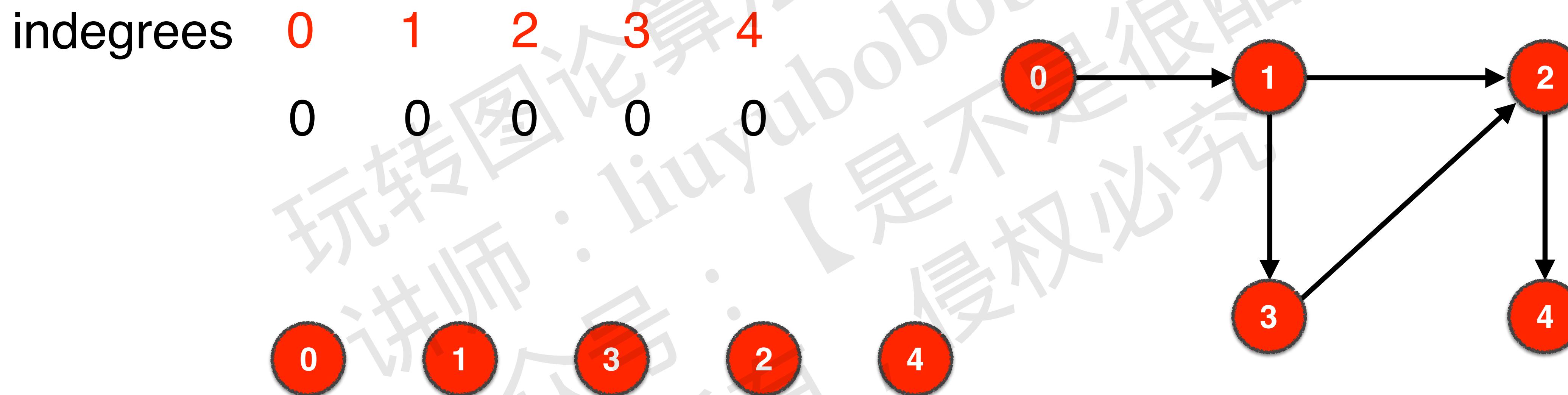
拓扑排序的实现

liuyubobobo

编程实践：拓扑排序的实现

玩转图论之拓扑排序（提权必看）
讲师：liuyubobobo
版权归公众所有，侵权必究

拓扑排序



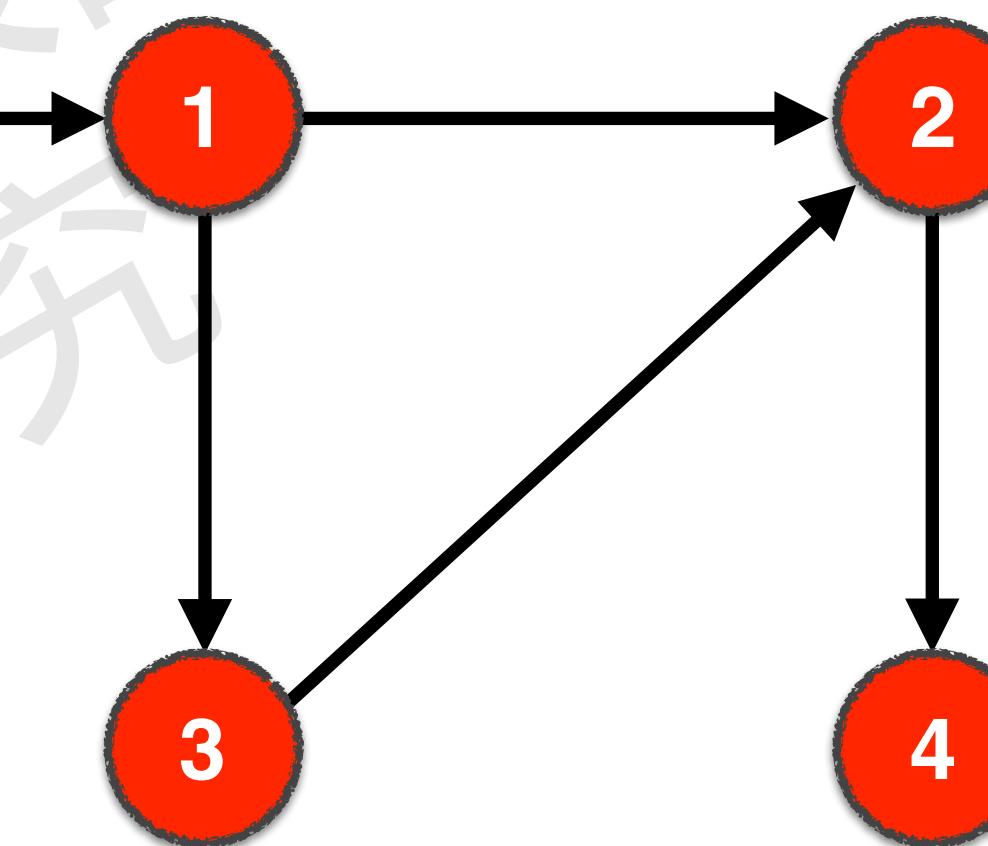
求解拓扑排序的另一个算法

liuyubobobo

求解拓扑排序的另一个算法

深度优先后序遍历

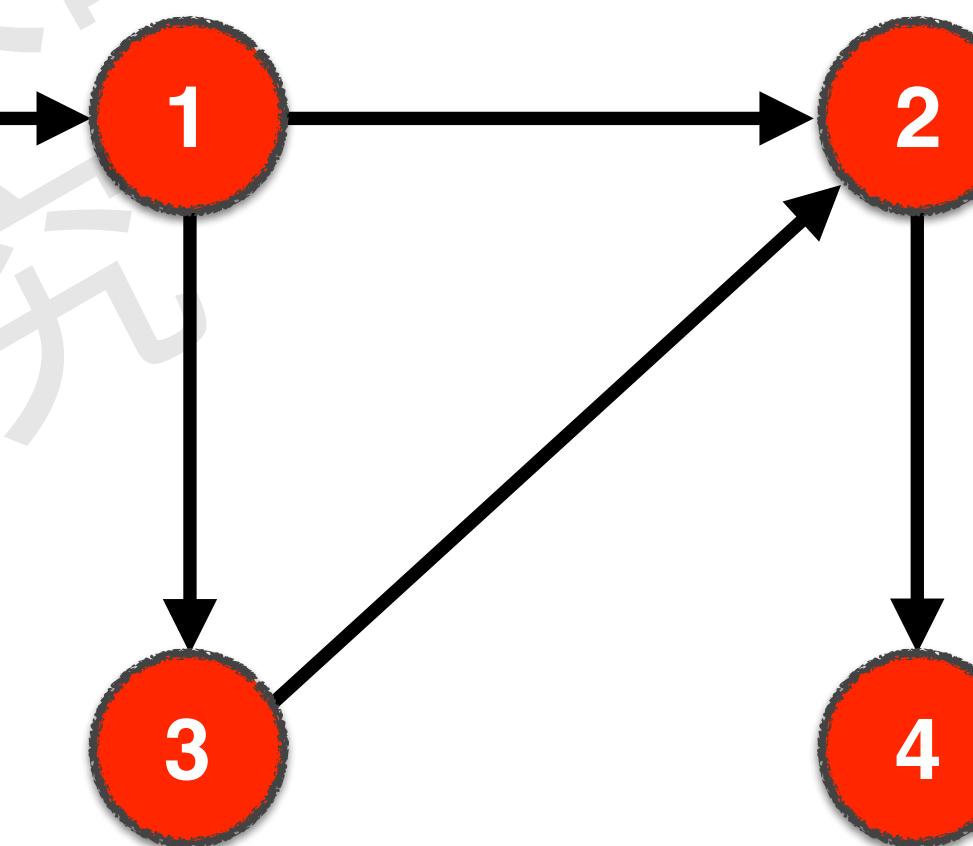
对于一个节点，遍历完其所有相邻接点之后，再遍历它自身



求解拓扑排序的另一个算法

深度优先后序遍历

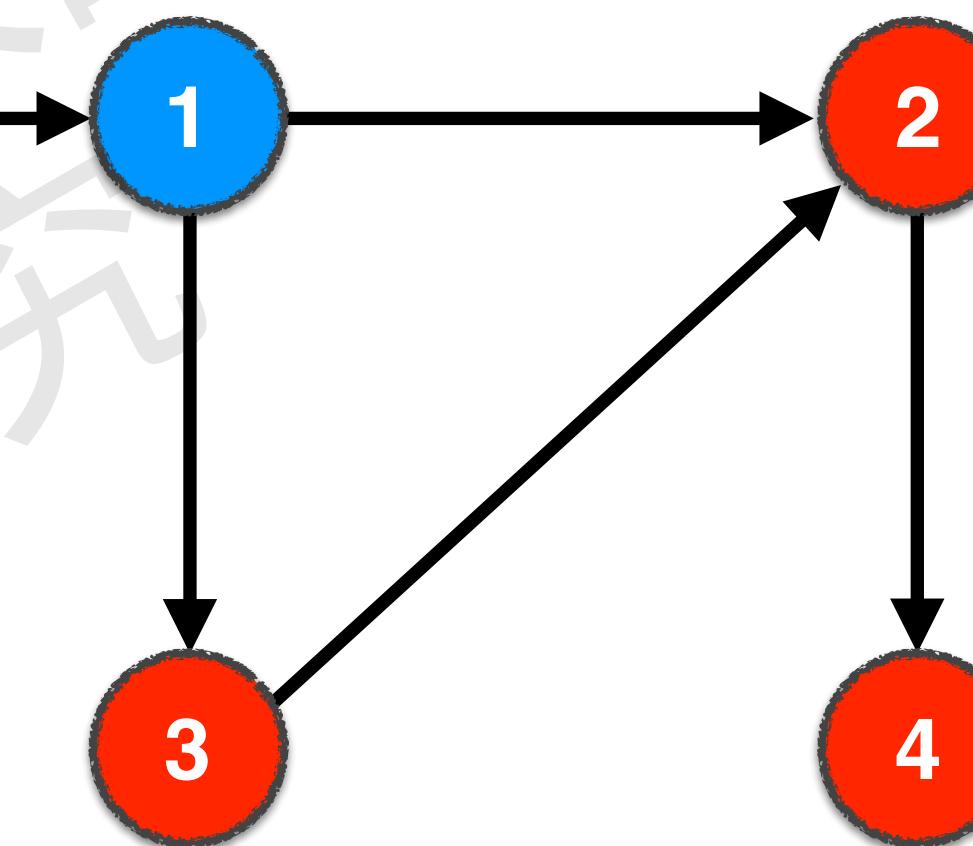
对于一个节点，遍历完其所有相邻接点之后，再遍历它自身



求解拓扑排序的另一个算法

深度优先后序遍历

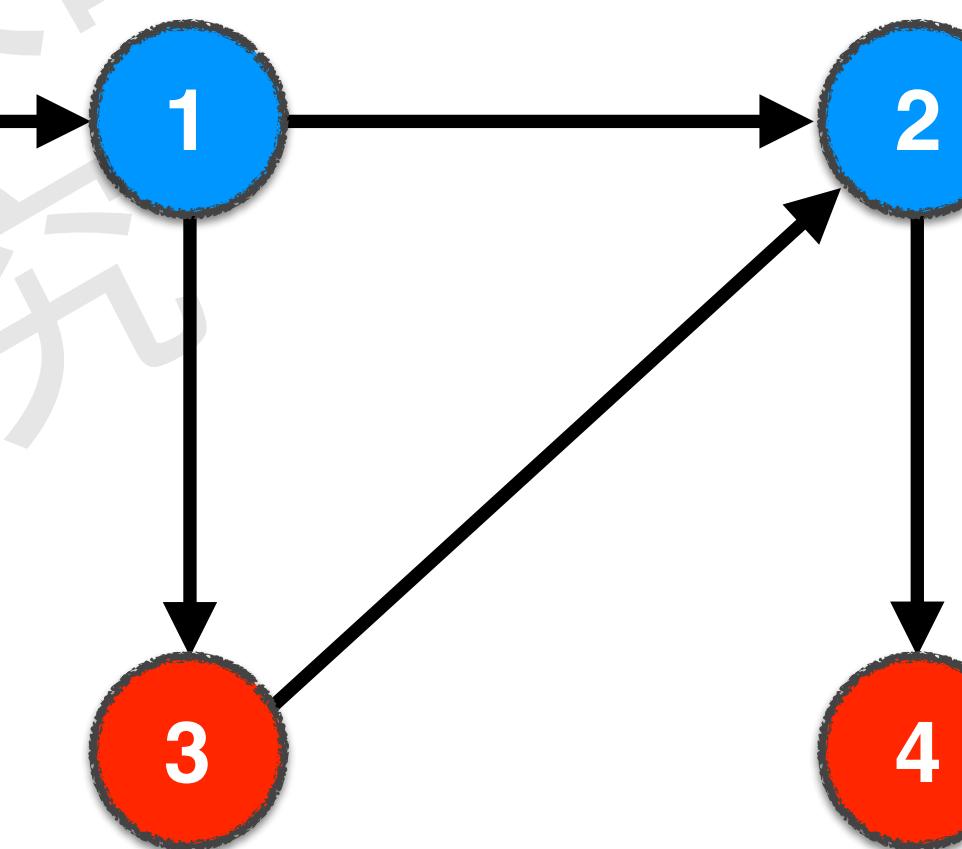
对于一个节点，遍历完其所有相邻接点之后，再遍历它自身



求解拓扑排序的另一个算法

深度优先后序遍历

对于一个节点，遍历完其所有相邻接点之后，再遍历它自身



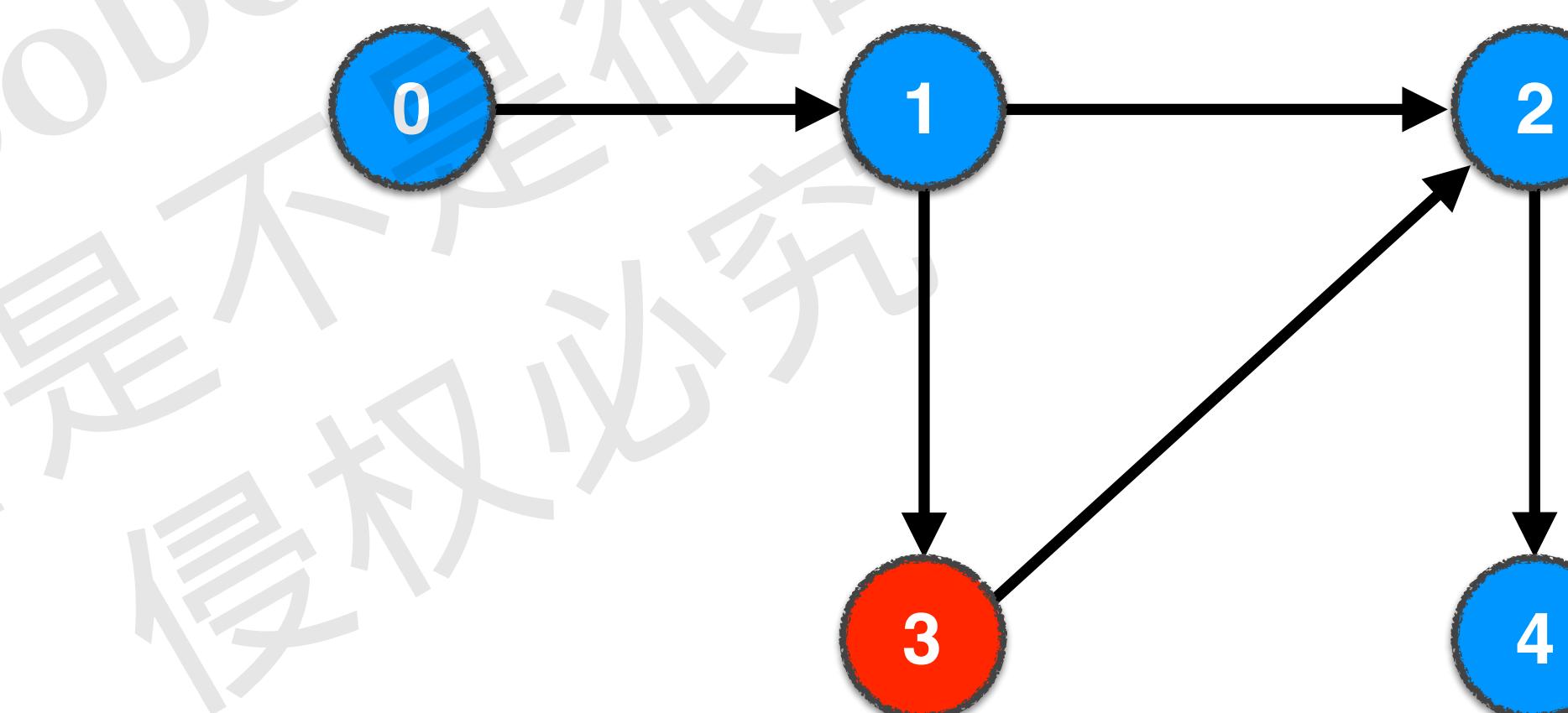
求解拓扑排序的另一个算法

深度优先后序遍历

对于一个节点，遍历完其所有相邻接点之后，再遍历它自身

4

2



求解拓扑排序的另一个算法

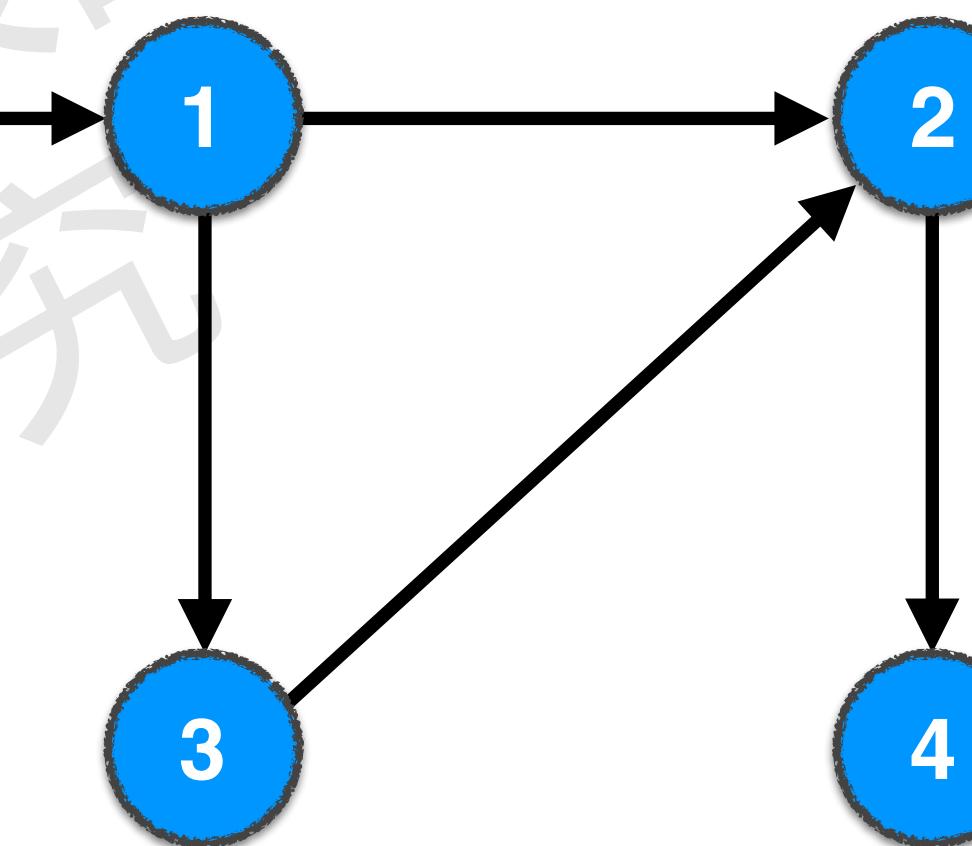
深度优先后序遍历

对于一个节点，遍历完其所有相邻接点之后，再遍历它自身

4 2 3 1 0

回忆之前我们求解的拓扑排序结果：

0 1 3 2 4



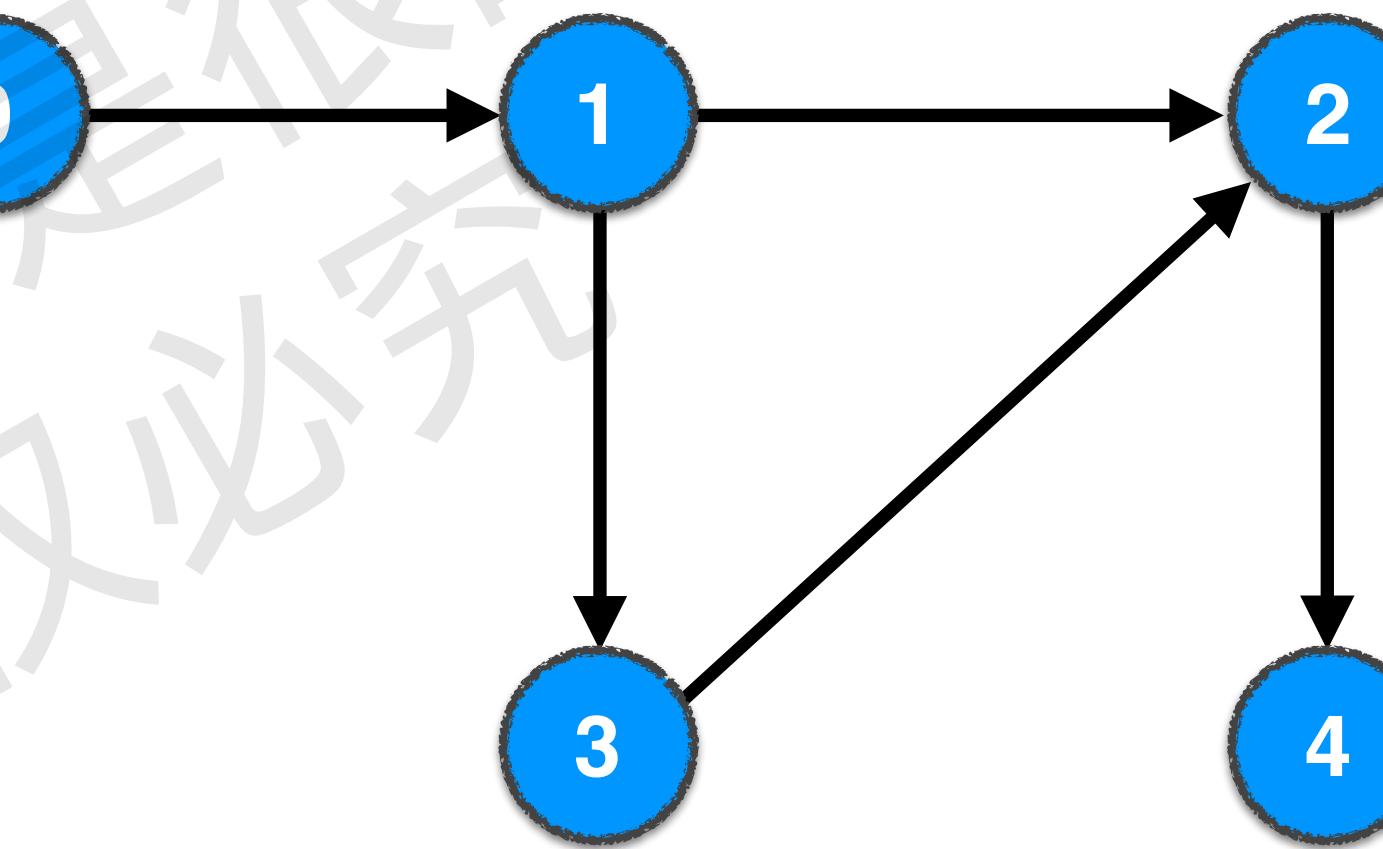
求解拓扑排序的另一个算法

深度优先后序遍历 的逆序

就是拓扑排序结果

对于一个节点，遍历完其所有
相邻接点之后，再遍历它自身

4 2 3 1 0
0 1 3 2 4



缺点：不能进行环检测

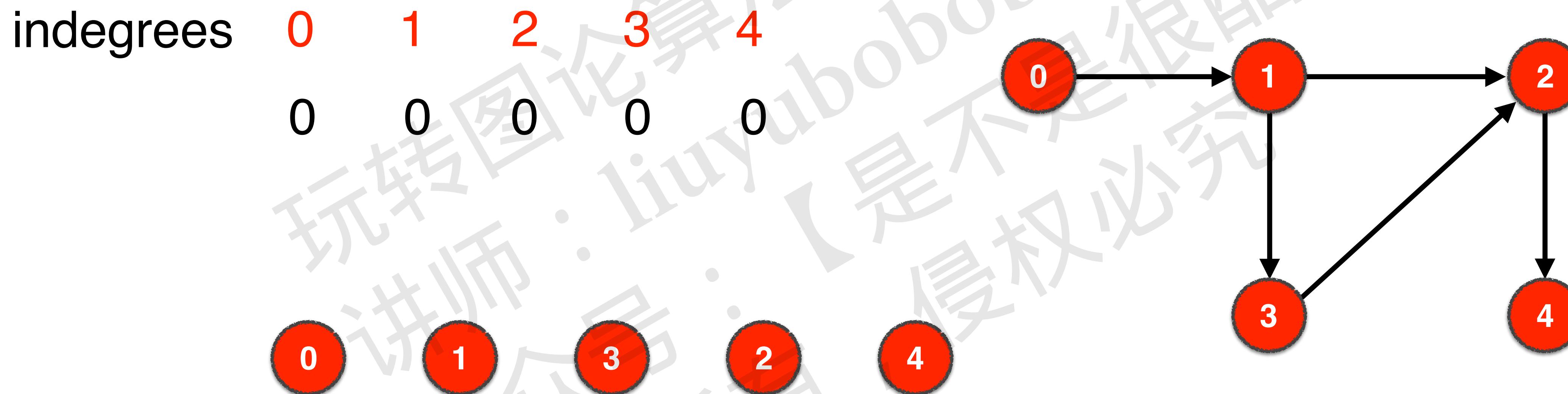
实现拓扑排序的另一个算法

liuyubobobo

编程实践：实现拓扑排序的另一个算法

玩转 Java 架构设计 · liuyi · 电子工业出版社 · 沈阳出版社
【版权声明】未经授权，任何网站、媒体、博客、论坛、个人不得以任何形式传播、节选或复制本作品。
【作者声明】本人同意授权电子工业出版社将本作品以各种形式（包括但不限于电子书、有声书、影
像制品等）进行传播、出版、发行。本人承诺，本人已阅读并同意本声明，且本人对本作品拥有完全
的知识产权，无任何法律纠纷。

