



Investigación Operativa I

Programación de recursos:

Método MAP y Algoritmo de Brooks

Aceleración de Proyectos

<http://invop.alumnos.exa.unicen.edu.ar/>

Métodos de nivelación de recursos

El requerimiento de un recurso puede estar irregularmente repartido a la largo del tiempo.

Esa irregularidad puede cuantificarse en base a:

- **Duración total del proyecto (por ej. variación de 7 días).**
- **Requerimiento del recurso (por ej. 28 unidades extras por posibles roturas).**
- **Requerimiento pico (por ej. 6 unidades cuando se retrasa la actividad X).**

Métodos de nivelación de recursos

- Objetivo:

Obtener un porcentaje de aprovechamiento de recursos aproximado al 100%.

DIA	RECURSOS
1	5
2	4
3	5
4	6
5	3
6	3
7	2
TOTAL	28

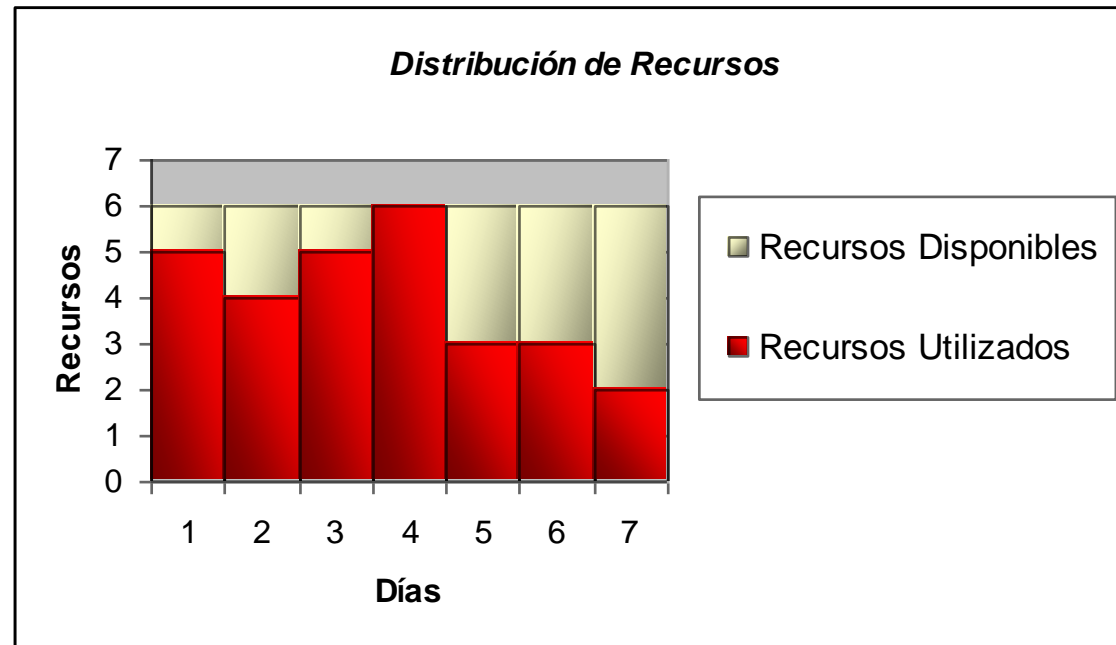
Promedio diario de
requerimientos de recursos
 $= 28 / 7 = 4$ unid/día

Eficiencia (e) =

Recursos Utilizados /
Recursos Disponibles para
absorber el pico

$$= 28 / (6 \times 7) = 0,66$$

=> 66 % de aprovechamiento

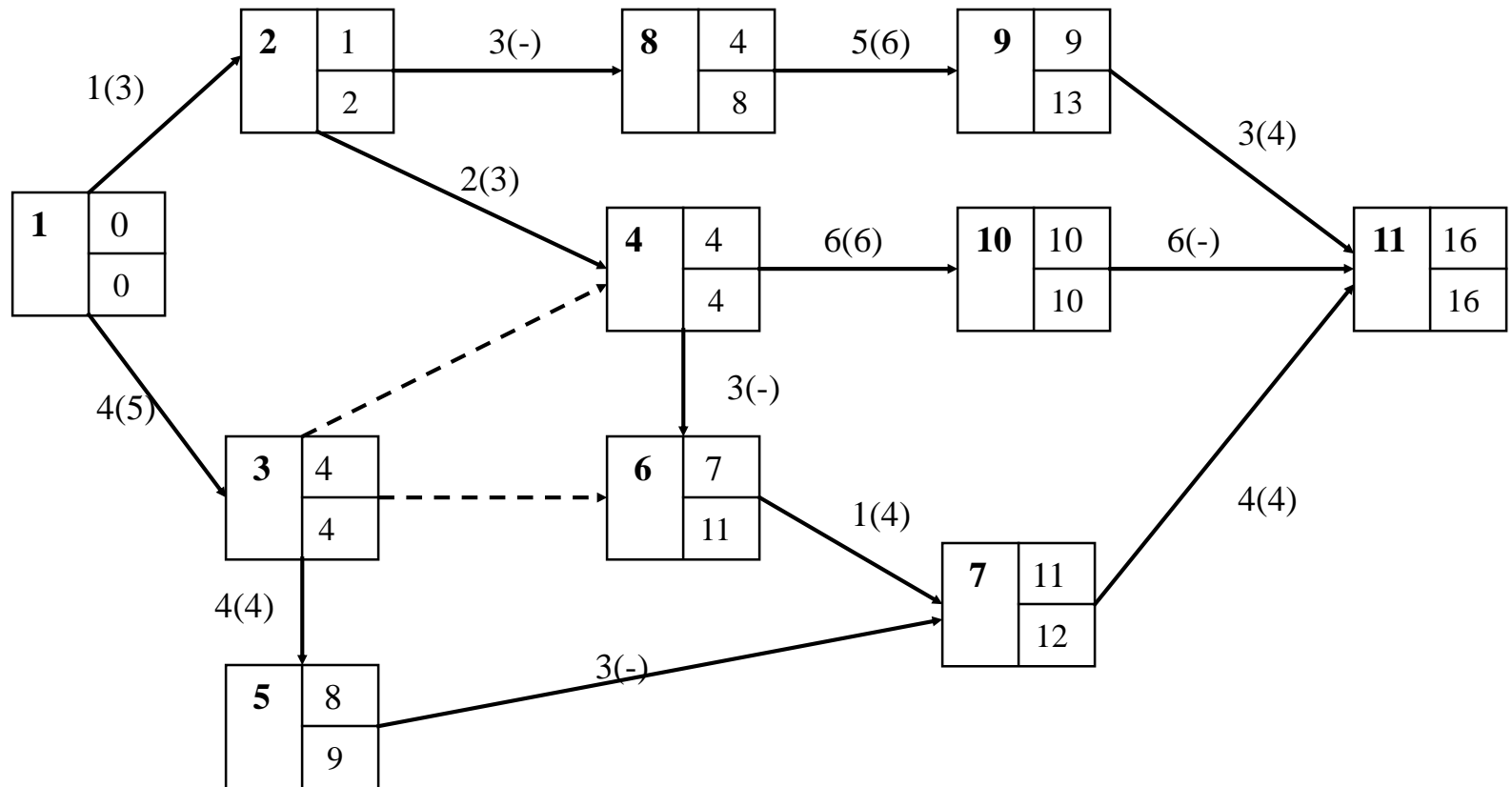


Métodos de nivelación de recursos

Análisis y balances de recursos. Recursos técnicos, financieros, materiales y humanos. Algoritmos de balances de recursos:

