객체지향 프로그래밍과 자료구조

Ch 4. 연산자 오버로딩 (Operator Overloading)



정보통신공학과 교수 김 영 탁

(Tel: +82-53-810-2497; E-mail: ytkim@yu.ac.kr)

Outline

- ◆ 함수 오버로딩
- ◆기본 연산자의 오버로딩
 - Unary operators: ++, --
 - Binary operators: +, -, *, /, %, ==, !=
 - 연산자오버로딩 멤버함수 구현
- ◆ Friends 함수, Friend 클래스, 자동 형변환
 - Friend functions, friend classes
 - Constructors for automatic type conversion
- ◆ 기타 연산자 오버로딩
 - < and >>
 - = , [], ++, --



함수오버로딩 (Function Overloading) 연산자 오버로딩 (Operator Overloading)

함수 오버로딩 (1)

◆ 함수 오버로딩 (function overloading)

- 동일한 함수 이름을 사용하여도 전달되는 매개 변수의 자료형, 순서가 다르면 서로 다른 함수로 구분하여 사용될 수 있게 함
- 예)

```
double avg(double d1, double d2);
double avg(double d1, double d2, double d3);
double avg(int i1, int i2);
double avg(int i1, int i2, int i3);
```

◆ 함수 서명 (function signature)

- 함수 이름 + 매개 변수 (parameter)의 자료형과 순서 정보로서 함수 서명 구성
- 함수의 반환형 (return type), 매개 변수 (parameter)에 const 선언 등은 함수 서명 정보에 포함되지 않음

함수 오버로딩 (2)

◆ 컴파일러의 함수 오버로딩 처리 기준

- 컴파일러가 동일한 함수 이름을 가지는 여러 함수들 중에서 가장 적합한 함수를 선택하여 함수 호출에 연결
- 함수 오버로딩을 처리하는 기준
 - 정확하게 일치하는 (함수 이름과 매개 변수의 자료형 및 순서가 동일)한 함수 서명의 함수를 선정
 - 정확하게 일치하는 함수 서명을 가진 함수가 없는 경우, 매개 변수의 자료형을 승격 (promotion)시켜 일치하는 함수가 있으면 이를 선택 (예: int -> double, short -> double, float ->double, char * -> string)

◆ 함수 오버로딩의 활용

- 템플릿 함수 (template function): 동일한 구조의 함수 (알고리즘)에 전달되는 인수의 자료형만 다를 경우에 하나의 템플릿 함수를 구현하고, 인수의 자료형에 따라 컴파일러가 자동적으로 필요한 함수를 생성하여 사용할 수 있게 함
- 수학 공식에서 익숙한 연산자 (operator)를 사용자가 구현한 클래스에 사용할 수 있게 하는 연산자 오버로딩 (operator overloading)에 활용



연산자 오버로딩 개요

◆ 연산자

- 기본 연산자: +, -, *, /, %, ==, != etc.
- 연산자를 함수로 생각할 수 있음

◆ 연산자를 사용한 연산

- 예) x + 7
- "+" 는 x와 7 두 개의 연산수 (operand)를 가지는 이진 연산자
- 수학 공식에서 사용하며, 세계 공통어로 모든 사람이 이해할 수 있음

◆ 연산자를 함수와 같이 생각하면: +(x, 7)

- "+" 는 함수 이름
- x, 7 은 함수에 전달되는 인수 (arguments)
- 함수 "+"는 전달된 인수들에 대한 덧셈 계산을 한 후 그 결과를 반환

연산자 오버로딩

- ◆ 기본 제공 (built-in) 연산자
 - 예) +, -, *, /, = , %, ==, !=
 - C++ 프로그래밍 언어에서 기본적으로 제공되는 자료형에 사용
 - 하나의 인수를 사용하는 일진 연산자 (unary operator) 또는 두 개의 인수를 사용하는 이진 연산자 (binary operator)
- ◆기본 제공 연산자를 일반 클래스에 사용
 - C++ 프로그램에서 구현하는 클래스에 기본 연산자를 사용하는 것이 가능함
 - 예) 복소수를 위한 class Cmplx 객체를 +, -, *, / 연산자를 사용하여 계산을 하도록 할 수 있음
 - 수학 공식에서 익숙한 연산자를 사용하므로 쉽게 이해할 수 있음
 - 사용자 편의성이 증가된 (user friendly) 인터페이스 제공
- ◆ 연산의 의미를 직관적으로 이해할 수 있는 연산자를 사용하여야 함



연산자 오버로딩이 필요한 이유

◆ 간략한 표현과 쉬운 이해

● 수학 공식에서 사용하는 연산자를 사용함으로써 간단하고 이해하기 쉽게 프로그램 소스코드를 구현

```
/* What you have used */
double mA[N][N], mB[N][N], mC[N][N],
    mD[N][N], mE[N][N], mF[N][N];

getMtrx(mA, N);
getMtrx(mB, N);

mtrxAdd(mA, mB, mC, N);
mtrxSubtract(mA, mB, mD, N);
mtrxMultiply(mA, mB, mE, N);
mtrxInverse(mA, mF, N);
```

```
/* What can be possible with */
// Class definition for Mtrx
Mtrx mA, mB, mC, mD, mE, mInv;
cin >> mA;
cin >> mB;
mC = mA + mB;
mD = mA - mB;
mE = mA * mB;
mInv = \sim mA;
```

연산자 오버로딩이 가능한 연산자 연산자 오버로딩이 가능하지 않은 연산자

◆ 연산자 오버로딩이 가능한 연산자

```
%
                                                                 &
+
                                 <
                                                     <<
                                                                >>
\sim
                                          %=
                                                                &=
                                /=
                                                                           | =
+=
                                          &&
                                                                           !=
<=
          >=
                    <<=
                               >>=
                                                                ==
          ->*
                     []
                                ()
                                                    delete
                                                               new[]
                                                                        delete[]
->
                                          new
++
```

◆ 연산자 오버로딩이 가능하지 않은 연산자

. .* :: ?:

연산자의 오버로딩 구현 (1)

- ◆ 연산자 오버로딩 구현
 - 함수 오버로딩과 유사
 - 연산자 앞에 키워드 operator를 붙여 함수 이름 구성
- ◆ 연산자 오버로딩을 정의하는 함수 원형 예: const Cmplx operator+(const Cmplx & c1, const Cmplx & c2);
 - + 연산자를 class Cmplx 에 사용할 수 있도록 연산자 오버로딩 정의
 - 전달되는 파라메터에 const를 선언하여 전달된 인수를 읽기만 하고, 변경할 수 없도록 정의
 - 반환되는 자료형으로 class Cmplx 선언
 - class Cmplx 객체 2개에 덧셈을 계산하여 결과인 class Cmplx 객체 반환