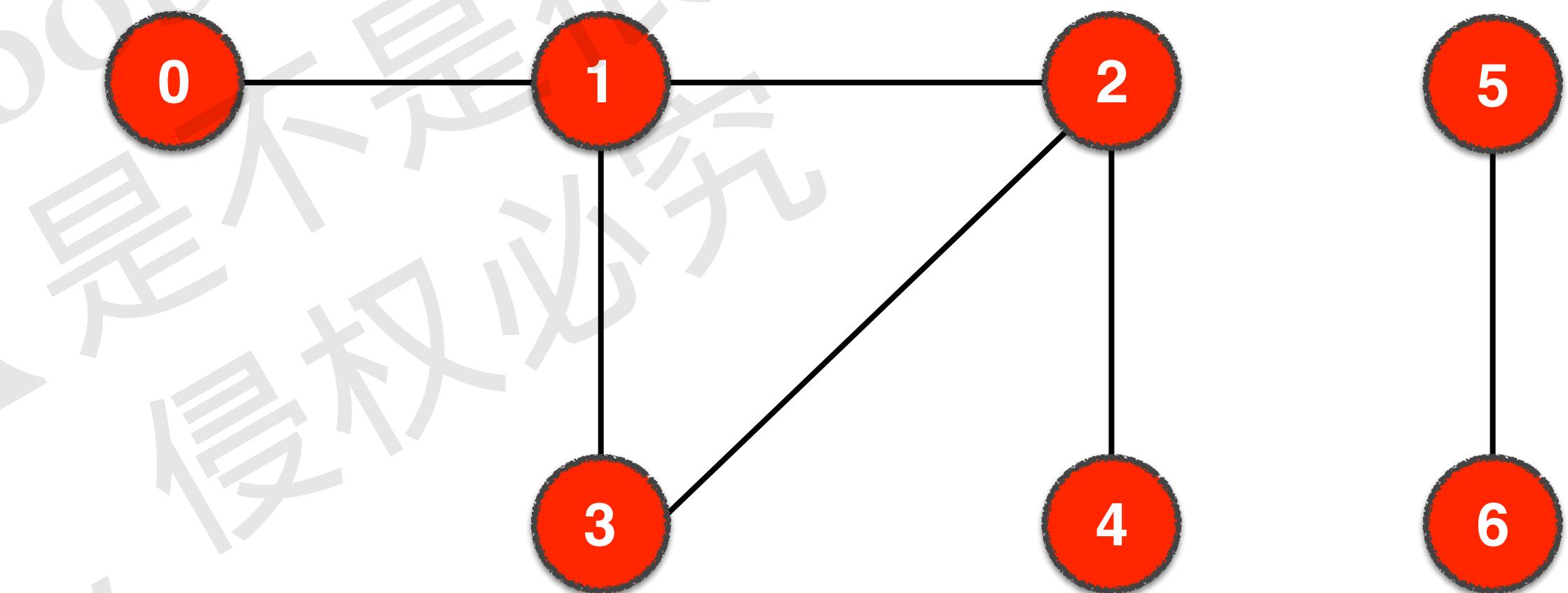
拓扑排序



有向图的强连通分量

liuyubobobo

联通分量

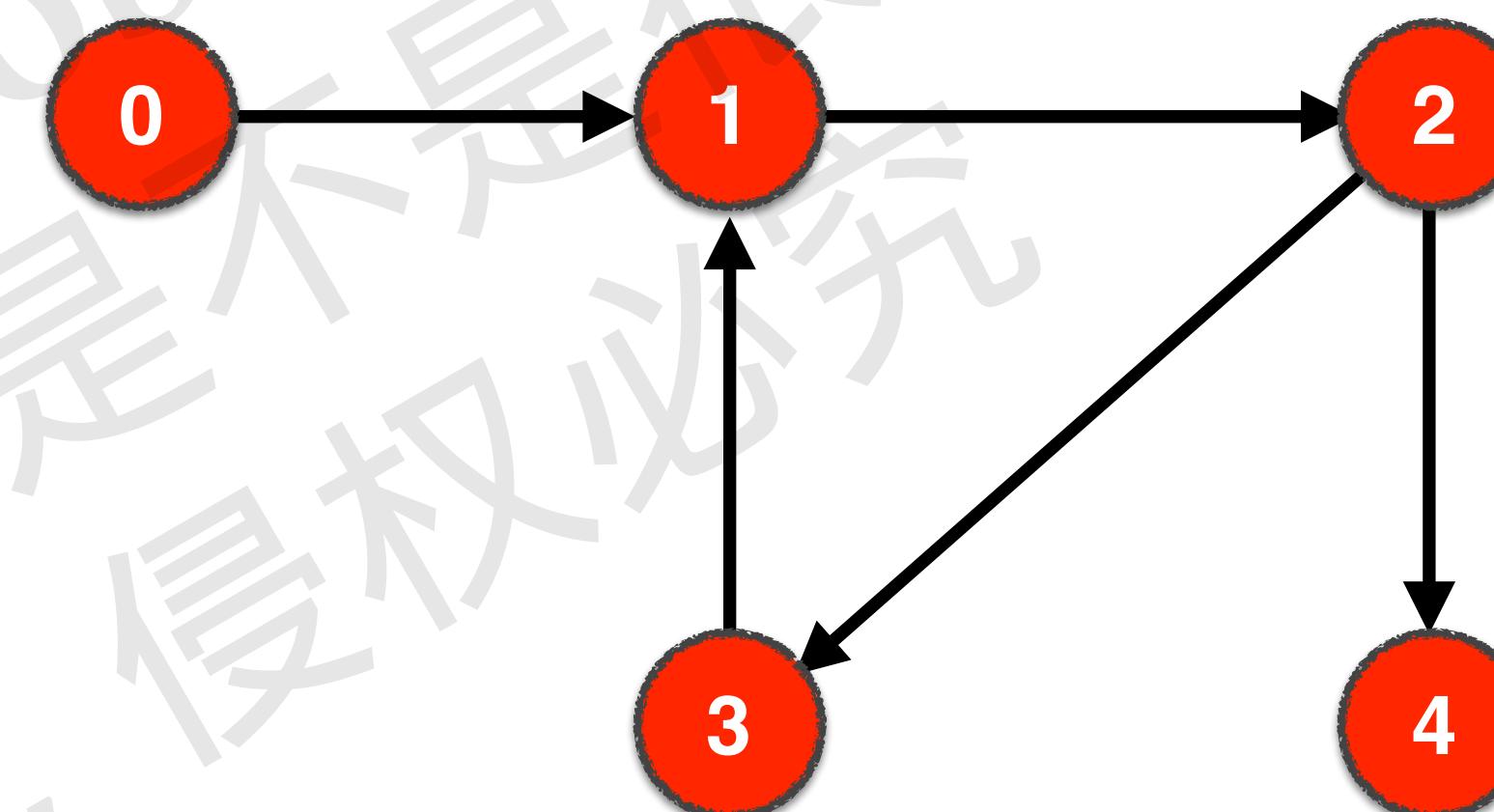


玩转图论算法
讲师：liuyubobobo
（最不务正业的
公众号，侵权必究）
版权所有，盗版必究

强联通分量

强连通分量

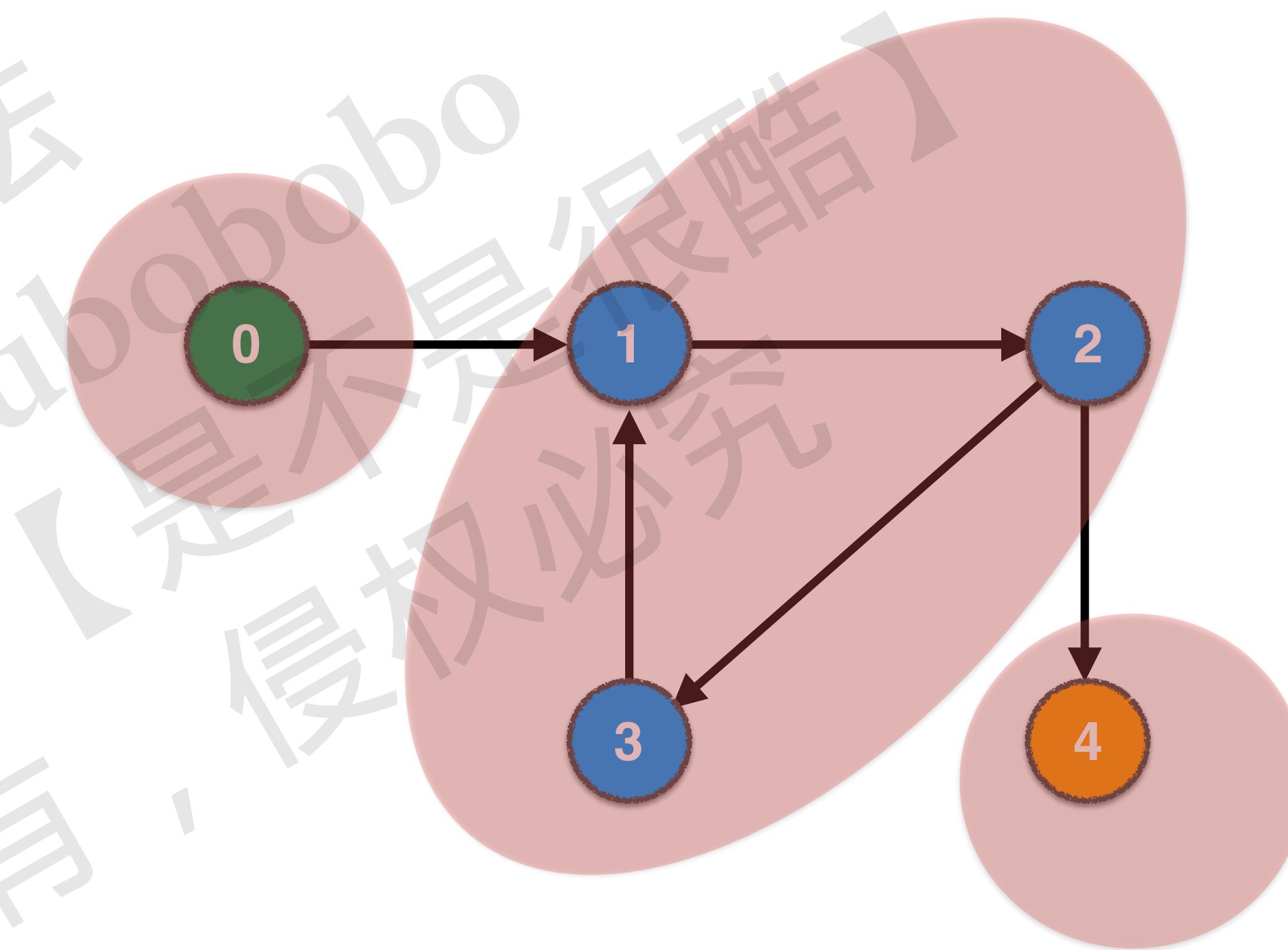
在一个强连通分量中，
任何两点都可达



强联通分量

强连通分量

在一个强连通分量中，
任何两点都可达

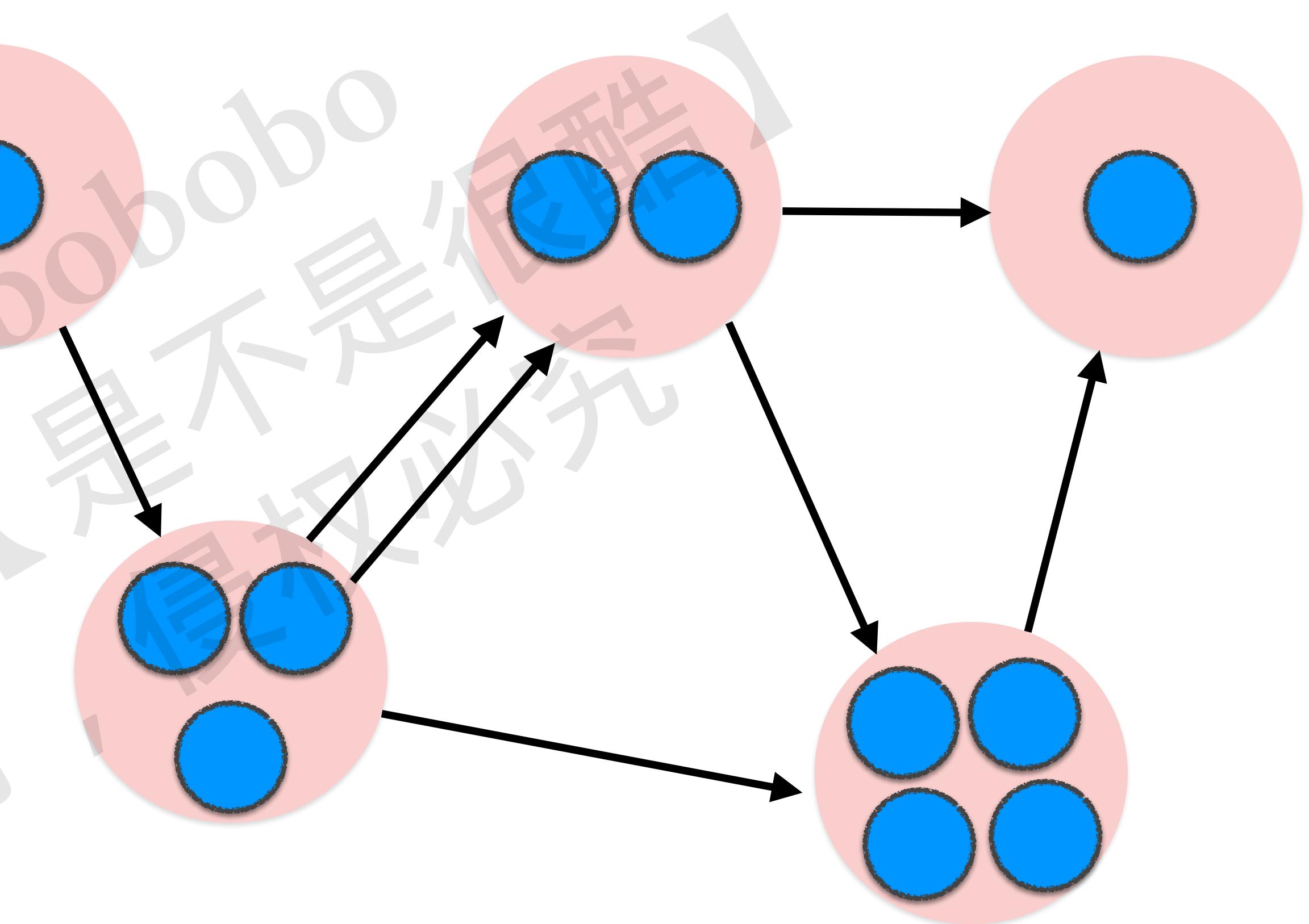


强联通分量