- Método MAP (**Procedimiento de Asignación de Mano de Obra – Manpower allocation procedure**)
- Algoritmo de **Brooks** (o de valor máximo para no superar un cierto nivel en el empleo de los recursos)

Caso de Estudio



Método MAP: Paso 1

Definir la disponibilidad del recurso en cada día de ejecución del proyecto. La disponibilidad máxima diaria no podrá ser menor que el requerimiento diario de cada una de las tareas consideradas aisladamente.

- **En nuestro ejemplo tomaremos una disponibilidad de 10 unidades diarias.**

MAP: Paso 2

Ordenar las actividades del proyecto por su primera fecha de comienzo (Fti) formando un listado con los siguientes elementos:

- **código de actividad i-j;**
- **duración;**
- **cantidad necesaria de recursos por día;**
- **fecha temprana del nodo i;**
- **fecha temprana del nodo j;**
- **fecha tardía del nodo j;**
- **margen total de la actividad;**

Caso de estudio (paso 2)

Nodo i-j	Duración	Recurso	Fti	Ftj	FTj	Mt
1 – 3	4	5	0	4	4	0
1 – 2	1	3	0	1	2	1
2 – 4	2	3	1	4	4	1
2 – 8	3	-	1	4	8	4
3 – 4	0	-	4	4	4	0
4 – 10	6	6	4	10	10	0
3 – 5	4	4	4	8	9	1
4 – 6	3	-	4	7	11	4
8 – 9	5	6	4	9	13	4
3 – 6	0	-	4	7	11	7
6 – 7	1	4	7	11	12	4
5 – 7	3	-	8	11	12	1
9 – 11	3	4	9	16	16	4
10 – 11	6	-	10	16	16	0
7 – 11	4	4	11	16	16	1

MAP: Paso 2 (continuación)

Adicionalmente se prepara otra tabla para realizar la asignación.

- **Deberá disponer de un renglón para cada día de desarrollo del proyecto.**
- **En cada renglón se pondrán las actividades que pueden comenzar en el día correspondiente.**
- **Se definirá un elemento de control llamado “reloj”, que se irá ubicando en la fecha más próxima en que puedan comenzar tareas, ya sea por la finalización de las precedentes o por la liberación de recursos.**
- **Comenzar el reloj en cero, considerar todas las tareas que pueden comenzar en esa fecha y todas las que pudiendo comenzar antes no lo han hecho.**



Caso de Estudio

RELOJ	TAREAS	RECURSOS
0		

MAP: Paso 3



En cada posición de reloj se tendrán las tareas que pueden comenzar, según los siguientes criterios de prioridades:

- **Actividades ficticias (entre paréntesis).**
- **Actividades que no insumen el recurso (entre doble paréntesis).**
- **Actividades que insumen recurso, con margen total mínimo.**
- **Dentro de las que posean el mismo margen total, mayor requerimiento total del recurso.**
- **En última instancia, por código de actividad.**

MAP: Paso 4

- Si una tarea considerada para una posición del reloj, no es asignada para esa fecha se incrementará su fecha de comienzo en un valor igual a la diferencia entre la actual y la subsiguiente posición del reloj.
- Con esta nueva fecha de comienzo se calculará su fecha de finalización. En caso de ser ésta superior a la Ftj la reemplazará para esta tarea y para todas aquellas donde j sea el nodo de comienzo. Si la fecha de finalización es mayor que la FTj deberá reemplazarse tal valor en todas las tareas donde j sea el nodo final.
- Actualizar los márgenes totales.

MAP: Paso 5

- **Iterar sobre los pasos 3 y 4 hasta que se haya completado la programación de actividades.**

Nodo i-j	Dur	Recur	Fti	Ftj	FTj	Mt	Nodo i-j	Dur	Recur	Fti	Ftj	FTj	Mt
1 – 3	4	5	0	4	4	0	8 – 9	5	6	4	9	13	4
1 – 2	1	3	0	1	2	1	3 – 6	0	-	4	7	11	7
2 – 4	2	3	1	4	4	1	6 – 7	1	4	7	11	12	4
2 – 8	3	-	1	4	8	4	5 – 7	3	-	8	11	12	1
3 – 4	0	-	4	4	4	0	9 – 11	3	4	9	16	16	4
4 – 10	6	6	4	10	10	0	10 – 11	6	-	10	16	16	0
3 – 5	4	4	4	8	9	1	7 – 11	4	4	11	16	16	1
4 – 6	3	-	4	7	11	4							

RELOJ	TAREAS	RECURSOS
0	1-3 1-2	10 /5 2
1	1-3 ((2-8)) 2-4	10 /5 2
2	1-3 ((2-8)) 2-4	10 /5 2
3	1-3 ((2-8))	10 /5
4	(3-4) (3-6) ((4-6)) 4-10 3-5	10 /4 0
5	((4-6)) 4-10 3-5	10 /4 0
6	((4-6)) 4-10 3-5	10 /4 0

