

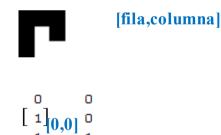
# Tema 4: Procesamiento morfológico

- 4.1. Introducción. Elementos y terminología
- 4.2. Morfología para imágenes binarias
- 4.3. Morfología para imágenes en escala de grises
- 4.4. Morfología para imágenes en color



- Morfología: estudia la forma y estructura
- Morfología matemática ⇒ permite extraer información relativa a la geometría de las regiones.
- Se fundamenta en un procesado *no lineal* de la señal.
- El lenguaje de la morfología matemática proviene de la teoría de conjuntos. Inicialmente, se consideró con imágenes binarias y posteriormente se extendió al espacio de funciones para tratar con imágenes de grises y de color.
- Cada píxel es un punto de coordenadas [x,y] en el plano de imagen. En morfología binaria se considera que una imagen binaria es el conjunto  $A \in \mathbb{Z}^2$  que contiene las coordenadas de los píxeles de **primer plano**.

Así, las operaciones sobre conjuntos se pueden aplicar directamente sobre imágenes binarias.



*I* es una imagen binaria de 3x3. A modo de ejemplo, y tomando como **origen** el centro de la imagen, *I* se define por el siguiente conjunto de puntos de primer plano:

$$A = \{[0,0],[-1,0],[-1,1]\}$$

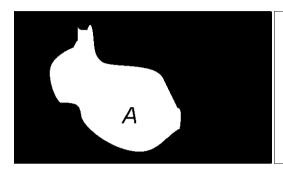
# 4.1. Operadores básicos de Teoría de conjuntos

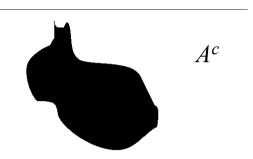


- Complementario de  $A: A^c$ 

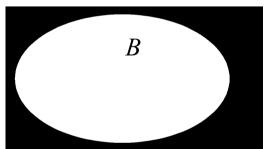
$$A^c = \{ \underline{w} = [x, y] \mid \underline{w} \text{ no pertenece a } A \}$$

operador lógico NOT





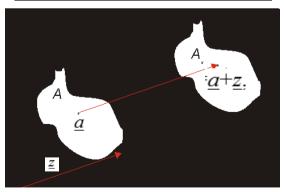
- *Inclusión*: Si cada elemento del conjunto A es también un elemento de otro conjunto B, se dice que A es un subconjunto de B, y se expresa como  $A \subseteq B$ .



- Traslación de A por  $\underline{z}$ =[ $x_z, y_z$ ]:  $A_z$ 

$$A_z = A + \underline{z} = \{ \underline{w} = [x,y] / \underline{w} = \underline{a} + \underline{z}, \text{ para todo } \underline{a} \in A \}$$





Dos conjuntos A y B son mutuamente excluyentes o disjuntos si no tienen elementos en común.

En este caso,  $A \cap B = \emptyset$ .



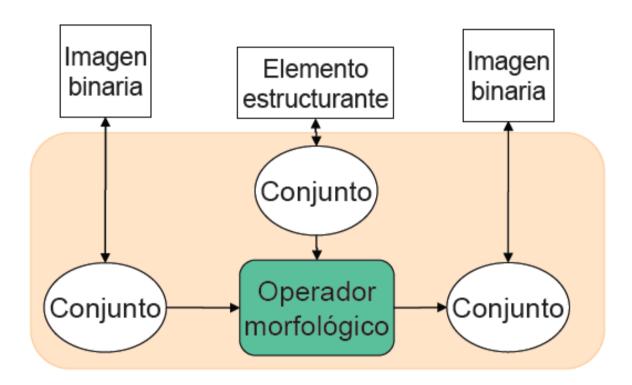
- Reflexión o transposición:  $\hat{A} = -A = \{ \underline{w} = [x,y] / \underline{w} = -\underline{a}, \text{ para todo } \underline{a} \in A \}$ 

											4
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	A
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
1	1	1	1	1	$\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}_{0}$	010	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	L 10	o lu	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\hat{A}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	[1]	1	1	1	1	1	
0	0	0	0	0	ĹŢ	0	U	U	0	0	
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	

Si el conjunto es simétrico respecto al origen, el conjunto reflejado (o transpuesto) coincide con el conjunto original.