将所有强连通分量看做一个点

得到的有向图一定是 DAG

反证：如果有环

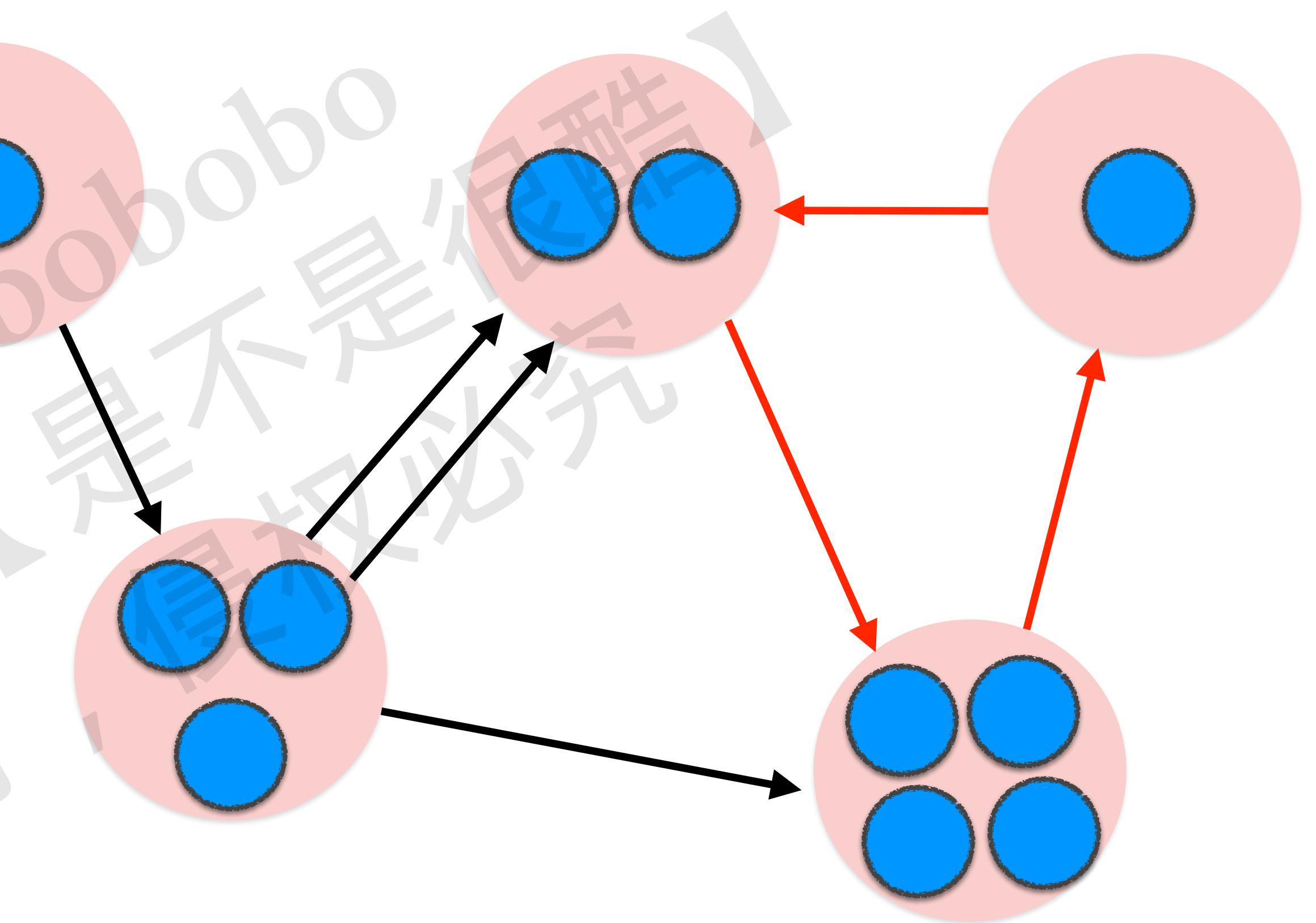


强联通分量

将所有强连通分量看做一个点

得到的有向图一定是 DAG

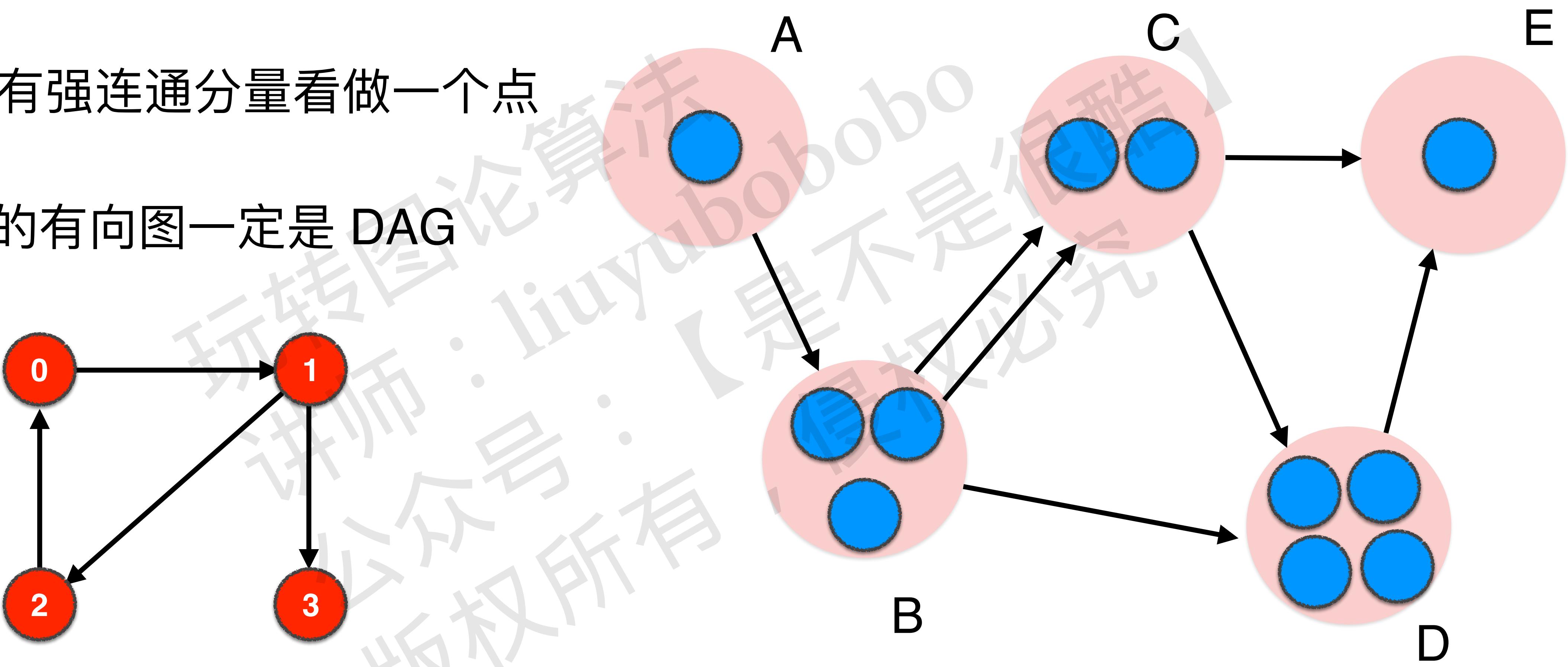
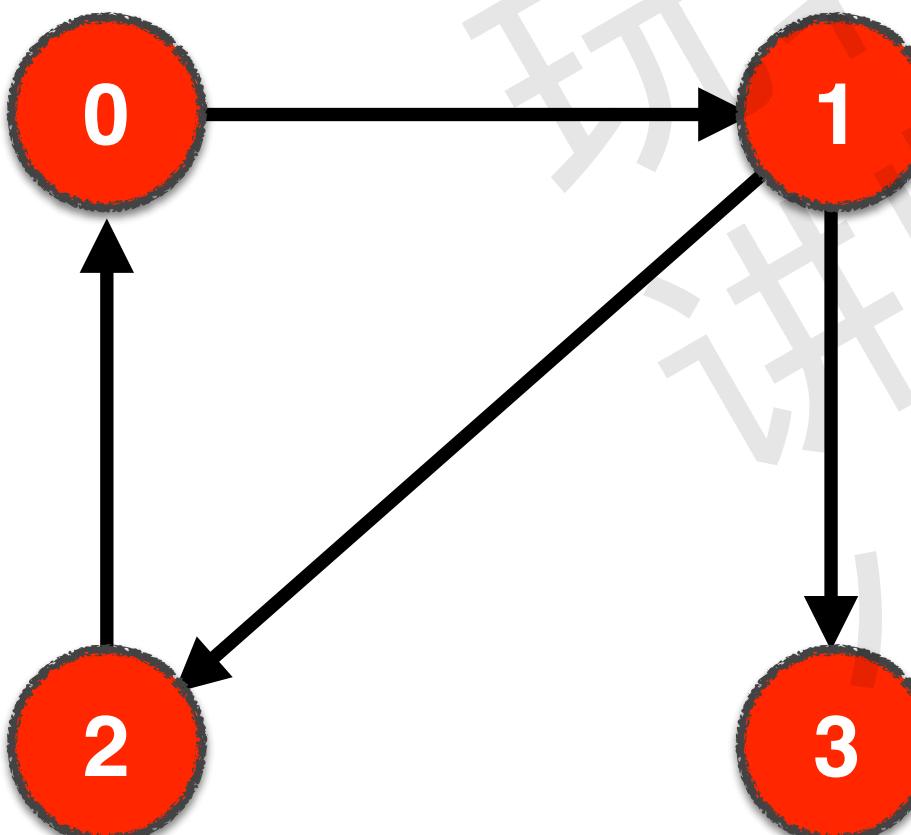
反证：如果有环



强联通分量

将所有强连通分量看做一个点

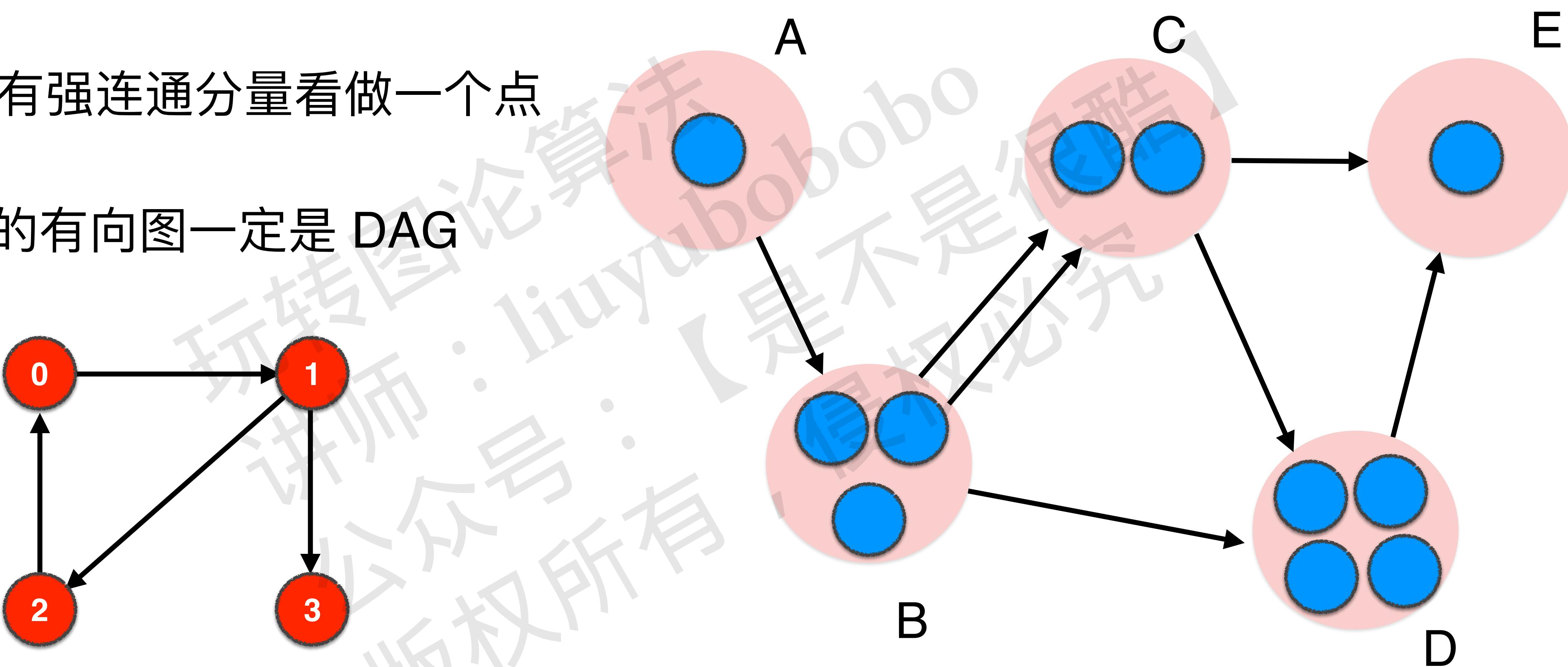
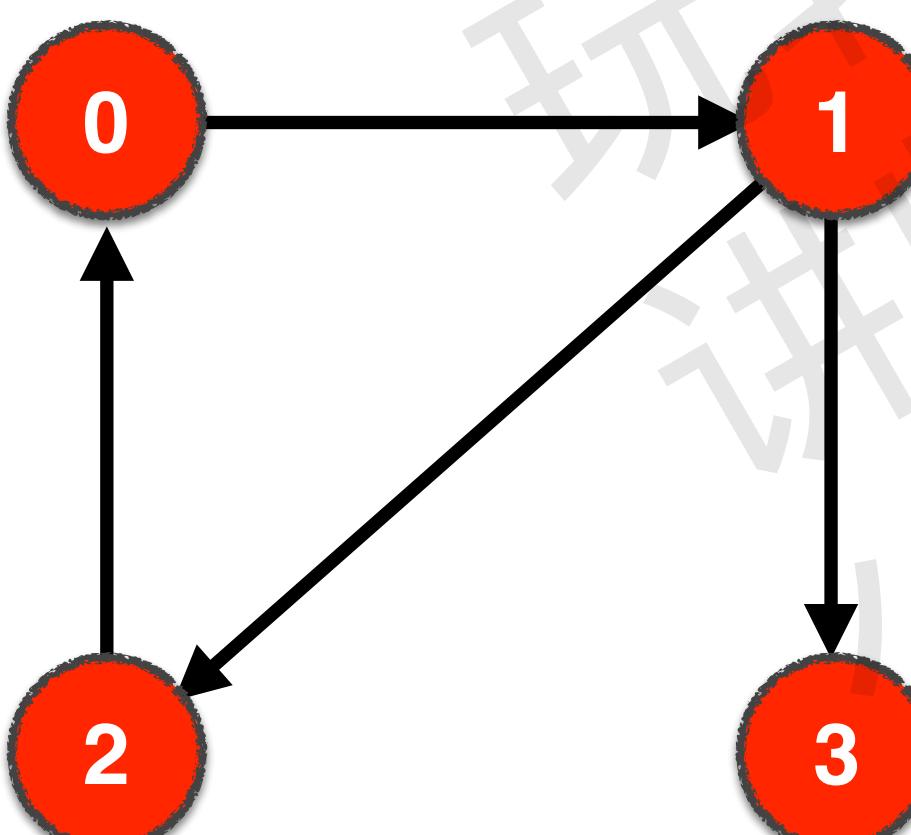
得到的有向图一定是 DAG



