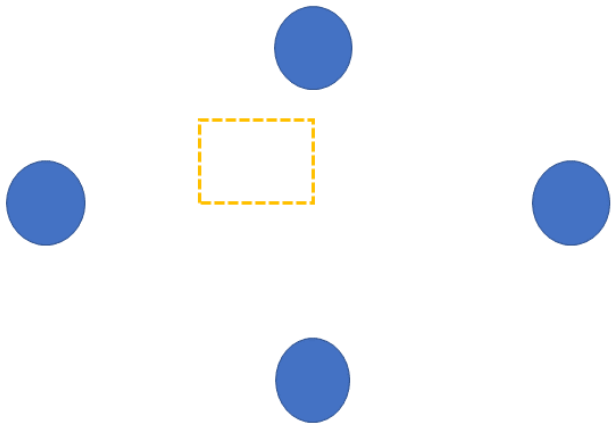
Q1. Prove that a rectangle decision function has a VC dimension of 4 by enumerating all possible sample distributions. You can reasonably assume no two (or more) samples are on the same vertical or horizontal line. 通過枚舉所有可能的樣本分佈，證明矩形決策函數的 VC dimension 為 4。您可以合理地假設在同一垂直或水平線上沒有兩個（或更多）樣本。

ANS

1. Proof

> **VC-dimension is at lest 4 by showing that there exits a 4-point set shattered by the concept set.**
>
> $$d_{VC} = BreakPoint - 1 \Rightarrow d_{VC} = 4 - 1 = 3$$



Q2. We mention the AIDS detection problem in Bayesian decision theory. Use Bayes theorem to confirm the given answer. To answer this problem, you need to distinguish two different conditions: 我們在 Bayesian 決策理論中提到了 AIDS 檢測問題。 使用 Bayesian 定理來確認給定的答案。 要解決此問題，您需要區分兩個不同的條件：

> **1. Proof**
>
>

- **一準確度為 70%的試劑盒，可以驗出是否罹患 AIDS（陽性 +)。**

  > **試劑正確率 70%，試劑錯誤率 70%。**

- **假設真實得病率 P(+)=1%**

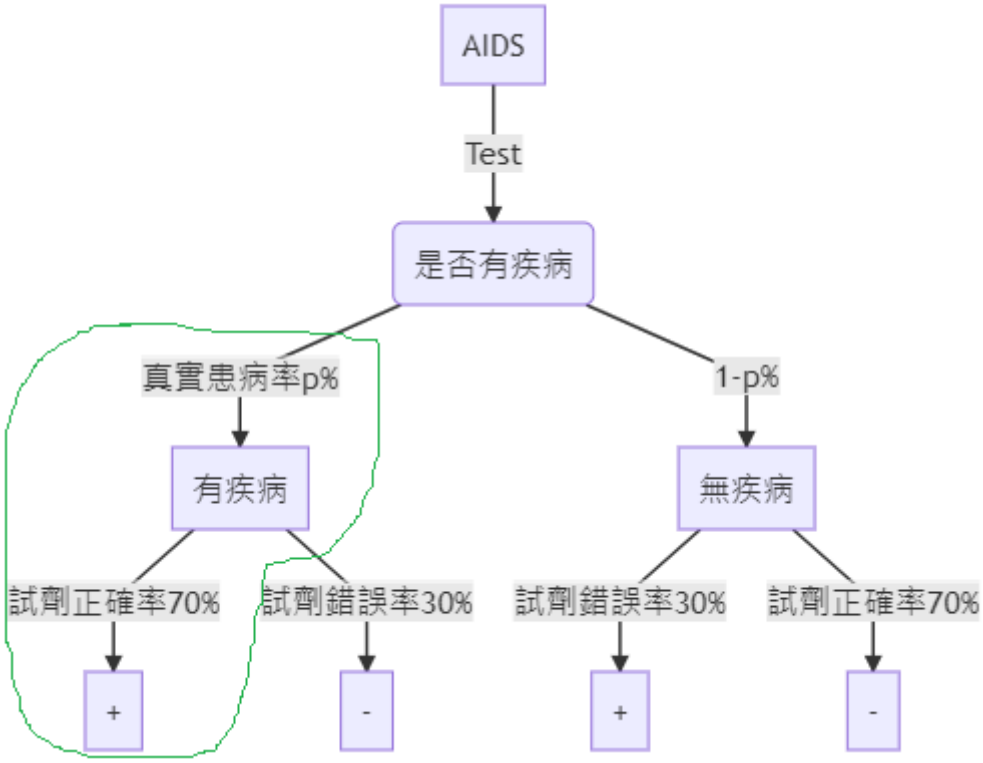
  > **偽陰性: P(-)/疾病**
  >
  > **偽陽性: P(+)/無疾病**
  >
  > **P(-)/疾病 = P(+)/無疾病**