연산자의 오버로딩 구현 (2)

◆ 연산자 오버로딩 구현의 2가지 방법

- case 1: 클래스의 멤버함수가 아닌 일반 함수 오버로딩으로 구현
 - 일반 함수 오버로딩과 같이 전달되는 인수의 자료형과 순서에 따라 구분
 - 개별적인 함수로 관리됨
 - 클래스 선언에서 일반 함수로 구현된 오버로딩을 포함하지 않음
- case 2: 클래스의 멤버 함수로 구현
 - 연산자 오버로딩이 클래스 선언에 포함됨
 - 객체 지향형 프로그래밍 원칙에 잘 부합함



Class Cmplx를 위한 "+" 연산자를 일반 함수 오버로딩으로 구현하는 경우

◆ class Cmplx 를 위한 "+" 연산자 오버로딩을 일반 함수 오버로딩으로 구현하는 경우

```
const Cmplx operator+(const Cmplx &c1, const Cmplx &c2)
{
   double real, imag;

   real = c1.real + c2.real;
   imag = c1.imag + c2.imag;

   return Cmplx(real, imag);
}
```

연산자 오버로딩을 클래스의 멤버함수로의 구현

- **♦**Cmplx c1(3, 4), c2(1, 2), c3; c3 = c1 + c2;
 - "+" is overloaded as member operator
 - think of as: c3 = c1+(c2);
- ◆ "+" 연산자 오버로딩을 헤더 파일의 클래스 선언에 포함
 - const Cmplx operator+(const Cmplx& c);
 - Notice only ONE argument



class Cmplx의 함수 오버로딩을 멤버 함수로 구현

```
/** Cmplx.h */
#include <iostream>
using namespace std;
class Cmplx
public:
  Cmplx(double real=0.0, double imagin=0.0); // constructor
  const Cmplx operator+(const Cmplx &);
  const Cmplx operator-(const Cmplx &);
  void printCmplx();
private:
  double real;
  double imag;
};
```

```
/** Cmplx.cpp */
#include <iostream>
#include "Cmplx.h"
using namespace std;
Cmplx::Cmplx(double r, double i) :real(r), imag(i) { } // constructor
const Cmplx Cmplx::operator+(const Cmplx &c)
   Cmplx result;
   result.real = real + c.real;
result.imag = imag + c.imag;
   return result;
const Cmplx Cmplx::operator-(const Cmplx &c)
   Cmplx result;
   result.real = real - c.real;
result.imag = imag - c.imag;
   return result;
yoid Cmplx::printCmplx()
   printf("Complex(%.2lf, %.2lf)", real, imag);
```

```
/** main.cpp */
#include <iostream>
#include "Cmplx.h"
using namespace std;
void main()
  Cmplx c1 (3.3, 4.4), c2(1.1, 2.2), c3, c4;
  cout << " c1 = ";
  c1.printCmplx(); cout << endl; cout << " c2 = ";
  c2.printCmplx(); cout << endl;</pre>
  c3 = c1 + c2;
  cout << " c3 = c1 + c2 = ";
  c3.printCmplx(); cout << endl;
  c4 = c1 - c2:
  cout << " c4 = c1 - c2 = ";
  c4.printCmplx(); cout << endl;
```

<Result of Execution>

```
c1 = Complex(3.30, 4.40)

c2 = Complex(1.10, 2.20)

c3 = c1 + c2 = Complex(4.40, 6.60)

c4 = c1 - c2 = Complex(2.20, 2.20)
```

const 멤버함수, () 연산자 오버로딩

const 멤버함수

- ◆왜 const 멤버 함수가 필요한 가?
 - const 함수는 클래스의 데이터 멤버를 변경할 수 없게 하며, 불필요한 변경을 방지하여 데이터 멤버를 보호
 - const 객체는 *const* 멤버함수만 호출할 수 있음
- ◆객체 지향형 프로그래밍의 좋은 프로그래밍 원칙
 - 데이터 멤버를 변경하지 않아도 되는 멤버 함수는 모두 const 멤버 함수로 선언
- ◆키워드 *const* 를 멤버함수 선언 뒤에 표시



const 멤버 함수의 예

```
class TelNum
  friend ostream& operator << (ostream& fout, const TelNum& TelNum);
public:
  TelNum(int nc, int rn, int sn, int ln);
  TelNum() {}
  ~TelNum();
  void setNation code(int nc) { nation code = nc; }
  void setRegion no(int rn) { region no = rn; }
  void setSwitch_no(int sn) { switch_no = sn; }
  void setLine no(int ln) { line no = ln; }
  int getNation code() const { return nation code; }
  int getRegion no() const { return region no; }
  int getSwitch no() const { return switch no; }
  int getLine no() const { return line no; }
  void print(ostream& fout);
  TelNum& operator=(const TelNum& right);
  bool operator>(const TelNum& right);
  bool operator<(const TelNum& right);
  bool operator==(const TelNum& right);
  bool operator!=(const TelNum& right);
private:
  int nation code;
  int region_no;
  int switch no;
  int line no;
```

() 연산자 오버로딩

- ◆ 함수호출 연산자 ()
 - Must be overloaded as member function
 - Allows use of class object like a function
 - Can overload for all possible numbers of arguments
- **◆** 예:
 - class BigRand
 - BigRand big_rand;
 - big_rand() that returns non-duplicated big random number with offset

() 연산자 오버로딩의 예 - BigRand

```
/* class BigRand */
#ifndef BIGRAND
#define BIGRAND
#include <iostream>
using namespace std;
class BigRand
public:
   BigRand(int num_bigRand, int offset);
   int operator()(); // returns big random number
private:
   bool *flag;
   int num_big_rand;
   int offset;
   int cur_index; // current index
};
#endif
```

```
/* BigRand.cpp */
#include "BigRand.h"
#include <time.h>
BigRand::BigRand (int num_big_rand, int offset)
   this->num big rand = num big rand;
   this->offset = offset;
   flag = (bool *)new bool[num_big_rand];
   for (int i = 0; i < num\_big\_rand; i++)
   flag[i] = false;
   srand(time(0));
int BigRand::operator()()
   int rand h, rand l, big rand, big rand with offset;
   do
      rand_h = rand();
      rand I = rand();
      big rand = rand h << 15 \mid rand \mid;
      big rand = big rand % num big rand;
   } while (flag[big_rand] == true);
   flag[big_rand] = true;
   big rand with offset = big rand + offset;
   return big rand with offset;
```

```
/* main() */
#include <iostream>
#include <iomanip>
#include "BigRand.h"
#define NUM BIG RAND 100
#define BIG_RAND_OFFSET 0
void main()
   BigRand big_rand(NUM_BIG_RAND, BIG_RAND_OFFSET);
   for (int i = 1; i <= NUM_BIG_RAND; i++)
      cout << setw(4) << big_rand();</pre>
      if (i % 20 == 0)
         cout << endl;
```

```
69
                                                               96
                       - 77
                           65
                              92
                                                      55
                 38
       66
                    13 63
                           33
                                                        67
                                                            56
                              10
                                                               40
       82 90 48 41 76 23 62
    79
                              70
                                  59
                                     35
                                        46
                                           87
                                               44
                                                  89
                                                               84
           34 75 61 45
                        6 97
                                     16
                                           20
           32 74
                 36
                    83
                                                  93
                                     95
계속하려면 아무 키나 누르십시오
```

