سؤال (۱)

$R(A, B, C, D, E, F)$

الف)

$\begin{cases} A \to BCD \\ BC \to DE \\ B \to D \\ D \to A \end{cases}$

$closure\{B\} = \{B\}^+ = BDACE$

$B \to D$
$D \to A \implies B \to A \implies B \to CD$
$A \to BCD$

$A \to BCD \implies A \to BC$
$\qquad\qquad\qquad \implies A \to DE \implies B \to DE$
$BC \to DE$
$B \to A$

ب) ابتدا FD های سمت راستشان غیر unique است راستشان را unique می‌کنیم. از آنجایی که سمت چپ هیچ FD ها uniqueاند
(A, BC, B, D) تکراری نیستند، پس کاری لازم نیست انجام بدهیم. حال باید شرط وجود extraneous attribute را بررسی کنیم. از اولین FD شروع می‌کنم:

① $A \to BCD$

$F' \begin{cases} A \to CD \\ BC \to DE \\ B \to D \\ D \to A \end{cases}$ ⑧

$F' \begin{cases} A \to BD \\ BC \to DE \\ B \to D \\ D \to A \end{cases}$ ©

$F \begin{cases} A \to BC \\ BC \to DE \\ B \to D \\ D \to A \end{cases}$ ⑩

از F نمی‌توانیم F' را استنتاج کنیم زیرا $A \to B$ بدست
نمی‌آید. پس A را از اتربیوت extraneous نمی‌باشد.

از F نمی‌توانیم F' را استنتاج کنیم زیرا $A \to C$ بدست
نمی‌آید. پس C یک اتربیوت extraneous نمی‌باشد.

$\begin{rcases} A \to BC \\ BC \to DE \end{rcases} \implies A \to DE \implies A \to D \implies$
$A \to BCD$

یعنی از F می‌توانیم F' را برسیم. پس D یک اتربیوت
extraneous است. بنابراین از این FD این را remove می‌کنیم. یعنی خواهیم داشت: $\boxed{A \to BC}$

حال FD دوم را بررسی می‌کنیم:

② $BC \to DE$

$F' \begin{cases} A \to BC \\ C \to DE \\ B \to D \\ D \to A \end{cases}$ ⑧

$F' \begin{cases} A \to BC \\ B \to DE \\ B \to D \\ D \to A \end{cases}$ ©

$F' \begin{cases} A \to BC \\ BC \to E \\ B \to D \\ D \to A \end{cases}$ ⑩

$F' \begin{cases} A \to BC \\ BC \to D \\ B \to D \\ D \to A \end{cases}$ ⑤

از F نمی‌توانیم F' را استنتاج کنیم. پس
B یک اتربیوت extraneous نمی‌باشد.

از F نمی‌توانیم F' را استنتاج کنیم زیرا C بدست
نمی‌آید. پس C یک اتربیوت extraneous نمی‌باشد.

از F می‌توانیم F' را برسیم:
$BC \to E \implies BC \to DE$
$B \to D$
پس D یک اتربیوت extraneous
است. بنابراین داریم: $\boxed{BC \to E}$

از F نمی‌توانیم F' را استنتاج کنیم
پس E یک اتربیوت extraneous
نمی‌باشد.

$$F_c = \begin{cases} A \to BC \\ BC \to E \\ B \to D \\ D \to A \end{cases}$$

ج) اگر بخواهیم بدون استفاده از Canonical cover جواب بدهیم: (چون بصورت سؤال گفته شده D^*)

$$F = \begin{cases} A \to BCD \\ BC \to DE \\ B \to D \\ D \to A \end{cases}$$

candidate keys= $\{AF\}$, $\{DF\}$, $\{BF\}$

چـون میخواهیم BCNF بسازیم باید سمت چپ هر FD، سوپر key باشد. بنابر این FD اول (A) و FD دوم (BC) و

هر FD سمت (B) و FD چهارم (D) هیچکدام سمت چپشان super key نمی‌باشد. پس باید هر چهار FD را BCNF