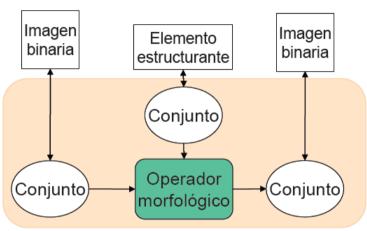
- Elementos del procesado morfológico con imágenes binarias:



En virtud de la equivalencia entre imágenes binarias y conjuntos, cualquier transformación sobre un conjunto define una nueva imagen binaria.



- Elementos del procesado morfológico con imágenes binarias:

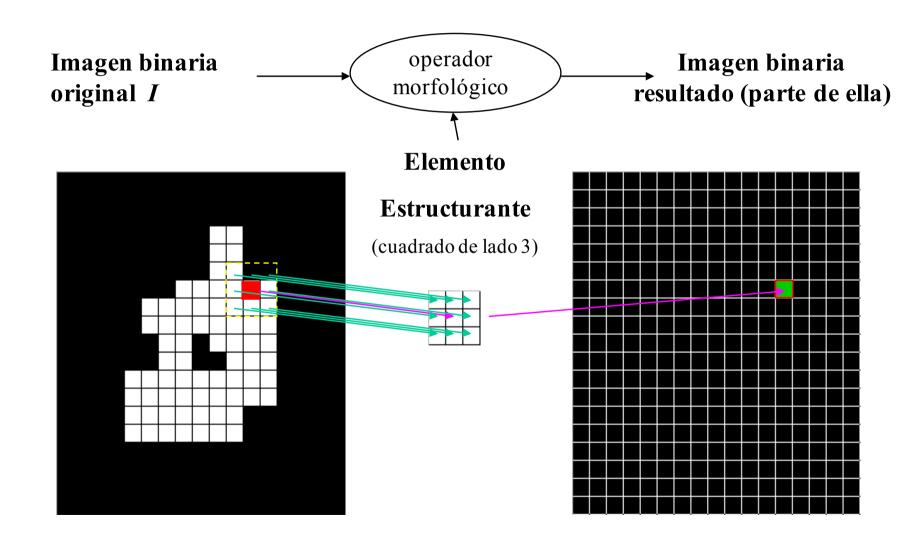


**Operador morfológico**: transformación  $\phi$  de una imagen cuyo resultado es otra imagen. Hace uso de un elemento estructurante.

**Idea**: examinar la estructura geométrica de la imagen usando como *sonda (probe)* un patrón de ajuste que se **denomina** *Elemento Estructurante* (E.E.) (*structuring element*).

La forma y tamaño del EE caracteriza la estructura geométrica de los objetos.







El EE actúa de modo similar a una **máscara de convoluc**ión en procesado lineal.

El **centro** u **origen** del EE (que no tiene por qué coincidir con el centro geométrico) se sitúa en cada píxel de la imagen original, aplicando la operación morfológica sobre los puntos situados bajo el EE.

En la imagen de salida, el resultado (píxel de primer plano o de fondo si trabajamos con morfología binaria) se pone en las coordenadas correspondientes al píxel donde está el centro del EE.

A mayor tamaño del EE, más selectivo será su efecto.



**Tipos de operadores morfológicos** (transformación  $\phi$  de una imagen cuyo resultado es otra imagen. Hace uso de un elemento estructurante.)

• φ es extensivo: si la imagen resultante de aplicar el operador contiene a la imagen original

• φ es anti-extensivo: si la imagen resultante de aplicar el operador está contenida en la imagen original

•  $\varphi$  es idempotente: si al aplicar el operador dos o más veces, la imagen resultante es la misma que si  $\varphi$  se aplicara una sola vez  $\Rightarrow \varphi(\varphi(\text{Imagen})) = \varphi(\text{Imagen})$ 

Un operador puede no ser ni extensivo ni antiextensivo

- Operadores morfológicos básicos: erosión y dilatación



# Tema 4: Procesamiento morfológico

- 4.1. Introducción. Elementos y terminología
- 4.2. Morfología para imágenes binarias
- 4.3. Morfología para imágenes en escala de grises
- 4.4. Morfología para imágenes en color

## 4.2. Morfología para imágenes binarias



Comenzaremos presentando los operadores morfológicos básicos (erosión y dilatación) y cómo su combinación permite construir filtros morfológicos básicos idempotentes (apertura y cierre). En morfología binaria, la imagen original, el EE y la imagen resultante son imágenes binarias.