		受檢者	
		不帶原 (non-carrier)	帶原 (true-carrier)
採檢結果	陽性 (positive)	偽陽性 (false positive)	真陽性 (true positive)
	陰性 (negative)	真陰性 (true negative)	偽陰性 (false negative)

- **Q2-1.False positive is a conditional probability P(reagent is negative | patient is infected). Same argument for false negative. 假陽性是條件概率 P（試劑陰性|患者被感染）。 假陰性的參數相同。**

  > ## 2.1

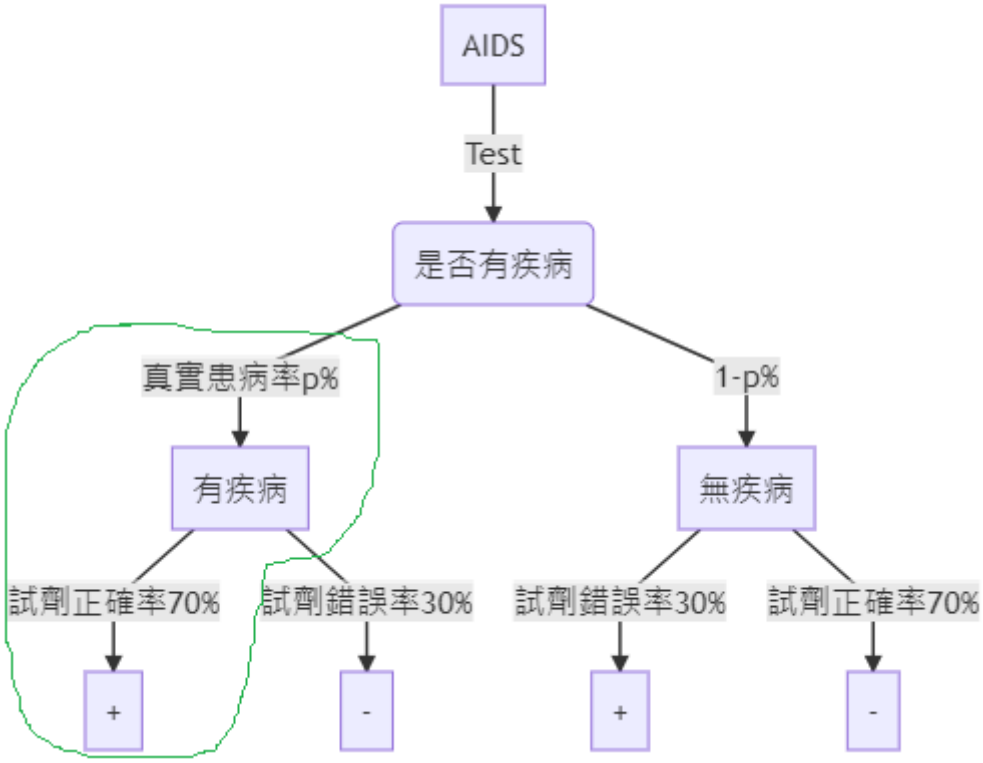
$$\mathbf{P}(\text{被感染}|\text{陽性}) = \frac{\mathbf{P}(\text{陽性}|\text{被感染})\mathbf{P}(\text{被感染})}{\mathbf{P}(\text{陽性})}$$



- **Q2-2.When a patient is given a positive test result, it is actually P(patient is infected | reagent is positive)當患者的檢測結果為陽性時，是真實的 P（患者被感染|試劑為陽性）**

