SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
Fakultet elektrotehnike i računarstva
Inženjerska ekonomika (41251)
Zagreb, 25. travnja 2013.

PITANJA ZA 1. KONTROLNU ZADAĆU u ak. god. 2012/13.

Dubravko Sabolić

---

1. Istraživanje tržišta sladoleda u jednom gradiću pokazalo je da u njemu postoje dva tipa potrošača: oni koji vole sladoled, i oni koji ga obožavaju. U mjesecu kolovozu, individualna funkcija potražnje prosječnog potrošača prvog tipa dana je jednadžbom $P = 5 - Q/2$, dok je individualna funkcija potražnje prosječnog potrošača drugog tipa $P = 20 - Q$. Ovdje su P jedinične cijene u kunama po komadu, a Q količine u komadima. U tom gradiću ima po 500 potrošača od svakog tipa. Dalje, u istom gradiću sve potrebe za sladoledom zadovoljava mala tvornica, čija funkcija ponude glasi: $P = 0{,}01Q - 40$. Sve navedene funkcije definirane su samo u prvom kvadrantu, tj. kada vrijedi: $Q \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad P \geq 0$.

   Zaokružite točan iznos prihoda kojeg će tvornica sladoleda ostvariti tijekom kolovoza na opisanom tržištu:

   a) 32.226,56 kn;
   b) 50.000,00 kn;
   c) 37.500,00 kn;
   d) 66.666,67 kn;
   e) 75.000,00 kn.

   Upute za nastavnike:
   Točan odgovor: *Prihod = 50.000,00 kn.*
   Skica načina rješavanja: *Najprije zadane individualne funkcije potražnje treba izraziti u obliku Q = f(P). Zatim svaku od njih treba pomnožiti s 500, pa tako dobivene funkcije horizontalno zbrojiti. To rezultira lomljenom funkcijom tržišne potražnje, koja glasi:*
   $Q = 10.000 - 500P \qquad za\ Q \in [0,\ 7.500];$
   $Q = 15.000 - 1.500P \qquad za\ Q \in [7.500,\ 15.000].$
   Presjek te funkcije sa zadanom funkcijom ponude jednoznačan je i nalazi se u točki: $P_0 = 10$ kn/kom i $Q_0 = 5.000$ kom. Prihod je jednak $P_0Q_0 = 50.000$ kn.

2. Ana i Marko troše samo dvije vrste dobara, odjeću i hranu, koje kupuju po jednakim jediničnim cijenama. Funkcije korisnosti (zadovoljstva) i za Anu i za Marka imaju „standardan“ tijek po obje varijable (odjeći i hrani), tj. pozitivne su i monotono rastuće, a granična korisnost je pozitivna i monotono padajuća, za svaki iznos varijabli. Ana „više voli“ odjeću od hrane, tj. njeno ukupno zadovoljstvo porast će za više postotaka ako potrošnju odjeće poveća za neki postotak, nego ako za jednaki postotak poveća potrošnju hrane. Marko u istom smislu „više voli“ hranu od odjeće. Stoga će Ana i Marko imati različite optimalne košarice potrošnje (tj. različite kombinacije količina odjeće i hrane pri kojima maksimaliziraju svoje zadovoljstvo pri danom budžetskom ograničenju i jediničnim cijenama dobara).

   Kako će se odnositi granične stope supstitucije (MRS) odjeće hranom koje imaju Ana i Marko, svatko u svojoj točki optimuma?

   a) Anin MRS bit će manji od Markovog MRS-a.
   b) Anin MRS bit će veći od Markovog MRS-a.
   c) Anin MRS bit će jednak Markovom MRS-u.
   d) MRS kod supstitucije odjeće hranom bit će i kod Ane i kod Marka jednak MRS-u kod supstitucije hrane odjećom, ali će iznosi MRS-ova kod Ane i Marka biti različiti;
   e) Anin MRS kod supstitucije odjeće hranom bit će veći od recipročnog iznosa (1/MRS) Markovog.

