

足球游戏中常见与独特的网络动力学

Yuji Yamamoto^{1,2*}, 横山惠子^{3,4}

¹名古屋大学健康、体能与运动研究中心, 日本名古屋市长草市福罗町;²名古屋大学心理与人类发展科学系, 日本名古屋市长草市福罗町;³北海道大学工程学院应用物理系, 日本北海道札幌市北田区;⁴日本科学促进会, 5-3-1, 日本东京千代田区Kojimachi

摘要

足球运动在两队之间进行, 每队11人, 每队使用一个球形球。每支球队都通过球员之间熟练的互动, 将球打入对方的球门来努力得分。从网络的角度来看, 足球可以看作是两个具有动态网络拓扑和动态网络节点的合作网络之间的竞争关系。基于小世界网络和无标度网络模型, 许多复杂的大规模网络已被证明具有共同的拓扑性质。然而, 这种网络的人类动态运动模式从未在现实世界的环境中进行过研究。在这里, 我们将球员描述为由代表传球的链接连接的顶点, 展示了在2006年FIFA世界杯决赛和日本的一场国际“A”比赛中的传球行为中出现了度分布的幂律。指数值 $c \approx 3.1$ 与许多现实世界网络中出现的典型值相似, 在 $2 < c < 3$ 的范围内, 比基因转录网络 $c \approx 1$ 的指数值更大。此外, 我们揭示了轮毂球员在整个比赛过程中的随机切换动态, 这是足球游戏中的一个独特特征。这表明, 这一特征不仅可以确保漏洞免受故意攻击, 还可以形成自组织的幂律。我们的结果表明, 与之前在许多作品中研究过的大规模网络相比, 两个竞争网络具有共同和独特的网络动力学。我们的研究结果可能会导致不仅在生物网络中, 而且在通信网络中提高弹性和生存能力。

引用本文: Yamamoto Y, Yokoyama K (2011) 《足球游戏中的共同和独特网络动力学》。PLOS ONE 6(12): e29638. Doi:10.1371/journal.pone.0029638

编辑: Matjaz Perc, 斯洛文尼亚马里博尔大学

收于2010年12月16日;2011年12月2日录用;2011年12月28日发表

版权所有: ©2011 Yamamoto, Yokoyama。这是一篇基于知识共享署名许可(Creative Commons Attribution License)条款发布的开放获取文章, 在注明原作者和来源的前提下, 允许在任何媒介上不受限制地使用、分发和复制。

本研究得到了日本科学促进会科学研究资助基金(A) 20240060的部分资助。资助者在研究设计、数据收集和分析、决定发表或准备稿件方面没有任何作用。本研究没有收到额外的外部资助。

利益竞争: 作者声明不存在利益竞争。

* E-mail: yamamoto@htc.nagoya-u.ac.jp

简介

全世界约有2.65亿人踢足球。对许多人来说, 这项运动的主要吸引力在于它的不可预测性(即突发性)。所有11名球员在严格的规则下合作控制球, 要求在有限的空间内传球。从网络拓扑的角度来看, 这场比赛可以认为代表了两个相互竞争和内部合作的复杂网络之间的相互作用。已经发表了一个小世界网络模型[1]和一个无标度网络模型[2], 万维网[3]、社交网络[4]和细胞生物学[5]等复杂的大规模网络已被证明具有共同的拓扑性质。许多自然网络包含几个节点, 称为集线器, 这些节点比平均节点拥有更多的连接。在这种类型的网络中, 称为无标度网络, 具有 k 条边的节点的比例 $P(k)$ 根据幂律 $P(k) \sim k^{-c}$ 衰减。网络的自组织往往与幂律分布的出现相吻合。由于这些研究集中在至少有100个节点的大规模网络上, 因此尚不清楚该框架是否可以应用于足球比赛等网络。一场足球比赛在网络中的分布程度可能是

被认为是一个幂律或枢纽, 因为足球队有特别具有统治力的球员, 他们倾向于控制比赛。然而, 易受故意攻击是足球中的一个严重问题, 尽管无标度网络中的集线器可以抵抗随机攻击[6]。我们很容易想象攻击集线器以获得对对手的优势, 因为两支足球队处于竞争关系。