Reloj en 4: tareas a considerar 3-4 4-10 3-5 4-6 8-9 3-6

Prioridades: (3-4) (3-6) ((4-6)) 4-10 3-5 8-9

Caso de Estudio

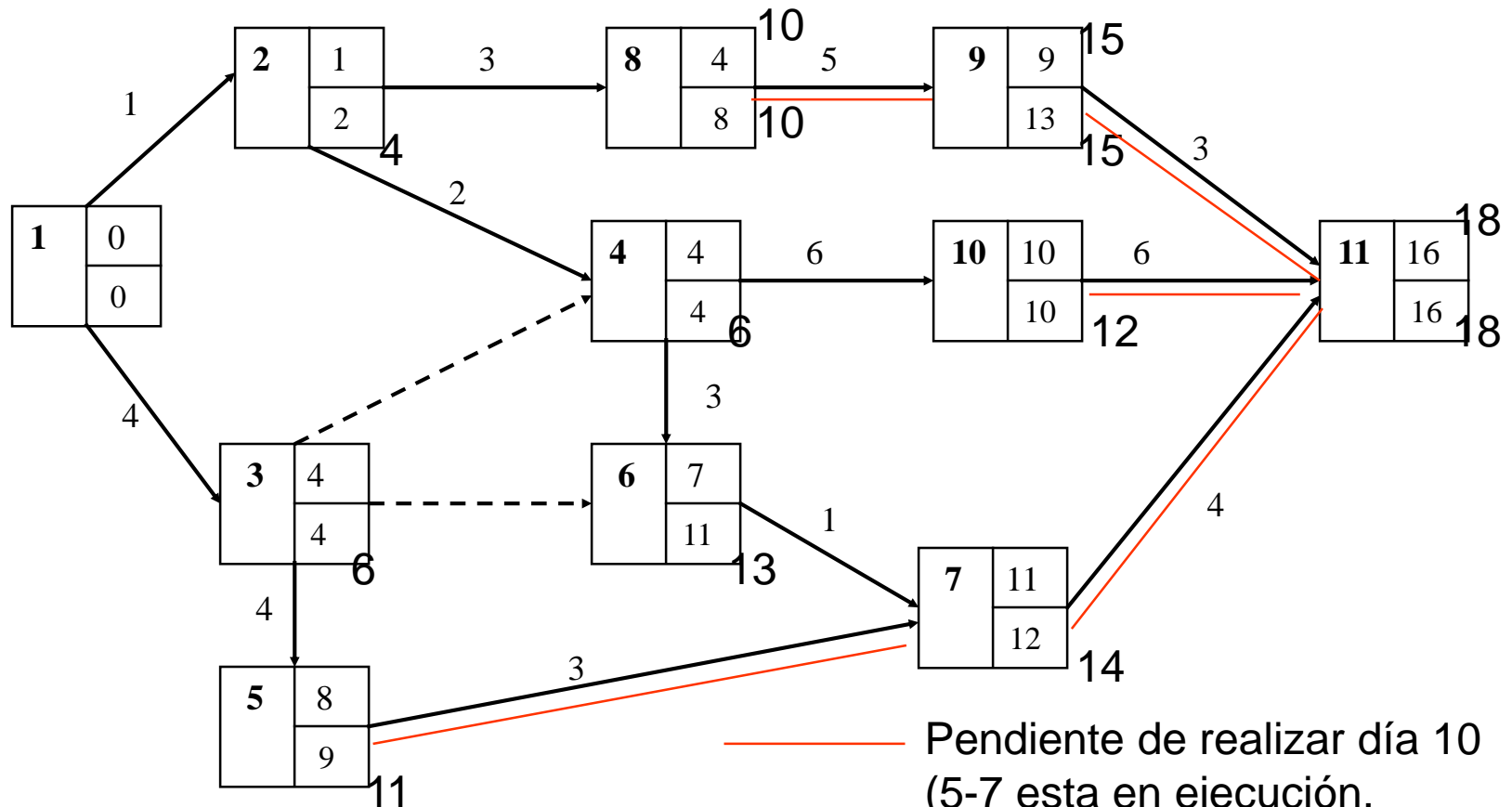
RELOJ	TAREAS	RECURSOS
7	4-10 3-5	10 / 4 0
8	((5-7)) 4-10 6-7	10 / 4 0
9	((5-7)) 4-10	10 4
10	((5-7)) 8-9 ((10-11))	10 4
11	8-9 ((10-11)) 7-11	10 / 4 0
12	8-9 ((10-11)) 7-11	10 / 4 0
13	8-9 ((10-11)) 7-11	10 / 4 0

Tareas re-programadas: 8-9 necesita 6 recursos, debe esperar hasta el día 10

6-7 espera hasta el día 8

Se extiende el proyecto en 2 días, lo que implica un cambio de la FTn, por lo tanto hay que actualizar las fechas tardías y los márgenes de todas las actividades involucradas.

Caso de Estudio



Pendiente de realizar día 10
(5-7 esta en ejecución,
8-9 y 10-11 comienzan)

Caso de estudio

Nodo i-j	Duración	Recurso	Fti	Ftj	FTj	Mt
1 – 3	4	5	0	4	4 6	0 2
1 – 2	1	3	0	1	2 4	1 3
2 – 4	2	3	1	4	4 6	1 3
2 – 8	3	-	1	4 10	8 10	4 6
3 – 4	0	-	4	4	4 6	0 2
4 – 10	6	6	4	10	10 12	0 2
3 – 5	4	4	4	8	9 11	1 3
4 – 6	3	-	4	7	11 13	4 6
8 – 9	5	6	4 10	9 15	13 15	4 0
3 – 6	0	-	4	7	11 13	7 9
6 – 7	1	4	7	11	12 14	4 6
5 – 7	3	-	8	11	12 14	1 3
9 – 11	3	4	9 15	16 18	16 18	4 0
10 – 11	6	-	10	16 18	16 18	0 2
7 – 11	4	4	11	16 18	16 18	1 3

Caso de Estudio

RELOJ	TAREAS	RECURSOS
14	8-9 ((10-11)) 7-11	10 / 4 0
15	((10-11)) 9-11	10 / 6
16	9-11	10 / 6
17	9-11	10 / 6
18		

Algoritmo de Brooks

- **Este algoritmo tiene los mismos objetivos que el MAP difiriendo esencialmente en cuanto al método para la definición de prioridades de las tareas.**
- **La definición de prioridades se basa en el concepto de máxima trayectoria remanente correspondiente a cada actividad (MTR_{i-j})**
- **MTR_{i-j} = Máximo valor de las sumas de las duraciones correspondientes a todas las actividades seriadas, pertenecientes a cada uno de los posibles caminos de la red que contiene la actividad $i-j$, comprendidas entre el nodo i y el nodo final del proyecto**

Trayectoria máxima remanente

Ejemplos:

$$\text{MTR}_{2-8} = t_{2-8} + t_{8-9} + t_{9-11} = 11$$

$$\begin{aligned} \text{MTR}_{2-4} &= \text{Max} (t_{2-4} + t_{4-10} + t_{10-11} , \quad t_{2-4} + t_{4-6} + t_{6-7} + t_{7-11}) \\ &= \text{Max} (14, 10) = 14 \end{aligned}$$

Trayectoria máxima remanente

Forma práctica:

$$MTR_{i-j} = Ft_n - Ft_i - Mt_{i-j}$$

$$Mt_{i-j} = FT_j - (Ft_i + di-j) = FT_j - PFFi-j$$

- Ft_n : Fecha temprana de terminación del proyecto
- Ft_i : Fecha temprana del nodo origen
- Mt_{i-j} : Margen total de la actividad i-j.

Concepto necesario

Conjunto base correspondiente a un instante cualquiera: todas las actividades que pueden ser programadas en un instante.

- **Es necesario que la primera fecha de comienzo de la actividad (PFC) sea anterior o coincidente con ese instante y las actividades precedentes se hayan cumplido totalmente;**
- **Esto no significa que la actividad será programada en esa fecha sino que podrá serlo si hay recurso disponible.**

Metodología de trabajo

Dos posibles situaciones:

- **a) Cuando la disponibilidad de recurso varía a lo largo del tiempo**
- **b) Cuando la disponibilidad de recurso es constante.**

Paso 1 a) y b)

Definir la disponibilidad del recurso en cada día de ejecución del proyecto. La disponibilidad máxima diaria no podrá ser menor que el requerimiento diario de cada una de las tareas consideradas aisladamente.