   Upute za nastavnike:
   Točan odgovor: *Anin MRS bit će jednak Markovom MRS-u.*
   Skica načina rješavanja: *Ako funkcije korisnosti Ane i Marka obje imaju „standardan“ tijek po svakoj varijabli, i Anine i Markove indiferencijske krivulje su strogo konveksne, pa rješenja optimalizacijskog problema Ane i Marka sigurno nisu kutna. Kako je zadano da su cijene dobara koja troše Ana i Marko jednake, nagib Aninog budžetskog pravca jednak je nagibu Markovog. Kako optimalnu košaricu određuje kombinacija dobara kod koje je MRS jednak nagibu budžetskog pravca (točka u kojoj krivulja indiferencije tangira budžetski pravac), jasno je da će i Anin i Markov MRS biti jednak, iako njihove optimalne potrošačke košarice neće biti jednake.*

3. U Zemlji Dembeliji zabranjena je prodaja alkoholnih pića. Zbog toga se razvilo crno tržište, na kojem je godišnja potražnja opisana jednadžbom $P = 12 - Q$, a godišnja ponuda jednadžbom $P = Q/2$. Jednog dana Vlada Zemlje Dembelije odluči započeti bespoštednu borbu protiv alkohola, što je vrlo brzo dovelo do otkrivanja i uništavanja polovine raspoloživih količina alkoholnih pića. Za koliki iznos, A, će se smanjiti probitak potrošača u godini dana, zbog ove akcije Vlade? Za koliki bi se iznos, B, smanjio probitak potrošača ako bi Vlada legalizirala prodaju alkohola i nametnula porez po svakoj prodanoj boci pića jednak cijeni prije oporezivanja?

   Zaokružite točan odgovor o iznosima smanjenja probitka potrošača u dva opisana slučaja:

   a) $A = 14$, $B = 18$;
   b) $A = 18$, $B = 32$;
   c) $A = 18$, $B = 18$;
   d) $A = 36$, $B = 28$;
   e) $A = 14$, $B = 14$.

   Upute za nastavnike:
   Točan odgovor: $A = 14$, $B = 14$.
   Skica načina rješavanja: *Najprije se trivijalno odredi ravnoteža na crnom tržištu, i iz nje se izračuna probitak potrošača, koji iznosi 32. Zatim se konstruira nova funkcija ponude u situaciji kada država uništava pola dostupne robe, pa se pri svakoj razini cijene količina smanjuje na pola. Stoga je nova funkcija ponude: P = Q. Izračunava se nova ravnoteža, i iz nje nova vrijednost probitka potrošača, koja iznosi 18, a to je za A = 14 manje od prijašnje. Napokon, legalizacija i istodobno oporezivanje stopom od 100% na cijenu prije poreza uzrokuje promjenu funkcije ponude tako da je pri svakoj količini cijena dvostruka. Stoga je nova funkcija ponude: P = Q, kao i u prethodnom slučaju, pa je i odgovor isti, tj.: B = A = 14.*

4. Poduzeće na konkurentnom tržištu ima fiksni trošak jednak 10, te varijabilni trošak jednak $Q^2 + 2Q$. Tržišna cijena jednaka je 10. Kako glasi jednadžba funkcije ponude, $P(Q)$, tog poduzeća; koliki je probitak, S, poduzeća; koliki mu je profit, π; koja je najniža tržišna cijena, p, uz koju će poduzeće moći raditi na tržištu bez ostvarivanja gubitka (tj. negativnog profita)?

Zaokružite slovo iza kojeg su odgovori na postavljena pitanja svi točni:

a)	$P(Q) = 2(Q + 1)$;	$S = 3{,}49$;	$\pi = 6$;	$p = 8{,}32$.
b)	$P(Q) = 2Q + 1$;	$S = 6{,}98$;	$\pi = 6$;	$p = 6$.
c)	$P(Q) = Q^2 + 2$;	$S = 3{,}49$;	$\pi = 3{,}49$;	$p = 6$.
d)	$P(Q) = 2Q + 1$;	$S = 6$;	$\pi = 6{,}98$;	$p = 8{,}32$.
e)	$P(Q) = 2(Q + 1)$;	$S = 6$;	$\pi = 8{,}32$;	$p = 6$.