大部分的相关研究都是关注网络的动态性, 将网络拓扑本身视为一个动态系统。另一种网络研究侧重于网络[7]上的动态, 其中网络的每个节点代表一个动态系统。自适应网络已经从动态临界性[8]的角度进行了研究, 这些网络将网络拓扑的拓扑演化与网络节点中的动态相结合[9,10]。自适应网络的本质特征是网络上的动态和网络的动态之间的相互作用, 反馈回路可以在时变的全局拓扑和局部动态之间产生复杂的相互作用[10-13]。从这个角度来看, 每个网络的拓扑, 即每个团队所表现出的合作模式, 会影响局部动态(例如, 玩家的运动), 而玩家的动态, 反过来又会影响团队的模式

合作模式。当枢纽被对手故意攻击时，网络的拓扑结构和作为节点的球员状态可以互换。因此，集线器可以被切换。也就是说，团队之间的竞争迫使每个团队转换其合作模式，以最大化团队绩效。

在这里，我们将足球比赛中常见和独特的网络动态作为两个具有动态网络拓扑和局部动态的合作网络之间竞争关系的典型例子进行了研究。这种方法可能有助于其他社会网络中弹性的发展。

结果
度分布

我们分析了顶点或玩家 $P(k) \sim k^{-c}$ 的连通性的概率分布，作为分别检查向内链接和向外链接的幂律缩放[2]的手段。此外，我们分别处理上半场和下半场。我们还将幂律与备选假设进行了比较(见文本S1)。度分布遵循幂律 $c \sim 3.1 \pm 0.4$ ，这是大规模无标度网络的共同特征(见表1、表2、表S1、图1)。指数值 $c \sim 3.1$ 与许多现实世界网络中出现的典型值相似[3-5]，在 $2 < c < 3$ 范围内。生长和优先依恋已被确定为导致无标度特性[2]的两种基本机制，但较小的指数值 $c \sim 1$ 可以用没有生长[14]的链接的简单重新布线过程来解释，对应于无标度生物网络[15-17]。

这些结果显示了其他大型网络的一个共同特征，这些网络包含了比平均节点更多连接的少数节点。这些无标度网络已被证明具有自组织和涌现特性，这表明足球比赛中的动态网络拓扑也可能具有这一特性。

交换枢纽

对于许多在 $2 < c < 3$ 范围内显示指数值的现实世界网络和度分布中显示 $c \sim 1$ 的生物网络，假设集线器是静态的。然而，在只有几个顶点的网络中，比如足球队，既要具备抵御故意攻击的低脆弱性，又要具备网络自组织的幂律。因为容错性和自组织性都是

在足球比赛中需要，假设当集线器的功能切换到另一个顶点时，网络拓扑变化遵循幂律。为了证明这一点，图2显示了同一支球队在5分钟间隔内的传球参与频率。虽然在轮毂没有切换的情况下没有颜色变化，但很明显，多次触球的球员在传球和接球方面已经切换到其他球员。也就是说，网络拓扑结构的切换与对方球队的进攻相关联，代表着网络之间竞争时每个网络内部合作的调整，这被视为局部动态。这些网络的动态类似于由元胞自动机[8]或“生命游戏”[18]检验的自组织临界性，或者类似于耦合混沌系统中的自发结构形成[19,20]。然而，在这些情况下，只有一个网络存在，而不是两个网络之间的竞争，如本文所述。

这些结果显示了两个合作网络之间竞争关系的一个独特特征。在足球比赛中，为了获得对对手的优势，更频繁触球并倾向于控制比赛的主导球员，即枢纽，会容易受到对手球员的故意攻击。

三角形和成功的进攻

为了检验两个网络之间的竞争，我们计算了在每5分钟间隔内形成的三角形(图3)。三角形的数量是网络结构的简单度量;这一度量是社会科学领域中使用的结构分析的起源，称为模块化[21]或网络motif[22,23]。我们发现，在这些时间序列中，在比赛期间每5分钟间隔的三角形数量有不同的趋势，这表明由于两支球队之间的竞争，组织良好的进攻无法持续下去。在世界杯上，当意大利队在每5分钟的中场休息时间内制造更多的三角进攻时，意大利队有9次成功的进攻，法国有6次。相比之下，当法国有更多的三角形时，意大利有6次攻击，法国有16次。在麒麟杯中，当日本制造更多三角形时，日本有10次进攻，加纳有1次进攻，当加纳制造更多三角形时，日本有11次进攻，加纳有12次进攻。采用Fisher的精确检验，分析了三角形数量与进攻和射门成功率之间的关系;结果显示，世界杯和麒麟杯分别为 $p \sim 0.087$ 和 $p \sim 0.024$;