Friend 함수 (Friend Function) 멤버함수의 호출과 반환에서의 참조 (call-by-reference, return-by-reference) Friend 클래스 (Friend Class)

Friend 함수 (1)

- ◆클래스의 멤버함수가 아닌 일반 함수를 friend 함수로 선언
 - 클래스의 연산자 오버로딩을 멤버함수가 아닌 일반 함수 오버로딩으로 구현하는 경우
 - 데이터 멤버를 읽거나 변경할 때 항상 접근자 (accessor)와 변경자/설정자 (mutator) 멤버함수를 사용하여야 하므로 구현이 번거로움
 - 데이터 멤버의 이름으로 직접 읽거나 쓸 수 없고 멤버 함수를 거쳐야 하므로 함수 호출에 따른 추가 부담이 항상 발생
- ◆ Friend 함수에게는 private 영역의 데이터 멤버를 이름으로 직접 접근하고 변경할 수 있게 허용함
 - 접근자/설정자 멤버 함수의 호출에 따른 추가 부담이 발생하지 않아 성능 관점에서 효율적임
 - 멤버함수가 아닌 일반 함수에게 private 영역의 데이터 멤버 직접 접근 및 변경이 허용되므로 friend 함수 선언은 매우 신중하여야 함



Friend 함수 (2)

- ◆ 클래스의 friend 함수 선언 및 구현 (1)
 - 클래스 선언에서 friend로 선언할 함수의 함수 원형을 포함시키고 함수 원형 앞에 키워드 *friend* 를 표시
 - 클래스 선언 내부에 포함되어 있지만 그 클래스의 멤버 함수는 아님

```
/** Cmplx.h */
#include <iostream>

using namespace std;

class Cmplx
{
    friend ostream & operator << (ostream &, const Cmplx &);
    friend istream & operator >> (istream &, Cmplx &);

public:
    Cmplx(double real=0.0, double imag=0.0); // constructor
    const Cmplx operator+(const Cmplx &);
    const Cmplx operator-(const Cmplx &);

private:
    double real;
    double imag;
};
```



◆ 클래스의 friend 함수 선언 및 구현 (2)

```
/* Cmplx.cpp */
ostream& operator<<(ostream& fout, const Cmplx &c)
{
   fout << "Complex (" << c.real << ", " << c.imag << ")" << endl;
   return fout;
}

istream& operator>>(istream& fin, Cmplx &c)
{
   fin >> c.real >> c.imag; // chained operation
   return fin;
}
```

```
/** main.cpp */
....

Cmplx c1, c2, c3, c4;

cout << " input c1.real and c1.imag: ";
cin >> c1;
cout << " c1 : " << c1 << endl; // chained operation

cout << " input c2.real and c2.imag: ";
cin >> c2;
cout << " c2 : " << c2 << endl; // chained operation

....
```

멤버 함수의 호출과 반환에서의 참조 (reference)

- Syntax: double& functionA(double& variable);
 - double& and double are different
 - Must match in function declaration and heading
- ◆ 참조가 반환된 경우 그 참조의 값이 저장된 메모리 공간이 존재하여야 함
 - 참조로 반환값을 전달한 함수에서 그 반환값이 저장되어 있는 메모리 공간을 유지하여야 함
 - 반환값으로 계산식 (예: "x+5")을 반환할 수 없으며, 그 계산식의 결과값이 저장된 메모리 공간의 주소 정보를 전달하여야 함

전달받은 참조 인수를 반환 값으로 전달

◆ Chained operation을 사용할 수 있도록 구현

```
Cmplx c1, c2, 3;
cin >> c1 >> c2 >> c3;
cout << c1 << c2 << c3;
```

♦ Example function definition:

```
/* Cmplx.cpp */
ostream& operator<<(ostream& fout, const Cmplx &c)
{
   fout << "Complex (" << c.real << ", " << c.imag << ")" << endl;
   return fout;
}

istream& operator>>(istream& fin, Cmplx &c)
{
   fin >> c.real >> c.imag; // chained operation
   return fin;
}
```

Friend 함수의 순수성 (purity)

◆Friends 함수와 객체 지향형 프로그래밍 원칙

- 객체 지향형 프로그래밍 원칙에서는 모든 연산자와 함수들을 클래스의 멤버 함수로 선언하고 구현하는 것을 원칙으로 함
- friend 함수 선언은 클래스의 멤버함수가 아닌 일반 함수에게 클래스 멤버함수와 동일한 권한을 부여
- friend 함수 선언은 객체 지향형 프로그래밍 원칙을 위배하는 것으로 간주할 수 있음

◆friend 함수 선언이 가지는 의미

- 클래스 선언 내부에서 friend 함수를 선언하므로 캡슐화 개념에는 부합
- 데이터 멤버의 접근과 변경에서 멤버 함수를 거치지 않아도 되므로 추가적인 함수 호출 및 반환 부담이 없어 성능 향상
- friend로 선언하는 함수는 신뢰성이 있는 함수로 제한하여야 함



Friend 클래스

- ◆friend 클래스로 선언되면 그 클래스의 모든 멤버 함수가 friend 함수로 선언 됨
 - 예)

class F is friend of class C

- All member functions of class F are friends of C
- 반대의 경우는 성립하지 않음 (class F가 class C의 friend 클래스로 선언되는 것이 class C가 class F의 friend가 되는 것을 의미하지는 않음)
- Friendship은 다른 클래스가 부여하는 것이며, 스스로 받아 올 수 없음
- **♦**Syntax: *friend class F*
 - Goes inside class definition of "authorizing" class