强联通分量

将所有强连通分量看做一个点

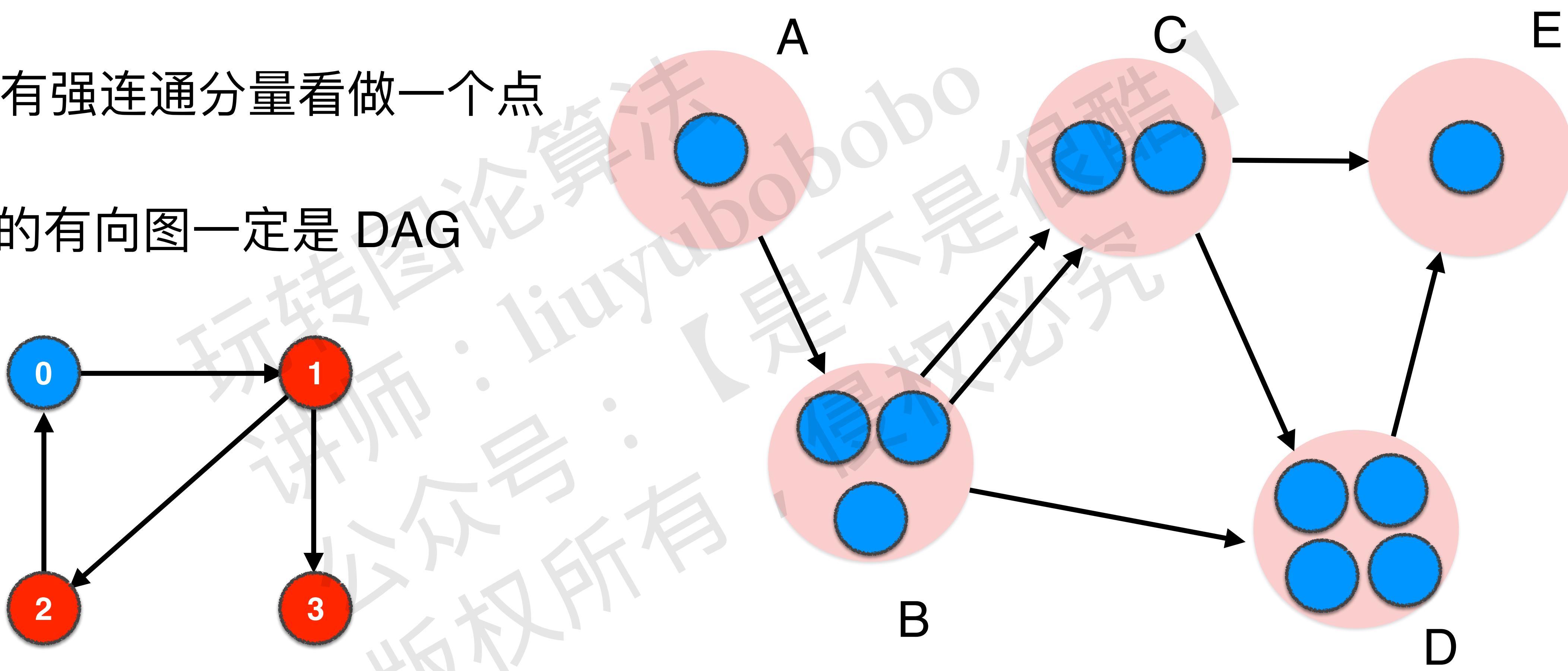
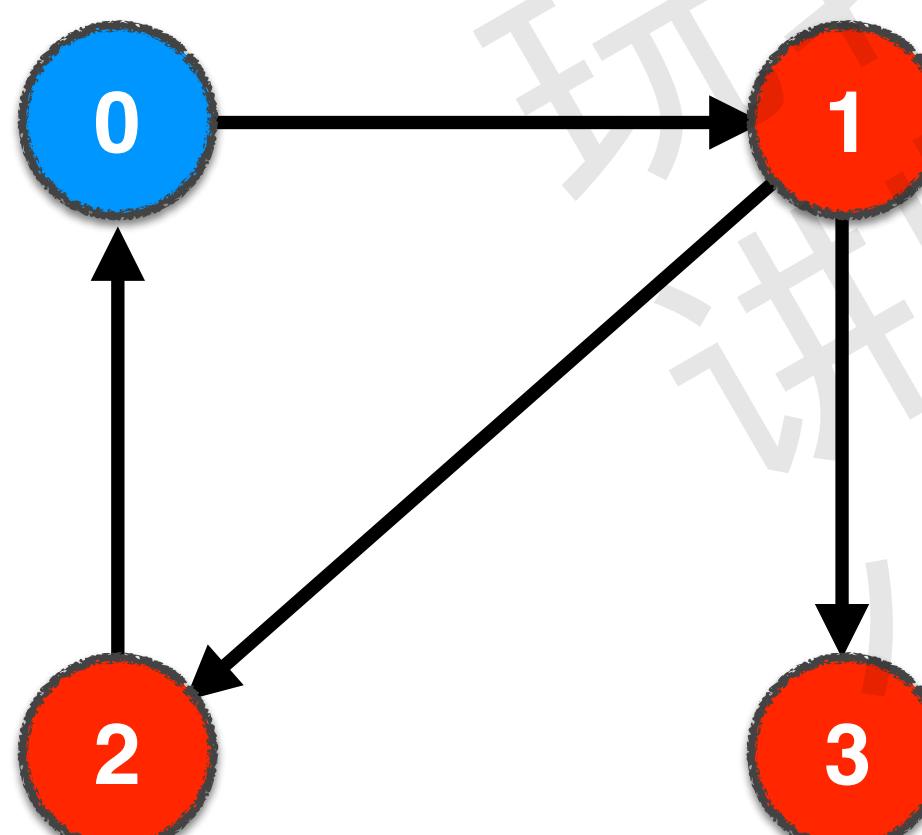
得到的有向图一定是 DAG



强联通分量

将所有强连通分量看做一个点

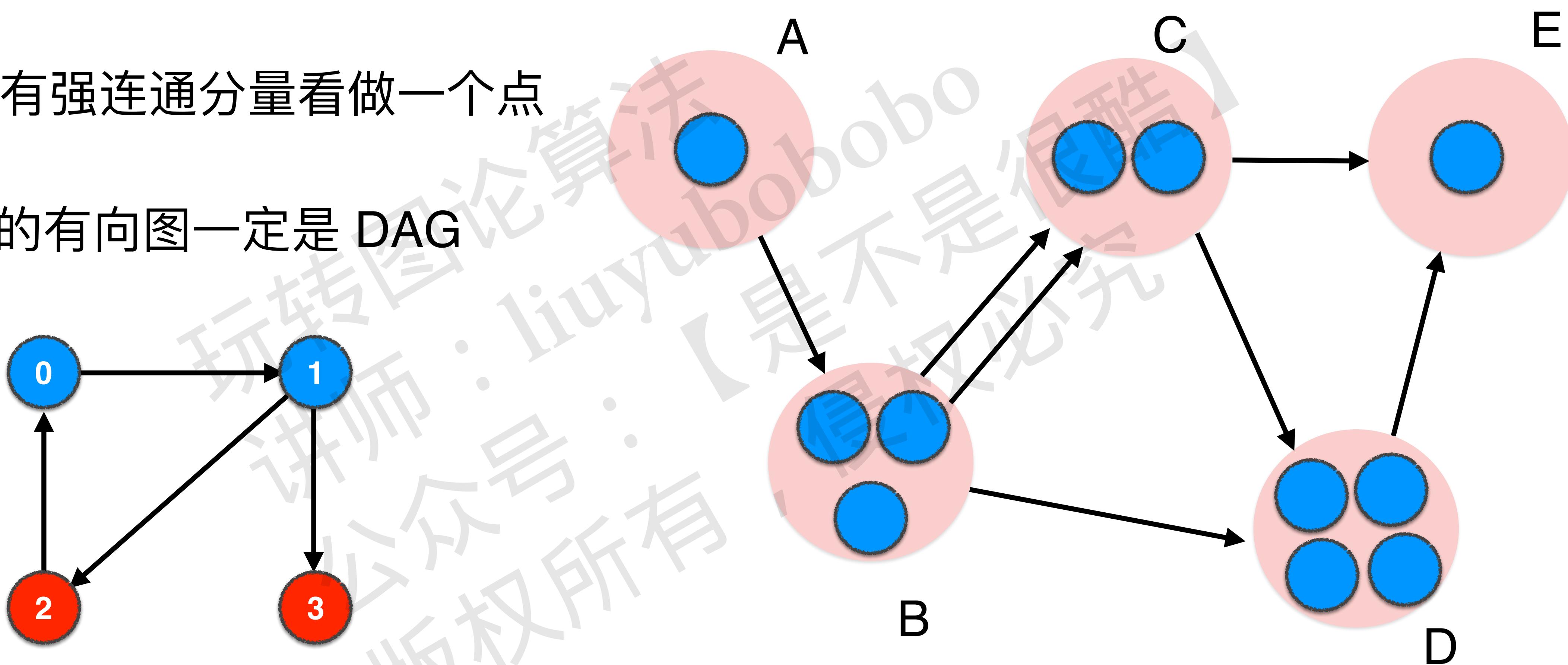
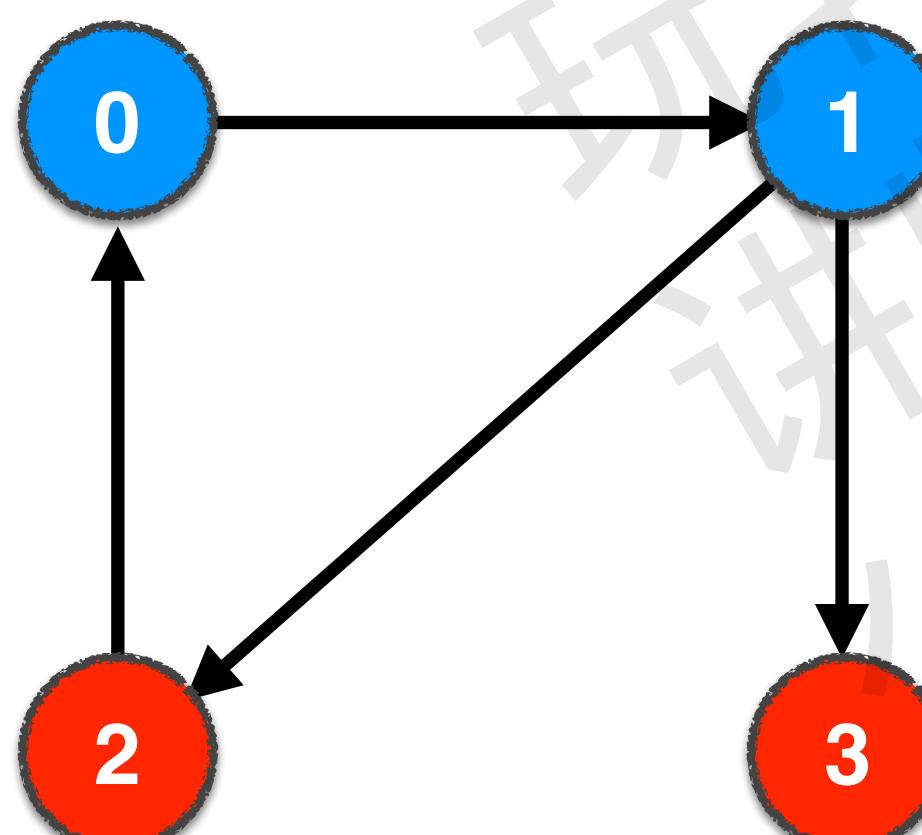
得到的有向图一定是 DAG



强联通分量

将所有强连通分量看做一个点

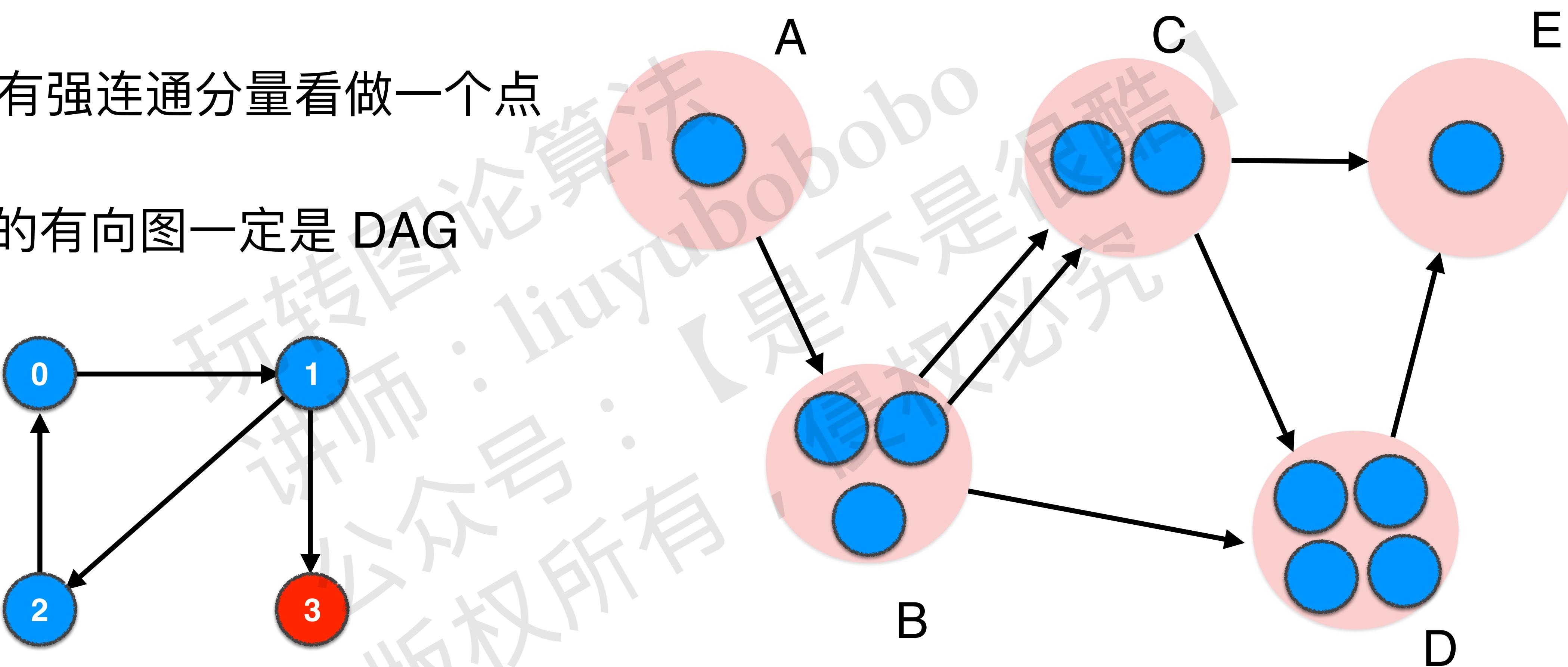
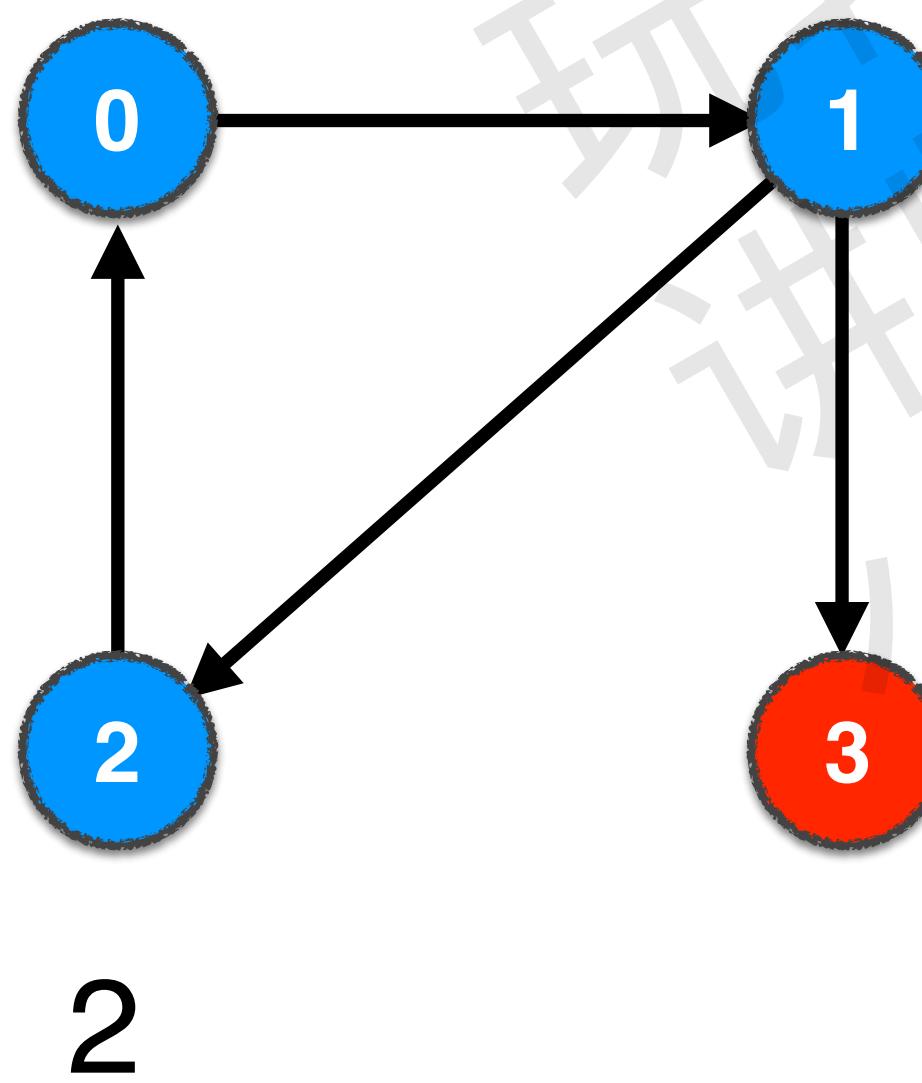
得到的有向图一定是 DAG



