

# 离散交通网络设计问题的国内外研究综述

许靖梅

(中国科学技术大学 管理学院, 安徽 合肥 230022)

**摘要:**在有效缓解城市交通拥堵的诸多措施中,城市交通网络的科学规划与设计显得尤为关键。通过合理规划,可以优化交通流的分布,提升道路网络的承载力和通行效率,从而在根本上减轻交通压力。而城市交通网络设计领域中的离散网络设计问题通常较为棘手,且研究相对较少,原因在于这类问题属于 NP-hard 问题,并且是非凸优化问题。然而,离散网络设计问题在当前的交通规划实践中却是一个反复出现的主题。本文通过深入研究国内外相关文献,对离散网络设计问题的起源、概念界定、分类方法、模型构建以及求解策略进行了详尽的梳理和总结。同时,文章还深入分析了该领域目前面临的主要挑战和未来可能的研究方向,旨在为读者提供一个全面而深入的视角,以期激发更多学者对这一领域的兴趣和进一步的探索。

**关键词:**交通规划;启发式算法;综述;离散网络设计问题

**中图分类号:**TU984.191 **文章标识码:**A **文章编号:**1007-3221(2024)09-0234-06 **doi:**10.12005/orms.2024.0311

## Review of Discrete Traffic Network Design Problem

XU Jingmei

(School of Management, University of Science and Technology of China, Hefei 230022, China)

**Abstract:**The rapid development of urbanization and corresponding increase in the number of private vehicles have led to a significant rise in traffic congestion, posing a critical and everyday challenge to urban management. The scientific planning and design of urban transportation networks are crucial in optimizing traffic flow distribution, enhancing road network capacity, and improving transit efficiency, thereby fundamentally alleviating traffic pressure. Nevertheless, the Discrete Network Design Problem (DNDP), a frequently encountered issue in transportation planning, has received relatively little attention due to its complexity as an NP-hard and non-convex optimization problem. This paper provides a comprehensive review of DNDP, outlining its origins, conceptual definitions, classification methods, model construction, and solution strategies to inspire further academic interest and exploration in this field.

This paper systematically classifies DNDP into three types: strategic decision-making similar to continuous network design problems, tactical decision-making involving decisions such as one-way traffic directions, and integrated problems that consider both strategic and tactical decisions. A general bilevel programming model is proposed, where the upper level represents the government's objective to optimize the entire transportation network system, and the lower level represents travelers' objective to pursue the most efficient travel routes. This model combines the concepts of User Equilibrium (UE), Stochastic User Equilibrium (SUE), and System Optimal (SO) for traffic assignment. The paper reviews various algorithms for solving DNDP, including exact methods such as branch-and-bound, heuristic algorithms, and metaheuristic algorithms, highlighting their applications and limitations.

The review reveals that while exact methods can provide optimal solutions at the cost of computational time, heuristic and metaheuristic algorithms offer effective approximations. The paper discusses several case studies where these algorithms have been applied to networks of different scales, demonstrating their effectiveness. It also emphasizes the importance of considering demand elasticity in traffic assignment, which has gained attention in recent years. Furthermore, the paper introduces various objectives used in the upper-level optimization model,

收稿日期:2018-09-26

基金项目:中央高校基本科研业务费专项资金项目(KY2040000019)

作者简介:许靖梅(1994-),女,安徽宿州人,硕士,研究方向:交通规划,共享经济中的双边市场管理。

such as minimizing total cost or travel time, minimizing total travel distance, and maximizing spare capacity.

The paper acknowledges the challenges faced in the DNNDP field, particularly the trade-off between solution quality and computational efficiency. It suggests that future research could benefit from hybrid algorithms that combine the efficiency of metaheuristic algorithms with the accuracy of exact algorithms. Additionally, the emergence of shared mobility and the integration of information and mobile internet technologies present new challenges and research directions for transportation network design. The paper concludes by highlighting the need for further research to address these emerging trends and to develop more sophisticated models and algorithms capable of adapting to the dynamics of urban transportation networks.