대입 연산자 (=) 오버로딩 배열 클래스 인덱싱 연산자 ([]) 오버로딩

대입 연산자 (=) 오버로딩

- ◆ 기본 제공 대입 연산자 오버로딩
 - Default assignment operator:
 - Member-wise copy
 - Member variables from one object → corresponding member variables from other
- ◆ 단순 클래스에서는 별도의 대입 연산자 구현이 필요 없음
- ◆ 클래스 객체 생성에서 포인터와 동적 메모리 할당이 포함되어 있는 경우 별도의 대입 연산자 구현이 필요함



♦ Example of "operator=" overloading (1)

```
/** Cmplx.h */
#ifndef CMPLX H
#define CMPLX H
#include <iostream>
using namespace std;
class Cmplx
  friend istream & operator>> (istream &, Cmplx &);
  friend ostream & operator << (ostream &, const Cmplx &);
public:
  Cmplx(double real=0.0, double imagin=0.0); // constructor
  const Cmplx operator+(const Cmplx &);
  const Cmplx operator-(const Cmplx &);
  const Cmplx operator*(const Cmplx &);
  const Cmplx operator/(const Cmplx &);
  const Cmplx operator=(const Cmplx&);
private:
  double real;
  double imag;
};
#endif
```

◆ Example of "operator=" overloading (2)

```
const Cmplx Cmplx::operator=(const Cmplx& c)
{
   real = c.real;
   imag = c.imag;

  return *this;
}
```

```
/** main.cpp */
#include <iostream>
#include "Cmplx.h"
using namespace std;
void main()
  Cmplx c1, c2, c3, c4, c5, c6;
  cin >> c1 >> c2;
  cout << endl;
  cout << " c1 = " << c1 << endl;
  cout << " c2 = " << c2 << endl;
  c3 = c1 + c2;
  cout << "c3' = c1 + c2 = " << c3 << endl;
  c4 = c1 - c2:
  cout << " c4 = c1 - c2 = " << c4 << endl;
  c5 = c1 * c2;
  cout << "c5' = c1 * c2 = " << c5 << endl;
  c6 = c1 / c2;
  cout << "c6 = c1 / c2 = " << c6 << endl;
```

```
Input real and imag in double type: 3.3 4.4
Input real and imag in double type: 1.1 2.2

c1 = Complex( 3.30, 4.40)
c2 = Complex( 1.10, 2.20)
c3 = c1 + c2 = Complex( 4.40, 6.60)
c4 = c1 - c2 = Complex( 2.20, 2.20)
c5 = c1 * c2 = Complex(-6.05, 12.10)
c6 = c1 / c2 = Complex( 2.20, -0.40)
```

배열 클래스와 인덱싱 연산자 []

◆ 배열 클래스

- 클래스로 구현한 객체들을 배열로 구성하기 위하여 배열 클래스를 구현
 - 예) class Cmplx -> class CmplxArray class Date -> class DateArray
- 배열의 각 원소를 인덱스를 사용하여 접근 및 변경
 - 예) class CmplxArray cmplexes(6); cin >> cmplexes[0] >> cmplexes[1]; cmplexes[2] = complexes[0] + complexes[1];
- ◆ 배열 클래스 객체를 인덱스로 접급/변경하기 위해서는 연산자 [] 오버로딩이 구현되어야 함
 - To be used with objects of your class
 - Operator must return a reference!
 - operator[] must be a member function!
 - 배열을 구성하는 원소들의 클래스에 배열 클래스가 friend로 선언되어 있어야 원소들의 데이터 멤버를 이름으로 직접 접근/변경할 수 있음



♦ Example : CmplxArray (1)

```
/** Cmplx.h */
#ifndef CMPLX H
#define CMPLX H
#include <iostream>
using namespace std;
class CmplxArray;
class Cmplx
  friend ostream & operator << (ostream &, const Cmplx &);
  friend istream & operator>> (istream &, Cmplx &);
  friend class CmplxArray;
public:
  Cmplx(double real=0.0, double imagin=0.0); // constructor
  const Cmplx operator+(const Cmplx &);
  const Cmplx operator-(const Cmplx &);
  const Cmplx operator*(const Cmplx &);
  const Cmplx operator/(const Cmplx &);
private:
  double real;
  double imag;
};
#endif
```

♦ Example : CmplxArray (2)

```
/** CmplxArray.h */
#ifndef CMPLXARRAY H
#define CMPLXARRAY H
#include <iostream>
#include "Cmplx.h"
using namespace std;
class CmplxArray
public:
   CmplxArray(int size); // constructor
   CmplxArray(const CmplxArray &obj); // copy constructor
   ~CmplxArray();
   int size() { return cmplxArrySize; }
   Cmplx &operator[](int sub);
private:
   Cmplx *pCA;
   int cmplxArrySize;
   void subError(); // out of subscript range
#endif
```

♦ Example : CmplxArray (5)

```
/** CmplxArray.cpp */
#include "CmplxArray.h"
#include "Cmplx.h"
CmplxArray(int size) // constructor
   cmplxArrySize = size;
   this->pCA = new Cmplx[size];
   for (int i=0; i<size; i++) {
   this-> pCA[i].real = 0.0;
   this-> pCA[i].imag = 0.0;
CmplxArray::CmplxArray(const CmplxArray &obj) // constructor
   cmplxArrySize = obj.cmplxArrySize;
   this-> pCA = new Cmplx[cmplxArrySize];
   for (int i=0; i<cmplxArrySize; i++) {
   this-> pCA[i] = obj.pCA[i]; //*(pCA+i) = obj.pCA[i];
CmplxArray::~CmplxArray() // destructor
    if (cmplxArrySize > 0)
       delete [] pCA;
```

◆ Example : CmplxArray (6)

♦ Example : CmplxArray (7)

```
#include <iostream>
#include "CmplxArray.h"
#include "Cmplx.h"
using namespace std;
void main()
  CmplxArray CMPLXES(4);
  cout << "\n Input real and imag in double type: ";
  cin >> CMPLXES[0];
  cout << " CMPLXES[0] : " << CMPLXES[0] << endl;</pre>
  cout << " Input real and imag in double type: ";
  cin >> CMPLXES[1];
  cout << " CMPLXES[1] : " << CMPLXES[1] << endl;</pre>
  CMPLXES[2] = CMPLXES[0] + CMPLXES[1];
  CMPLXES[3] = CMPLXES[0] - CMPLXES[1];
  cout << " CMPLXES[2] : " << CMPLXES[2] << endl;
  cout << " CMPLXES[3] : " << CMPLXES[3] << endl;</pre>
```

```
Input real and imagin in double type: 3.4 5.6

CMPLXES[0]: Complex (3.4, 5.6)

Input real and imagin in double type: 1.2 2.3

CMPLXES[1]: Complex (1.2, 2.3)

CMPLXES[2]: Complex (4.6, 7.9)

CMPLXES[3]: Complex (2.2, 3.3)
```

