**TÓM TẮT NỘI DUNG MÔN TOÁN CAO CẤP 2**

**DẠNG 1: ĐẠO HÀM HÀM 1 BIẾN**

1. **Bảng đạo hàm cơ bản**

|  |  |
| --- | --- |
| (c = const) |  |
| , |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. **Các quy tắc tính đạo hàm**
2. **Bảng đạo hàm hàm hợp**

|  |  |
| --- | --- |
| , |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. **Cách tìm cực trị hàm 1 biến y = f(x)**

B1: Tính:

B2:

B3: Tính

+ Nếu Hàm số đạt cực tiểu tại x0

+ Nếu Hàm số đạt cực đại tại x0

**DẠNG 2: CÁC HÀM KINH TẾ**

1. **Hàm cung, hàm cầu**

* Hàm cung:
* Hàm cầu:
* Điểm cân bằng thị trường:
* Hệ số co dãn:

+ Hệ số co dãn của cung theo giá:

+ Hệ số co dãn của cầu theo giá:

+ ***Ý nghĩa***: Tại mức giá P = P0, nếu giá tăng 1 % thì lượng cung (lượng cầu) tăng (giảm) ()%.

1. **Hàm doanh thu**

* Hàm doanh thu: (*hàm doanh thu phụ thuộc vào Q*)
* Hàm doanh thu cận biên:
* ***Ý nghĩa hàm MR(Q0)***: Tại mức sản lượng Q = Q0, nếu sản lượng tăng thêm 1 đơn vị thì doanh thu tăng MR(Q0) đơn vị.

1. **Hàm chi phí**

* Hàm chi phí:
* Hàm chi phí trung bình:
* Hàm chi phí cận biên:
* ***Ý nghĩa hàm MC(Q0)***: Tại mức sản lượng Q = Q0, nếu sản lượng tăng thêm 1 đơn vị thì chi phí tăng MC(Q0) đơn vị.

1. **Hàm lợi nhuận**

* Hàm lợi nhuận:
* Hàm lợi nhuận cận biên:
* ***Ý nghĩa hàm MP(Q0)***: Tại mức sản lượng Q = Q0, nếu sản lượng tăng thêm 1 đơn vị thì lợi nhuận tăng MP(Q0) đơn vị.

**DẠNG 3: ĐẠO HÀM HÀM 2 BIẾN**

1. **Đạo hàm cấp 1**

Cho hàm số

(xem y là hằng số đối với x)

(xem x là hằng số đối với y)

1. **Đạo hàm cấp 2**

**DẠNG 4: CỰC TRỊ HÀM 2 BIẾN**

**Bước 1**: Tìm điểm dừng

**Bước 2**: Tính các đạo hàm cấp 2

**Bước 3**: Xét tại các điểm dừng.

+ Nếu Δ > 0; A > 0: hàm số đạt cực tiểu

+ Nếu Δ > 0; A < 0: hàm số đạt cực đại

+ Nếu Δ < 0: hàm số **không** đạt cực trị

**DẠNG 5: CỰC TRỊ CÓ ĐIỀU KIỆN HÀM 2 BIẾN**

Tìm cực trị hàm số với điều kiện hàm

1. **Phương pháp khử**

* ***Bước 1***: Từ hàm điều kiện rút (hoặc ) thế vào hàm số
* ***Bước 2***: Tìm cực trị hàm 1 biến (hoặc )

1. **Phương pháp nhân tử Lagrange**

* ***Bước 1***: Lập hàm Lagrange
* ***Bước 2***: Tìm điểm dừng
* ***Bước 3***: Tính định thức của ma trận Hesse

Trong đó:

và

* ***Bước 4***: Xét

+ Nếu : hàm số đạt cực đại

+ Nếu : hàm số đạt cực tiểu

+ Nếu : hàm số **không** đạt cực trị

**DẠNG 6: TÌM MIN, MAX HÀM 2 BIẾN**

**Bước 1:** Tìm điểm dừng của hàm số

+ Nếu điểm dừng : **lấy**

+ Nếu điểm dừng ∉: **loại**

**Bước 2:** Tinh giá trị của hàm số tại các điểm dừng và các điểm biên

**Bước 3:** So sánh các giá trị để tìm GTLN, GTNN

**DẠNG 7: CÁC BÀI TOÁN ỨNG DỤNG CỰC TRỊ, CỰC TRỊ CÓ ĐIỀU KIỆN TRONG KINH TẾ.**

1. **Bài toán 1:** Cho hàm số , giá thị trường giá mua 2 yếu tố đầu vào . Tìm K, L để **lợi nhuận tối đa**.

***Giải*:**

- Lập hàm doanh thu:

- Lập hàm chi phí:

- Lập hàm lợi nhuận:

⇒ Tìm cực trị hàm 2 biến TP.

1. **Bài toán 2:** Cho hàm số , ngân sách cố định b giá mua 2 yếu tố đầu vào . Tìm K, L để **sản lượng tối đa**.

***Giải*:**

- Lập hàm chi phí:

- Tìm cực trị hàm với điều kiện

1. **Bài toán 3:** Cho hàm số , sản lượng cố định Q0 giá mua 2 yếu tố đầu vào . Tìm K, L để **chi phí tối thiểu**.

***Giải*:**

- Lập hàm chi phí:

- Vì Q0 cố định nên

- Tìm cực trị hàm với điều kiện

**4. Bài toán phụ thuộc vào sản lượng Q1, Q­2.**

**Bài toán:** Giả sử DN độc quyền sx 1 loại hàng hóa với hàm tổng chi phí là: TC = TC(Q1, Q2)

Với: Q1 – số lượng sp bán trên thị trường thứ nhất

Q2- số lượng sp bán trên thị trường thứ 2.

Giả sử hàm cầu của 2 thị trường trên là: Q1 = D1(P1); Q2 = D2(P2)

Hãy xác định mức sản lượng tối ưu và giá bán tối ưu cho mỗi thị trường.

***Giải:***

- Lập hàm tổng doanh thu:

- Hàm tổng chi phí :

- Hàm tổng lợi nhuận:

**TH1: DN được phép phân biệt giá (P­1 ≠ P2)**

P1 ≠ P2 ⇒ Bt tìm (Q1, Q2) để hàm số

TP = P1Q1 + P2Q2 – TC(Q1, Q2) đạt cực đại

⇒ **BT tìm cực trị hàm số TP**, từ đó đưa ra mức sản lượng tối ưu Q = Q1 + Q2 và giá bán tối ưu P1, P2 cho mỗi thị trường.

**TH2: DN không được phép phân biệt giá (P­1 = P2)**

P1 = P2 ⇒ Bt tìm (Q1, Q2) để hàm số

TP = P1Q1 + P2Q2 – TC(Q1, Q2) đạt cực đại với đk P1 = P2

⇒ **BT tìm cực trị có điều kiện của hàm số TP**, từ đó đưa ra mức sản lượng tối ưu Q = Q1 + Q2 và giá bán tối ưu cho sản phẩm.