Upute za nastavnike:

Točan odgovor: *$P(Q) = 2(Q + 1)$; $S = 3{,}49$; $\pi = 6$; $p = 8{,}32$.*

Skica načina rješavanja: *Kako je funkcija troška kompletno zadana, izračuni su trivijalni. Funkcija ponude odgovara funkciji graničnog troška. Probitak proizvođača jednak je razlici tržišne cijene i graničnog troška, integriranoj od 0 do količine pri kojoj je granični trošak jednak tržišnoj cijeni (a to je 4). Profit je jednak količini pomnoženoj razlikom tržišne cijene i prosječnog troška pri količini 4 (u toj točki je tržišna cijena jednaka graničnom trošku, pa poduzeće proizvodi upravo tu količinu, kako bi maksimaliziralo profit). Najniža tržišna cijena uz koju profit još može biti pozitivan jednaka je minimalnoj mogućoj vrijednosti prosječnog troška (tj. prosječnom trošku u točki pokrića).*

5. Danas ste prijatelju posudili 20.000 kn. On će Vam početi vraćati dug točno za godinu dana, i to tako da Vam isplaćuje nominalan iznos od 1.000 kn svakih godinu dana do kraja života. Pretpostavite da u dugom roku kuna gubi vrijednost prosječno 4% godišnje i da ćete i Vi i prijatelj živjeti dovoljno dugo da ukupan broj rata radi lakšeg računanja možete aproksimirati beskonačno velikim.

   Svedeno na današnju vrijednost novca, koliko ste zaradili u ovom poslu s prijateljem?

   a) + 5.000 kn (dobit);
   b) – 10.000 kn (gubitak);
   c) 0 kn (ni dobit, niti gubitak);
   d) + 10.000 kn (dobit);
   e) – 1.000 kn (gubitak).

   Upute za nastavnike:
   Točan odgovor: *+ 5.000 kn (dobitak).*
   Skica načina rješavanja: *Sve buduće godišnje isplate po 1.000 kuna potrebno je svesti na današnji dan i zbrojiti dobiveni geometrijski red:*
   $1.000\ (1/1,04 + 1/1,04^2 + 1/1,04^3 + \ldots + 1/1,04^i + \ldots) =$
   $= 1.000 \times (1/1,04) \times [1/(1 - 1/1,04)] = 1.000/0,04 = 25.000.$
   Sadašnja vrijednost svih budućih primitaka je veća od sadašnje vrijednosti izdatka za točno 5.000 kn.

6. Pretpostavimo da potrošač bira optimalnu košaricu sastavljenu od samo dva proizvoda, 1 i 2. Jednadžba familije krivulja indiferencije glasi. $Q_1\, Q_2 = C$, gdje je C konstanta koja određuje svaku pojedinu krivulju indiferencije, a time i razinu potrošačeve korisnosti, kada se on nalazi na krivulji indiferencije određenoj vrijednošću C. Raspoloživ dohodak potrošača 100 puta je veći od jedinične cijene proizvoda 1, a 400 puta je veći od jedinične cijene proizvoda 2.

   Izračunajte kolike količine Q_1 i Q_2 sadrži potrošačeva optimalna košarica.

   a) $Q_1 = 80$, $Q_2 = 80$;
   b) $Q_1 = 40$, $Q_2 = 240$;
   c) $Q_1 = 90$, $Q_2 = 40$;
   d) $Q_1 = 50$, $Q_2 = 200$;
   e) $Q_1 = 20$, $Q_2 = 320$.

