Вопрос 27. Экстремум функции для двух переменных

Рассмотрим случай функции от 2-х переменных $z = z(x, y)$
$d^2z(x_0) = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2_{M_0}}(dx)^2 + 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y_{M_0}}dxdy + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2_{M_0}}(dy)^2$
Обозначим:

$A = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2_{M_0}}(dx)^2$; $B = 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y_{M_0}}dxdy$; $C = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2_{M_0}}(dy)^2$, тогда

$d^2z(x_0, y_0) = A(dx)^2 + 2Bdxdy + C(dy)^2 = (dx)^2 * (A + 2B\frac{dy}{dx} + C(\frac{dy}{dx})^2)$
Обозначим за D - дискриминант $D = B^2 - AC$, тогда:
если D>0, то $dz^2(x_0, y_0)$ - разных знаков
если D<0, то $dz^2(x_0, y_0)$ - одного знака, причём при $A > 0$: $d^2z > 0$. При $A < 0$: $d^2z < 0$.

Теорема:

Пусть функция $z = z(x, y)$ имеет непрерывные частные производные 2-го порядка, точка M_0 - критическая. Обозначим: $A = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2_{M_0}}$; $B = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y_{M_0}}$; $C = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2_{M_0}}$; $D = B^2 - AC$, тогда:

1) Если $D > 0$, то M_0 не является точкой экстремума.
2) Если $D < 0$, то точка M_0 - точка экстремума:
   а) Если $A > 0$, то M_0 - точка минимума.
   б) Если $A < 0$, то M_0 - точка максимума.
3) Если D=0, то неясно.