In conclusion, this paper provides an extensive review of DNNDP, offering an in-depth understanding of its complexity and significance in urban transportation planning. It emphasizes the importance of algorithm development and the need for innovative solutions capable of effectively addressing the complexities of DNNDP. The paper also points out the potential for integrating emerging technologies into transportation network design, paving the way for future research in this crucial area.

**Key words:** traffic planning; heuristic algorithm; review; discrete network design problems

## 0 引言

随着经济和社会的不断进步,私家车的数量急剧上升,随之而来的城市交通拥堵问题变得日益严重和迫切。据公安部统计,截止2023年,全国机动车保有量4.35亿辆,5年来全国机动车保有量增加了1.16亿辆。机动车保有量的增加带来了交通流量的显著上升,尤其是在人口密集和经济发达的大城市,交通拥堵现象愈发严重,解决交通问题,已成为城市管理中的一项重要任务。城市交通网络设计问题(Urban Network Design Problem, UNDP)产生于缓解交通拥堵问题,旨在提高社会效益,使整个交通网络系统达到最优目标。

Morlok最早于1973年提出城市交通网设计问题。MAGNANTI和WONG<sup>[1]</sup>在1984年提出的城市交通网设计问题,是一个涉及到解决包括战略、战术和运营决策在内的完整层次结构,是当前对该问题定义最为全面的。UNDP本质上是一种最优投资决策问题,一般情况下,有三类UNDP:一类是道路网络设计问题(Road Network Design Problem, RNDP);二是公交线网设计问题(PTND,公共交通网络设计);三是多模式网络设计问题(MMNDP,多模式网络设计问题)。其中,基于考虑的决策性质,RNDP又可分为三种形式:一是涉及变量为离散变量(Discret Network Design Problem, DNNDP)的离散网络设计问题,如新建道路,增加新通道,确定单行道方向,路口转弯限制等;二是连续网络设计问题(Continuous Network Design Problem, CNDP),它涉及的决策变量是连续变量,如扩大道路容量、调度交通信号灯等;三是同时涉及离散变量和连续变量(Mixed Network Design Problem, MNDP)的混合网

络设计问题,是离散网络设计问题和连续网络设计问题的组合问题(FARAHANI等<sup>[2]</sup>)。

对于城市离散网络设计问题,国外学者率先开始了研究,近些年来随着国内经济的腾跃式发展,国内交通问题开始突显并日趋严重,因此国内的许多优秀学者开始结合国内交通现状进行相关的研究。但由于此类问题的研究相对国外较晚,而国外相关成熟的研究多是基于当地现状进行,对于指导国内的现实交通问题有一定的不适应性。基于此,本文对国内外关于离散网络设计问题的研究进行回顾,首次从求解算法的角度重点回顾,希望能够给国内的学者提供一个研究的思路。

## 1 定义和分类

离散网络设计问题(DNNDP)一般被描述为非线性的整数规划问题,它带有网络平衡的约束。高自有等<sup>[3]</sup>提出,DNNDP就是研究在一定的约束条件下如何通过策略达到整个交通网络系统的最优目标(例如最小的拥堵程度)或社会效益最大。

总体上可将离散网络设计问题的研究归纳为三大类:一种是以战略决策为主的类似于经典文献的连续网络设计问题。如新建道路或增加现有道路的容量作为YES-NO类型的决策(如STEENBRINK<sup>[4]</sup>, CHEN和ALFA<sup>[5]</sup>, POORZAHEDY和ROUHANI<sup>[6]</sup>, WANG等<sup>[7]</sup>);二是考虑战术决策,如确定单行道方向,在双向道路上分配车道,将部分双行道改为单行道(如LEE和YANG<sup>[8]</sup>, DREZNER和SALHI<sup>[9]</sup>, LONG等<sup>[10]</sup>);三是兼顾两者的综合性问题,即战略战术决策的兼顾(如DREZNER和WESOŁOWSKY<sup>[11]</sup>, MIANDOABCHI和FARAHANI<sup>[12]</sup>等)。