증감 연산자 (++, --) 오버로딩

증감연산자의 오버로딩

♦ Each operator has two versions

- Prefix notation: ++x;
 - y = ++x;
 - same as x = x+1; y = x;
- Postfix notation: x++;
 - y = x++;
 - same as y = x; x = x+1

◆ Must distinguish in overload

- Standard overload method → Prefix
 - int operator++();
- Add 2d parameter of type int → Postfix
 - int operator++(int dumy);
 - Just a marker for compiler!
 - Specifies postfix is allowed



♦ Operator overloading for Date (1)

```
/** Date.h */
#include <iostream>
using namespace std;
class Date
  friend istream & operator >> (istream &, Date &);
  friend ostream & operator << (ostream &, const Date &);
public:
   Date();
   Date(int v, int m, int d);
   int getElapsedDays(); // get elapsed days from AD 1. 1. 1
  const Date operator+(int dd);
   const Date operator-(int dd);
   const Date operator++(); // prefix
   const Date operator++(int dummy); // postfix
   const Date operator--(); // prefix
   const Date operator--(int dummy); // postfix
   const Date operator=(const Date rightSide);
   bool operator>(const Date rightSide);
   bool operator<(const Date rightSide);</pre>
   bool operator==(const Date rightSide);
private:
  int year;
  int month:
  int day;
```

♦ Operator overloading for Date (2)

```
/** Date.cpp (1) */
const Date Date::operator+(int dd)
   int y, m, d;
   30, 31, 30, 31, 31, 30, 31, 30, 31 };
   y = year;
   if (isLeapYear(y))
      days month[2] = 29;
   m = month;
   d = day + dd;
   while (d > days month[m])
     d -= days month[m];
     m++;
     if (m > 12)
        m = 1:
        y++;
        isLeapYear(y) ? days_month[2] = 29
                     : days month [2] = 28;
     // end while
   return Date(y, m, d);
```

```
Date.cpp (2) */
const Date Date::operator-(int dd)
   int y, m, d;
   int days_month[13] = { 0, 31, 28, 31, 30, 31, 30, 31, 30, 31, 30, 31, 30, 31, };
   y = year;
   if (isLeapYear(y))
  days_month[2] = 29;
   m = month;
   d = day - dd;
   while (d < 1)
       m--;
       if (m < 1)
          y--;
          m = 12:
          isLeapYear(y) ? days_month[2] = 29
                          : days_month[2] = 28;
      } // end if
       d += days month[m];
   } // end while
   return Date(y, m, d);
```

♦ Operator overloading for Date (3)

```
/** Date.cpp (3) */
const Date Date::operator++()
// prefix
    *this = *this + 1;
   return (*this);
const Date Date::operator++(int dummy)
// postfix
    Date d = *this;
    ++(*this);
   return d;
```

```
/** Date.cpp (4) */
const Date Date::operator--()
// prefix
    *this = *this - 1;
   return(*this);
const Date Date::operator--(int dummy)
 // postfix
   Date d = *this;
  --(*this);
  return d;
```

◆ Operator overloading for Date (4)

```
Date.cpp (5) */
const Date Date::operator=(const Date rightSide)
   int y, m, d;
   y = rightSide.year;
   m = rightSide.month;
   d = rightSide.day;
   if (isValidDate(y, m, d))
       this->year = y;
       this-> month = m;
       this-> day = d;
       return *this;
   } else {
       return Date(0, 0, 0);
```

◆ Operator overloading for Date (5)

```
bool Date::operator>(Date d)
     int days1, days2;
     days2 =
     d.getElapsedDays();
     days1 = getElapsedDays();
     if (days1 > days2)
           return true;
     else
           return false;
bool Date::operator<(Date d)</pre>
     int days1, days2;
     days2 =
     d.getElapsedDays();
     days1 = getElapsedDays();
     if (days1 < days2)
           return true;
     else
           return false;
ngnam University (YU-ANTL)
```

```
bool Date::operator==(Date d)
{
    int days1, days2;
    days2 = d.getElapsedDays();
    days1 = getElapsedDays();
    if (days1 == days2)
        return true;
    else
        return false;
}
```

