

РАБОТА 3. ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ ИЗ ОДНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ДРУГУЮ

Цель работы: изучить методы перевода чисел из одной системы счисления в другую при произвольных основаниях систем счисления и в случае, когда основания связаны соотношением $p=q^k$.

Введение

В процессе работы с компьютером возникают ситуации, связанные с необходимостью перевода чисел из одной системы счисления в другую. Часть таких действий выполняется программным обеспечением компьютера, например, преобразование чисел из десятичной системы счисления в двоичную и наоборот. Иногда потребность в таких преобразованиях возникает у самого пользователя. Например, для правильной интерпретации состояния какого-либо регистра или ячейки памяти и внесения в них изменений необходимо уметь быстро и безошибочно осуществлять перевод в пределах двоичной-восьмеричной-шестнадцатеричной систем счисления.. Система счисления называется позиционной, если одна и та же цифра имеет различное значение, определяющееся позицией цифры в последовательности цифр, изображающей число. Количество p различных цифр, употребляемых в позиционной системе, называют ее *основанием* /2/.

Рассмотрим некоторые способы перевода чисел из одной системы счисления (СС) в другую.

Прежде всего отметим, что при переводе смешанных чисел отдельно переводится целая и отдельно дробная части числа. Поэтому вначале рассмотрим некоторые способы перевода целых чисел.

Способ 1. Для перевода целых чисел из r -ичной СС в q -ичную необходимо исходное r -ичное число и получаемые частные последовательно делить на основание q новой СС. Получаемые в результате остатки представляют собой r -ичные записи q -ичных цифр числа, начиная с младшей. Операция деления проводится в r -ичной СС.

Способ 2. Цифры и основание исходного представления числа в r -ичной СС выражаются q -ичными числами и производится вычисление полученного выражения в q -ичной СС.

Способ 3. (модификация способа 2 с вычисление многочлена по схеме Горнера). Цифры и основание исходного представления числа в r -ичной СС выражаются q -ичными числами. В q -ичной СС выполняются следующие операции:

- 1 умножить старшую цифру на r ;
- 2 добавить к результату следующую по порядку цифру;
- 3 умножить результат на r ;
- 4 повторить операции 2 и 3 до тех пор, пока не будет добавлена младшая цифра; на последнем шаге операция умножения результата на r не проводится.

Такой подход позволяет, в общем случае, сократить при переводе количество операций умножения, которые выполняются гораздо дольше операций сложения.

Перевод правильных дробей

При переводе правильных дробей из r -ичной СС в q -ичную необходимо в r -ичной СС выполнить следующие операции:

1 умножить исходное число на q . Целая часть полученного результата является старшей цифрой числа в q -ичной СС;

2 умножить дробную часть полученного результата на q . Целая часть полученного результата является очередной цифрой числа в q -ичной СС;

3 повторить операцию 2, пока не будет достигнута необходимая точность.

Определение количества разрядов, которое должно быть получено в новом представлении дроби (n_q), основывается на соотношении

$$q^{-n_q} \leq r^{-n_r}$$

где n_r – количество разрядов в представлении дроби в r -ичной СС.

Отсюда:

$$n_q \geq (n_r * \lg r) / \lg q.$$

Перевод чисел из r -ичной системы счисления в q -ичную при $r = q^k$

Перевод целых чисел.

При переводе целых чисел из r -ичной СС в q -ичную необходимо каждую цифру исходного r -ичного числа заменить ее k -разрядным q -ичным эквивалентом.

Перевод правильных дробей.

При переводе правильных дробей из r -ичной СС в q -ичную необходимо каждую цифру исходного r -ичного числа заменить ее k -разрядным q -ичным эквивалентом.

Перевод чисел из r -ичной системы счисления в q -ичную при $q = r^k$

Перевод целых чисел.

При переводе целых чисел из r -ичной СС в q -ичную необходимо исходное r -ичное число разбить на группы по k разрядов, начиная справа, и каждую группу заменить одной q -ичной цифрой. При необходимости старшая группа дополняется слева нулями до k разрядов.

Перевод правильных дробей.

При переводе правильных дробей из r -ичной СС в q -ичную необходимо исходное r -ичное число разбить на группы по k разрядов, начиная слева, и каждую группу заменить одной q -ичной цифрой. При необходимости младшая группа дополняется справа нулями до k разрядов.

Постановка задачи и варианты ее решения

В лабораторной работе выполняются задания двух типов:

- перевод чисел, представленных в произвольных системах счисления;
- перевод чисел в 2^k -ичных системах счисления.

Переключения между этими типами заданий осуществляется установкой соответствующего флажка на панели управления.

Рассмотрим примеры выполнения заданий.

Перевод чисел, представленных в произвольных системах счисления.

Перевести число 421_{10} из 5-й в 7-ю систему счисления.