Caso de estudio

Nodo i-j	Duración	Recurso	Fti	Ftj	FTj	Mt	MTR
1-3	4	5	0	4	4	0	16
1-2	1	3	0	1	2	1	15
2-4	2	3	1	4	4	1	14
2-8	3	-	1	4	8	4	11
3-4	0	-	4	4	4	0	12
4-10	6	6	4	10	10	0	12
3-5	4	4	4	8	9	1	11
4-6	3	-	4	7	11	4	8
8-9	5	6	4	9	13	4	8
3-6	0	-	4	7	11	7	5
6-7	1	4	7	11	12	4	5
5-7	3	-	8	11	12	1	7
9-11	3	4	9	16	16	4	3
10-11	6	-	10	16	16	0	6
7-11	4	4	11	16	16	1	4

Paso 2 a) y b)

Listar las actividades del proyecto en orden decreciente de magnitud de la máxima trayectoria remanente incluyendo:

- **código de actividad i-j;**
- **duración;**
- **cantidad necesaria de recursos por día;**
- **fecha temprana del nodo i;**
- **máxima trayectoria remanente.**

Caso de estudio

Actividad

MTR

PFC

Recurso

Duración

Comienzo

Finalización

1-3	1-2	2-4	3-4	4-10	3-5	2-8	4-6	8-9	5-7	10-11	6-7	3-6	7-11	9-11
16	15	14	12	12	11	11	8	8	7	6	5	5	4	3
0	0	1	4	4	4	1	4	4	8	10	7	4	11	9
5	3	3	-	6	4	-	-	6	-	-	4	-	4	4
4	1	2	0	6	4	3	3	5	3	6	1	0	4	3

Paso 3, a) y b)

Registrar el instante inicial, el valor del recurso disponible y el primer conjunto base. Las actividades del conjunto base estarán ordenadas de arriba hacia abajo según valores decrecientes de sus MTR (orden en que se encuentran al recorrer la tabla de izquierda a derecha).

Para el caso a) se deben colocar además, todas las fechas correlativas del reloj y los valores de todos los recursos disponibles en cada una de dichas fechas.

Caso de estudio

Reloj

Rec. Disp.

Conj.
base
ordenado
por MTR

0														
10														
1-3														
1-2														

Paso 4

- a) **Elegir el primero de los elementos del conjunto base y programarlo si el requerimiento de recurso de la actividad no supera al recurso disponible en esa fecha de reloj y en todos los días sucesivos hasta completar su duración. Si la actividad puede programarse se reducirá el recurso disponible en esa fecha y las siguientes hasta completar la actividad.**
- b) **Elegir el primero de los elementos del conjunto base y programarlo si el requerimiento de recurso de la actividad no supera al recurso disponible en esa fecha del reloj. Si la actividad puede programarse se reducirá el recurso disponible en esa fecha. Toda reducción de recurso se hace por un monto igual al requerimiento de la actividad que se programa.**

Caso de estudio

Actividad
MTR
PFC
Recurso
Duración
Comienzo
Finalización

1-3	1-2	2-4	3-4	4-10	3-5	2-8	4-6	8-9	5-7	10-11	6-7	3-6	7-11	9-11
16	15	14	12	12	11	11	8	8	7	6	5	5	4	3
0	0	1	4	4	4	1	4	4	8	10	7	4	11	9
5	3	3	-	6	4	-	-	6	-	-	4	-	4	4
4	1	2	0	6	4	3	3	5	3	6	1	0	4	3
0														
4														

Paso 4 (continuación)

a) y b) Se indicará la fecha de comienzo y de finalización de la actividad y se colocará un círculo alrededor de su código en el conjunto base. Se pasará a la siguiente actividad del conjunto y se la programará o no de acuerdo con lo descrito en el Paso 4 a) ó b), según sea el caso.

Se seguirá repitiendo sistemáticamente el mismo análisis con las actividades siguientes hasta concluir con todas las del conjunto base.

Caso de estudio

Reloj

Rec. Disp.

Conj.
base
ordenado
por MTR

0														
5														
10														
1-3														
1-2														

Paso 5

- a) **Elegir el mínimo valor de las PFC de las actividades no programadas. Ese instante será la nueva posición de reloj a la que debe trasladarse el análisis.**
- b) **Elegir el valor mínimo entre las fechas de terminación de actividades ya programadas que superan a la última posición del reloj y las primeras fechas de comienzo de las actividades no programadas. Ese instante será la nueva posición del reloj e indicará la posibilidad de que varíe el uso del recurso en cuestión. En la nueva posición del reloj el recurso total disponible inicialmente deberá reducirse en una magnitud igual a la suma de requerimientos diarios de las actividades ya programadas, cuya fecha de finalización supera a la nueva posición del reloj.**

Paso 5 (continuación)

- a) y b) Se definirá el conjunto base correspondiente a la nueva posición del reloj; se tendrá en cuenta que deberán pertenecer a él todas las actividades no programadas del conjunto base anterior y las actividades cuya PFC sea inferior o igual a la posición del reloj y cuyas actividades precedentes se hayan cumplido totalmente o sean ficticias con su PFC coincidente con la posición del reloj.**

Se reiteran las etapas 4 y 5 hasta completar la programación de todas las actividades del proyecto.

Caso de estudio

Actividad
MTR
PFC
Recurso
Duración
Comienzo
Finalización

1-3	1-2	2-4	3-4	4-10	3-5	2-8	4-6	8-9	5-7	10-11	6-7	3-6	7-11	9-11
16	15	14	12	12	11	11	8	8	7	6	5	5	4	3
0	0	1	4	4	4	1	4	4	8	10	7	4	11	9
5	3	3	-	6	4	-	-	6	-	-	4	-	4	4
4	1	2	0	6	4	3	3	5	3	6	1	0	4	3
0	0													
4	1													

Caso de estudio

Reloj

Rec. Disp.

Conj.
base
ordenado
por MTR

0														
5 2														
10														
1-3														
1-2														

Caso de estudio

Actividad
MTR
PFC
Recurso
Duración
Comienzo
Finalización

1-3	1-2	2-4	3-4	4-10	3-5	2-8	4-6	8-9	5-7	10-11	6-7	3-6	7-11	9-11
16	15	14	12	12	11	11	8	8	7	6	5	5	4	3
0	0	1	4	4	4	1	4	4	8	10	7	4	11	9
5	3	3	-	6	4	-	-	6	-	-	4	-	4	4
4	1	2	0	6	4	3	3	5	3	6	1	0	4	3
0	0	1				1								
4	1	3				4								

Caso de estudio

Reloj

Rec. Disp.