表1. 2006年世界杯赛各半场出场和出场环节度分布的幂律及拟合优度检验。

			n	$\langle x \rangle$	σ	x_{max}	x_{min}	$\langle \gamma \rangle$	n_{tail}	p
Italy	1st	Out	147	13.4	8.38	29	2 ± 0.37	2.83	41 ± 8.4	0.08
		In	147	13.4	8.03	31	2 ± 0.67	2.69	39 ± 12.5	0.01
	2nd	Out	171	15.5	6.83	28	3 ± 0.56	3.50	24 ± 12.9	0.51
		In	171	15.5	5.31	23	2 ± 0.54	2.85	50 ± 12.1	0.00
France	1st	Out	148	13.5	3.23	21	2 ± 0.45	3.13	44 ± 10.4	0.05
		In	148	13.5	4.03	22	3 ± 0.64	3.50	20 ± 16.9	0.23
	2nd	Out	173	15.7	6.68	27	2 ± 0.35	2.93	49 ± 9.8	0.32
		In	173	15.7	8.38	26	3 ± 0.95	3.00	24 ± 21.4	0.09

每一列表示观测值的数量(n)、均值($\langle x \rangle$)、标准差(σ)和最大值(x_{max})，以及幂律不再适用的较低截止(x_{min})、幂律区域的幂律斜率($\langle \gamma \rangle$)、幂律区域的观测值(n_{tail})和拟合优度检验的p值(p)。

doi:10.1371/journal.pone.0029638.t001

表2. 2006年麒麟杯比赛中各半输出和传入环节度分布的幂律及拟合优度测试。

			n	$\langle x \rangle$	σ	x_{max}	x_{min}	$\langle \gamma \rangle$	n_{tail}	p
Japan	1st	Out	197	17.9	5.05	24	2 ± 0.75	2.50	50 ± 18.2	0.00
		In	197	17.9	4.60	27	3 ± 0.58	3.50	35 ± 12.9	0.45
	2nd	Out	151	13.7	6.55	27	2 ± 0.60	2.70	37 ± 13.3	0.21
		In	151	13.7	7.62	30	3 ± 0.71	3.32	21 ± 14.1	0.19
Ghana	1st	Out	205	18.6	11.61	44	4 ± 0.87	3.50	25 ± 11.3	0.03
		In	205	18.6	10.88	40	3 ± 0.40	3.41	37 ± 7.0	0.39
	2nd	Out	197	17.9	8.68	36	3 ± 0.75	3.50	32 ± 17.0	0.04
		In	197	17.9	9.40	35	2 ± 0.93	2.55	50 ± 19.8	0.00

每一列表示观测值的数量(n)、均值($\langle x \rangle$)、标准差(σ)和最大值(x_{max})，以及幂律不再适用的较低截止(x_{min})、幂律区域的幂律斜率($\langle \gamma \rangle$)、幂律区域的观测数(n_{tail})和拟合优度检验的p值(p)。