کنیم. از سمت FD اول شروع می‌کنیم:

$$FD_{\text{اول}} \begin{cases} (\alpha \cup \beta) = (ABCD) \Rightarrow \begin{cases} A^+ = \cancel{ABCDF} \Rightarrow A \to BCD \\ B^+ = BDACE \Rightarrow B \to ADC \\ C^+ = C \\ D^+ = ABCDF \Rightarrow D \to ABC \end{cases} \Rightarrow ck = \{A\} \Rightarrow \text{پس BCNF} \checkmark \\ (R - (\beta - \alpha)) = (AEF) \end{cases}$$

candidate key $\{A\}$
$\{B\}$
$\{D\}$

$$\xrightarrow{} \begin{cases} A^+ = \cancel{ABCDE} \Rightarrow A \to E \\ E^+ = E \\ F^+ = F \end{cases} \Rightarrow ck = \{AF\} \Rightarrow$$ پس BCNF ✗ ⟸ زیرا A سمت LHS نیست superkey ٪؟

$$\begin{cases} (A,E) \Rightarrow \begin{cases} A^+ \to AE \\ E^+ \to E \end{cases} \Rightarrow A \to E \Rightarrow \text{شرط BCNF} \checkmark \\ \text{trivial} \\ (A,F) \Rightarrow \begin{cases} A^+ = A \\ F^+ = F \end{cases} \Rightarrow \text{شد} \checkmark \\ \quad\quad\quad\quad\quad BCNF \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{درنهایت} \begin{cases} R_1 = (ABCD) \\ R_2 = (AE) \\ R_3 = (AF) \end{cases}$$

د) بانوجه به تست (ب) داریم:

$$F_c \begin{cases} A \to BC \\ BC \to E \\ B \to D \\ D \to A \end{cases} \Rightarrow$$

candidate key = $\{AF\}$, $\{DF\}$, $\{BF\}$

Non Prime attributes = CE

decomposition

$$\Rightarrow \begin{cases} R_1 = (ABC) \\ R_2 = (BCE) \\ R_3 = (BD) \\ R_4 = (DA) \\ R_5 = (AF) \text{ یا } (DF) \text{ یا } (BF) \end{cases}$$

Candidate key = { visitNO , ProvNo }

=) Non-Prime attributes = { VisitDate , PatNO , Pat Age , Patcity , Prov Specialty , Diagnosis }

=) قابل اثبات است FD : PatNO → Pat Age , PatCity
بدین نقض نمی شود BCNF

Candidate key = { PatNo }

=) decomposition : R_1 = { PatNo }$^+$ = { PatNO , Pat Age , Pat city } =) حتی 3NF ✓ → بدون transitional dependency

into 3NF R_2 = { visit NO , visit Date , ProvNO , Prov specialty , Diagnosis , Pat No }

Candidate = { visit NO , ProvNo }
key

→ حتی در BCNF است. بدون transitional dependency

=) چون R_2 , R_1 =) ✓.

در 3NF هستند.

الف)

$$\begin{cases} Y \to Z \\ Z \to Y \end{cases} \qquad \begin{cases} X \to YZV \end{cases} \qquad \begin{cases} VW \to XYZVW \end{cases}$$

=> Candidate key = {VW} , {XW}

=> super key = {VW}⁺ یا {XW}⁺

ب)

$\begin{array}{c} X \to Y \\ Y \to Z \end{array} \Rightarrow X \to Z \qquad$ and $\qquad X \to V \qquad \overset{closure}{\Rightarrow} \{X\}^+ = XYZV$

and $\qquad X \to X$

ج)

شرایط lossless بدون پلکان می کنیم:

پس چون هر سه شرط برقرار اند، تجزیه ی R به
R_1 , R_2 بدون نقصان (loss less) است.