♦ class DateArray

```
/* DateArray.h */
#ifndef DATE_ARRAY_H
#define DATE_ARRAY_H
#include <iostream>
#include "Date.h"
class DateArray
public:
     DateArray(int size); // constructor
     DateArray(const DateArray &obj);
     ~DateArray();
     int size() { return arraySize; }
     Date &operator[](int sub);
    void sort();
private:
     bool isValidIndex(int index);
     Date *pDate;
     int arraySize;
};
#endif
```

```
/* DateArray.cpp (1) */
#include "DateArray.h"
#include "Date.h"
DateArray::DateArray(int size) // constructor
     arraySize = size;
     pDate = new Date[size];
     for (int i = 0; i < size; i++) {
           pDate[i].year = 0;
           pDate[i].month = 0;
           pDate[i].day = 0;
     }
DateArray::DateArray(const DateArray &obj) // constructor
     arraySize = obj.arraySize;
     pDate = new Date[arraySize];
     for (int i = 0; i < arraySize; i++) {
           pDate[i] = obj.pDate[i]; // *(pDate+i) = obj.pDate[i];
     }
DateArray::~DateArray() // destructor
     if (arraySize > 0)
           delete[] pDate;
```

```
/* DateArray.cpp (2) */
bool DateArray::isValidIndex(int sub)
      if (sub < 0 || sub >= arraySize)
            cout << "ERROR: Subscript ( " << sub << " ) out of range !!\n";</pre>
            exit(0);
      else
        return true;
Date &DateArray::operator [](int sub)
      if (isValidIndex(sub)) // checking validity of range
            return pDate[sub];
      exit(0);
```

```
/* DateArray.cpp (3) */
void DateArray::sort()
      int i, j, mx;
      Date tmp;
      int min_date, min_index;
     for (i = 0; i < arraySize - 1; i++)
            min date = i;
           for (j = i + 1; j < arraySize; j++)
                 if (pDate[j] < pDate[min_date])</pre>
                       min_date = j;
            if (min_date != i)
                 tmp = pDate[i];
                 pDate[i] = pDate[min_date];
                 pDate[min_date] = tmp;
}
```

```
/* main.cpp (1) */
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <iomanip>
#include <time.h>
#include "Date.h"
#include "DateArray.h"
using namespace std;
#define NUM DATES 8
int main()
     int daysToChristmas;
      DateArray dates(NUM_DATES);
     time t currentTime;
     struct tm *time and date;
     int year, month, day;
     ofstream fout;
     fout.open("output.txt");
     if (fout.fail())
           cout << "Fail to open an output file (output.txt)\n";</pre>
           exit(1);
```

```
/* main.cpp (2) */
     time(&currentTime);
     time and date = localtime(&currentTime);
     year = time and date->tm year + 1900;
     month = time and date->tm mon + 1;
     day = time and date->tm mday;
     Date newYearDay(year, 1, 1), today(year, month, day);
     Date AD010101(1, 1, 1, "AD010101"), this Christmas;
     fout << today << endl;
     thisChristmas = Date(today.getYear(), 12, 25);
     if (today == thisChristmas)
           fout << "Happy Christmas !!" << endl;
     else
           daysToChristmas = thisChristmas.getElapsedDays() - today.getElapsedDays();
           if (daysToChristmas > 0)
             fout << "Sorry today is not Christmas - You should wait " << daysToChristmas
                << " days !!" << endl;
           else
             fout << "Sorry this year's Christmas was " << -daysToChristmas
                 << " days before !!" << endl;
     fout << endl:
     dates[0] = today;
     fout << "dates[0] = today;\n" << dates[0] << endl;
```

```
/* main.cpp (3) */
     dates[1] = ++today; dates[1].setName("dates[1]");
     fout << "dates[1] = ++today;\n" << dates[1] << endl;
     fout << "Currently " << today << endl << endl;
     dates[2] = today++; dates[2].setName("dates[2]");
     fout << "dates[2] = today++;\n" << dates[2] << endl;
     fout << "Currently " << today << endl << endl:
     dates[3] = today--; dates[3].setName("dates[3]");
     fout << "dates[3] = today--;\n" << dates[3] << endl;
     fout << "Currently " << today << endl << endl;
     dates[4] = --today; dates[4].setName("dates[4]");
     fout << "dates[4] = --today;\n" << dates[4] << endl;
     fout << "Currently " << today << endl;
     dates[5] = newYearDay;
     dates[6] = thisChristmas;
     dates[7] = AD010101;
     fout << endl << "Before sorting dates: " << endl;
     for (int i = 0; i < NUM DATES; i++)
           fout << dates[i] << endl;
```

```
/* main.cpp (4) */
       dates.sort();
      fout << endl << "After sorting dates: " << endl;
                                                                   Date [2021. 9.14, (Tuesday)]
      for (int i = 0; i < NUM DATES; i++)
                                                                   Sorry today is not Christmas - You should wait 102 days !!
                                                                   dates[0] = today;
             fout << dates[i] << endl;
                                                                   Date [2021. 9.14, (Tuesday)]
                                                                   dates[1] = ++today;
                                                                   Date [2021. 9.15, dates[1] (Wednesday)]
                                                                   Currently Date [2021. 9.15, (Wednesday)]
      fout << endl:
                                                                   dates[2] = today++;
      fout.close();
                                                                   Date [2021. 9.15, dates[2] (Wednesday)]
                                                                   Currently Date [2021. 9.16, (Thursday)]
       return 0;
                                                                   dates[3] = today--;
                                                                   Date [2021. 9.16, dates[3] (Thursday)]
                                                                   Currently Date [2021. 9.15, (Wednesday)]
                                                                   dates[4] = --today;
                                                                   Date [2021. 9.14, dates[4] (Tuesday)]
                                                                   Currently Date [2021. 9.14, (Tuesday)]
                                                                   Before sorting dates:
                                                                   Date [2021. 9.14, (Tuesday)]
                                                                   Date [2021. 9.15, dates[1] (Wednesday)]
                                                                   Date [2021. 9.15, dates[2] (Wednesday)]
                                                                   Date [2021. 9.16, dates[3] (Thursday)]
                                                                   Date [2021. 9.14, dates[4] (Tuesday)]
                                                                   Date [2021. 1. 1, (Friday)]
                                                                   Date [2021.12.25, (Saturday)]
                                                                   Date [ 1. 1. 1, AD010101 (Monday)]
                                                                   After sorting dates:
                                                                   Date [ 1. 1. 1, AD010101 (Monday)]
                                                                   Date [2021. 1. 1, (Friday)]
                                                                   Date [2021. 9.14, dates[4] (Tuesday)]
                                                                   Date [2021. 9.14, (Tuesday)]
                                                                   Date [2021. 9.15, dates[2] (Wednesday)]
                                                                   Date [2021. 9.15, dates[1] (Wednesday)]
                                                                   Date [2021. 9.16, dates[3] (Thursday)]
```

Date [2021.12.25, (Saturday)]

Homework 4

Homework 4

4.1 operator overloading for Class complex number

- 1) Define a class Cmplx that contains double type private data members: real and imag. Class Cmplx has operator overloading of input/output operator (>>, <<), arithmetic operators (+, -, *, /, ~ (conjugate)), equality operator (==, !=), assignment operator (=).
- 2) Define a class CmplxArray, that include a given number of Cmplx instances. The CmplxArray should provide operator overloading of [].
- 3) In main() function, specify 7 instances of Cmplx array as cmplxs[0..6].
- 4) Using input operator overloading (cin >> cmplxs[]), input two complex numbers, and initialize the first two complex numbers of the array.
- 5) Using the cmplxs[0] and cmplxs[1], perform arithmetic operations (+, -, *, /, ~), and store the results at cmplxs[2], cmplxs[3], cmplxs[4], cmplxs[5], and cmplxs[6], respectively.
- 6) Using the cmplxs[0] and cmplxs[1], perform operators == and !=, print out the results.
- 7) Output the calculated result of cmplxs[] using operator <<. (Note. Header file and main() function should include following sample source code.)

```
/** Cmplx.h */
#ifndef CMPLX H
#define CMPLX H
#include <iostream>
using namespace std;
class CmplxArray;
class Cmplx
  friend ostream & operator << (ostream &, const Cmplx &);
  friend istream & operator>> (istream &, Cmplx &);
  friend class CmplxArray;
public:
  Cmplx(double real=0.0, double imag=0.0); // constructor
  double mag() const; // return the magnitude
  const Cmplx operator+(const Cmplx &);
  const Cmplx operator-(const Cmplx &);
  const Cmplx operator*(const Cmplx &);
  const Cmplx operator/(const Cmplx &);
  const Cmplx operator~(); // conjugaté of this complex bool operator==(const Cmplx &);
  bool operator!=(const Cmplx &);
  bool operator < (const Cmplx &);
  bool operator>(const Cmplx &);
  const Cmplx operator=(const Cmplx &);
private:
  double real;
  double imag;
#endif
```