   Upute za nastavnike:
   Točan odgovor: *$Q_1 = 50$, $Q_2 = 200$.*
   Skica načina rješavanja: *Iz zadanih podataka vidi se da je jednadžba budžetskog pravca: $(Q_1/100) + (Q_2/400) = 1$. S obzirom da vrijedi se optimalna košarica nalazi na tom pravcu, ali i na nekoj krivulji indiferencije, korištenjem veze $Q_1\, Q_2 = C$ budžetski pravac se svodi na oblik: $(Q_1/100) + (C/(400Q_1)) = 1$, što sređivanjem daje kvadratnu jednadžbu: $4Q_1^2 – 400Q_1 + C = 0$. Diskriminanta ove jednadžbe mora biti jednaka nuli, jer tražimo krivulju indiferencije koja dira budžetski pravac u jednoj točki. Iz tog uvjeta slijedi da je $C = 10.000$, a da je $Q_1 = 50$, a iz toga trivijalno slijedi da je $Q_2 = 200$.*

7. Seljak je odlučio u skladu s obiteljskom tradicijom posijati pšenicu. Država je najavila da će jamčiti otkupnu cijenu od 1 kn/kg. Parcela je toliko velika, da se prinos na njoj uz primjenu najizdašnijeg raspoloživog hibrida sjemena procjenjuje na 1.000 T. Troškovi uzgoja su oko 0,95 kn/kg. Urod pšenice bio je vrlo velik, i cijena je pala na zajamčenu razinu. Istodobno, seljak je uz zanemarivu promjenu tehnologije i troška uzgoja mogao uzgajati uljanu repicu, koja bi s iste površine donijela prihod od 1,4 milijuna kuna. Da se odlučio za uzgoj začinske paprike na istoj parceli, seljak bi imao za ukupno 500.000 kn veće troškove, a prihod od prodaje paprike bio bi 2 milijuna kuna.

   Ako su ovo bile jedine tri realno ostvarive alternative, izračunajte koliko je seljak *stvarno* profitirao. (Uputa: uzmite u obzir oportunitetne troškove propuštenih alternativa.)

   a) + 450.000 kn (dobit);
   b) – 400.000 kn (gubitak);
   c) – 500.000 kn (gubitak);
   d) + 50.000 kn (dobit);
   e) + 550.000 kn (dobit).

   Upute za nastavnike:
   Točan odgovor: *– 400.000 kn (gubitak).*
   Skica načina rješavanja: *Treba izračunati neto rezultat u sva tri slučaja:*
   1. Pšenica: Prihod od 1.000 T uz cijenu od 1 kn/kg iznosi 1 mil. kn, dok je trošak zadan kao 0,95 kn/kg, što na 1.000 T iznosi 0,95 mil. kn. Prema tome, seljak ostvaruje neto poslovni rezultat od + 50.000 kn.
   2. Uljana repica: Prihod je 1,4 mil. kn, a trošak je isti, pa je neto poslovni rezultat u ovom slučaju + 450.000 kn.
   3. Paprika: Prihod je 2 mil. kn, a trošak je za 0,5 mil. kn veći nego u prethodnim slučajevima, pa iznosi 1,45 mil. kn. Stoga je neto rezultat posla s paprikom jednak + 550.000.
   Sada treba usporediti uzgoj pšenice s dvije navedene alternative. Najbolja raspoloživa alternativa je posao s paprikom, gdje je seljak propustio zaraditi neto dobit od 550.000 kn. To je njegov oportunitetni trošak, i zbog toga je on, sijući pšenicu umjesto začinske paprike, izgubio 450.000 kn.

8. Neka je cijena P izražena u tisućama kuna po komadu (npr. $P = 0{,}14$ označuje jediničnu cijenu proizvoda od 140 kn/kom), a količina proizvoda Q u milijunima komada (npr. $Q = 0{,}7$ označuje količinu od sedamsto tisuća komada). Neka je funkcija potražnje za nekim proizvodom modelirana izrazom: $P = 2 / (Q + 1)$. Neka je funkcija ponude istog proizvoda modelirana izrazom: $P = Q$.