强联通分量

将所有强连通分量看做一个点

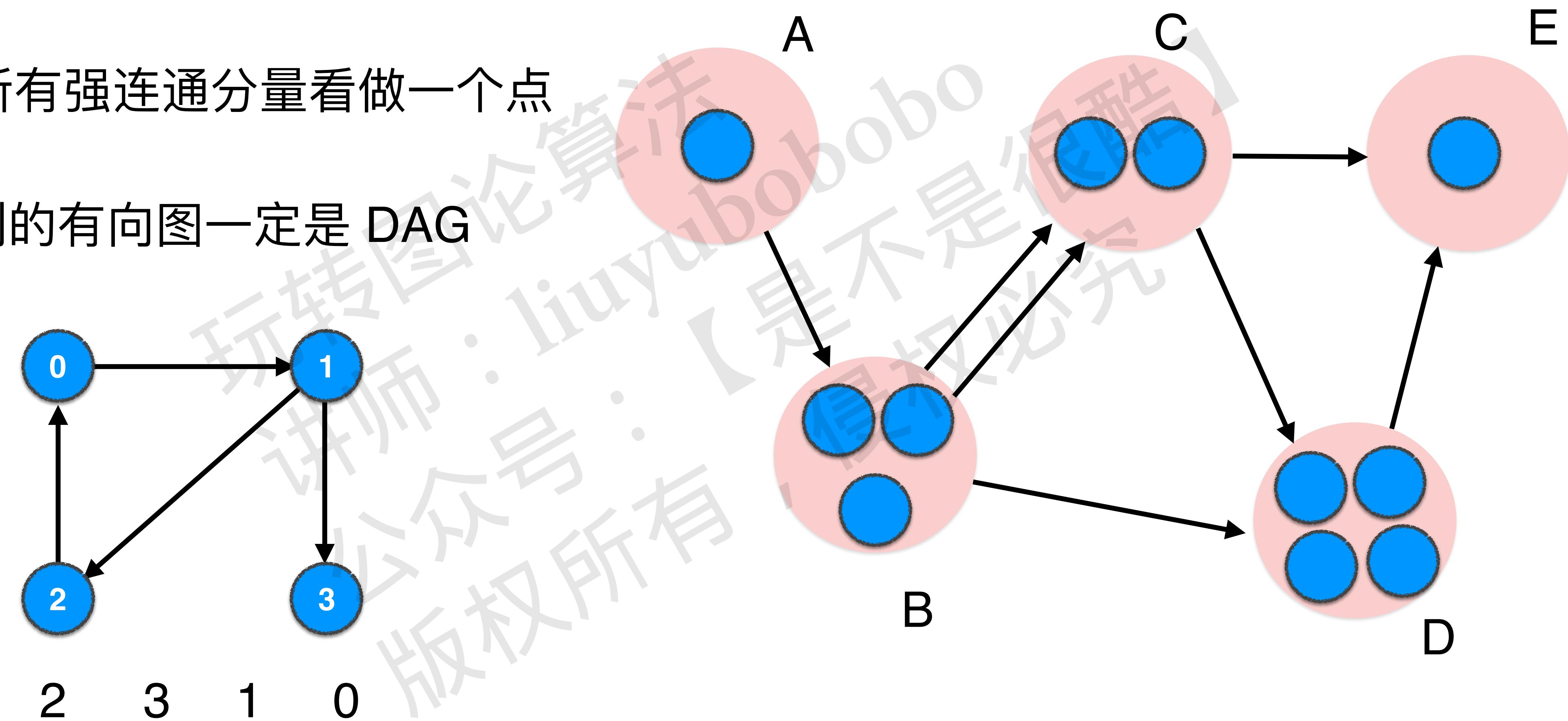
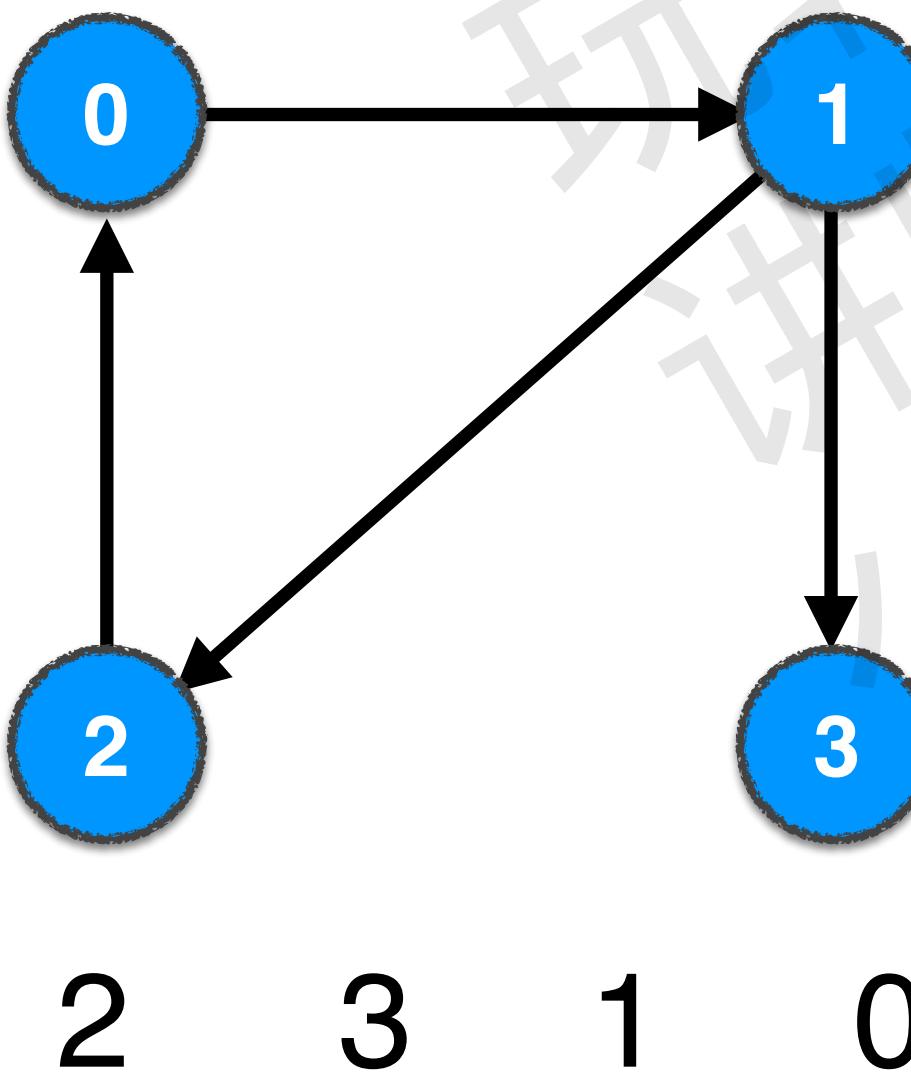
得到的有向图一定是 DAG