Conj.
base
ordenado
por MTR

0	1													
5 2 10	5 2 10													
1-3	2-4													
1-2	2-8													

Caso de estudio

Actividad

MTR

PFC

Recurso

Duración

Comienzo

Finalización

1-3	1-2	2-4	3-4	4-10	3-5	2-8	4-6	8-9	5-7	10-11	6-7	3-6	7-11	9-11
16	15	14	12	12	11	11	8	8	7	6	5	5	4	3
0	0	1	4	4	4	1	4	4	8	10	7	4	11	9
5	3	3	-	6	4	-	-	6	-	-	4	-	4	4
4	1	2	0	6	4	3	3	5	3	6	1	0	4	3
0	0	1				1								
4	1	3				4								

Caso de estudio

Reloj

Rec. Disp.

Conj.
base
ordenado
por MTR

0	1	3	4											
5	5	5	10											
2	2	10												
10	10													
1-3	2-4		3-4											
1-2	2-8		4-10											
			3-5											
			4-6											
			8-9											
			3-6											

Caso de estudio

Actividad
MTR
PFC
Recurso
Duración
Comienzo
Finalización

1-3	1-2	2-4	3-4	4-10	3-5	2-8	4-6	8-9	5-7	10-11	6-7	3-6	7-11	9-11
16	15	14	12	12	11	11	8	8	7	6	5	5	4	3
0	0	1	4	4	4	1	4	4	8	10	7	4	11	9
5	3	3	-	6	4	-	-	6	-	-	4	-	4	4
4	1	2	0	6	4	3	3	5	3	6	1	0	4	3
0	0	1	4	4	4	1	4					4		
4	1	3	4	10	8	4	7					4		

Caso de estudio

Reloj

Rec. Disp.

Conj.
base
ordenado
por MTR

0	1	3	4											
5 2 10	5 2 10	5 10	4 0 10											
1-3	2-4		3-4											
1-2	2-8		4-10											
			3-5											
			4-6											
			8-9											
			3-6											

Caso de estudio

Actividad
MTR
PFC
Recurso
Duración
Comienzo
Finalización

1-3	1-2	2-4	3-4	4-10	3-5	2-8	4-6	8-9	5-7	10-11	6-7	3-6	7-11	9-11
16	15	14	12	12	11	11	8	8	7	6	5	5	4	3
0	0	1	4	4	4	1	4	4	8	10	7	4	11	9
5	3	3	-	6	4	-	-	6	-	-	4	-	4	4
4	1	2	0	6	4	3	3	5	3	6	1	0	4	3
0	0	1	4	4	4	1	4	10	8	10	8	4	11	15
4	1	3	4	10	8	4	7	15	11	16	9	4	15	18

Caso de estudio

Reloj

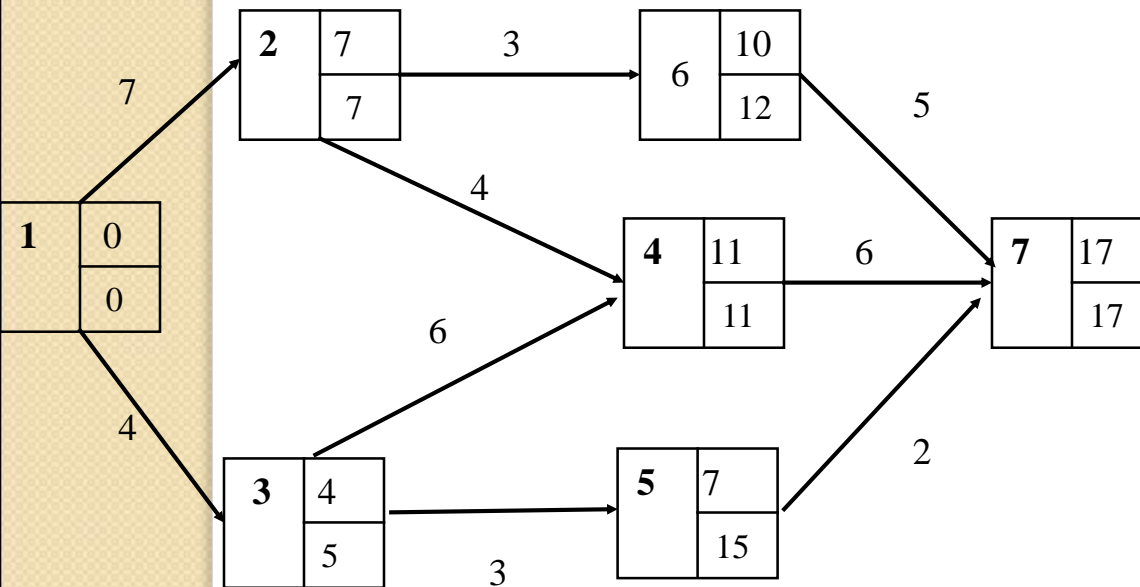
Rec. Disp

Conj.
base
ordenado
por MTR

0	1	3	4	7	8	9	10	11	15	16	18	
5 2 10	5 2 10	5 10	4 0 10	4 0 10	4 10	4 10	4 10	4 0 10	6 10	6 10	10	
1-3	2-4		3-4	8-9	8-9	8-9	8-9	7-11	9-11			
1-2	2-8		4-10	6-7	5-7		10-11					
			3-5		6-7							
			4-6									
			8-9									
			3-6									

Aceleración del proyecto a costo mínimo

Caso de Estudio



Activ.	Te (sem)	Min.Tec. (sem)	Costo acel. \$ (sem)
1-2	7	5	100.000
1-3	4	2	50.000
2-4	4	2	50.000
2-6	3	3	-
3-4	6	4	75.000
3-5	3	1	100.000
4-7	6	4	75.000
5-7	2	2	-
6-7	5	5	-

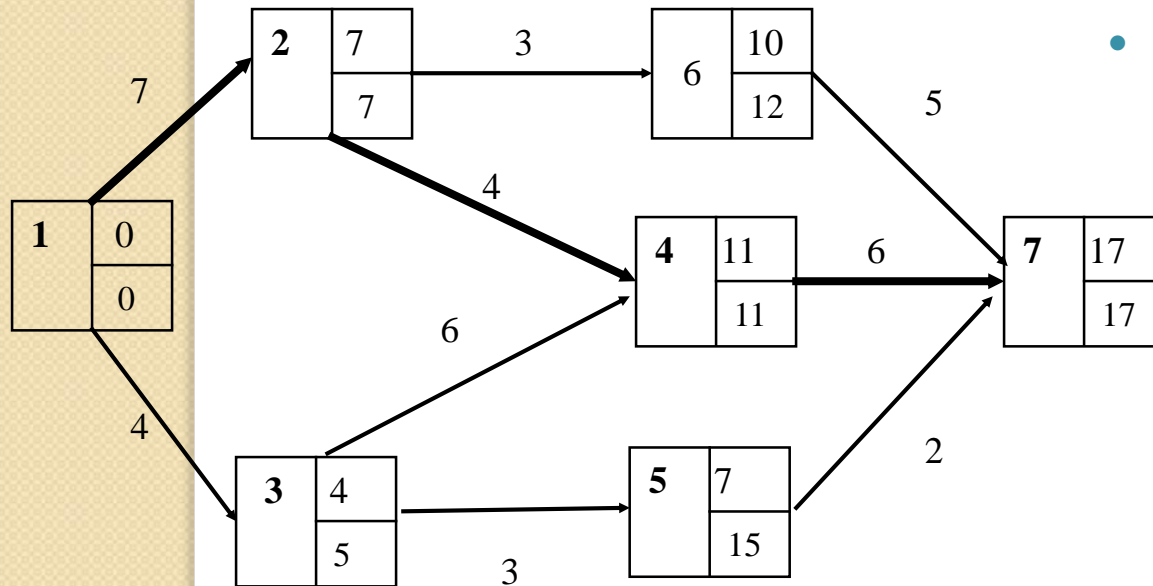
Beneficio semanal de reducción: \$120.000