> Erosión (erosion – to erode: erosionar): operador ε

Erosión de la imagen A por el EE C:

$$\varepsilon_C(A) = A \bigcirc C = \{ \underline{x} \mid C_x \subset A \}$$

El resultado de la erosión son todos los puntos  $\underline{x}$  para los que la traslación de C por  $\underline{x}$  está contenida en A

A					C				$\varepsilon_{C}(A)$					
0	1	0	1 0 1	0	0	0	0		0	1	0	0	0	
0	1	1	0	1	0	[1] 1	0		0	1	1	0	0	
0	1	1	1	<u> </u>	0	1	1					1		







## 4.2. Morfología para imágenes binarias. Erosión



Si:

- El *origen* del EE es un punto de primer plano y
- el EE *C* es simétrico

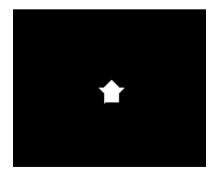
El resultado de la erosión es el conjunto de puntos barridos por el *origen* del EE tal que todos los puntos de *C* están contenidos en *A*.



EE C: disco de radio 15



# Resultado de la erosión





En este caso, el efecto de la erosión es "encoger" la imagen.

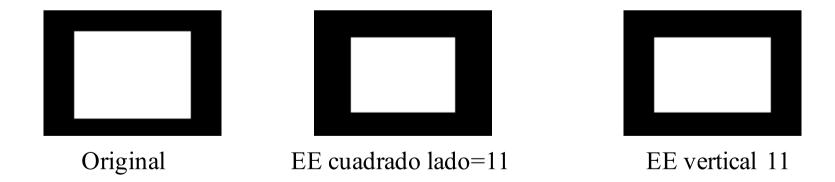
# 4.2. Morfología para imágenes binarias. Erosión



#### ¿Qué imagen corresponde a aplicar una erosión con un EE vertical/cuadrado?

#### Asuma que:

• El EE es simétrico y el origen está en el centro de gravedad de la correspondiente figura geométrica



### 4.2. Morfología para imágenes binarias. Erosión



Imagen original







EE: cuadrado y simétrico

Efectos de la **erosión** con EE cuyo origen pertenece a los puntos del primer plano del EE:

- reduce el tamaño de la regiones
- elimina elementos en los que no quepa el EE (pequeñas islas y protuberancias)

En este caso, la erosión es ... ¿extensiva o antiextensiva?

# 4.2. Algunos comentarios sobre la Erosión

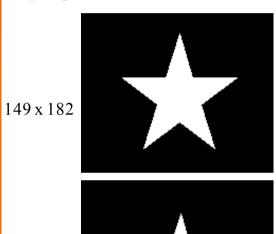


El resultado de la erosión **no tiene por qué ser un subconjunto de la imagen** original, depende de la posición del origen del EE.

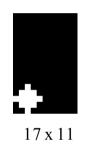
EE

Ejemplo con EE no simétrico

Ejemplo con EE no simétrico y cuyo origen no es primer plano













Resultado de la erosión





Superposición con la frontera de la imagen original (rojo)



### 4.2. Algunos comentarios sobre la Erosión



Ejemplo ilustrativo de cómo afecta el hecho de que el origen del EE sea primer plano o fondo.



Primer plano

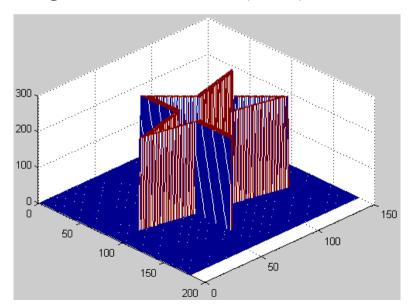
11 x 11

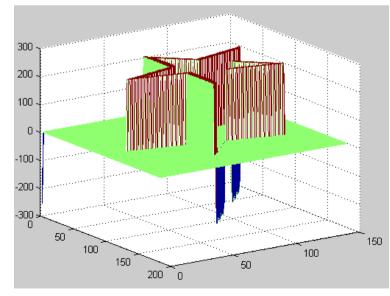


Fondo

11 x 11

Representación en 3D (mesh) de la diferencia entre Imagen original e Imagen erosionada