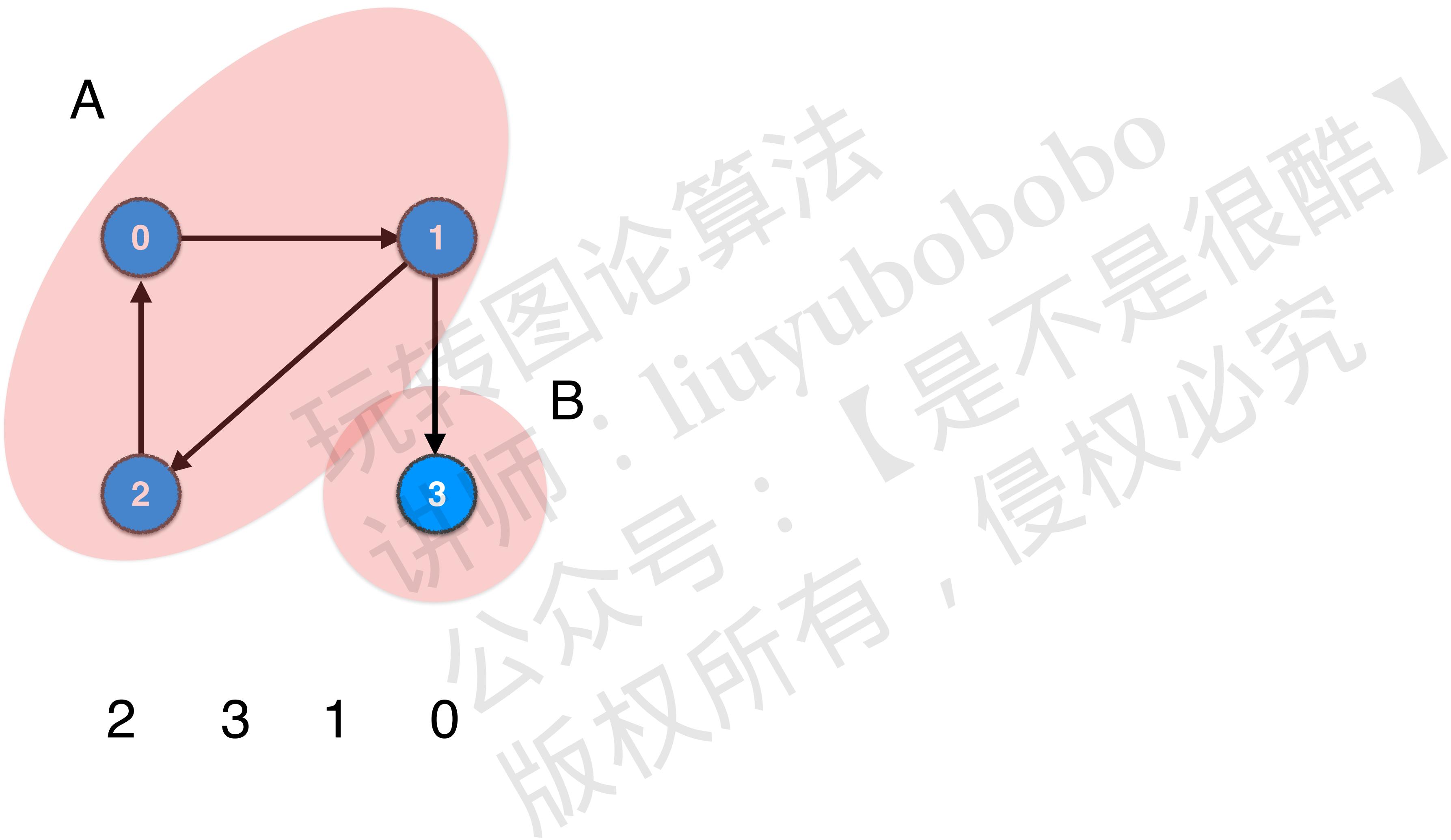
强联通分量

将所有强连通分量看做一个点

得到的有向图一定是 DAG



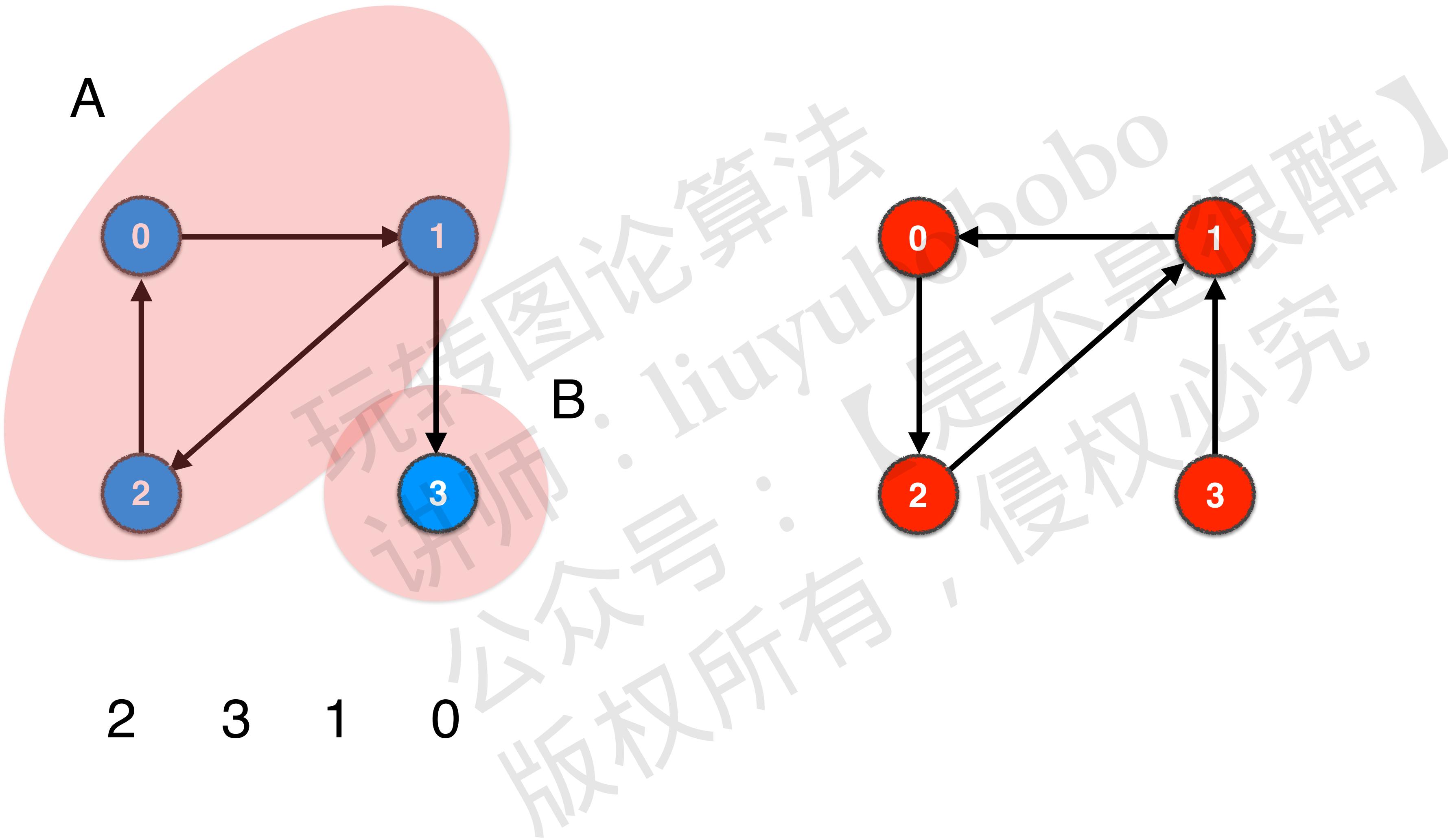
强联通分量



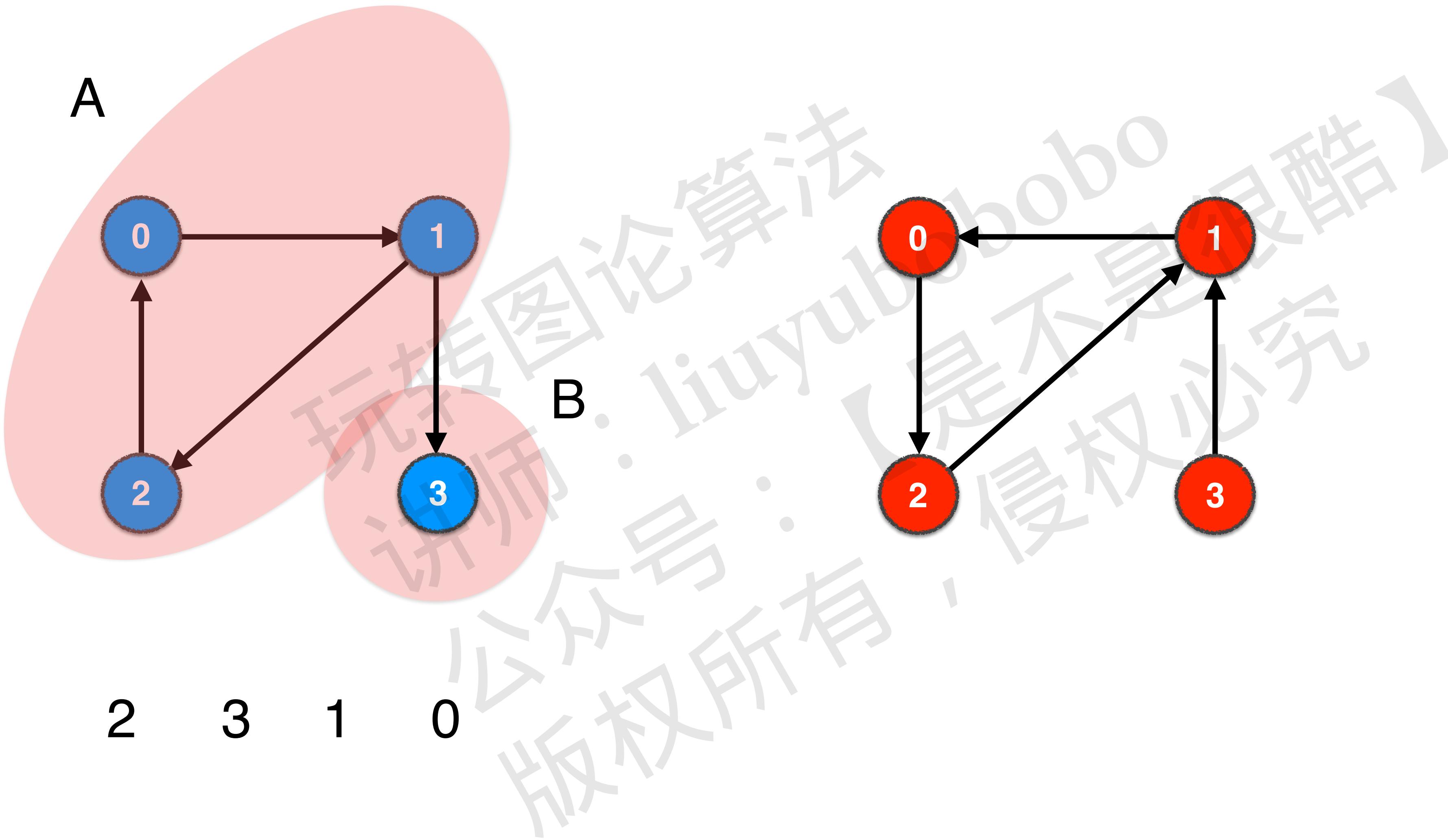
Kosaraju 算法

liuyubobobo

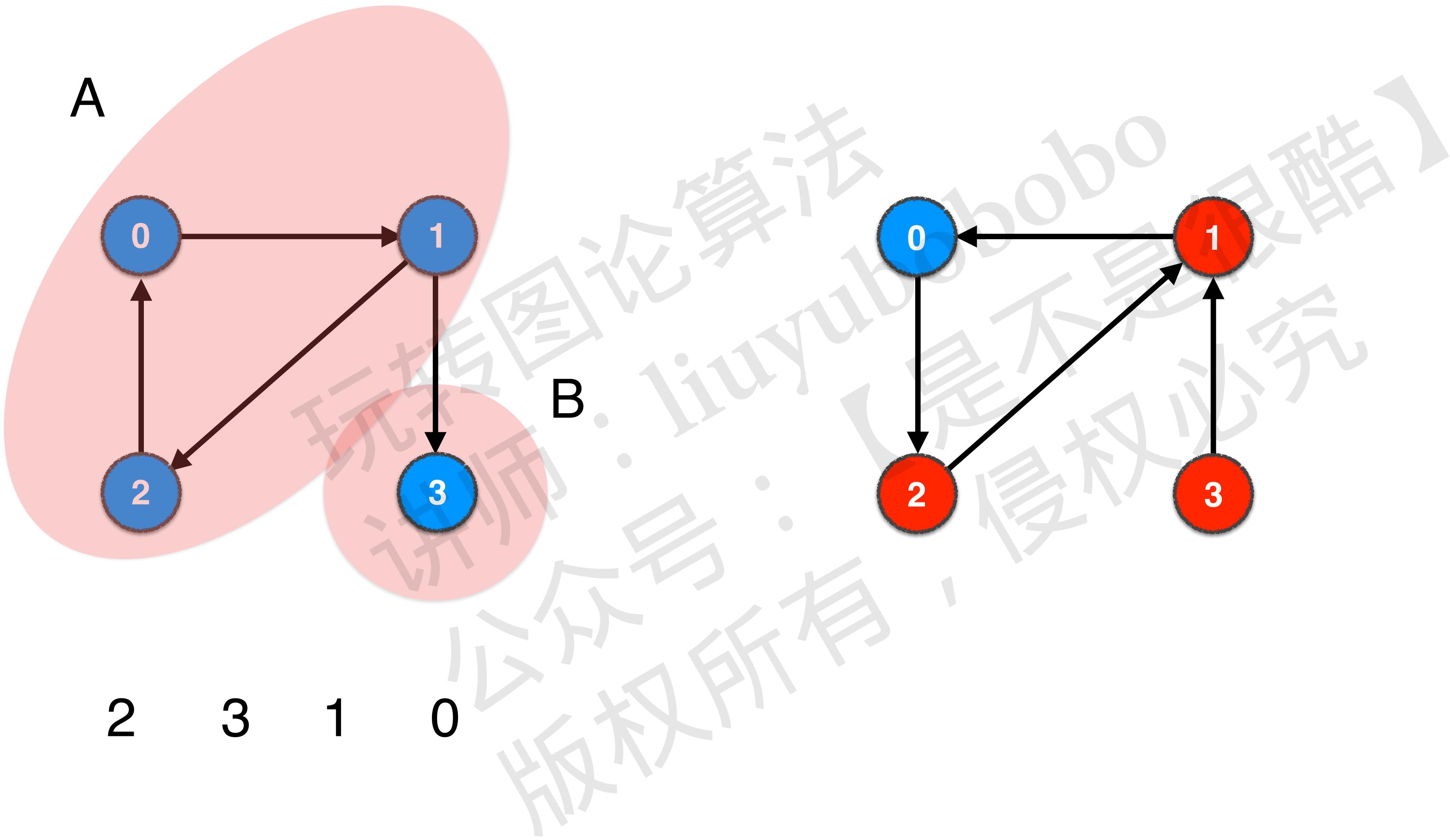
Kosaraju 算法



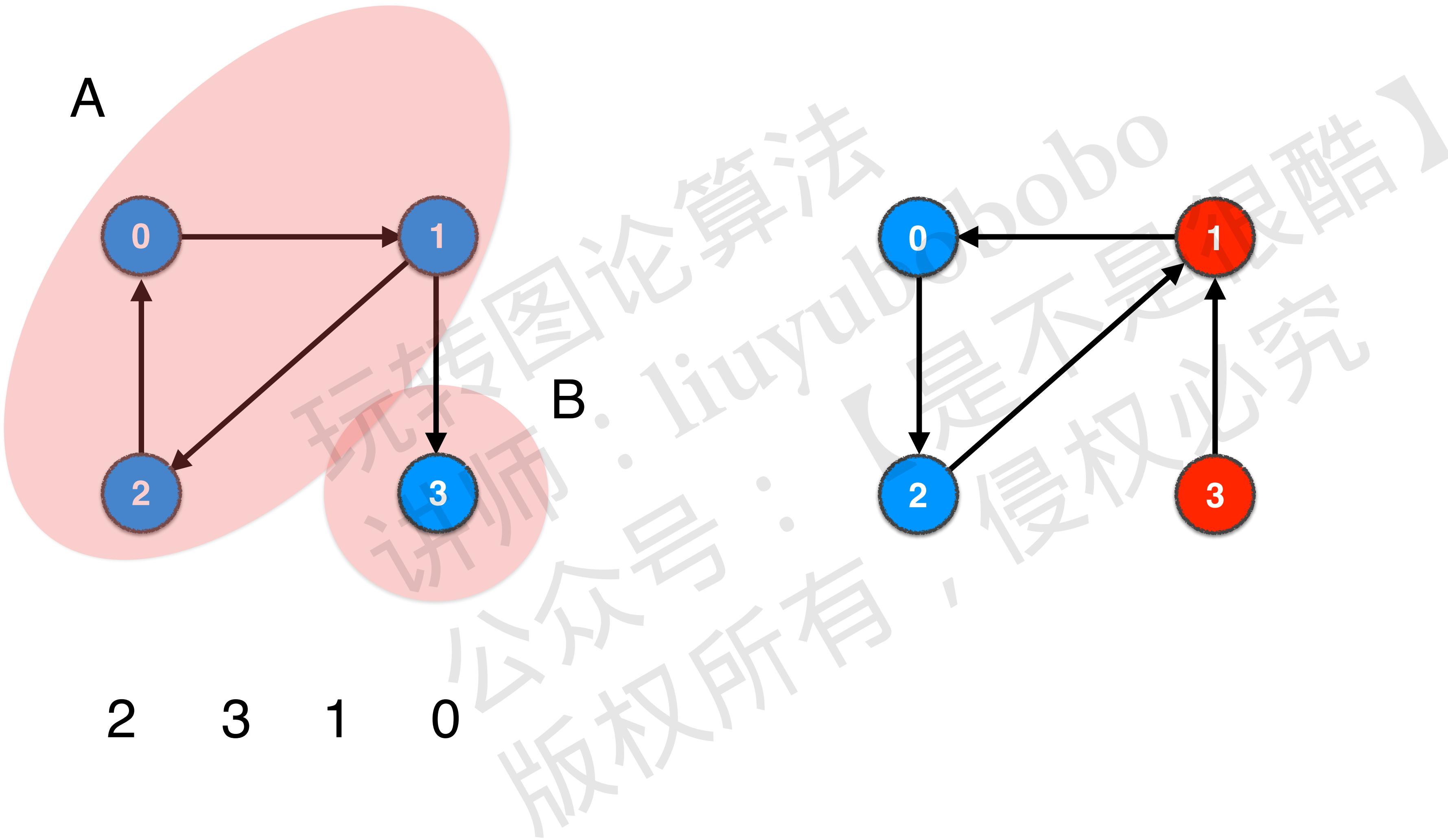
Kosaraju 算法



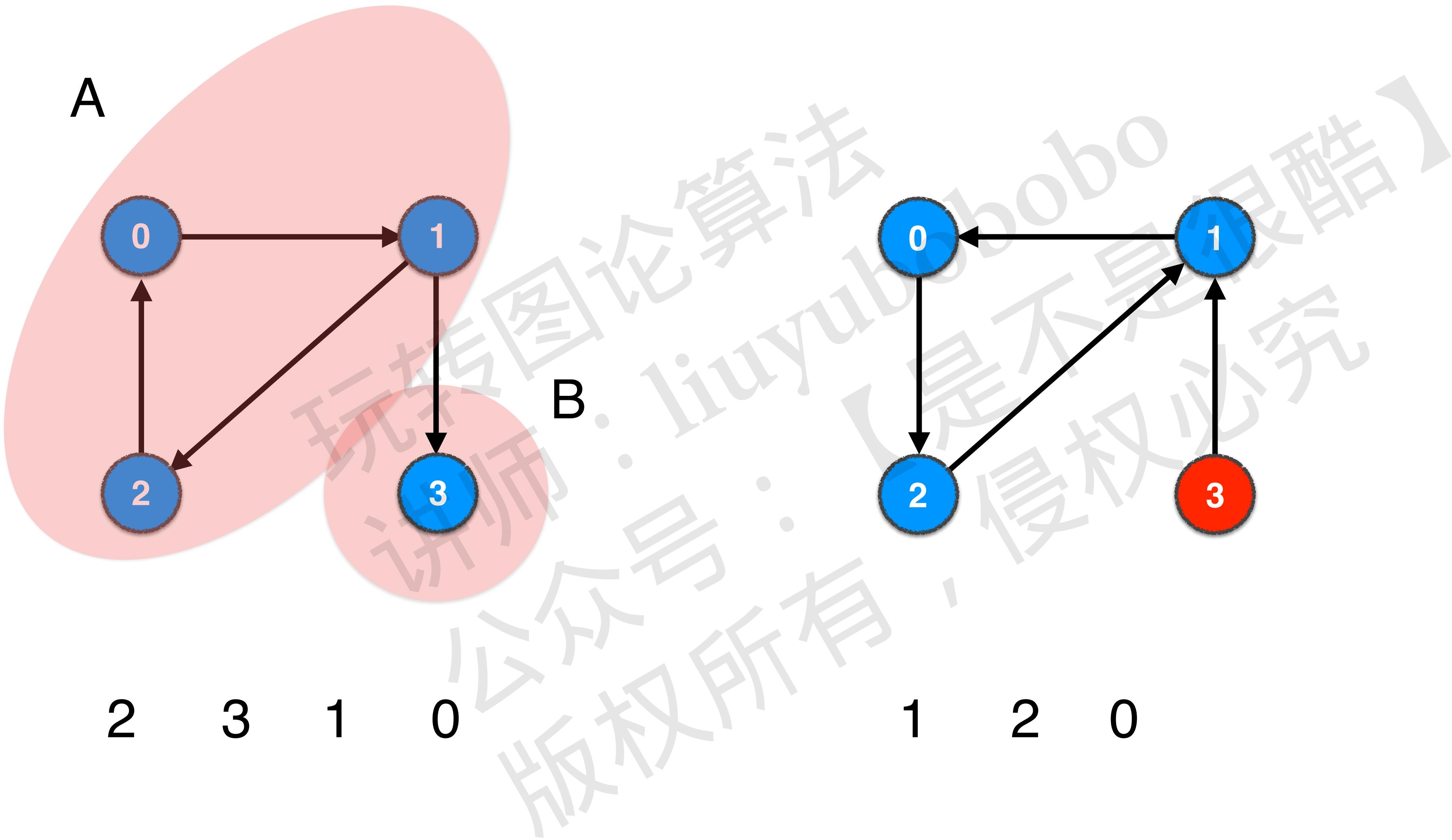
Kosaraju 算法



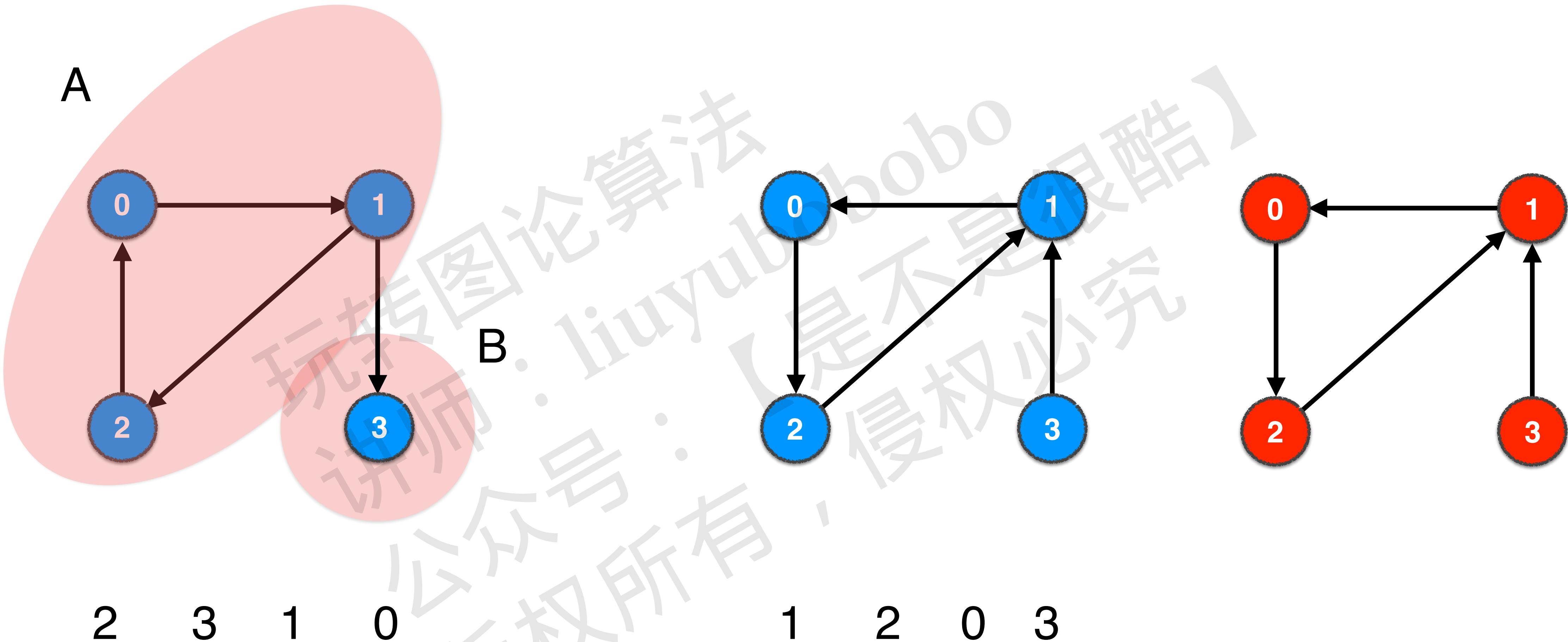
Kosaraju 算法



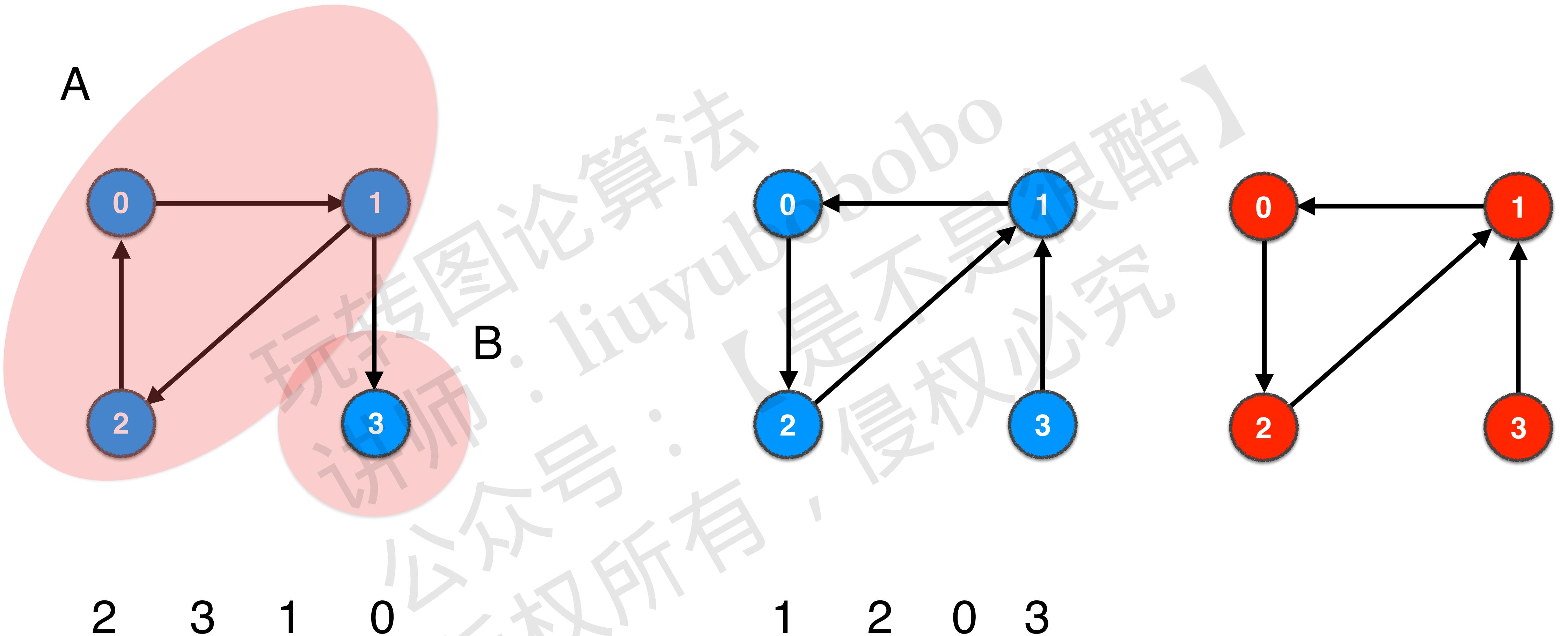
Kosaraju 算法



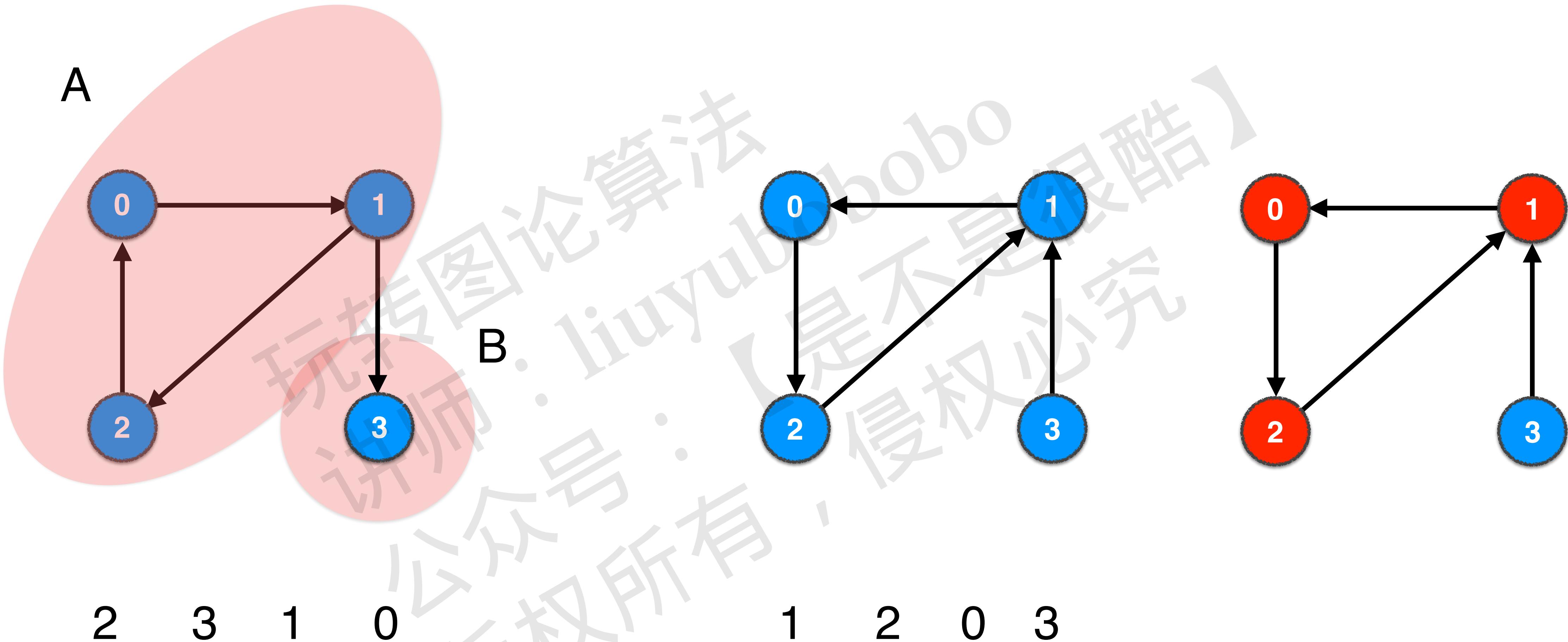
Kosaraju 算法



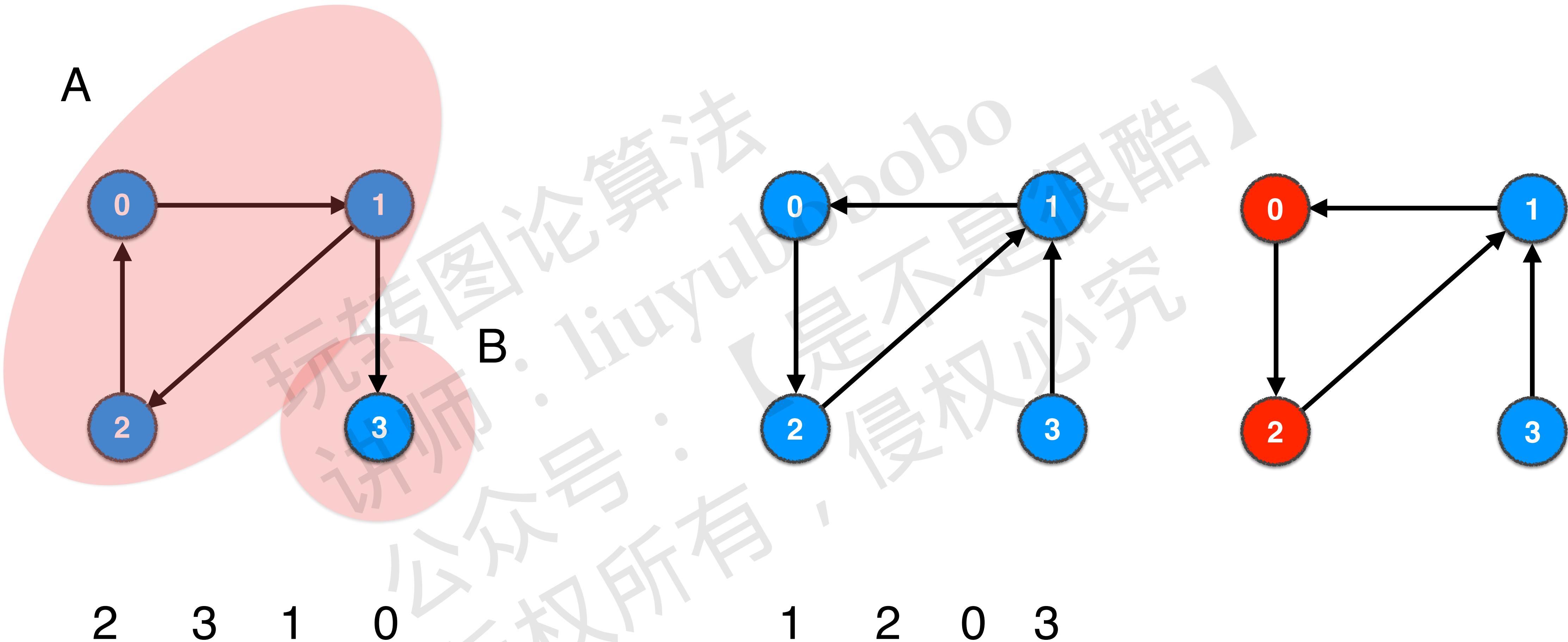
Kosaraju 算法



Kosaraju 算法

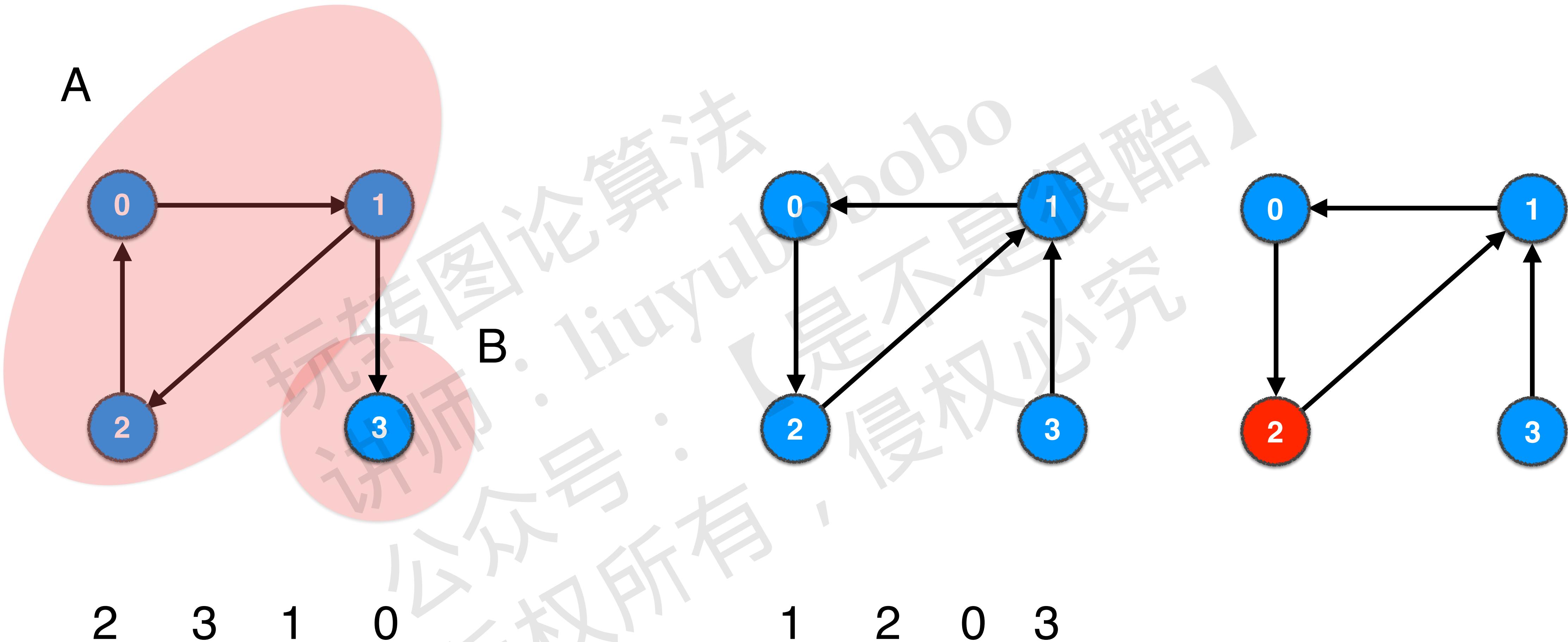