Activ.	Te (sem)	Min.Tec. (sem)	Costo acel. \$ (sem)
1-2	7	5	100.000
1-3	4	2	50.000
2-4	4	2	50.000
2-6	3	3	-
3-4	6	4	75.000
3-5	3	1	100.000
4-7	6	4	75.000
5-7	2	2	-
6-7	5	5	-

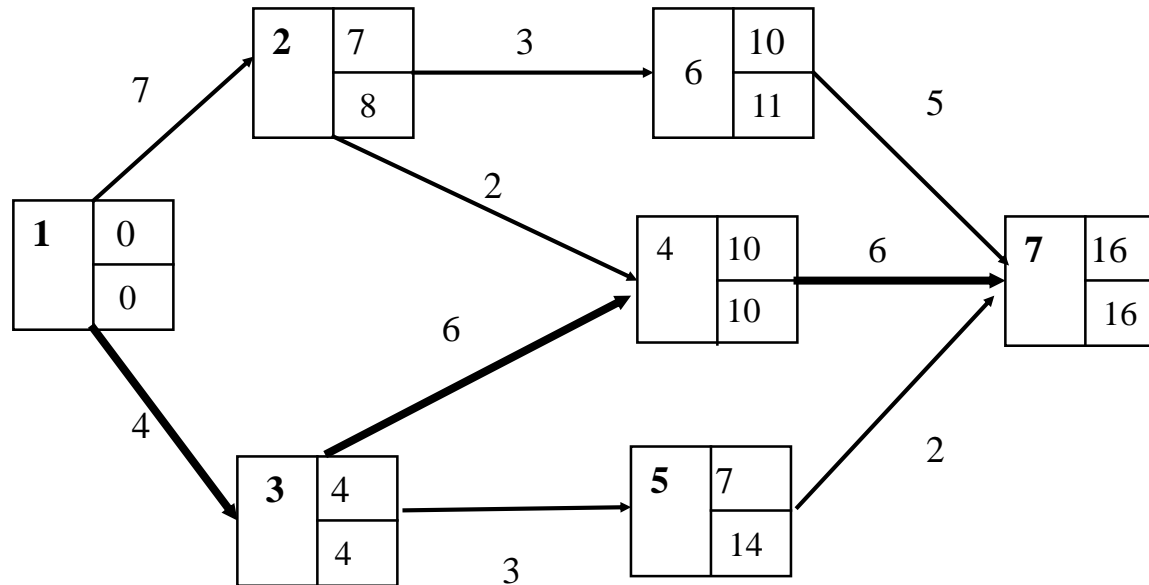
Caso de Estudio

- Analizaremos aceleración al máximo posible para balancear costos con beneficios.
- Camino crítico: 1-2-4-7
- Posibilidades de aceleración:
 - 1 - 2 (2 semanas) \$ 100.000 c/u
 - 2 - 4 (2 semanas) \$ 50.000 c/u
 - 4 - 7 (2 semanas) \$ 75.000 c/u

Elegimos la de menor costo: acelerar 2 semanas la 2 – 4 a un costo de 100.000 \$



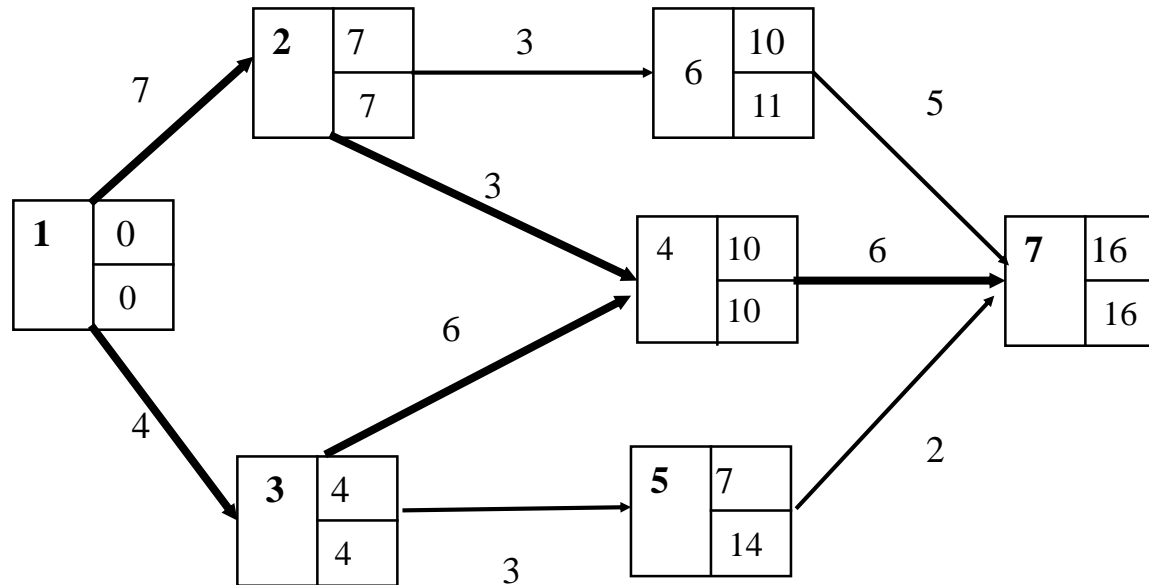
Caso de Estudio



Camino crítico:
1-3-4-7

No es lo mejor
porque nos
costó 100.000
y sólo redujo
1 semana el
proyecto

Caso de Estudio



Entonces en lugar de reducirla en 2 semanas la reduzco en 1 semana, y obtengo el mismo beneficio a menor costo