① حاصل ضرب =   اتریبیوت های   U   اتریبیوت های ①
   (R) (R_1) (R_2)

=> $(X, Y, Z, V, W) \overset{✓}{=} (X, V, W) \cup (X, Y, Z) = (X, Y, Z, V, W)$ درست

② اتریبیوت های ∩ اتریبیوت های ②
   (R_1) (R_2) $\neq \phi$

=> $(X, V, W) \cap (X, Y, Z) = (X) \overset{✓}{\neq} \phi$ درست

③ اشتراک اتریبیوت های   = Candidate key
   (R_2) و (R_1) کلید R_2 یا R_1

=> $(X) \neq \left(\begin{array}{c} \text{candidate} \\ \text{key} \\ R_1 \end{array}\right) = \{XW\} , \{VW\}$ درست   یا $(X) = \left(\begin{array}{c} \text{candidate} \\ \text{key} \\ R_2 \end{array}\right) = \{X\}$

$R_1 (X, V, W)$

$X^+ = YZVX$ => $X \to V$
$V^+ = V$
$W^+ = W$
$XV^+ = XYZV$
$XW^+ = XYZV$

$VW \to X$ درست   => $VW \to X$

=> Candidate = {XW}
   key   {VW}

$R_2 (X, Y, Z)$

$\begin{cases} X^+ = YZX \Rightarrow X \to YZ \\ Y^+ = YZ \Rightarrow Y \to Z \\ Z^+ = ZY \Rightarrow Z \to Y \\ XY^+ = XYZX \Rightarrow XY \to Z \\ XZ^+ = XZYX \end{cases}$ => Candidate = {X}
key

$YZ^+ = YZ$

$R(x, Y, z)$

6	4	8
6	4	2
6	6	8

$\Rightarrow$ روابط (معنی) $\Rightarrow$

$X \to Y$ ✗

$X \to Z$ ✗

$\boxed{Y \to X}$

$Y \to Z$ ✗

$\boxed{Z \to X}$

$Z \to Y$ ✗

معنی و استنتاج می‌کنیم

$XZ \to Y$ ✗

$XY \to Z$ ✗

$\boxed{YZ \to X}$ $\Rightarrow$ استنتاج می‌شود از $Y \to X$
$Z \to X$

پس اثر قطعی که نتوان union نموده
می‌توان نتیجه گرفت $X \to YZ$
پس آن FD، تکراری است.

پس FD های ممکن به صورت: $\begin{cases} Y \to X \\ Z \to X \end{cases}$

$Y \to X$ ✓ درست

$Z \to Y$ ✗ چون غلط: $\begin{cases} Z = 8 \Rightarrow Y = 4 \\ Z = 8 \Rightarrow Y = 6 \end{cases}$ ※

$XY \to Z$ ✗ چون غلط: $\begin{cases} X = 6 \\ Y = 4 \end{cases} \Rightarrow Z = 8$ ※

$\begin{cases} X = 6 \\ Y = 4 \end{cases} \Rightarrow Z = 2$

$R = (w, x, Y, z)$

$G = \begin{cases} Z \to w \\ Y \to XZ \\ Xw \to Y \end{cases}$ $\Rightarrow$ candidate keys= $\{YZ\}, \{Xw\}, \{Yxz\}$

$\Rightarrow \begin{array}{l} R_1 = (Zw) \\ R_2 = (YXZ) \\ R_3 = (XwY) \end{array}$

ب) برای BCNF بودن باید همه‌ی FD ها به ازای هر وابستگی بین یکی از دو شرط زیر برقرار باشد:

$\begin{cases} ① \alpha \to \beta \text{ is a trivial FD.} \\ ② \alpha \text{ is a superkey for schema } R. \end{cases}$ $\Rightarrow$

$R_1 : Z \to w \Rightarrow$ trivial $\Rightarrow$ BCNF ✓

$R_2 : Y \to XZ \Rightarrow$ trivial $\Rightarrow$ BCNF ✓

$R_3 : \begin{cases} Xw \to Y \\ Y \to X \end{cases} \Rightarrow$ چون در R_3 کلید $\{Xw\} \subseteq \{YXw\}$ است و $\Rightarrow Y \to$ BCNF ✗

نیست. چون Y از FD ها چشم‌پوشی شده است. $Y \Rightarrow$ BCNF ✗