   Izračunajte omjer viška (probitka) potrošača i viška (probitka) proizvođača na tako opisanom tržištu (A), te gubitak mrtvog tereta (B), ako je zbog nekog razloga za trgovanje dostupna samo jedna polovina od količine kojom bi se trgovalo na slobodnom tržištu.

   a) $A = 1{,}39$; $B = 100$ mil. kn;
   b) $A = 0{,}5$; $B = 350$ mil. kn;
   c) $A = 2{,}0$; $B = 75$ mil. kn;
   d) $A = 0{,}69$; $B = 50$ mil. kn;
   e) $A = 2{,}77$; $B = 450$ mil. kn.

   Upute za nastavnike:
   Točan odgovor: *A = 2,77; B = 450 mil. kn.*
   Skica načina rješavanja: *Najprije se odredi točka parcijalne ravnoteže, koja ima koordinate (1,1). Zatim se trivijalno računaju probitci proizvođača i potrošača, kao i njihov omjer, A, koji iznosi ln16 = cca. 2,77. Mrtav teret se računa kao integral razlike funkcije potražnje i ponude na intervalu od raspoložive količine (1/2) do one kojom bi se trgovalo na slobodnom tržištu (1). Taj je integral jednak cca. 0,45. Kako su cijene u tisućama kuna, a količine u milijunima komada, trošak mrtvog tereta iznosi 0,45 mlrd. kn.*

9. Neka je jedinična cijena P izražena u kunama po komadu, a količina proizvoda Q u milijunima komada (npr. $Q = 0{,}7$ označuje količinu od sedamsto tisuća komada). Neka je funkcija potražnje, koja se odnosi na razdoblje od jedne godine, na cjelokupnom promatranom tržištu modelirana izrazom: $P = 1.000\ (1 - Q/2)$. Neka poduzeće u dugom roku pri svakoj razini cijena ima količinski tržišni udio od 50%. Neka dugoročni granični trošak proizvodnje u tom poduzeću, u nama zanimljivom području vrijednosti, iznosi: $C_M = 200(1 - 0{,}4Q)$ u kunama po komadu.

Izračunajte: koliki prihod (R) će to poduzeće ostvarivati prodajom proizvoda u razdoblju od jedne godine, te koliki će u istom razdoblju ostvariti profit (π).

a) $R = 66{,}67$ mil. kn; $\pi = -\ 20{,}22$ mil. kn;
b) $R = 143{,}06$ mil. kn; $\pi = +\ 92{,}27$ mil. kn;
c) $R = 243{,}06$ mil. kn; $\pi = +\ 166{,}67$ mil. kn;
d) $R = 298{,}52$ mil. kn; $\pi = -\ 63{,}44$ mil. kn;
e) $R = 116{,}33$ mil. kn; $\pi = +\ 92{,}27$ mil. kn.

Upute za nastavnike:
Točan odgovor: *$R = 243{,}06$ mil. kn; $\pi = +\ 166{,}67$ mil. kn.*
Skica načina rješavanja: *Ako je tržišna potražnja $P = 1.000\ (1 - Q/2)$, uz tržišni udio od 50% pri svakoj razini cijene, rezidualna potražnja je: $P = 1.000\ (1 - Q)$, a granični prihod je $R_M = 1.000\ (1 - 2Q)$. S druge strane, ako je granični trošak $C_M = 200(1 - 0{,}4Q)$, ukupni trošak je integral tog izraza, s tim da je konstanta integracije jednaka nuli, jer je u dugom roku fiksni trošak jednak nuli. Stoga: $C = 200(Q - 0{,}2Q^2)$, odnosno: $C_A = 200(1 - 0{,}2Q)$. Poduzeće je u ravnoteži kada je granični prihod jednak graničnom trošku. Izjednačavanjem ta dva izraza dobiva se: $Q_0 = (4/9{,}6) = 0{,}41666\ldots$ Odgovarajuća cijena pronalazi se pomoću te vrijednosti na krivulji rezidualne potražnje: $P_0 = 1.000(1 - Q_0) = 5.600/9{,}6 = 583{,}333\ldots$ Prema tome je prihod jednak $Q_0P_0 = 243{,}0555\ldots$ Kako su cijene zadane u kunama po komadu, a količine u milijunima komada, prihod iznosi 243,06 mil. kn. Prosječni trošak u točki ravnoteže je $C_{A0} = 200(1 - 0{,}2Q_0) = 1.760/9{,}6 = 183{,}333\ldots$ Razlika ravnotežne cijene i prosječnog troška prema tome iznosi 400 kn/kom, i to je profit po jedinici proizvoda. Ukupan profit stoga iznosi 400 Q_0, tj. $166{,}666\ldots$ Dakle, profit iznosi + 166,67 mil. kn.*

