1. Билет 12. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Замена переменной в определенном интеграле.

Интегрирование по частям в определенном интеграле: Формула интегрирования по частям для определенных интегралов имеет вид:

$$\int_b^a u\mathrm{d}v = uv|_b^a - \int_b^a v\mathrm{d}u = (u(b)v(b) - u(a)v(a)) - \int_b^a v\mathrm{d}u$$

Пример: $\int_0^\pi xcosx\mathrm{d}x = xsinx|_0^\pi - \int_0^\pi sinx\mathrm{d}x = cosx|_0^\pi = -2$

Замена переменной в определенном интеграле, Теорема: Пусть $\int_a^b f(x)dx\phi(t)$ - монотонная функция $\phi(t) > [a,b]; \varphi(\alpha) = a; \varphi(\beta) = b$, то допускается замена $x = \varphi(t)$ и $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b \varphi(t)d\varphi(t)$
Замечания: Меняем пределы интегрирования; К старой переменной не возвращаемся; При этом меньший предел может оказаться на верху

Пример: $\int_0^4 \frac{\mathrm{d}x}{1+\sqrt{x}} \implies xt^2; dx = 2tdt; t = \sqrt{x} \implies \alpha = 0; \beta = \sqrt{4} = 2$

$\int_0^2 \frac{2tdt}{1+t} = 2\int_0^2 \frac{(t+1)-1}{1+t}dt = 2(\int_0^2 dt - \int_0^2 \frac{dt}{1+t}) = 2(t)|_0^2 - ln|1+t||_0^2 = 2(2-0-(ln3-ln1)) = 2(2-ln3)$