## 2 一般双层规划模型

在现有的交通网络中增加新的路段,是解决交通拥堵的有效措施,政府需要设计更有效的交通网络来满足当前和今后一定时期的需求。对于政府而言,寻求最优化整个交通网络系统、最大程度缓解拥堵的目标;而对于交通出行一族而言,最有效率的出行才是寻求的目标。这是一个典型的双层决策问题,因此运用双层规划建模,其数学模型如下:

$$\begin{aligned} \min_x F(x, y) \\ \text{s. t. } G(x, y) \leq 0 \end{aligned}$$

其中,  $y = y(x)$  由下式决定:

$$\begin{aligned} \min_y f(x, y) \\ \text{s. t. } g(x, y) \leq 0 \end{aligned}$$

其中,  $F$  代表上层问题的目标函数,  $f$  代表下层问题的目标函数;  $G$  代表上层问题的约束条件,  $g$  代表下层问题的约束条件;  $x$  代表上层问题的决策变量,  $y$  代表下层问题的决策变量。  $y$  是  $x$  的隐函数,  $y = y(x)$  称作反应函数。

双层规划已成为研究交通网络设计问题的最重要的工具,也有许多学者对此研究成果进行综述,如 MAGNANTI 和 WONG<sup>[1]</sup>、BOYCE<sup>[13]</sup>、YANG 和 BELL<sup>[14]</sup>、高自友等<sup>[3]</sup>、FARAHANI 等<sup>[2]</sup>。这里就不做赘述了。

### 2.1 下层用户选择模型

对交通出行的人来说,选择最有效率的路径,才是目的所在。在离散交通网设计题中,由于出行者的假设不同,所以下层问题的形式也有所不同。但考虑到用户的路径选择,也就是出行分配的问题,是最常见的一种形式。

出行分配通常基于特定的行为准则来模拟个体选择路线的过程。Wardrop 在 1952 年提出的最短路径最初假设所有的旅行者都不合作,并且知道每条路径的实际行程时间,由此产生的配流模式被称为 User Control (UE) 分配。国内对利用用户均衡进行流量分配的研究较多,如陈玲娟和蒲云<sup>[15]</sup>通过引入离散的路段容量变量来表征交通网络中的不确定性因素,下层模型采用考虑需求弹性的用户平衡出行分配模型;在湛永荣和黄崇超<sup>[16]</sup>的研究中,他们探讨了带有平衡约束的离散网络设计问题及其算法。在他们的工作里,下层模型使用了变分不等式来表述用户平衡出行分配问题,并应用了

对角化技术进行直接求解;在 2014 年的研究中,杨明等<sup>[17]</sup>构建了一个基于固定需求的用户平衡出行分配模型作为其下层规划模型。

当假定出行者基于所感知的出行时间来选择路径时的分配方式,称为随机用户平衡 (SUE) 分配 (DAGANZO 和 SHEFFI<sup>[18]</sup>)。此外,还有动态用户平衡 (DUE) 分配 (LEBLANC<sup>[19]</sup>)。与用户平衡相比,随机用户平衡和动态用户平衡更能准确地反映交通参与者的实际出行特性。所以国内外有大量的研究,都是采取这两种方式进行分配的。CHEN 和 ALFA<sup>[5]</sup>、LONG 等<sup>[10]</sup>以及 DIVSALAR 等<sup>[20]</sup>的研究均采用了随机用户平衡。而 LEBLANC<sup>[19]</sup>、LEE 和 YANG<sup>[8]</sup>、MIANDOABCHI 和 FARAHANI<sup>[12]</sup>和刘龙甘等<sup>[21]</sup>均采用了动态用户均衡进行下层规划建模。

