

Tina Truong
Laura Bantle

1	2	Σ
10 / 10	14 / 15	24 / 25

Übungsblatt 2

(Abgabe: 16. Nov 2021, 08:00)

Aufgabe 1

1. Gegeben sei eine Quelle Q mit 4 Symbolen und deren Auftrittswahrscheinlichkeiten.

	A	B	C	D
$p(X)$	0.5	0.2	0.18	0.12

Tip: Mit dem LaTeX Tabellen Editor könnt ihr auch leicht Trennlinien einfügen

a) Wie groß ist die Information I eines einzelnen Symbols?

	A	B	C	D
$p(X)$	0.5	0.2	0.18	0.12
$-\log_2(p(X))$	1	2.32	2.47	3.05

✓

b) Wie groß ist der Entscheidungsgehalt H_0 der Quelle?

$$H_0 = \log_2(\text{Elemente im Zeichenvorrat}) = \log_2(4) = 2 \quad \checkmark$$

c) Wie groß ist die Entropie $H(X)$ der Quelle?

$$\begin{aligned}
 & - (\\
 & \quad p(A) \times \log_2(p(A)) + \\
 & \quad p(B) \times \log_2(p(B)) + \\
 & \quad p(C) \times \log_2(p(C)) + \\
 & \quad p(D) \times \log_2(p(D)) \\
 &) = 0.5 * 1 + 0.2 * 2.32 + 0.18 * 2.47 + 0.12 * 3.05 \\
 & = 1.77 \quad \checkmark
 \end{aligned}$$

d) Wie groß wäre die Entropie bei gleicher Auftrittswahrscheinlichkeit der 4 Symbole?

Das würde 2 ergeben. ✓

e) Wie groß ist die Redundanz R_Q der Quelle?

$$R_Q = H_0 - H(X) = 2 - 1.77 = 0.23 \quad \checkmark$$

2. Gegeben sei eine Binärsequenz:

0001 0100 1010 0010 1000 1111 0010 0010

a) Berechne für Sequenz:

1. Entscheidungsgehalt $H_0 = \log_2(|\{0, 1\}|) = 1$ ✓
2. Entropie $H(Q) = -(P(1) \times \lg(P(1)) + P(2) \times \lg(P(2))) = 0.625 \cdot 0.678 + 0.375 \cdot 1.41 = 0.9525$ ✓
3. Redundanz pro Symbol $R = \bar{L} - H(Q) = 1 - 0.9525 = 0.0475$
und für die gesamte Nachricht mit $\bar{L} = 1 \Rightarrow R_Q = H_0 - H(Q) = 1 - 0.9525 = 0.0475$ ✓
↳ leichte Rundungsfehler, aber die Rechnungen sind richtig

b) 00, 11 = 0; 10, 01 = 1 \Rightarrow 0110 1101 1000 0101

1. Entscheidungsgehalt $H_0 = \log_2(|\{00, 11, 10, 01\}|) = 2$ ✓
2. Entropie $H(Q) = 0.375 \cdot 1.41 + 0.125 \cdot 3 + 0.375 \cdot 1.41 + 0.125 \cdot 3 = 1.8075$ ✓
3. Redundanz pro Symbol $R = \bar{L} - H(Q) = 2 - 1.8075 = 0.1925$
und für die gesamte Nachricht mit $\bar{L} = 2 \Rightarrow R_Q = H_0 - H(Q) = 2 - 1.8075 = 0.1925$ ✓

R und R_C sind gleich, da \bar{L} die dursch. Wortlänge dem Entscheidungsgehalt H_0 gleicht.

Aufgabe 2

siehe Python.

-1: Leider habe ich die letzte Frage übersehen