10. Neka je jedinična cijena P izražena u kunama po komadu, a količina proizvoda Q u milijunima komada (npr. $Q = 0{,}7$ označuje količinu od sedamsto tisuća komada). Neka je funkcija potražnje na cjelokupnom promatranom tržištu tijekom jedne godine modelirana izrazom: $P(Q) = 1.000\ (1 - Q)$. Neka poduzeće pri svakoj razini cijena ima količinski tržišni udio od 20%. Neka je granični trošak proizvodnje u tom poduzeću približno neovisan o opsegu proizvodnje, i neka iznosi $C_M = 300$ kn/kom. Fiksni trošak tog poduzeća neka iznosi 10 milijuna kuna u jednoj godini.

Izračunajte koliki prihod R i profit π koje će to poduzeće ostvariti prodajom proizvoda tijekom jedne godine.

a) $R = 45{,}5$ mil. kn; $\pi = +\ 14{,}5$ mil. kn;
b) $R = 45{,}5$ mil. kn; $\pi = -\ 23{,}1$ mil. kn;
c) $R = 35{,}4$ mil. kn; $\pi = +\ 11{,}3$ mil. kn;
d) $R = 35{,}4$ mil. kn; $\pi = -\ 14{,}5$ mil. kn;
e) $R = 66{,}0$ mil. kn; $\pi = -\ 7{,}1$ mil. kn.

Upute za nastavnike:
Točan odgovor: *$R = 45{,}5$ mil. kn; $\pi = +\ 14{,}5$ mil. kn.*
Skica načina rješavanja: *Ako je tržišna potražnja $P = 1.000\ (1 - Q)$, uz tržišni udio od 20% pri svakoj razini cijene, rezidualna potražnja je: $P = 1.000\ (1 - 5Q)$, a granični prihod je $R_M = 1.000\ (1 - 10Q)$. S druge strane, ako je granični trošak $C_M = 300$, ukupni trošak je integral tog izraza, s tim da je konstanta integracije jednaka zadanom fiksnom trošku. Stoga: $C = 10\text{mil.} + 300Q$, odnosno: $C_A = (10/Q) + 300$.*
Poduzeće je u ravnoteži kada je granični prihod jednak graničnom trošku. Izjednačavanjem ta dva izraza dobiva se: $Q_0 = 0{,}7/10 = 0{,}07$. Odgovarajuća cijena pronalazi se pomoću te vrijednosti na krivulji rezidualne potražnje: $P_0 = 1.000(1 - 5Q_0) = 650$. Prema tome je prihod jednak $Q_0P_0 = 45{,}5$. Kako su cijene zadane u kunama po komadu, a količine u milijunima komada, prihod iznosi 45,5 mil. kn. Prosječni trošak u točki ravnoteže je $C_{A0} = (10/Q_0) + 300 = 442{,}86$. Razlika ravnotežne cijene i prosječnog troška prema tome iznosi 207,14 kn/kom, i to je profit po jedinici proizvoda. Ukupan profit stoga iznosi $207{,}14\ Q_0$, tj. 14,5. Dakle, profit iznosi + 14,5 mil. kn.