doi:10.1371/journal.pone.0029638.t002

说明形成三角形较多的队伍获得了较多的进攻机会。也就是说，被认为是队伍网络基本要素的三角形较多的队伍，即使

轮毂发生了变化，在比赛势头方面也占有优势。这一发现表明，三角形的数量可能代表了游戏动量[24]。

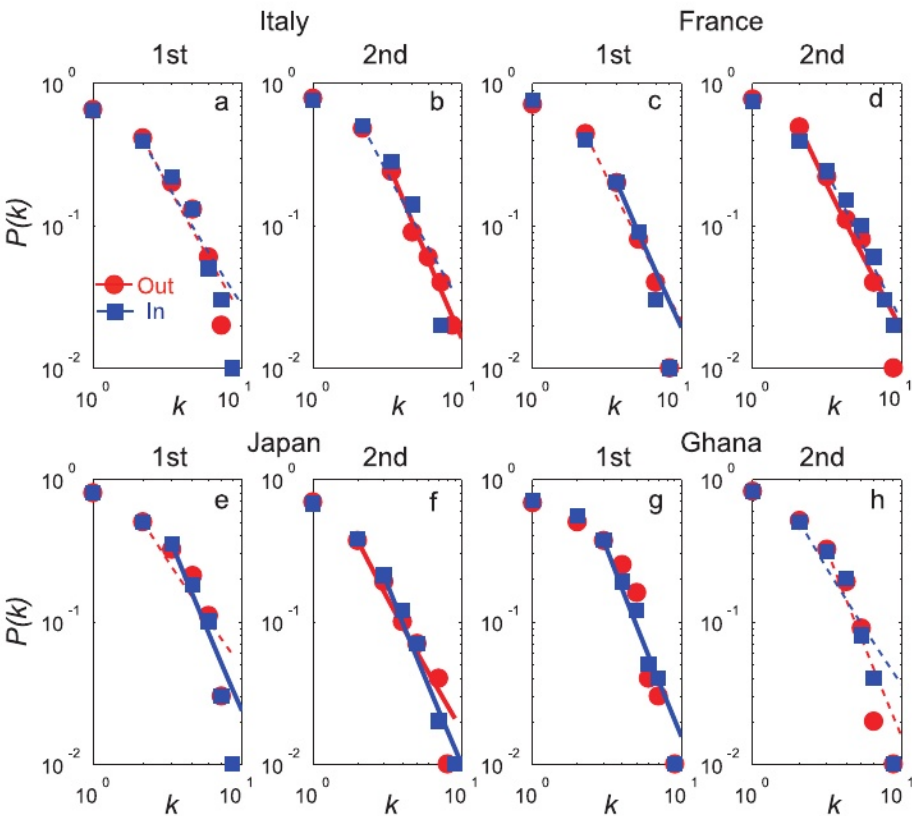


图1. 每个出入口通过网络的连续性分布函数。a和b，分别为意大利上半场和下半场的出站和入站链接。图a中的红线和蓝线的斜率分别为c1:out~2:83和c1:in~2:69，图b中的线的斜率分别为c2:out~3:50和c2:in~2:85。c和d，分别是法国前半段和后半段的输出和传入链接。红蓝线的斜率分别为c1:out~3:13、c1:in~3:50、c2:out~2:93、c2:in~3:00。e和f，分别为日本上半场和下半场的Outgoing和incoming链接。红蓝线斜率分别为c1:out~2:50、c1:in~3:50、c2:out~2:70、c2:in~3:32。g和h，分别是加纳在上半场和下半场的输出和传入链接。红蓝线的斜率分别为c1:out~3:50、c1:in~3:41、c2:out~3:50、c2:in~2:55。实线表示幂律分布，虚线表示具有截止分布的幂律(文本S1)。

doi:10.1371/journal.pone.0029638.g001

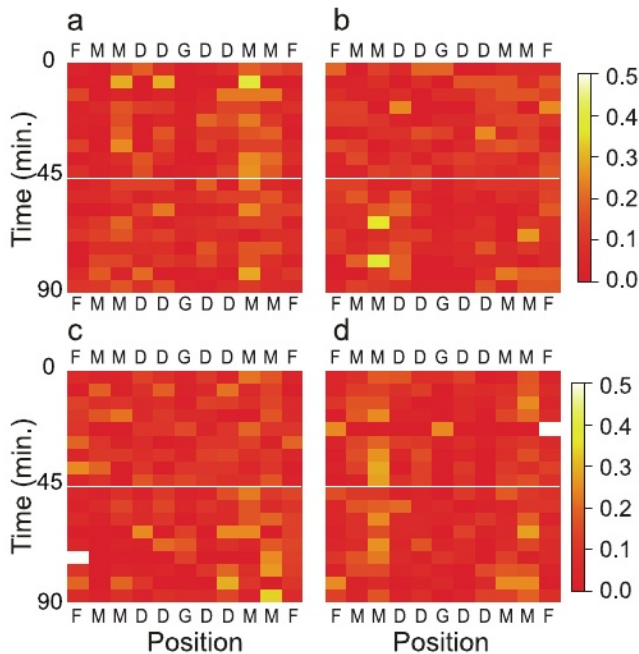


图2。每个球员在每5分钟间隔内的相对触球频率。门将、后卫、中场、前锋分别记为G、D、M、F。从红色到白色的颜色渐变对应于触球的相对频率从0%增加到50%。a-d:分别是意大利、法国、日本和加纳。