La erosión no es un subconjunto del conjunto original

# 4.2. Morfología para imágenes binarias. Dilatación



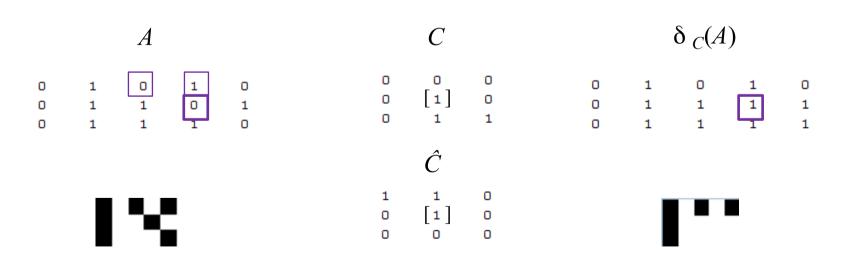
 $\triangleright$  Dilatación (dilation – to dilate: dilatar): operador  $\delta$ 

Dilatación de la imagen A por el EE C:

$$\delta_C(A) = A \oplus C = \{ \underline{x} \mid \hat{C}_x \cap A \neq 0 \}$$

Se obtiene en base a la reflexión de C con respecto a su origen y un desplazamiento <u>x</u>

El resultado de la dilatación son todos los puntos  $\underline{x}$  para los que la **traslación** de la **reflexión** del EE por  $\underline{x}$  intersecta con A



# 4.2. Morfología para imágenes binarias. Dilatación

Si:

- el *origen* del EE es un punto de primer plano y
- el EE es simétrico:

el resultado de la dilatación es el conjunto de puntos barridos por el *origen* del EE mientras algún punto de *C* intersecta con algún punto de A.



EE: disco de radio 15



Resultado de la dilatación

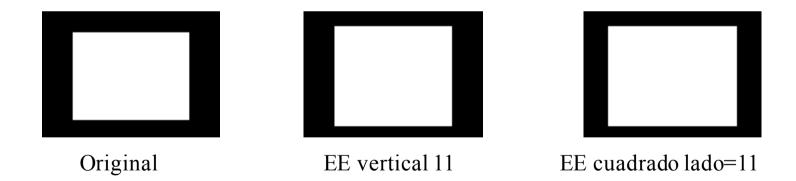


# 4.2. Morfología para imágenes binarias. Dilatación

ilatación \_\_\_\_

¿Qué imagen corresponde a aplicar una dilatación con un EE vertical/cuadrado?

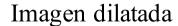
Asuma que el EE es simétrico y el origen está en el centro de gravedad de la correspondiente figura geométrica

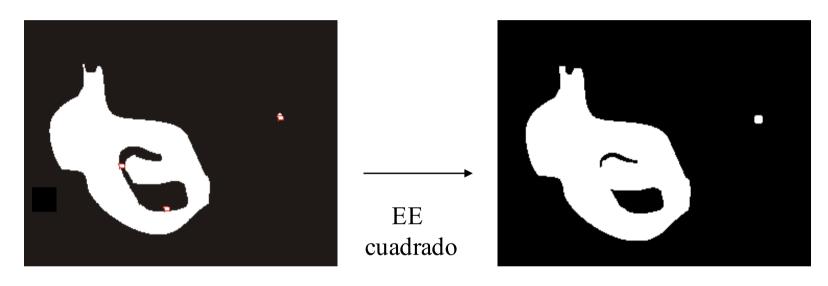


El modo en que crece una región depende del EE.



Imagen original





Efectos de la dilatación con EE cuyo origen pertenece a los puntos del primer plano del EE:

- aumenta el tamaño del objeto
- rellena entrantes en los que no quepa el EE (pequeños agujeros y bahías)

En este caso, la dilatación es ... ¿extensiva o antiextensiva?

¿Es la dilatación el (operador) inverso de la erosión?

$$\lambda = \delta_{\rm C}(\epsilon_{\rm C}({\rm A}))$$
 ?

## 4.2. Algunos comentarios sobre la Dilatación

<u>u</u>

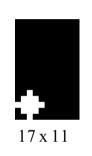
La dilatación tiene el efecto de aumentar el tamaño del objeto. Sin embargo, no es necesariamente cierto que la imagen dilatada tenga que contener a la imagen original.

Ejemplo con EE no simétrico

Ejemplo con EE no simétrico y cuyo origen no es primer plano









149 x 182



Resultado de la dilatación

EE





Superposición con la frontera de la imagen original (rojo)



# 4.2. Propiedades de los operadores Erosión y Dilatación



Erosión y dilatación son operadores **duales** con respecto al complementario de la imagen y a la reflexión del EE. Esta propiedad es especialmente útil cuando el EE es simétrico con respecto a su origen.