与用户平衡假设相对的,如果出行者被假定其行为是合作的,由此产生的分配被称为系统最优 (SO) 分配。当考虑到拥堵的影响时,忽略拥堵效应,同时假设用户均衡的交通分配被称为全有全无 (AON) 分配 (DREZNER 和 WESOLOWSKY<sup>[11]</sup>),在这种情况下,所有的需求被分配到最短的路径中。而忽略拥堵效应同时假定随机用户平衡的交通分配便成为一个随机配流问题。

最近几年,更多学者把目光集中在更符合现实的随机用户均衡的交通分配。DIVSALAR 等<sup>[20]</sup>采用了一种基于 Probit 路径选择模型的随机用户平衡方法来进行交通流量分配。今后更符合现实的分配方式将逐渐成为主流。

此外,每个 OD 对之间的需求可以是固定的,也可以是弹性的。十年前,绝大部分的研究都集中在固定需求方面,如 LEBLANC<sup>[19]</sup>、YANG 和 BELL<sup>[22]</sup>、GAO 等<sup>[23]</sup>、WU 等<sup>[24]</sup>。甚至 Farahani 在 2013 年的一篇综述中提到,对于离散网络设计问题,对弹性需求的研究少之又少,不过这可能因为他并没有关注到中国的研究成果。不过近几年来,有些学者开始研究弹性需求的交通分配。刘炳全等<sup>[25]</sup>设计了一个交通需求管理的双模式模型,该模型以拥挤收费和路网设计为基础。他们的模型综合考虑了离散网络设计问题和拥挤收费机制。在模拟出行者的路径选择时,采用了更贴近实际的弹性需求 Logit 随机用户平衡理论,并提出了一种改进的费用均值法来求解模型。

### 2.2 上层优化模型

以上定义与分类部分已经介绍了离散交通网设计上层优化决策变量,其常用的目标函数大致有以下几类:(1)最小化总的成本或出行时间,如

LONG 等<sup>[10]</sup>、POORZAHEDY 和 TURNQUIST<sup>[26]</sup>、ZHANG 和 GAO<sup>[27]</sup>等;(2)最小化总的出行距离,如 DREZNER 和 WESOLOWSKY<sup>[28]</sup>、DREZNER 和 SALHI<sup>[29]</sup>等;(3)最小化总的出行成本和建造成本,此目标适用于决策新建道路的问题,如 CHEN 和 ALFA<sup>[5]</sup>的研究;(4)最大化备用能力,如 YANG 和 BELL<sup>[22]</sup> MIANDOABCHI 和 FARAHANI<sup>[12]</sup>, DIVSALAR 等<sup>[20]</sup>的研究。此外,还有许多研究使用多目标优化。杨明等<sup>[17]</sup>研究者在 2014 年提出了一种双层规划模型,该模型旨在同时优化多个目标:交通管理、环境保护、投资成本和用户出行体验等,实现交通网络设计的最优化。

对于上层优化模型的具体形式,很多教材和文献中都有详细介绍,这里就不赘述了,下面重点介绍离散交通网络设计问题的算法研究。

### 3 求解算法

离散交通网络设计问题模型的求解,相当于双层规划模型对一个非线性整型规划问题的求解,具有约束性。这里所追求的是两个目标都能达到最优,对于离散网络设计问题,本身就是 NP-hard 问题,离散变量的存在使得问题变得更加复杂,目前尚未开发出一套能够提供最优解决方案的成熟算法。

对于下层问题的求解,在解决随机用户平衡的交通分配上,主要依赖于连续平均的方法。并且目前国内外的算法研究可以归为三类:第一类是精密算法,用于上层规划的离散网络设计问题;然后是启发式算法;三是与其混合的元启发性算法。