4.1 (cont.) operator overloading for Class complex number (CmplxArray.h)

```
/** CmplxArray.h */
#ifndef CMPLXARRAY H
#define CMPLXARRAY H
#include <iostream>
#include "Cmplx.h"
using namespace std;
class CmplxArray
public:
   CmplxArray(int size); // constructor
   ~CmplxArray();
   int size() { return cmplxArrySize; }
Cmplx & operator[](int);
void print(ostream& fout);
   void sort();
private:
   Cmplx *pCA;
   int cmplxArrySize;
bool isValidIndex(int indx);
#endif
```

4.1 (cont.) operator overloading for Class complex number (main.c())

```
/** main.cpp (1) */
#include <iostream>
#include <fstream>
#include "CmplxArray.h"
#include "Cmplx.h"
using namespace std;
void main()
  ofstream fout;
  ifstream fin;
  CmplxArray cmplxs(7);
  fin.open("input.txt");
  if (fin.fail())
     cout << "Error in opening intput.txt !!" << endl;</pre>
     exit;
  fin >> cmplxs[0] >> cmplxs[1];
```

```
/** main.cpp (2) */
  cmplxs[2] = cmplxs[0] + cmplxs[1];
  cmplxs[3] = cmplxs[0] - cmplxs[1];
  cmplxs[4] = cmplxs[0] * cmplxs[1];
  cmplxs[5] = cmplxs[0] / cmplxs[1];
  cmplxs[6] = \sim cmplxs[0];
  cout << "cmplxs[0] = " << cmplxs[0] << endl;
  cout << "cmplxs[1] = " << cmplxs[1] << endl;
  cout << "cmplxs[2] = cmplxs[0] + cmplxs[1] = " << cmplxs[2] << endl;
  cout << "cmplxs[3] = cmplxs[0] - cmplxs[1] = " << cmplxs[3] << endl;
  cout << "cmplxs[4] = cmplxs[0] * cmplxs[1] = " << cmplxs[4] << end(;
  cout << "cmplxs[5] = cmplxs[0] / cmplxs[1] = " << cmplxs[5] << endl;
  cout << "cmplxs[6] = ~cmplxs[0] (conjugate) = " << cmplxs[6] << endl;
  if (cmplxs[0] == cmplxs[1])
     cout << "cmplxs[0] is equal to cmplxs[1]" << endl;
  else
     cout << "cmplxs[0] is not equal to cmplxs[1]" << endl;</pre>
  cmplxs[1] = cmplxs[0];
  cout << "After cmplxs[1] = cmplxs[0]; ==> " << endl;
  if (cmplxs[0] == cmplxs[1])
     cout << "cmplxs[0] is equal to cmplxs[1]" << endl;
  else
     cout << "cmplxs[0] is not equal to cmplxs[1]" << endl;
  fin.close();
```

◆ 실행 결과

```
cmp!xs[0] = 1.10 + 2.20j
cmp!xs[1] = 3.30 + 4.40j
cmp!xs[2] = cmp!xs[0] + cmp!xs[1] = 4.40 + 6.60j
cmp!xs[3] = cmp!xs[0] - cmp!xs[1] = -2.20 - 2.20j
cmp!xs[4] = cmp!xs[0] * cmp!xs[1] = -6.05 + 12.10j
cmp!xs[5] = cmp!xs[0] / cmp!xs[1] = 0.44 + 0.08j
cmp!xs[6] = ~cmp!xs[0] (conjugate) = 1.10 - 2.20j
cmp!xs[0] is not equal to cmp!xs[1]
After cmp!xs[1] = cmp!xs[0]; ==>
cmp!xs[0] is equal to cmp!xs[1]
```

4.2 Operator overloading for Class Mtrx

- 1) Define a class Mtrx that contains a private data member of 2-dimentional array to store double data type. Class Mtrx has operator overloading of input/output operator (>>, <<), arithmetic operator (+, -, *), transpose operator(~), equality operator (==, !=), assignment operator (=).
- 2) Define a class MtrxArray, that include a given number of Mtrx instances. The MtrxArray should provide operator overloading of [].
- 3) In main() function, define a MtrxArray of 7 elements of Mtrx elements, MtrxArray mtrx(7).
- 4) Using ">>" operator, input mtrx[0], mtrx[1] and mtrx[2] from input data file "Matrix data.txt".
- 5) Using the operator ('+'), perform mtrx[3] = mtrx[0] + mtrx[1].
- 6) Using the operator ('-'), perform mtrx[4] = mtrx[0] mtrx[1].
- 7) Using the operator ('*'), perform mtrx[5] = mtrx[0] * mtrx[2].
- 8) Using the operator (' \sim '), perform mtrx[6] = \sim mtrx[5].
- 9) Using the operators == and !=, check mtrx[5] == mtrx[6] and mtrx[5] != mtrx[6], and print out the results.
- 10) Printout each operation result using operator <<.



4.2 (cont) Header File ("Mtrx.h")

```
/** Class Mtrx.h
#define MAX SIZE 100
#include <string>
using namespace std;
class MtrxArray;
class Mtrx {
  friend ostream & operator << (ostream &, const Mtrx &);
  friend istream& operator>> (istream&, Mtrx&);
  friend class MtrxArray;
public:
  Mtrx(); // default constructor
  Mtrx(string nm, double *pA, int num_row, int num_col);
  \simMtrx();
  void init(int n_row, int n_col);
  void set_name(string nm) { name = nm; }
  string get_name() const { return name; }
  int get_n_row() const { return n_row; }
  int get_n_col() const { return n_col; }
  const Mtrx operator+(const Mtrx&);
  const Mtrx operator-(const Mtrx&);
  const Mtrx operator*(const Mtrx&);
  const Mtrx operator~(); // transpose()
  const Mtrx& operator=(const Mtrx&);
  bool operator == (const`Mtrx&);
  bool operator!=(const Mtrx&);
private:
  string name;
  int n row;
  int n col;
  double **dM;
```

4.2 (cont) Header File ("MtrxArray.h")

```
/** MtrxArray.h */
#ifndef MTRX_ARRAY_H
#define MTRX_ARRAY_H
#include <iostream>
#include "Mtrx.h"
using namespace std;
class Mtrx;
class MtrxArray
public:
  MtrxArray(int array_size); // constructor
  ~MtrxArray(); // destructor
  Mtrx & operator[](int);
private:
  Mtrx *pMtrx;
  int mtrxArrySize;
  bool isValidIndex(int index);
#endif
```