Kosaraju 算法

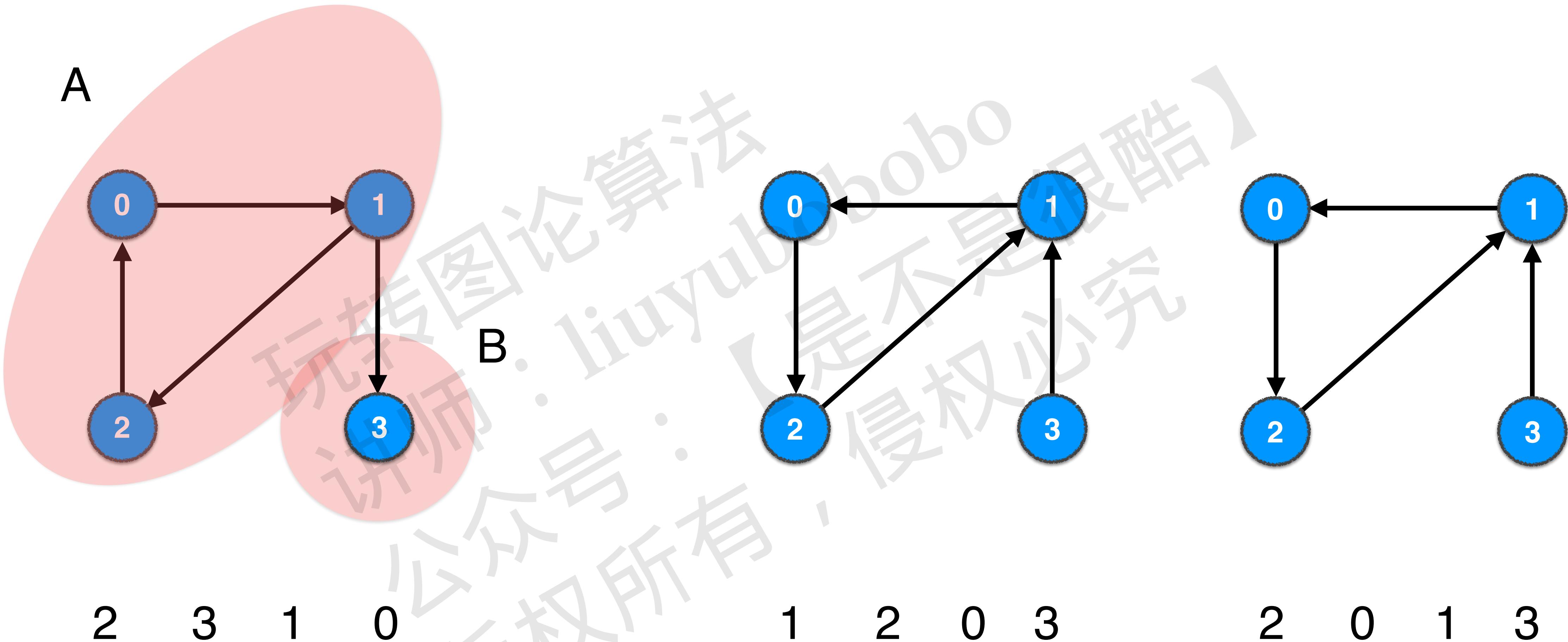


版权所有 © liuyubobobo

Kosaraju 算法

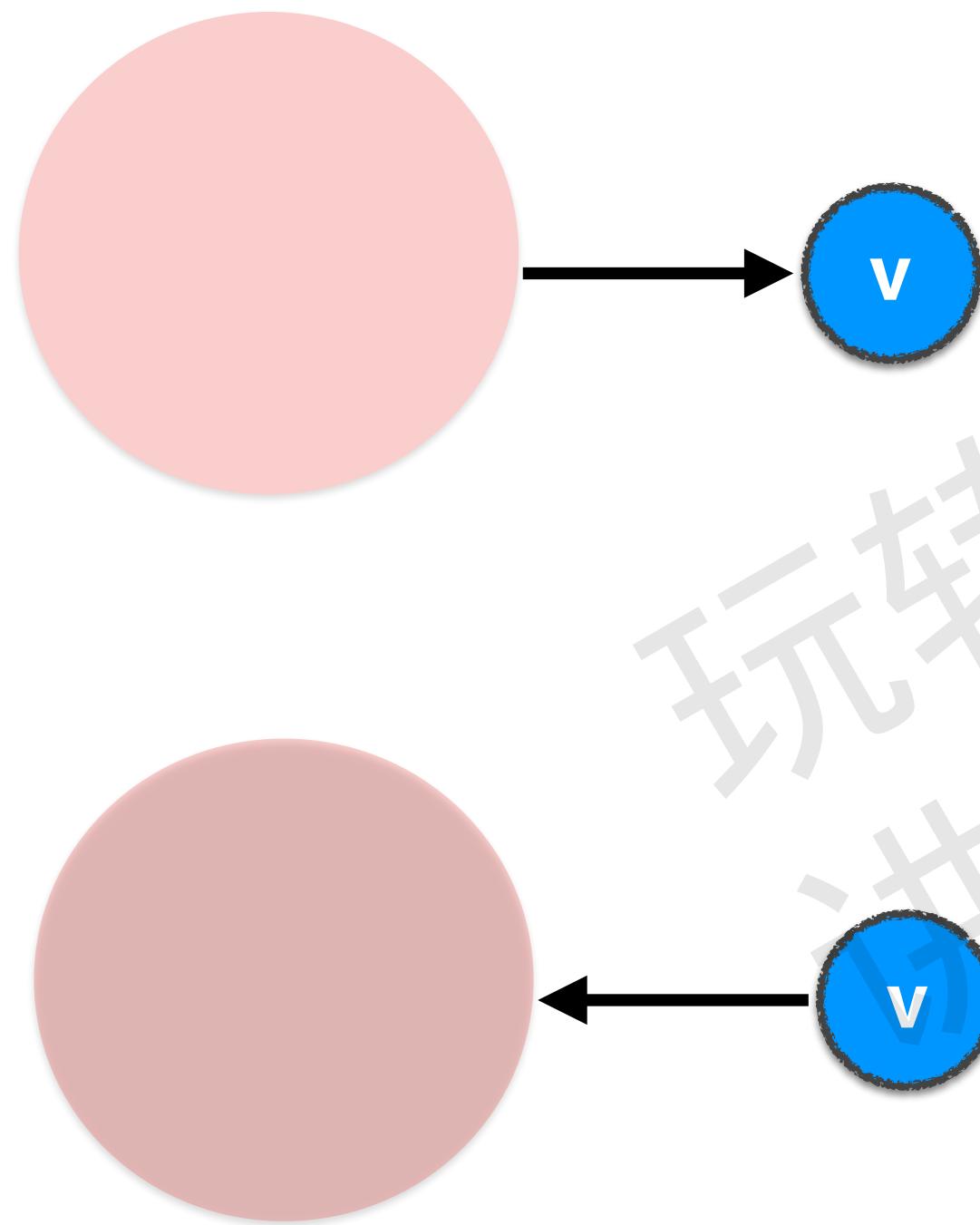


Kosaraju 算法



版权所有 © liuyubobobo

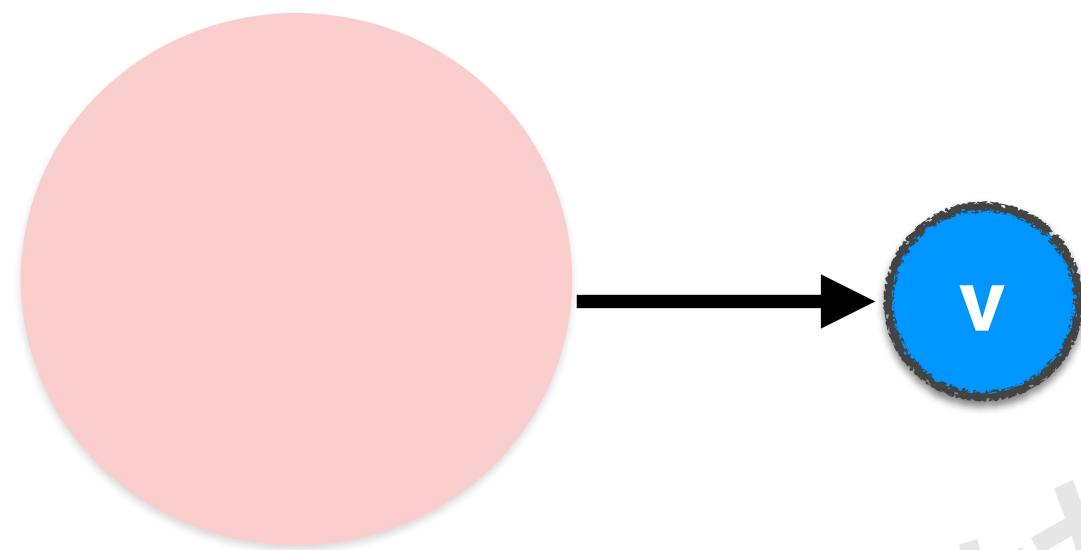
Kosaraju 算法



如果一个强连通分量能够到一点
则翻转这张图后，进行后序遍历，
这一点一定相较强邻通分量中的点后出现

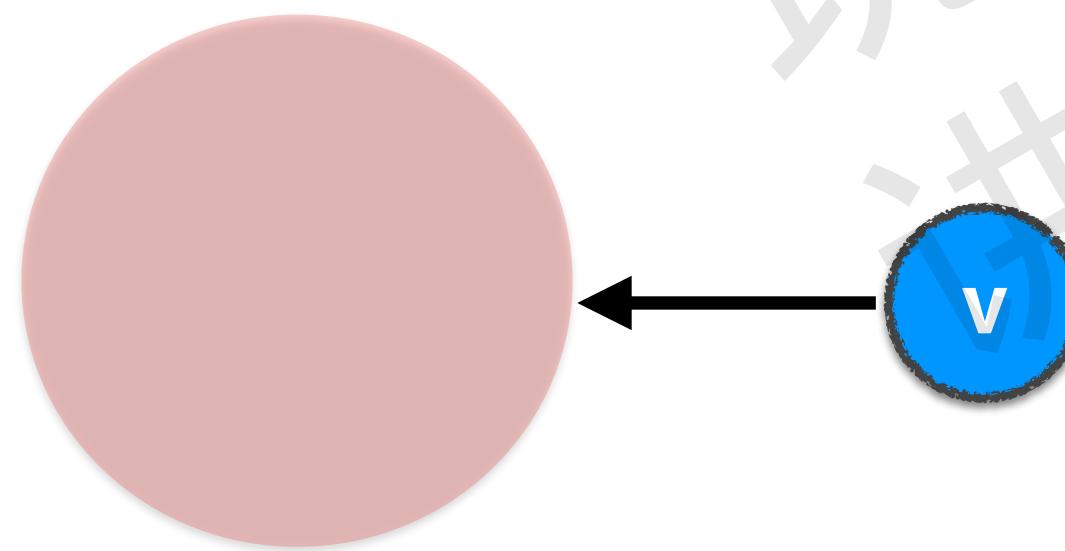
则翻转这张图后，对于后序遍历的逆，
这一点一定出现在这个强邻通分量中的点之前

Kosaraju 算法



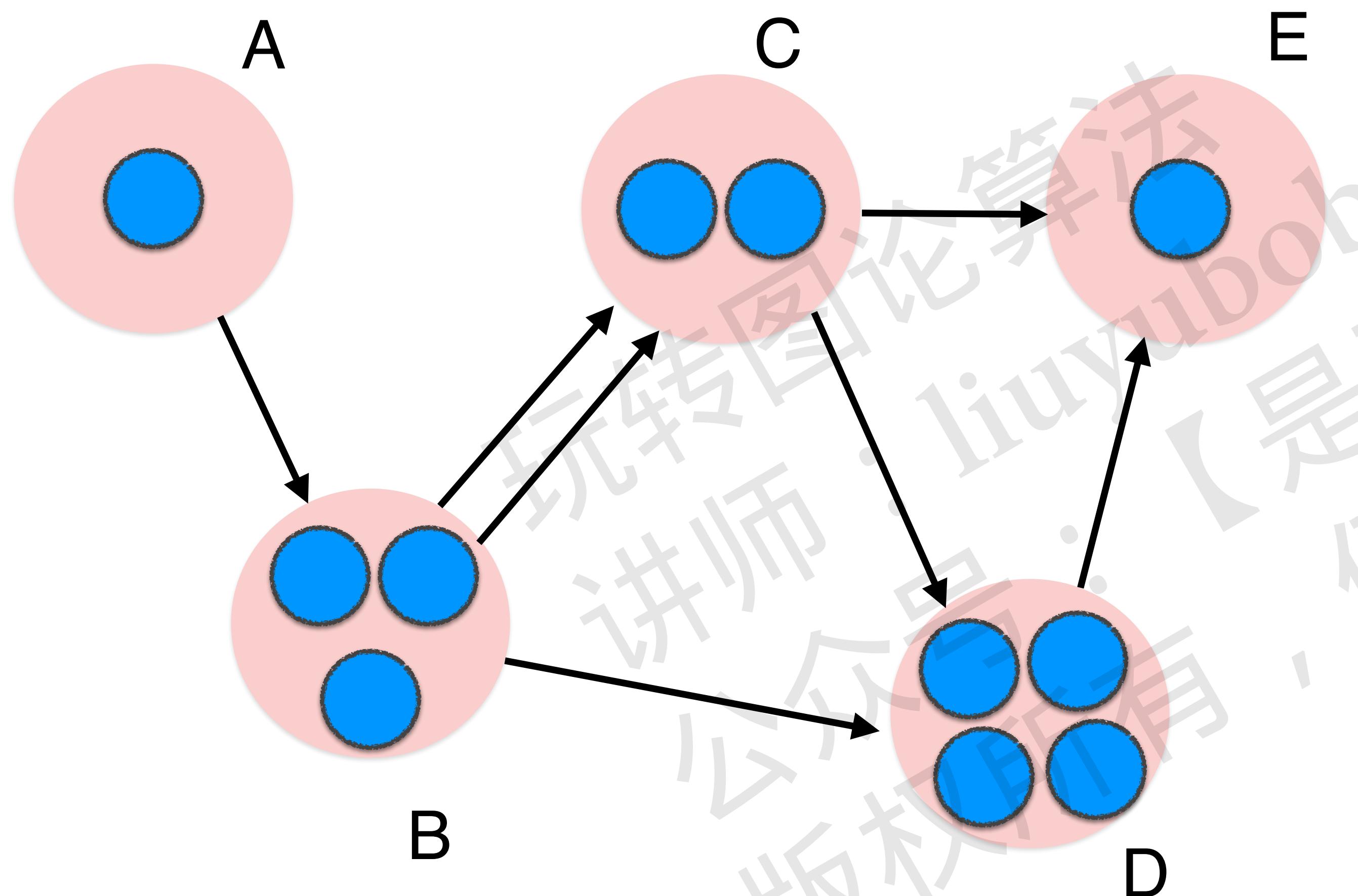
如果一个强连通分量能够到一点

则翻转这张图后，进行后序遍历，
这一点一定相较强邻通分量中的点后出现



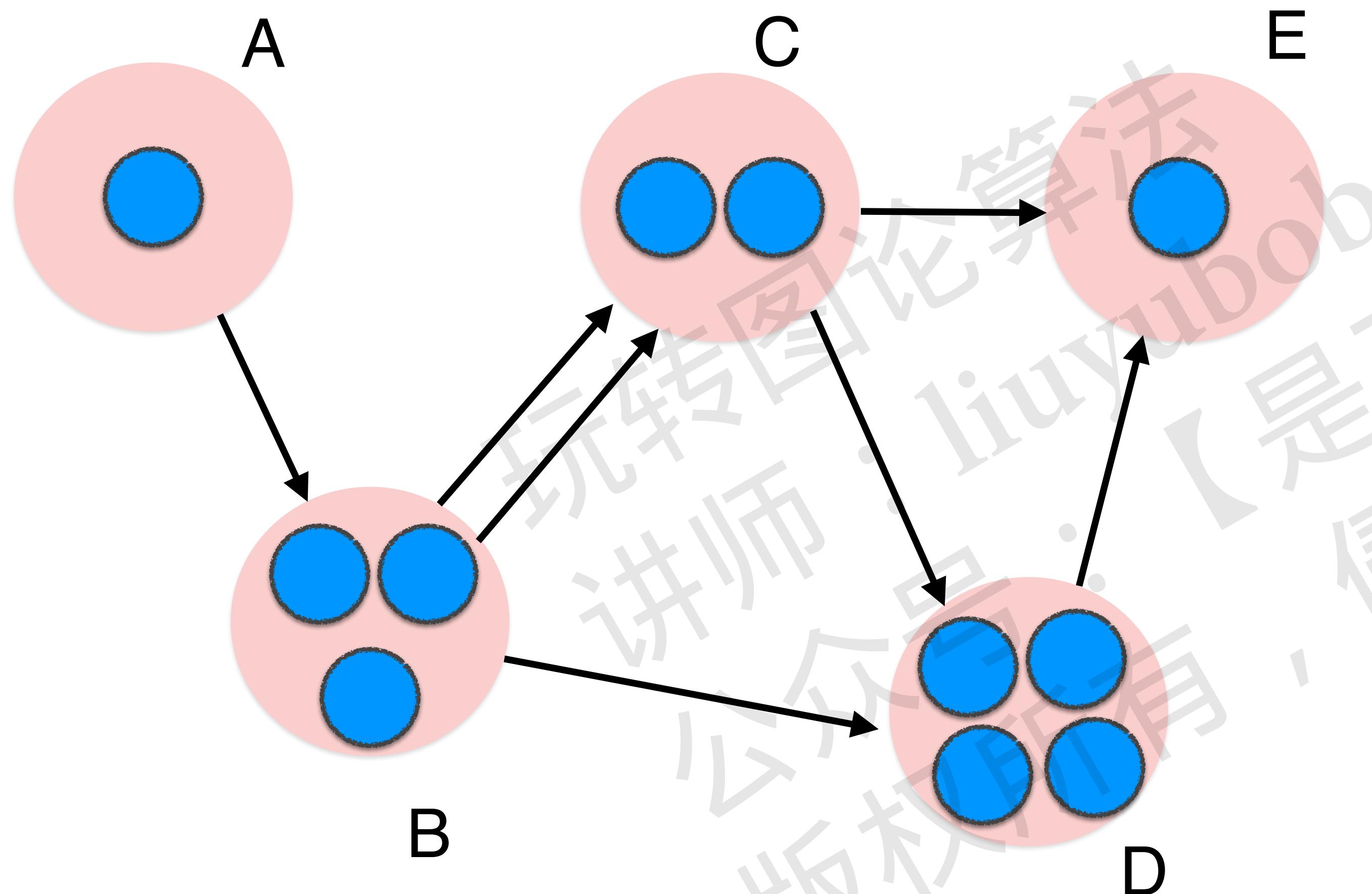
则翻转这张图后，对于后序遍历的逆
这一点一定出现在这个强邻通分量中的点之前

Kosaraju 算法



则翻转这张图后，对于后序遍历的逆
E一定出现在D, C前
D一定出现在B, C前
