1. Билет 28. Условные экстремумы. Метод Лагранжа.

Условные экстремумы: Пусть требуется найти наибольший или наименьшее значение функции $u = u((x_1, x_2, ..., x_n) \to max_{min}$ при условии

$$\begin{cases} F_1(x_1, x_2, ..., x_n) = 0 \\ F_2(x_1, x_2, ..., x_n) = 0 \\ F_k(x_1, x_2, ..., x_n) = 0 \end{cases}$$

Метод Ланграржа: Составляем вспомогательную ф-цию при (n + k) переменных :F$_1(x_1, ...x_2, \lambda_1...\lambda_n) = u(x_1, ...x_n) + \lambda_1\varphi_1(x_1, ...x_n) + \lambda_2\varphi_2(x_1, ...x_n) + \lambda_k\varphi_k(x_1, ...x_n)$

Теорема Точки условного экстремума совпадают с точками экстремума ф-ции F

Пример: z = 4x-3y; $x^2 + y^2 = 1$ По методу Лагранжа F(x,y,z) = 4x-3y+ $\lambda(x^2 + y^2 - 1)$

$$\begin{cases} \frac{df}{dx} = 4 + 2\lambda = 0 \\ \frac{df}{dy} = -3 + 2y\lambda = 0 \\ \frac{df}{d\lambda} = x^2 + y^2 - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{2}{\lambda} \\ y = \frac{3}{2\lambda} \\ \frac{4}{\lambda^2} + \frac{9}{4\lambda^2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{4}{5} \\ y = \frac{3}{5} \\ \lambda = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Критические точки$M_1(-\frac{4}{5}; \frac{3}{5}; \frac{5}{2}) M_2(\frac{4}{5}; -\frac{3}{5}; -\frac{5}{2})$