4.2 (cont) main.cpp

```
/** main.cpp (1) */
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <string>
#include "Mtrx.h"
#include "MtrxArray.h"
using namespace std;
#define NUM_MTRX 7
int main()
   ifstream fin;
   ofstream fout;
   int n row, n col;
   fin.open("Matrix_data.txt");
   if (fin.fail())
      cout << "Error in opening input data file !!" << endl;
      exit;
   fout.open("Result.txt");
   if (fout.fail())
      cout << "Error in opening output data file !!" << endl;
      exit;
```

♪ 자료구조 교수 김영탁

4.2 (cont) main.cpp

```
/** main.cpp (2) */
      MtrxArray mtrx(NUM MTRX);
     fin >> mtrx[0] >> mtrx[1] >> mtrx[2];
mtrx[0].set_name("mtrx[0] =");
mtrx[1].set_name("mtrx[1] =");
mtrx[2].set_name("mtrx[2] =");
fout << mtrx[0] << endl;
fout << mtrx[1] << endl;
fout << mtrx[2] << endl;</pre>
     mtrx[3] = mtrx[0] + mtrx[1];
mtrx[3].set_name("mtrx[3] = mtrx[0] + mtrx[1] =");
fout << mtrx[3] << endl;
      mtrx[4] = mtrx[0] - mtrx[1];
mtrx[4].set_name("mtrx[4] = mtrx[0] - mtrx[1] =");
fout << mtrx[4] << endl;
      mtrx[5] = mtrx[0] * mtrx[2];
mtrx[5].set_name("mtrx[5] = mtrx[0] * mtrx[2] =");
fout << mtrx[5] << endl;
      mtrx[6] = ~mtrx[5];
mtrx[6].set_name("mtrx[6] = ~mtrx[5] (transposed matrix) =");
fout << mtrx[6] << endl;</pre>
```

4.2 (cont) main.cpp

```
/** main.cpp (3) */
     if (mtrx[5] == mtrx[6])
  fout << "mtrx[5] and mtrx[6] are equal.₩n";
if (mtrx[5]!= mtrx[6])
  fout << "mtrx[5] and mtrx[6] are not equal.₩n";</pre>
     fin.close();
fout.close();
     return 0;
```

4.2 (cont) 입력 데이터 파일, 출력 결과

Matrix_data.txt

1.0 2.0 3.0 4.0 5.0 6.0 7.0 2.0 3.0 4.0 5.0 1.0 7.0 8.0 3.0 2.0 5.0 3.0 2.0 4.0 6.0 4.0 3.0 2.0 7.0 2.0 1.0 9.0 5.0 4.0 3.0 2.0 9.0 6.0 9.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 2.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 2.0 3.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 3.0 4.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 4.0 5.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 5.0 6.0 7 5 1.0 2.0 3.0 4.0 5.0 6.0 7.0 2.0 3.0 4.0 5.0 1.0 7.0 8.0 3.0 2.0 5.0 3.0 2.0 4.0 6.0 4.0 3.0 2.0 7.0 2.0 1.0 9.0 5.0 4.0 3.0 2.0 9.0 6.0 9.0

Result.txt

```
mtrx[4] = mtrx[0] - mtrx[1] =
mtrx[0] =
                                                                         3.00
                                                                               4.00
                                                                                      5.00
                                                                                             5.00
                                                                                                    5.007
   1.00
          2.00
                 3.00
                        4.00
                               5.00
                                      6.00
                                             7.00-
                                                                                                     5.00
                                                                  2.00
                                                                         4.00
                                                                               5.00
                                                                                      1.00
                                                                                             5.00
    2.00
          3.00
                 4.00
                        5.00
                               1.00
                                      7.00
                                             8.00
                                                                                                     2.00
                                                                  2.00
                                                                        4.00
                                                                               3.00
                                                                                       2.00
                                                                                             1.00
   3.00
          2.00
                 5.00
                        3.00
                               2.00
                                      4.00
                                             6.00
                                                                                                     4.00
                                                                  3.00
                                                                         2.00
                                                                                6.00
                                                                                      2.00
                                                                                            -3.00
                                      1.00
                                             9.00
          3.00
                 2.00
                        7.00
                               2.00
                                                                  4.00
                                                                         3.00
                                                                               2.00
                                                                                       8.00
                                                                                             1.00
                                                                                                     3.00
                                             9.00-
   5.00
                        2.00
                               9.00
                                      6.00
                                                       mtrx[5] = mtrx[0] * mtrx[2] =
mtrx[1] =
                                                          99.00 79.00 172.00 124.00 160.00-
   1.00
          0.00
                 0.00
                        0.00
                               0.00
                                      1.00
                                             2.00-
                                                          94.00 81.00 193.00 144.00 161.00
                                      2.00
                                             3.00
    0.00
          1.00
                 0.00
                        0.00
                               0.00
                                                          84.00 64.00 153.00 124.00 134.00
                                      3.00
   0.00
          0.00
                 1.00
                        0.00
                               0.00
                                             4.00
                                                          87.00 93.00 149.00 118.00 165.00
                                      4.00
                                             5.00
          0.00
                 0.00
                        1.00
                               0.00
                                                        L 141.00 111.00 212.00 162.00 226.00
                                      5.00
                                             6.00
          0.00
                 0.00
                        0.00
                               1.00
                                                       mtrx[6] = ~mtrx[5] (transposed matrix) =
mtrx[2] =
                                                         99.00 94.00 84.00 87.00 141.00-
          2.00
                 3.00
                        4.00
                               5.00-
    1.00
                                                          79.00 81.00 64.00 93.00 111.00
          7.00
                        3.00
                                4.00
    6.00
                 2.00
                                                         172.00 193.00 153.00 149.00 212.00
          1.00
                 7.00
                        8.00
                               3.00
                                                         124.00 144.00 124.00 118.00 162.00
                 3.00
          5.00
                        2.00
                               4.00
                                                        L 160.00 161.00 134.00 165.00 226.00
          4.00
                 3.00
                        2.00
                               7.00
   2.00
          1.00
                 9.00
                        5.00
                               4.00
                                                       mtrx[5] and mtrx[6] are not equal.
    3.00
          2.00
                 9.00
                        6.00
mtrx[3] = mtrx[0] + mtrx[1] =
                 3.00
                        4.00
                                      7.00
                               5.00
                        5.00
                               1.00
                                      9.00
                                            11.00
          2.00
                 6.00
                        3.00
                               2.00
                                      7.00
                                            10.00
                                            14.00
          3.00
                 2.00
                        8.00
                               2.00
                        2.00 10.00 11.00 15.00
```