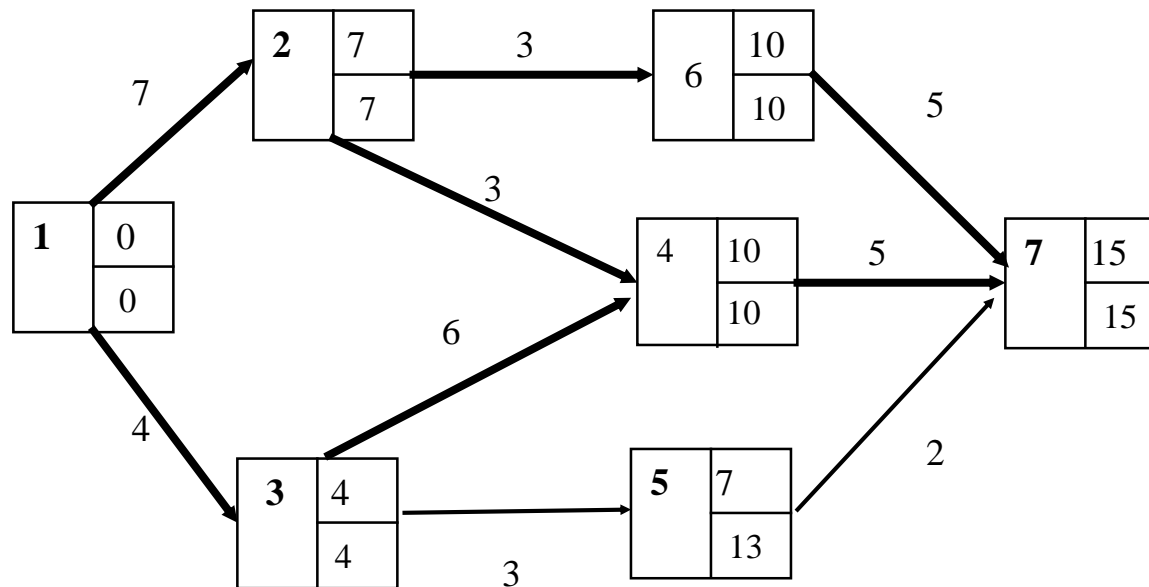
Caminos críticos:

1-2-4-7

1-3-4-7

Caso de Estudio

Necesito hacer la misma reducción sobre ambos caminos críticos: tomo la 4-7 a un costo de 75.000 \$



Caminos críticos:

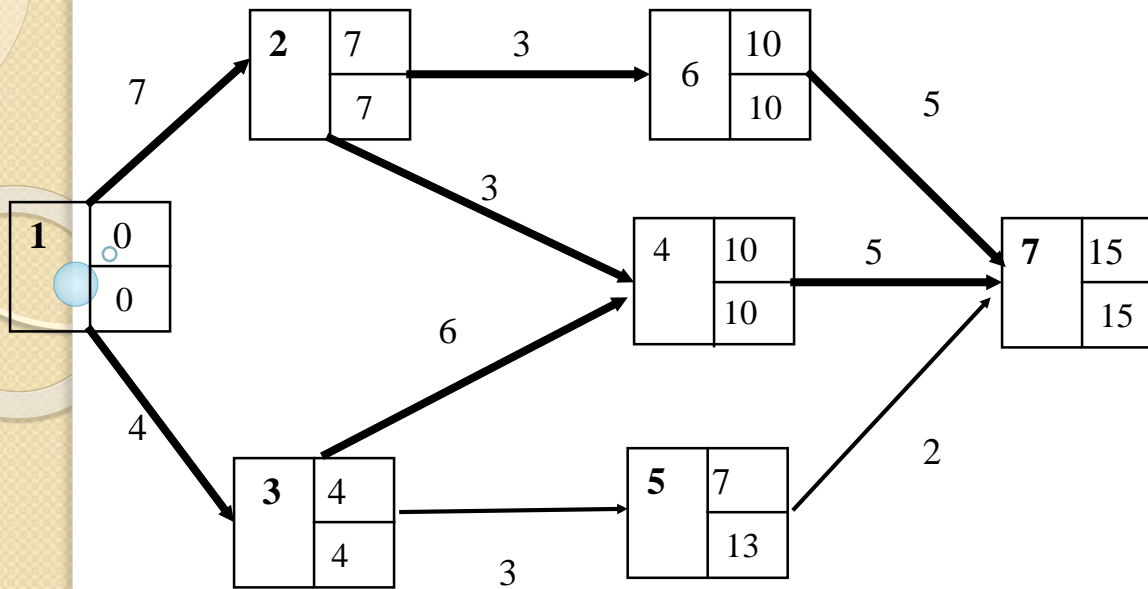
1-2-6-7

1-2-4-7

1-3-4-7

Están en límite técnico: 2-6 y 6-7

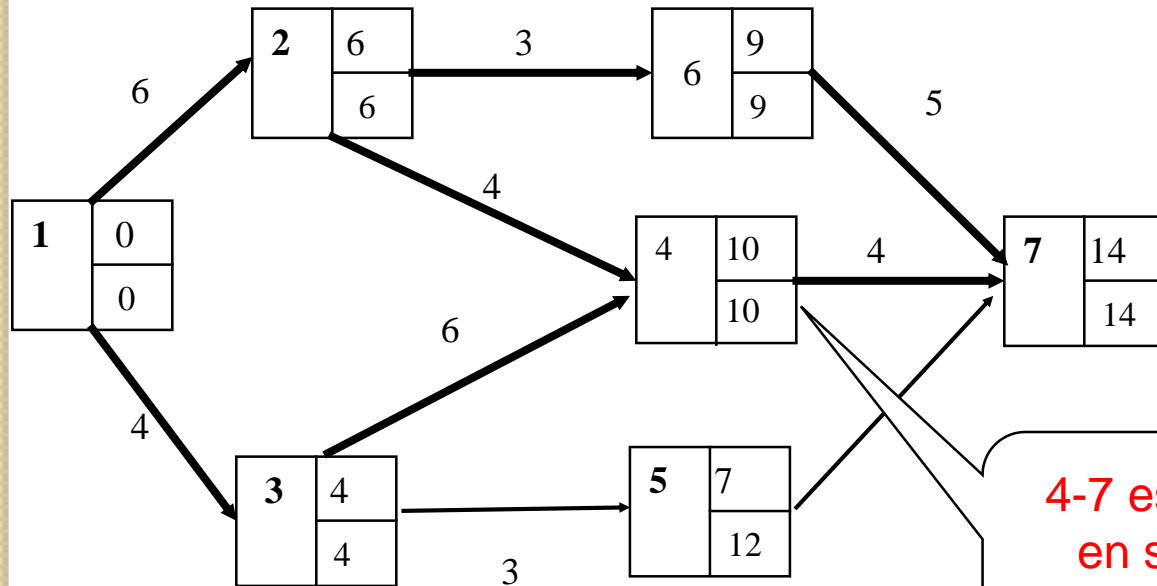
Caso de Estudio



Acelerando 1-2 a un costo de \$ 100.000 abarco 2 caminos críticos, faltaría el tercero que puedo acelerarlo de varias maneras:

- **Acelerar 1 - 3 a un costo de \$ 100.000**
- **Acelerar 3 - 4 a un costo de \$ 75.000**
- **Desacelerar 2 – 4 y acelerar 4 – 7 a un costo de $75.000 - 50.000 = \$ 25.000$**