doi:10.1371/journal.pone.0029638.g002

讨论

我们通过将球员描述为由代表传球的链接连接起来的顶点，分析了2006年国际足联世界杯决赛和日本国际A级比赛中出现的传球行为的概率分布。结果，我们证明了度分布遵循 $c \sim 3:1+0:4$ 的幂律。具有大规模网络的动态网络拓扑的这些共同特征已经在许多作品中进行了研究。这些指数值， $c \sim 3:1$ ，类似于许多现实世界网络中出现的典型值[3-5]，在2vcv3的范围内，并且大于基因转录网络[15-17]的指数值， $c \sim 1$ 。

为了理解这个指数值，即 $c \sim 3:1$ ，我们分析了同一团队内每隔5分钟传球的频率。结果表明，很明显，一个多次触球的球员会改变他通过传球与之相连的球员。因为在足球比赛中，容错性和自组织属性[6]都是必需的，所以我们假设网络拓扑改变为遵循幂律，而轮毂的功能切换到另一个顶点。网络的局部动态将是足球比赛中一个独特的特征。

在这种情况下，比赛的整体系统由两个竞争网络组成。尽管这些结构已经作为外部同步的一个例子进行了研究[25-27]，但它们实际上永远不会同步，因为足球比赛中的两个网络具有互斥的目标。这两个网络通过一个代表竞争的反馈回路连接起来。从网络B的角度来看，网络A被视为外部输入，它影响网络B的全局拓扑和局部动态，因此，网络B的拓扑将根据

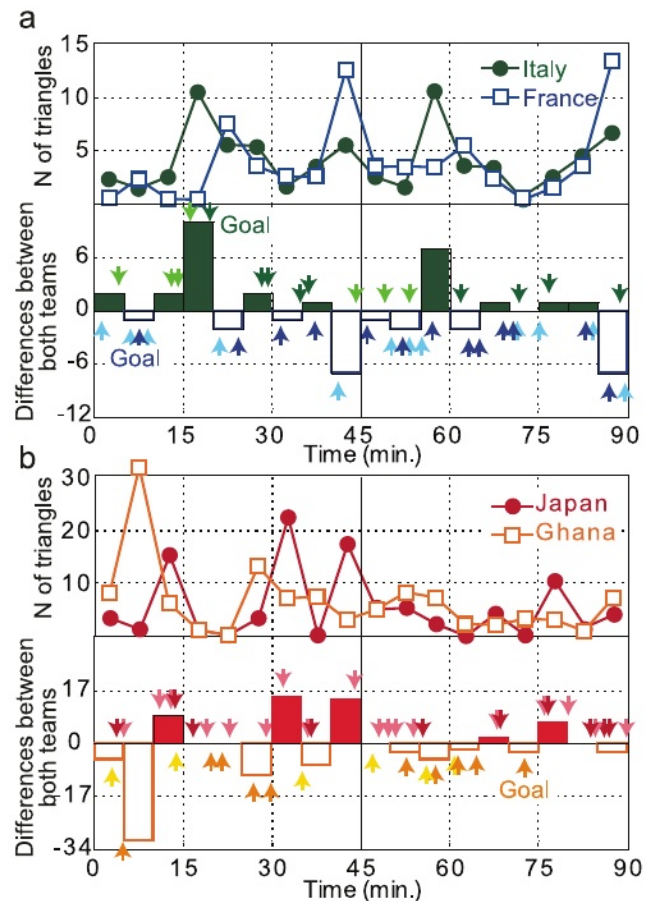


图3。游戏动量，用每个网络中三角形的数量表示。a，上图显示了2006年世界杯决赛中每支球队在每5分钟休息时间内的三角形数量。两队在每5分钟间隔内的三角形数量的差异在下面的图中以柱状图的形式显示。绿色条表示意大利的三角形数量多于法国，蓝色条表示法国产生的三角形数量多于意大利。进攻阶段还包括在下面的面板上分别添加绿色和蓝色箭头的意大利和法国的射门。粗箭头和细箭头分别表示射门和没有射门的成功进攻。b，2006年麒麟挑战杯的情况与面板a中2006年世界杯赛的情况类似。Fisher的精确测试被应用于确定一支球队产生的三角形越多，是否与该时间段内的攻击次数越多相关。世界杯的p值为0.087，麒麟杯的p值为0.024。doi:10.1371/journal.pone.0029638.g003