La erosión de A por B es el complementario de la dilatación del complementario de A con la reflexión de B.

$$(A \bigcirc B)^C = A^C \oplus \hat{B}$$

El complementario de la dilatación es la erosión del complementario de la imagen con el transpuesto del EE.

$$(A \oplus B)^C = A^C \bigcirc \hat{B}$$

Otra propiedad interesante es la de asociatividad

$$\varepsilon_{BI}(\varepsilon_{B2}(A)) = \varepsilon_{B3}(A)$$

$$\delta_{BI}(\delta_{B2}(A)) = \delta_{B3}(A)$$

$$B3 = \delta_{BI}(B2)$$

Es posible descomponer EE grandes como dilatación de varios pequeños

# 4.2. Propiedades de los operadores Erosión y Dilatación

B1=strel('diamond',2)

B2=B1



B3=strel('diamond',4)

# 4.2. Detección de contornos aplicando Erosión y Dilatación



Una aplicación directa de la erosión y dilatación es la detección de contornos

Para ello, el **EE** B debe ser suficientemente **pequeño** y **simétrico** respecto al origen. El contorno de un conjunto A se puede obtener como:

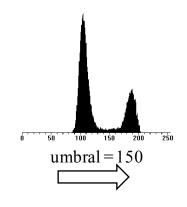
Contorno "interno":  $A - (A \bigcirc B)$ 

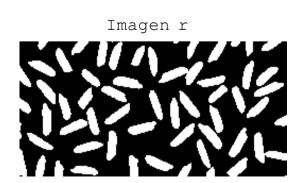
Contorno "externo":  $(A \oplus B) - A$ 

Gradiente morfológico:  $(A \oplus B) - (A \bigcirc B)$ 

donde el signo menos indica diferencia de conjuntos.







# 4.2. Detección de contornos aplicando Erosión y Dilatación



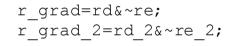
Imagen r Tamaño: 127 x 252

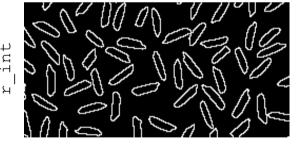


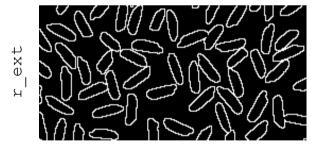
```
sq = strel('square',3); % cuadrado de tamaño 3x3
sq_2 = strel('square',5); % cuadrado de tamaño 5x5
```

```
re=imerode(r,sq);
r_int=r&~re;
re_2=imerode(r,sq_2);
r_int_2=r&~re_2;
```

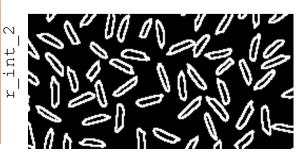
```
rd=imdilate(r,sq);
r_ext=rd&~r;
rd_2=imdilate(r,sq_2);
r_ext_2=rd_2&~r;
```















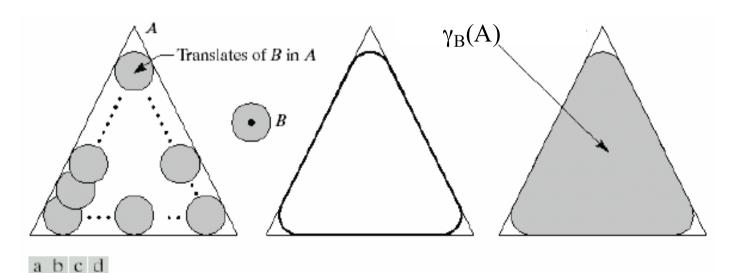
# 4.2. Morfología para imágenes binarias. Apertura



> Apertura (opening – to open): operador γ

Apertura de la imagen A por el EE B:  $\gamma_B(A) = \delta_B(\epsilon_B(A))$ 

Corresponde a la **composición** de erosión y dilatación con el mismo EE. El efecto de la apertura corresponde a **desplazar el EE B por el interior del conjunto A** y eliminar los puntos de primer plano por los que el EE **B** no puede pasar.



**FIGURE 9.8** (a) Structuring element *B* "rolling" along the inner boundary of *A* (the dot indicates the origin of *B*). (c) The heavy line is the outer boundary of the opening.
(d) Complete opening (shaded).

