

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA INSTITUTO POLITECNICO SUPERIOR TÉCNICO EN INFORMÁTICA ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS AVANZADAS

Práctica 3 - Análisis de Algoritmos

1. Sea F_n la sucesión de Fibonacci:

$$\begin{array}{rcl} F_1 & = & 1 \\ F_2 & = & 1 \\ F_{n+2} & = & F_{n+1} + F_n \end{array}$$

Desarrollar fórmulas para las siguientes sumas:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{2i-1} \qquad \sum_{i=1}^{n} F_{2i}$$

2. Encontrar una forma cerrada para la siguiente sumatoria:

$$\sum_{i=0}^{n} a + bi$$

3. ¿Cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos? Probar las respuestas.

1.
$$n^2 \in O(n^3)$$

2.
$$n^2 \in \Omega(n^3)$$

3.
$$2^n \in \Theta(2^{n+1})$$

4.
$$n! \in \Theta((n+1)!)$$

4. Demostrar que $f \in \Theta(g)$ si y solo si $f \in O(g)$ y $g \in O(f)$

5. Sean $f, g: \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ as intóticamente no negativas y h(n) = f(n) + g(n), demostrar que

$$h(n) \in \Theta(\max(f(n), g(n)))$$

6. Dadas $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, demostrar las siguientes propiedades de las notaciones asintóticas:

- 1. O y Ω son transitivas
- 2. f asintóticamente no negativa $\Rightarrow f(n) \in \Theta(f(n))$

3.
$$f(n) \in O(g(n)) \Leftrightarrow g(n) \in \Omega(f(n))$$

4.
$$f(n) \in O(g(n)) \Rightarrow \forall k \in \mathbb{R}^+ \cdot k f(n) \in O(g(n))$$

5.
$$f(n) \in \Omega(g(n)) \Rightarrow \forall k \in \mathbb{R}^+ \cdot k f(n) \in \Omega(g(n))$$

7. Sean a, $b \in \mathbb{R}$ constantes, b positivo, probar que

1.
$$(n+a)^b \in \Theta(n^b)$$

2.
$$b^n \in \Theta(b^{n+a})$$

8. Dadas las siguientes definiciones en Haskell, calcular el Work de cada una de ellas.

```
num_1 0 = 1
num_1 n = sqrt(num_1 (n - 1)) + n
num_2 0 = 1
num_2 n = 2 * (num_2 (div n 2)) + 1
```

9. Dadas las siguientes definiciones en Haskell que implementan distintos algoritmos para multiplicar, escribir las ecuaciones correspondientes a Work:

10. Escribir las recurrencias de Work y Span de las siguientes funciones.