本次竞赛。网络B的这种新拓扑将被视为网络A的外部输入，并且网络A将发生相应的更新。系统的这种概念表明，具有时间输入的随机切换动态对于考虑每个网络的动态是必要的。外部输入可以随机切换，吸引子之间的分形转换已经在理论[28,29]和实验[30]中进行了检验。这两个竞争网络既有作为整体的性质，也有作为部分的性质。团队内网络作为一个部分是自组织的，而团队间网络的行为同时也是自组织的，因为枢纽是通过网络间竞争进行切换的。将系统作为一个整体来考虑，可以让我们将其视为一个封闭的常规动态系统，用 $x \sim f(x)$ 来表示，另一方面，将每个子系统作为一个部分来考虑，则需要考察

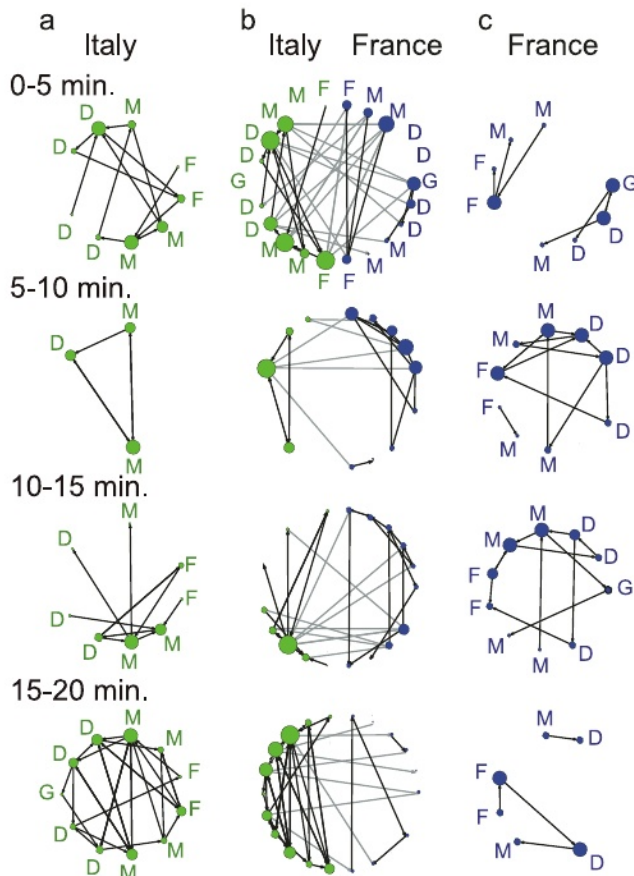


图4。一场足球赛的接线图。在上半场前20分钟的每5分钟间隔内，所有接线图都将每个球员表示为一个顶点，将每次传球表示为一个链接。每个顶点的大小表示它的程度。法国获得点球，并在第七分钟取得进球。意大利队在第19分钟靠角球得分。黑线显示的是同一支球队在每5分钟的间歇时间内的持球跟踪情况。a.意大利集团内网络。b.两队的组内网络。灰线也表示两队之间的球追踪情况。c.法国集团内网络。G、D、M、F分别表示守门员、后卫、中场、前锋，按照4-4-2的打法，不管各队实际选择的是什么打法。

doi:10.1371/journal.pone.0029638.g004

将随机切换动力学作为开放系统，表示为 $x_t \sim f(x, I(t))$ ，其中 $I(t)$ 表示外部输入。这些网络将被视为一个混合动态系统[31]。我们在足球比赛中的发现不仅可以在生物网络中，还可以在通信网络中提供提高弹性和生存能力的概念。

从另一个角度来看，一场足球比赛可以被视为一场共同进化的比赛，从理论上讲，共同进化规则被引入到进化博弈论中[32,33]。然而，这一视角是否揭示了足球比赛中的突现因素，仍然是一个悬而未决的问题。