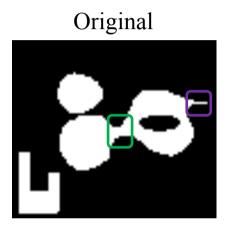
Figures tomades de Gonzalez, Woods, Digital

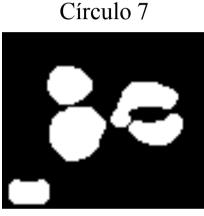
Image Processing (2nd Ed.), Prentice Hall, 2002

# 4.2. Morfología para imágenes binarias. Apertura

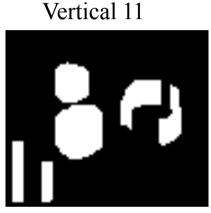


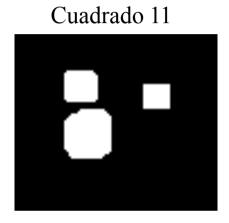
EE = {Vertical 11, Cuadrado lado 11, Círculo de diámetro 7}











Se denomina filtro porque suaviza el contorno de los objetos. Algunos efectos:

- ✓ redondear las esquinas donde no quepa el EE
- ✓ eliminar las protuberancias donde no quepa el EE
- ✓ separa objetos en puntos estrechos
- ✓ ¿es un operador idempotente?

Definición: el operador φ es idempotente si, al aplicarlo dos o más veces, el resultado es el mismo que si se aplicara una sola vez  $\Rightarrow \varphi(\varphi(Imagen)) = \varphi(Imagen)$ 

# rre

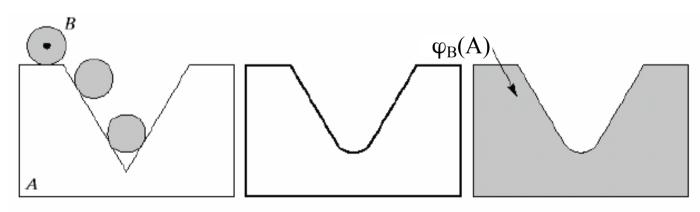
# 4.2. Morfología para imágenes binarias. Cierre

> Cierre (closing – to close): operador φ

Cierre de la imagen A por el EE B:

$$\varphi_{\rm B}({\rm A}) = \varepsilon_{\rm B}(\delta_{\rm B}({\rm A}))$$

Es el **operador dual de la apertura**. Corresponde a la composición de dilatación y erosión con el mismo EE. Intuitivamente, el resultado del cierre se obtiene desplazando el **EE** *B* por el **exterior del conjunto** *A* **y rellenando las zonas a las que** *B no alcanza* **(zonas por las que** *B* **no puede "pasar").** 



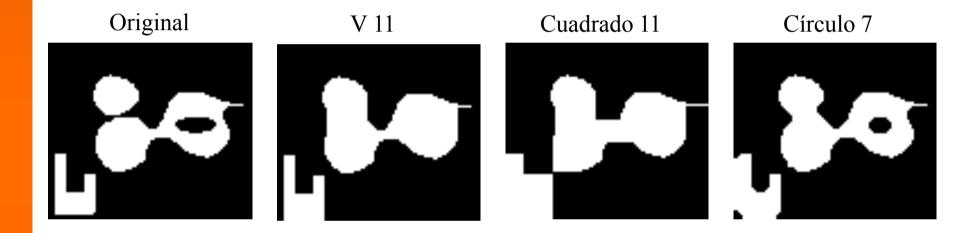
a b c

**FIGURE 9.9** (a) Structuring element B "rolling" on the outer boundary of set A. (b) Heavy line is the outer boundary of the closing. (c) Complete closing (shaded).



# 4.2. Morfología para imágenes binarias. Cierre

EE = {Vertical 11, Cuadrado lado 11, Círculo de diámetro 7}



Algunos efectos:

- ✓ rellena (cierra) agujeros pequeños donde no quepa el EE
- ✓ conecta objetos próximos
- ✓ ¿es un operador idempotente?

¿Qué operación es la que hace que el operador sea o no extensivo? Primera





### 4.2. Morfología para imágenes binarias. Cierre

#### Imagen original



#### Apertura con EE circular



Apertura con un EE simétrico es un operador antiextensivo:  $\delta_B(\epsilon_B(A)) = \gamma_B(A) \subset A$ 

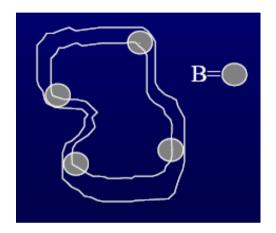
#### Cierre con EE circular



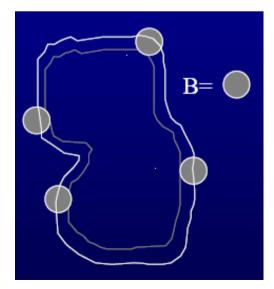
Cierre con un EE simétrico es un operador extensivo:  $A \subset \phi_B(A) = \epsilon_B(\delta_B(A))$ 