(1)使用精确的方法求解:1)LEBLANCE<sup>[15]</sup>(其上层决策变量为已有路段容量扩展)用分支定界法解决离散网络设计问题的 Sioux Falls 网络,该网络有 24 个节点,76 个链接;2)CHEN 和 ALFA<sup>[5]</sup>(其上层决策变量为新路段建设)利用分支定界法和随机增量分配法,在其使用随机增量交通分配方法的一种网络设计算法的文章中求解出四个网络,其中最大的是有 41 个节点、73 个链接的 Winnipeg 网络;3)DREZNER 和 WESOLOWSKY<sup>[28]</sup>1997 年(其上层决策变量为单向车道设置)利用分支定界法、启发式、模拟退火算法,在其选择的单向和双向路由的最佳配置文章中求解中小型网络,其中最大的是一个随机生成网络,有 40 个节点,99 个链接;4)GAO 等<sup>[23]</sup>(其上层决策变量为新路段建设)2005 年在其双层离散网络设计问题的求解算法的

文章中使用基于支撑函数概念的广义 Benders 分解法求解一个非线性规划问题。由于离散网络设计问题的复杂性,利用精确算法虽能得到最优解,却必然要以求解时间为代价。不过,Zarrinmehr 和 Shafahi 在 2016 年探讨了并行计算的应用可以影响精确算法的性能,提出了分支-约束算法并行化,以此减少求解时间。

(2)使用启发式算法求解问题:1)STEENBRINK<sup>[4]</sup>(其上层决策变量为现有路段容量扩展和新路段建设)利用迭代分解算法来求解基于荷兰人整体交通研究基础上的交通网络优化问题;2)POORZAHEDY 和 TURNQUIST<sup>[26]</sup>1982 年(其上层决策变量为现有路段容量扩展和新路段建设)利用两支回溯启发式算法求解了 Sioux Falls 网络,在其离散网络设计问题的近似算法文章中。

(3)采用元启发式算法及其混合算法求解:1)POORZAHEDY 和 ROUHANI<sup>[6]</sup>在 2007 年的研究中,涉及到包括扩展现有路段容量和建设新路段建设的上层决策变量,他们使用了混合元启发式算法,包括蚂蚁系统的混合算法、带有遗传算法的蚁群算法、禁忌搜索等多种算法来求解;2)1994 年,LEE 和 YANG<sup>[8]</sup>在他们的研究中采用模拟退火算法求解单向道路网络设计问题,其中上层决策变量为单向车道设置;3)2000 年和 2002 年,DREZNER 和 SALHI<sup>[9,29]</sup>分别使用禁忌搜索和混合元启发式算法(模拟退火和遗传算法)解决双向道路变为单向道路的问题;4)ZHANG 和 GAO<sup>[27]</sup>在 2007 年在求解双向道路的车道分配问题时使用的是粒子群优化算法;5)DREZNER 和 WESOLOWSKY<sup>[11]</sup>在 2003 年使用了多种启发式算法来解决构建新道路和将双向车道变为单向车道的双决策问题,算法包括下降算法、模拟退火、禁忌搜索和遗传算法等;6)MIANDOABCHI 和 FARAHANI<sup>[12]</sup>在 2010 使用混合元启发式算法解决双向道路分配等决策问题,结合了模拟退火和遗传算法的混合、发展的模拟退火;7)湛永荣和黄崇超<sup>[16]</sup>研究了带平衡约束的离散网络设计问题及其求解算法。该模型由上下两层构成:上层解决离散网络设计的数学规划问题时采用了遗传算法;而下层则直接用对角化的方法解决用户平衡配流问题;8)杨明等<sup>[17]</sup>设计了一种遗传算法,在解决随机 OD 需求下的多目标离散交通网络设计问题上具有良好的全局收敛性,该算法结合了 Monte Carlo 模拟算法、Frank Wolfe 算法、自适应小生境淘汰技术;9)刘炳全等<sup>[25]</sup>将双模式模型转化为数学规划问题,带有均衡约束,然后采用遗

传算法求解;10) DIVSALAR 等<sup>[20]</sup> 将交通离散网络设计问题(DNDP)作为一种混合整数的双级数学问题,利用蒙特卡罗模拟方法计算路径选择概率和随机用户均衡,用连续平均法求解,并提出了一种模拟退火的混合遗传算法和一种进化模拟退火算法;11) HAAS 和 BEKHOR<sup>[30]</sup> 在 2017 年解决面向环境的离散网络设计问题时,使用了遗传算法,可以用以解决一套中型候选方案的实际规模网络的问题。