方法

我们分析了使用足球比赛记录构建的网络。数据来源于2006年FIFA世界杯决赛中意大利对法国的比赛(两队当时的FIFA排名分别为第二和第四)，以及2006年日本国际“A”级比赛(2006年麒麟挑战杯

)中日本对加纳的比赛(国际足联排名分别为第47和第28)。根据FIFA的记录，前者是120分钟，包括30分钟的加时赛，但我们只分析了比赛的前90分钟。后者是93分钟，包括3分钟加时赛，分析了整场比赛。

我们记录了所有控球的变化，而不仅仅是队友之间的传球(见表S2、表S3)。传球以括号内的配对记录;在每种情况下，第一个数字表示传球球员，第二个数字表示接球球员。用I和F分别代表意大利队和法国，用一个数字来表示每个球员(而不是统一的数字)，传球记录为{I6, I9}，{I9, F4}，{F4, I8}，以此类推。然后，我们将每个球员视为一个顶点，将每次传球视为一个链接，以此来描述每个球队的网络。每个球员的传球次数以5分钟为间隔计算，我们选择5分钟作为本研究的最佳时间框架。一场足球比赛由两个45分钟的时间段组成;45的因数是1、3、5、9、15、45。我们的结论是，1分钟和3分钟的间隔太短，无法包含合理数量的传球，而9分钟、15分钟和45分钟的间隔产生的片段太少，无法检查比赛中的势头。网络每5分钟刷新一次，导致整个比赛中有18个不同的网络(见图4、图S1、图S2)。我们分析了顶点或玩家的连通性的概率分布 $P(k) \sim k^{-\gamma}$ ，作为分别检查向内链接和向外链接的幂律缩放[2]的一种手段。此外，我们分别处理了游戏的上半场和下半场。此外，我们还针对其他替代方案[34]评估了这些幂律分布(见文本S1)。

为了检查两个网络之间的竞争，我们计算了每5分钟间隔形成的三角形。当三个节点由两个链路连接时，我们将其计算为两个三角形。然而，当三个节点由一个双链路和两个单链路连接时，我们将它们算作一个三角形。使用Mathematica中的Combinatorica编程对三角形进行识别和计数。此外，我们将进攻阶段描述为在进攻区域发生的射门、传中、盘带、任意球或角球的尝试。这些分类是在比赛解说的帮助下通过视频回放确定的。然后，将这些成功的进攻分为两种情况，根据哪支球队在每5分钟的间隔内产生了更多的三角形。由此得到一个2(团队)|2(案例)频率表。为了分析三角形数量与成功攻击频率之间的关系，我们使用了Fisher的精确测试。

支持信息

图S1 2006年世界杯比赛中，球员用链接连接的顶点表示每隔5分钟传球的网络示意图。黑线表示各队内部的传球情况，灰线表示各队之间的传球情况。(pdf)

图S2 2006麒麟杯比赛网络示意图，球员用链接连接的顶点代表每隔5分钟的传球。黑线表示各队内部的传球情况，灰线表示各队之间的传球情况。(pdf)

表S1幂律分布对指数和带截止分布的幂律的检验。LR表示两个竞争分布下的对数似然比。统计上显著的p值以粗体表示。(pdf)

表S2 2006年世界杯每位球员传出和传出传球的数字。

(pdf)

表S3在麒麟杯2006每个球员传出和传入传球的数字。

(pdf)

文本S1幂律分布对其他替代方案的评价。

(pdf)