# Repaso de los operadores morfológicos presentados

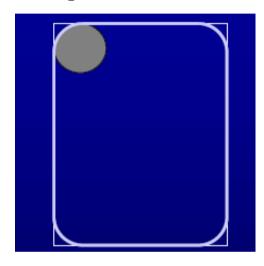
Erosión con EE B



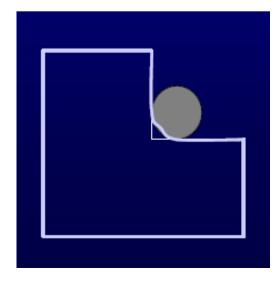
Dilatación con EE B



Apertura con EE B



Cierre con EE B



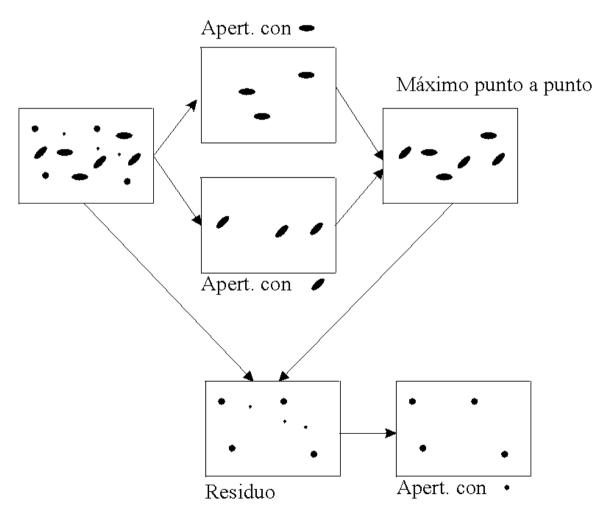
## 4.2. Banco de filtros morfológicos



Utilización de un *banco de filtros morfológicos binarios* para contar el número de granos de arroz, de garbanzos y de lentejas en una imagen binaria.

En **este ejemplo**, considere que los puntos de **primer plano** se representan con un nivel **oscuro**, y los píxeles asociados al fondo con un nivel claro.

**Residuo**: diferencia entre la imagen original y el resultado de una operación morfológica







Indicar qué operador morfológico y qué EE simétrico se ha aplicado sobre la imagen de la fila superior para obtener los resultados de la fila inferior



Operadores:

- Erosión
- Dilatación
- Apertura
- Cierre

Elemento Estructurante (EE):

- EE horizontal (H7)
- EE circular -disco- (C7)



Apertura H7



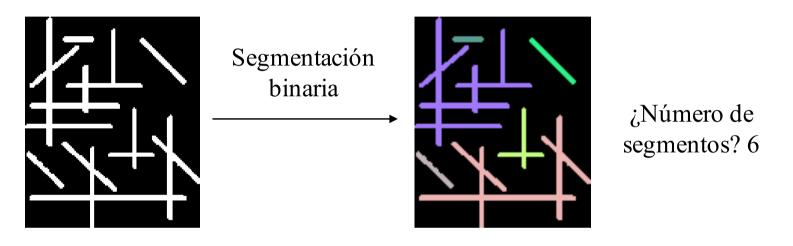
Cierre C7



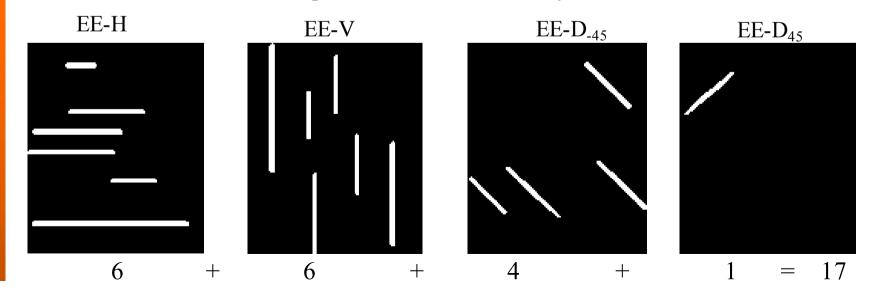
Erosión C7



### Indicar un procedimiento para determinar el número de segmentos rectos



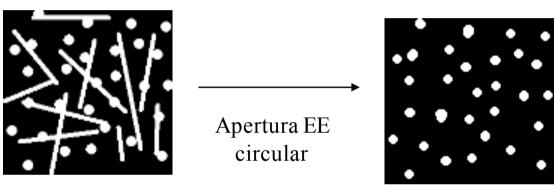
Si hacemos aperturas con EE de distinta forma ...