C一定出现在B前
B一定出现在A前
一定是强连通分量的拓扑排序的逆

Kosaraju 算法



则翻转这张图后，对于后序遍历的逆

一定是强连通分量的拓扑排序的逆

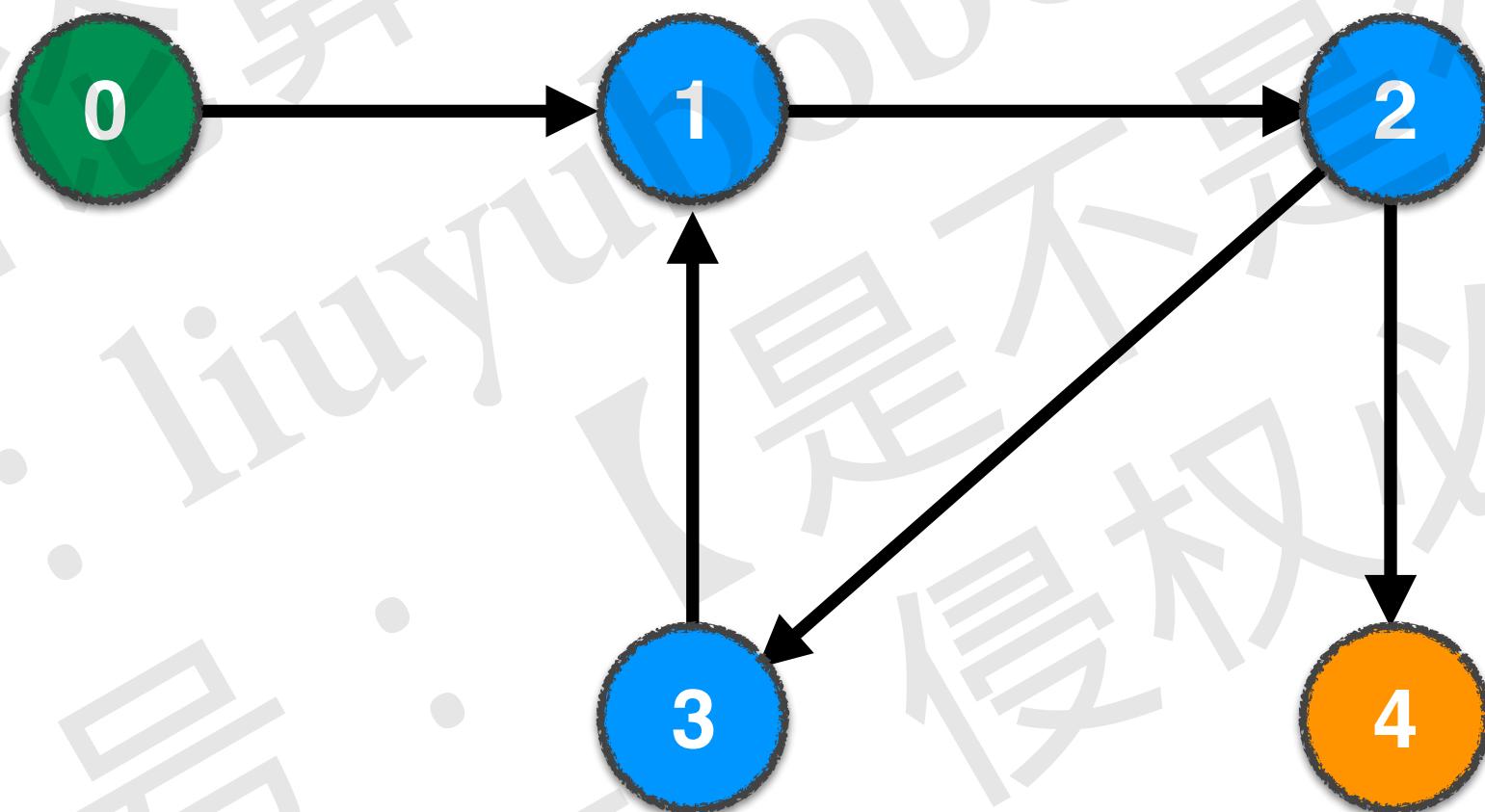
按照这个顺序，用 DFS 标记

Kosaraju 算法

实现 Kosaraju 算法

liuyubobobo

强联通分量



有向图算法小结

liuyubobobo

有向图算法小结

有些问题，在有向图中不存在，或者我们通常不考虑

floodfill

最小生成树

桥和割点

二分图检测

有向图算法小结

有些问题，有向图和无向图一样

DFS, BFS

最短路径：Dijkstra

最短路径：Bellman-Ford

最短路径：Floyd

有向图算法小结

有些问题，有向图和无向图不一样

有向图的环检测

有向图的度

欧拉路径，欧拉回路

有向图算法小结

有些问题，有向图特有

拓扑排序

入度+队列

DFS 后序的逆

顺便做环检测

不能做环检测

$O(V+E)$

$O(V+E)$

强连通分量

Kosaraju 算法

反图的 DFS 后序的逆序做 CC

$O(V+E)$

大家加油！

欢迎大家关注我的个人公众号：是不是很酷

坚持有质量的技术原创

用技术人的视角看世界

「是不是很酷」



玩儿转图论算法

liuyubobobo