Caso de Estudio



Caminos críticos:

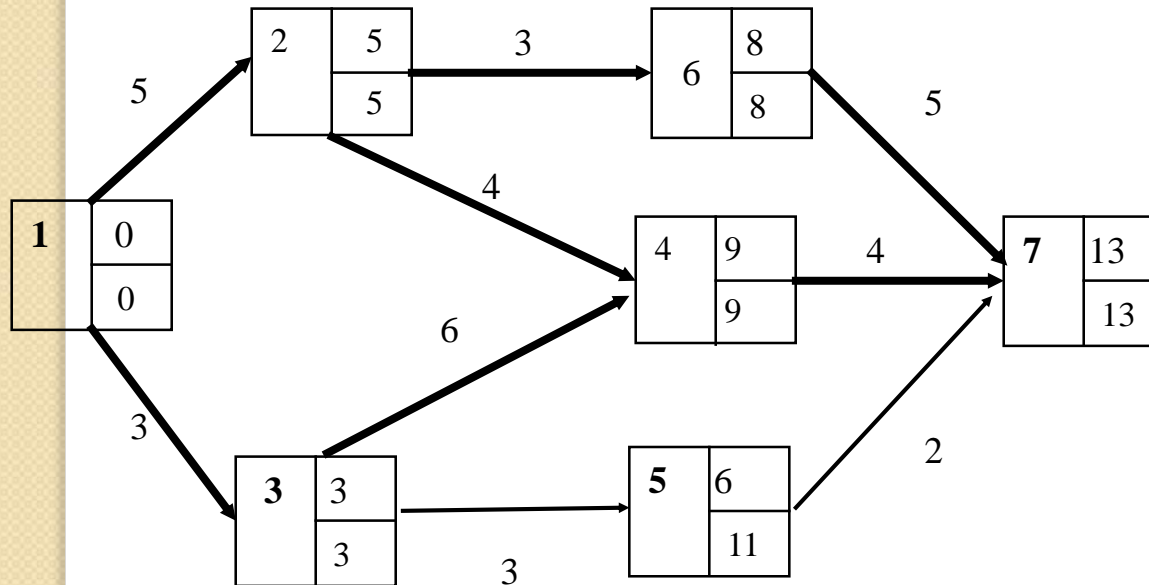
1-2-6-7

1-2-4-7

1-3-4-7

4-7 está
en su
mínimo
técnico

Caso de Estudio



Acelerar 1-2 y 1-3 a un costo de \$ 150.000 ó acelerar 1-2 y 3-4 a un costo de \$175.000

Caminos críticos:

1-2-6-7 (lim. técnico)

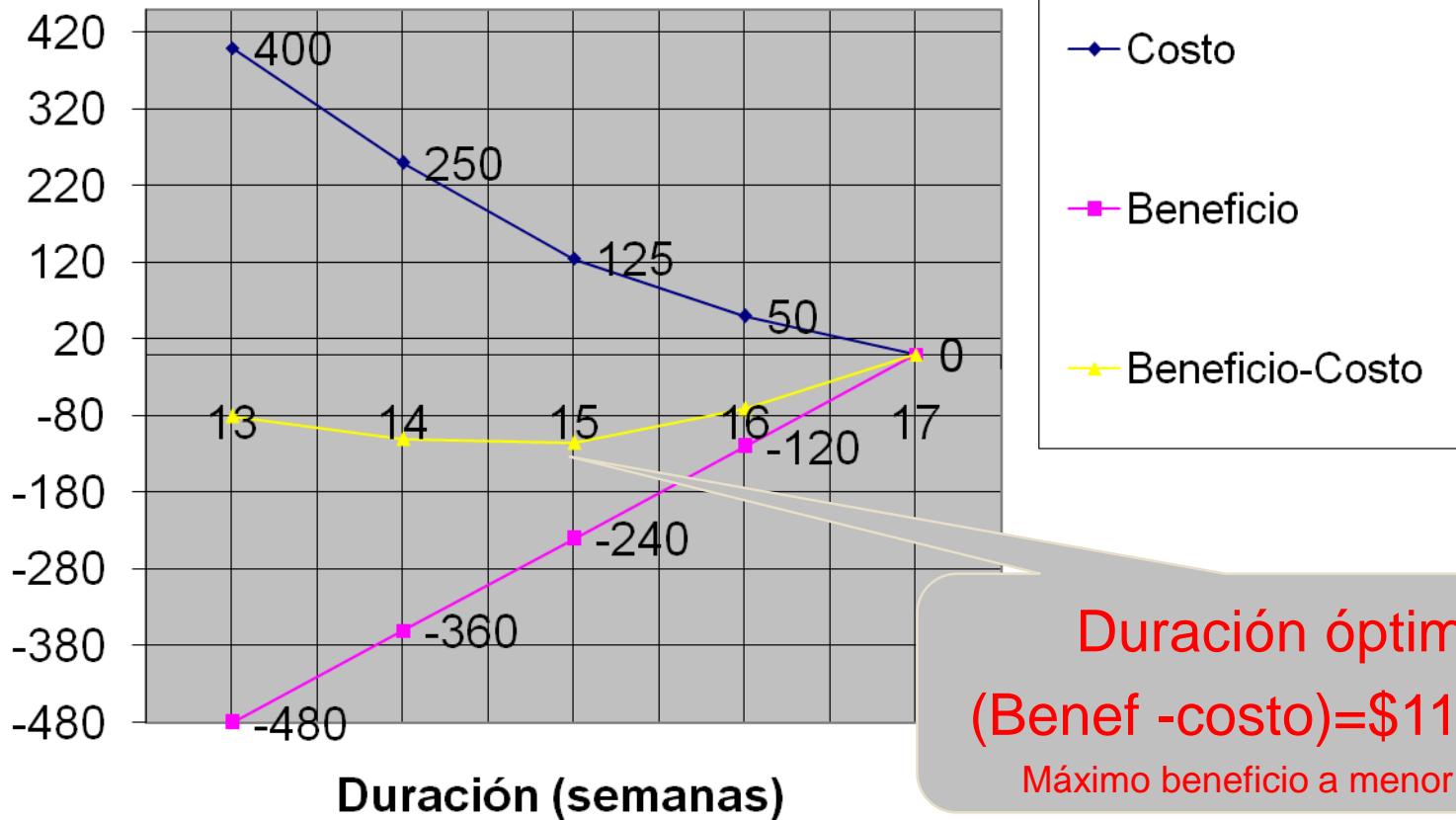
1-2-4-7

1-3-4-7

Caso de Estudio

Costo - Beneficio

Beneficios - Costos (en miles de \$)



Caso de Estudio

TABLA RESUMEN DE DATOS

Semanas	Costo	Beneficio	Beneficio - Costo
17	0	0	0
16	50	120	70
15	125	240	115
14	250	360	110
13	400	480	80