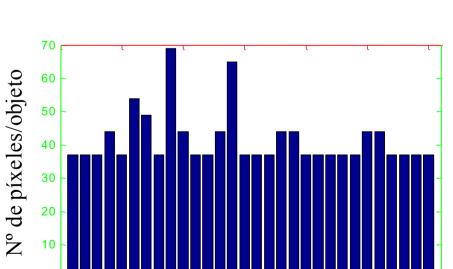




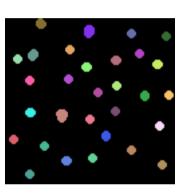


### Indicar un procedimiento para extraer el "círculo" más grande





objeto



Capa de segmentación (binaria)

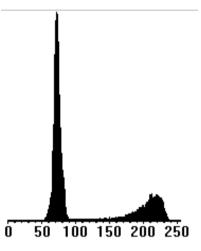




### Objetivo: Extraer los dedos de una mano



Original





Umbral 108



Apertura con C55



Residuo de la apertura





Apertura C13



Segmentación binaria 5 dedos



Superposición de los dedos segmentados en la mano



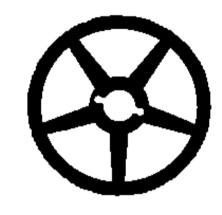
### Objetivo: extraer los dientes de la rueda



Original



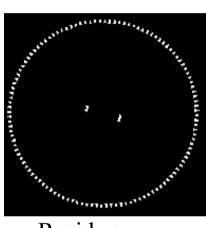
Dilatación C11



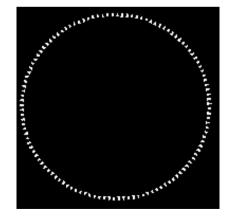
Cierre C7



Apertura C21

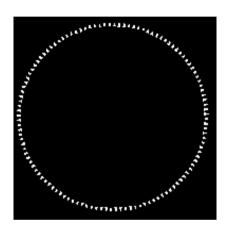


Residuo

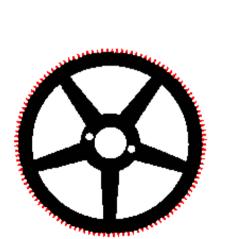


AND(Residuo, Apertura C21)





AND (Residuo, Apertura C21)





Segmentación binaria

120 dientes

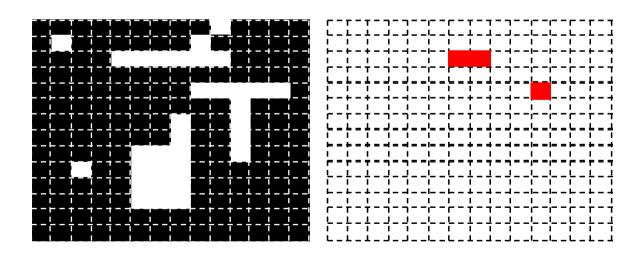
# Ejercicio de examen (Mayo 2012)



Sea la imagen binaria representada en la figura de la izquierda, sobre la que se ha superpuesto una cuadrícula (representada con líneas punteadas en blanco) para indicar la región asociada a cada píxel.

Represente sobre la cuadrícula correspondiente el resultado de aplicar distintas operaciones morfológicas. En todos los casos se supone que el EE es simétrico respecto a su centro.

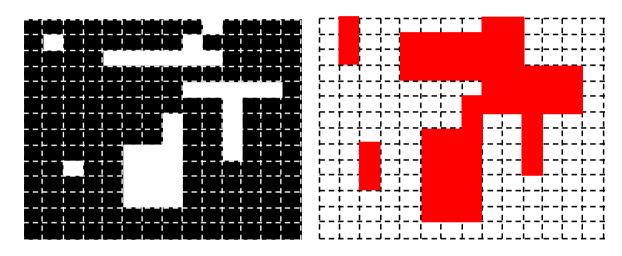
#### Erosión con un EE horizontal de longitud 5 píxeles



# Cont. ejercicio de examen (Mayo 2012)



### Dilatación con un EE vertical de longitud 3 píxeles



Apertura con un EE cuadrado de tamaño 3x3