Вначале переведем целую часть числа по способу 1:

$$\begin{array}{r|l}
 421 & 12 \\
 41 & 30 \mid 12 \\
 \hline
 11 & 24 \mid 2 \\
 & \hline
 & 1
 \end{array}$$

Так как действия проводятся в 5-й системе счисления, то следует обратить внимание на то, что $12_5 = 10_7$ и $11_5 = 6_7$

В результате получим: $421_5 = 216_7$

При переводе дробной части числа сначала определим количество разрядов в новом представлении дроби:

$$n_7 \geq (n_5 * \lg 5) / \lg 7 = 2 * 0,6990 / 0,8451 = 1,65 \dots$$

$$n_7 = 2$$

Для получения двух цифр в окончательном результате необходимо выполнять процесс умножения до получения трех цифр нового представления дроби и провести округление.

Выполним перевод дробной части числа:

$$\begin{array}{r}
 \times 0,34 \\
 \hline
 12 \\
 + 123 \\
 \hline
 34 \cdot \\
 \boxed{10} \cdot 13 \\
 \times 0,13 \\
 \hline
 12 \\
 + 31 \\
 \hline
 13 \cdot \\
 \boxed{2} \cdot 11 \\
 \times 0,11 \\
 \hline
 12 \\
 + 22 \\
 \hline
 22 \cdot \\
 \boxed{2} \cdot 42
 \end{array}$$

Таким образом, дробная часть числа равна $0,34_5 = 0,522\dots_7 \approx 0,52_7$,

а окончательный результат равен

$$421,34_5 = 216,52_7$$

Перевод чисел, представленных в 2^k -ичных системах счисления.

Пример 1. Перевести число $571,45$ из 8-й в 2-ю систему счисления.

Так как $8 = 2^3$, то каждую 8-ричную цифру необходимо заменить ее 3-разрядным двоичным эквивалентом:

$$571,45_8 = 101\ 111\ 001,100\ 101_2.$$

Пример 2. Перевести число $10111011001,101101_2$ из 2-й в 16-ю СС.

Так как $16 = 2^4$, то исходное число необходимо разбить на группы по 4 разряда, при этом придется дополнить старшую

группу целой части числа двумя нулями слева, а младшую группу дробной части нулем справа:

$$0010\ 1101\ 1001,1011\ 0010_2 = 2D9,B2_{16}$$

Пример 3. Перевести число $E4,57$ из 16-й в 8-ю систему счисления.

Так как $16 \neq 8^k$, то прямой перевод по упрощенным правилам невозможен. В этом случае необходимо либо воспользоваться правилами перевода произвольных СС, либо выполнить промежуточный перевод в 2-ю СС, так как $8=2^3$ и $16=2^4$. Воспользуемся вторым подходом.

$$E4,57_{16} = 1110\ 0100,0101\ 0111_2 = 011\ 100\ 100,010\ 101\ 110_2 = 344,256_8$$

Порядок подготовки к лабораторной работе

1. Изучить теоретический материал по теме лабораторной работы.

2. Вызвать программу электронного учебника и выбрать в нем лабораторную работу "Перевод чисел из одной системы счисления в другую".

3. Ознакомиться с разделом "Help" лабораторной работы для определения порядка ее выполнения и назначения функциональных клавиш.

4. Изучить раздел "Теория" лабораторной работы.

5. Установить флажок выполнения задания по переводу чисел в произвольных системах счисления и выполнить его в режиме тренировочного тестирования (флажок "с оценкой" должен быть сброшен).

6. Установить флажок выполнения задания по переводу чисел в 2^k -ичных системах счисления и выполнить его в режиме тренировочного тестирования.

7. В случае необходимости повторить изучение того раздела теоретического материала, который вызвал наибольшие затруднения при тренировочном выполнении работы.

Порядок выполнения лабораторной работы

1 Вызвать программу электронного учебника и выбрать в нем лабораторную работу "Перевод чисел из одной системы счисления в другую".

2 Изучить раздел "Теория" лабораторной работы.

3 Установить флажок выполнения задания по переводу чисел в произвольных системах счисления и выполнить его в режиме контрольного тестирования (флажок "с оценкой" должен быть установлен). Продемонстрировать результаты тестирования преподавателю.

4 Установить флажок выполнения задания по переводу чисел в 2^k -ичных системах счисления и выполнить его в режиме контрольного тестирования. Продемонстрировать результаты тестирования преподавателю.

Варианты заданий

Варианты заданий для тренировочного выполнения и контрольного тестирования генерируются программным обеспечением лабораторной работы автоматически в процессе выполнения лабораторной работы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- 1 Что такое "Основание системы счисления"?
- 2 Укажите основные способы перевода целых и дробных чисел из одной системы счисления в другую.
- 3 Укажите способы перевода чисел из одной системы счисления в другую в случае, когда основания систем счисления связаны соотношением: $p=q^k$.