

5. Интегрирование простейших выражений, содержащих квадратный трехчлен. Пример.

1. **Интегралы вида:** $\int \frac{dx}{x^2+px+q}$, $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+px+q}}$, $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+px+q}}$

эти интегралы приводятся к табличным методом выделения полного квадрата:

$$x^2 + px + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \frac{p^2}{4}$$

Пример:

$$\int \frac{dx}{x^2-3x-4} = \int \frac{d\left(x-\frac{3}{2}\right)}{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{25}{4}} = \frac{1}{5} \ln \left| \frac{x-\frac{3}{2}-\frac{5}{2}}{x-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}} \right| = \frac{1}{5} \ln \left| \frac{x-4}{x+1} \right| + C$$

2. **Интегралы вида:** $\int \frac{(ax+b)dx}{x^2+px+q}$, $\int \frac{(ax+b)dx}{\sqrt{x^2+px+q}}$, $\int \frac{(ax+b)dx}{\sqrt{-x^2+px+q}}$

эти интегралы разбиваются на 2, если представить числитель в виде:

$$(ax + b)dx = md(x^2 + px + q) + ndx$$

Пример:

$$\int \frac{x+7}{x^2+25} dx = \int \frac{xdx}{x^2+25} + 7 \int \frac{dx}{x^2+25} = \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2+25)}{x^2+25} + 7 \int \frac{dx}{x^2+25} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 25) + \frac{7}{5} \operatorname{arctg} \frac{x}{5} + C$$