近几年来,有些新的研究也在尝试新的算法。WANG 等<sup>[7]</sup> 在 2015 年提出了一种新型的离散交通网络设计问题的构想,旨在同时确定最优新链接添加及其最优能力,是一个通用的模型。并提出了一种利用线性化、外近似和范围缩小技术的全局优化方法求解该模型。BAGLOEE 等<sup>[31]</sup> 在 2017 年提出了一个分支定界和 Benders 分解算法的混合算法,用以解决决策变量是整数的离散网络设计问题。HOSSEININASAB 和 SHETAB-BOUSHEHRI<sup>[32]</sup> 提出了三种不同的数学规划模型,将城市道路建设项目的选择与调度作为一种依赖于时间的离散网络设计。并提出了一种新的解决方案,是三种技术的组合:两阶段单纯形法、Frank Wolfe 算法和遗传算法,并给出了完整的枚举法,结果表明,该方法在求解质量和求解时间上都具有可接受的性能。

由上可以看出,对于离散交通网络设计问题,通常用元启发式或分支定界法求解,相关的研究也多用这些方法求解。元启发式算法可以快速得到近似最优解而分支定界法可以以计算时间为代价得到全局最优解。不过,近些年来,多数研究都使用各种元启发式算法求解,也有一些研究使用并行计算的分支定界算法。

#### 4 总结

离散交通网的设计是交通规划中的难点。概述了离散运输网目前的设计问题和最新的研究进展。除介绍离散网络设计问题的定义、分类和通用模型外,重点介绍离散网络设计问题上一层的求解算法。回顾这些文献,不难发现:近些年来,对于离散网络设计问题的求解,各种元启发式算法被研究得非常,但可以得到最优解的精确算法却涉及很少。固然,元启发式算法在求解效率上有很大的优势,然而精确算法如分支定界法可以保证解的质量。因此,将元启发式算法与精确算法结合起来,寻找一种既可以保证求解效率又兼顾求解质量的

混合算法,可以是今后研究的方向。此外,近年来信息技术和移动互联网技术的成熟,使得共享出行的模式在国内兴起,也给交通网络设计问题提出了新的挑战和研究方向。

#### 参考文献:

- [1] MAGNANTI T L, WONG R T. Network design and transportation planning: Models and algorithms [J]. Transportation Science, 1984, 18(1): 1-55.
- [2] FAHRAHANI R Z, MIANDOABCHI E, SZETO W Y, et al. A review of urban transportation network design problems [J]. European Journal of Operational Research, 2013, 229(2): 281-302.
- [3] 高自友,张好智,孙会君. 城市交通网络设计问题中双层规划模型、方法及应用 [J]. 交通运输系统工程与信息, 2004, 4(1): 35-44.
- [4] STEENBRINK P A. Transport network optimization in the Dutch integral transportation study [J]. Transportation Research, 1974, 8(1): 11-27.
- [5] CHEN M, ALFA A S. A network design algorithm using a stochastic incremental traffic assignment approach [J]. Transportation Science, 1991, 25(3): 215-224.
- [6] POORZAHEDY H, ROUHANI O M. Hybrid meta-heuristic algorithms for solving network design problem [J]. European Journal of Operational Research, 2007, 182(2): 578-596.
- [7] WANG D Z W, LIU H, SZETO W Y. A novel discrete network design problem formulation and its global optimization solution algorithm [J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2015, 79: 213-230.
- [8] LEE C K, YANG K I. Network design of one-way streets with simulated annealing [J]. Papers in Regional Science, 1994, 73(2): 119-134.
- [9] DREZNER Z, SALHI S. Using hybrid metaheuristics for the one-way and two-way network design problem [J]. Naval Research Logistics, 2002, 49(5): 449-463.
- [10] LONG J, GAO Z, ZHANG H, et al. A turning restriction design problem in urban road networks [J]. European Journal of Operational Research, 2010, 206(3): 569-578.
- [11] DREZNER Z, WESOLOWSKY G O. Network design: Selection and design of links and facility location [J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2003, 37(3): 241-256.
- [12] MIANDOABCHI E, FARAHANI R Z. Optimizing reserve capacity of urban road networks in a discrete network design problem [J]. Advances in Engineering Software, 2011, 42(12): 1041-1050.
- [13] BOYCE D E. Urban transportation network-equilibrium