参考资料

1. Watts DJ, Strogatz SH (1998) Collective dynamics of 'small-world' networks. *Nature* 393: 440–442.
2. Barabási A, Albert R (1999) Emergence of scaling in random networks. *Science* 286: 509–512.
3. Albert R, Jeong H, Barabási A (1999) Diameter of the world-wide web. *Nature* 401: 130–131.
4. Newman ME (2001) The structure of scientific collaboration networks. *Proc Natl Acad Sci USA* 98: 404–409.
5. Jeong H, Tombor B, Albert R, Oltvai ZN, Barabási AL (2000) The large-scale organization of metabolic networks. *Nature* 407: 651–654.
6. Albert R, Jeong H, Barabási A (2000) Error and attack tolerance of complex networks. *Nature* 406: 378–382.
7. Barabási M, Pecora LM (2002) Synchronization in small-world systems. *Phys Rev Lett* 89: 054101.
8. Bak P, Tang C, Wiesenfeld K (1987) Self-organized criticality: an explanation of 1/f noise. *Phys Rev Lett* 59: 381–384.
9. Christensen K, Donangelo R, Koiller B, Sneppen K (1998) Evolution of random networks. *Phys Rev Lett* 81: 2380–2383.
10. Gross T, Blasius B (2008) Adaptive coevolutionary networks: a review. *J R Soc Interface* 5: 259–271.
11. Bornholdt S, Rohlf T (2000) Topological evolution of dynamical networks: global criticality from local dynamics. *Phys Rev Lett* 84: 6114–6117.
12. Bornholdt S, Roehl T (2003) Self-organized critical neural networks. *Phys Rev E* 67: 066118.
13. Meisel C, Gross T (2009) Adaptive self-organization in a realistic neural network model. *Phys Rev E* 80: 061917.
14. Park K, Lai YC, Ye N (2005) Self-organized scale-free networks. *Phys Rev E* 72: 026131.
15. Guelzim N, Bottani S, Bourguin P, Kepes F (2002) Topological and causal structure of the yeast transcriptional regulatory network. *Nature Genet* 31: 60–63.
16. Hermann C, Barthélemy M, Provero P (2003) Connectivity distribution of spatial networks. *Phys Rev E* 68: 026128.
17. Rho K, Jeong H, Kahng B (2006) Identification of lethal cluster of genes in the yeast transcription network. *Physica A* 364: 557–564.

致谢

我们感谢Takashi Yoshino在网络分析项目中所提供的帮助。

作者贡献

构思和设计实验:YY KY。执行实验:YY KY。分析数据:YY KY。提供的试剂/材料/分析工具:YY KY。论文作者:YY。

18. Bak P, Chen K, Creutz M (1989) Self-organized criticality in the 'game of life'. *Nature* 342: 780–782.
19. Ito J, Kaneko K (2002) Spontaneous structure formation in a network of chaotic units with variable connection strengths. *Phys Rev Lett* 88: 028701.
20. Ito J, Kaneko K (2003) Spontaneous structure formation in a network of dynamic elements. *Phys Rev E* 67: 046226.
21. Newman MEJ, Girvan M (2004) Finding and evaluating community structure in networks. *Phys Rev E* 69: 026113.
22. Milo R, Shen-Orr S, Itzkovitz S, Kashtan N, Chklovskii D, et al. (2002) Network motifs: simple building blocks of complex networks. *Science* 298: 824–827.
23. Madhavan R, Gnyawali DR, He J (2004) Two's company, three's a crowd? triads in cooperative/competitive networks. *Acad Manage J* 47: 918–927.
24. Yokoyama K, Yamamoto Y (2011) Three people can synchronize as coupled oscillators during sports activities. *PLoS Comp Biol* 7: e1002181.
25. Li C, Sun W, Kurths J (2007) Synchronization between two coupled complex networks. *Phys Rev E* 76: 046204–1–6.
26. Tang H, Chen L, Lu J, Tse CK (2008) Adaptive synchronization between two complex networks with nonidentical topological structures. *Physica A* 387: 5623–5630.
27. Wu X, Zheng WX, Zhou J (2009) Generalized outer synchronization between complex dynamical networks. *Chaos* 19: 013109–1–9.
28. Gohara K, Okuyama A (1999) Dynamical systems excited by temporal inputs: Fractal transition between excited attractors. *Fractals* 7: 205–220.
29. Nishikawa J, Gohara K (2008) Anomaly of fractal dimensions observed in stochastically switched systems. *Phys Rev E* 77: 036210.
30. Yamamoto Y, Gohara K (2000) Continuous hitting movements modeled from the perspective of dynamical systems with temporal input. *Hum Mov Sci* 19: 341–371.
31. Nishikawa J, Gohara K (2008) Automata on fractal sets observed in hybrid dynamical systems. *Int J Bifurcation Chaos* 18: 3665–3678.
32. Perc M, Szolnoki A (2010) Coevolutionary games - a mini review. *BioSystems* 99: 109–125.
33. Szabo G, Fath G (2007) Evolutionary games on graphs. *Phys Rep* 446: 97–216.
34. Clauset A, Shalizi CR, Newman MEJ (2009) Power-law distributions in empirical data. *SIAM Rev* 51: 661–703.