- and design models: Recent achievements and future prospects[J]. *Environment and Planning A*, 1984, 16(1): 1445-1474.
- [14] YANG H H, BELL M G. Models and algorithms for road network design: A review and some new developments [J]. *Transport Reviews*, 1998, 18(3): 257-278.
- [15] 陈玲娟,蒲云. 基于粒子群算法的双目标可靠性网络设计[J]. *交通运输工程学报*, 2010(5): 61-65.
- [16] 湛永荣,黄崇超. 带平衡约束的离散网络平衡设计问题的遗传算法[J]. *数学杂志*, 2012, 32(1): 152-156.
- [17] 杨明,苏标,孙志杰,等. 随机 OD 需求下的多目标离散交通网络设计模型与算法[J]. *西南交通大学学报*, 2014, 49(1): 119-125.
- [18] DAGANZO C F, SHEFFI Y. On stochastic models of traffic assignment[J]. *Transportation Science*, 1977, 11(3): 253-274.
- [19] LEBLANC L J. An algorithm for the discrete network design problem [J]. *Transportation Science*, 1975, 9(3): 183-199.
- [20] DIVSALAR M, HASSANZADEH R, MAHDAVI I, et al. A stochastic user equilibrium assignment problem in discrete network design problem [J]. *International Journal of Operational Research*, 2016, 26(4): 422-442.
- [21] 刘龙廿,焦海贤,公维勇,等. 多目标的双层动态均衡交通网络设计研究[J]. *公路交通技术*, 2010(3): 123-127.
- [22] YANG H, BELL M G H. A capacity paradox in network design and how to avoid it[J]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 1998, 32(7): 539-545.
- [23] GAO Z, WU J, SUN H. Solution algorithm for the bi-level discrete network design problem[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2005, 39(6): 479-495.
- [24] WU J J, SUN H J, GAO Z Y, et al. Reversible lane-based traffic network optimization with an advanced traveller information system[J]. *Engineering Optimization*, 2009, 41(1): 87-97.
- [25] 刘炳全,度巍,黄崇超. 城市网络的双模式交通需求管理设计[J]. *统计与决策*, 2017(18): 55-58.
- [26] POORZAHEDY H, TURNQUIST M A. Approximate algorithms for the discrete network design problem[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 1982, 16(1): 45-55.
- [27] ZHANG H, GAO Z. Two-way road network design problem with variable lanes [J]. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, 2007, 16(1): 50-61.
- [28] DREZNER Z, WESOŁOWSKY G O. Selecting an optimum configuration of one-way and two-way routes [J]. *Transportation Science*, 1997, 31(4): 386-394.
- [29] DREZNER Z, SALHI S. Selecting a good configuration of one-way and two-way routes using tabu search [J]. *Control and Cybernetics*, 2000, 29(3): 725-740.
- [30] HAAS I, BEKHOR S. An alternative approach for solving the environmentally - oriented discrete network design problem [J]. *Networks and Spatial Economics*, 2017, 17(3): 963-988.
- [31] BAGLOEE S A, SARVI M, PATRIKSSON M. A hybrid branch-and-bound and benders decomposition algorithm for the network design problem [J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2017, 32(4): 319-343.
- [32] HOSSEININASAB S M, SHETAB-BOUSHEHRI S N. Integration of selecting and scheduling urban road construction projects as a time-dependent discrete network design problem [J]. *European Journal of Operational Research*, 2015, 246(3): 762-771.