> ## 2.2

$$\mathbf{P}(\text{被感染}|\text{陽性}) = \frac{\mathbf{P}(\text{陽性}|\text{被感染})\mathbf{P}(\text{被感染})}{\mathbf{P}(\text{陽性})}$$

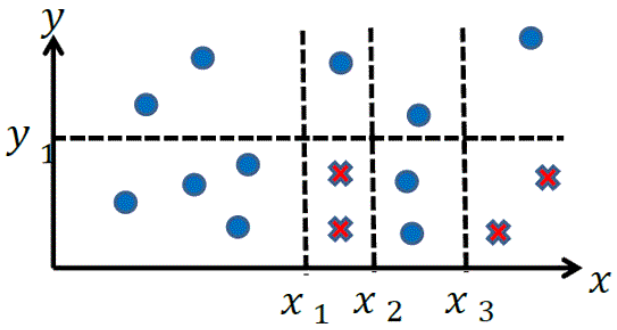


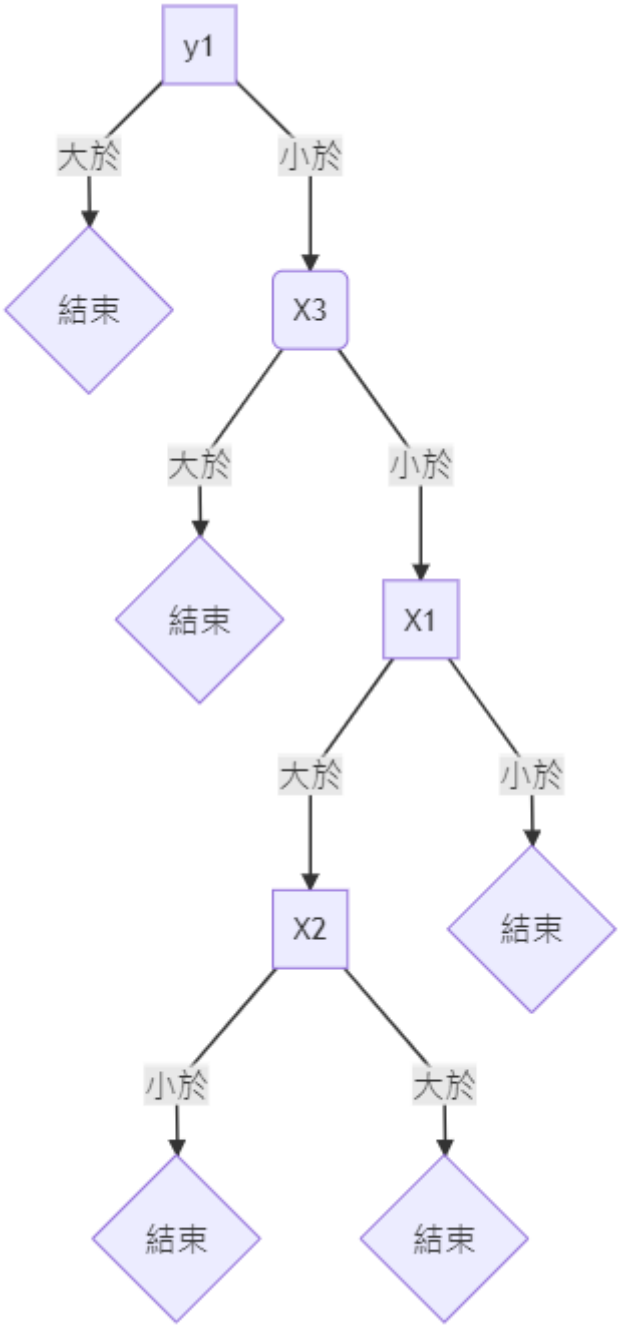
Q3. We mention an example to use Naïve Bayesian classifier for classifying colored squares and circles in the lecture. Following the example, which class will a red circle be assigned to? 我們在講課中提到了一個使用 Naïve Bayesian 分類器對彩色正方形和圓形進行分類的示例。 在此示例之後，將為哪個類別分配一個紅色圓圈●？

ANS

Q4. Plot a decision tree for the following data points. If you carefully design your tree, you will just need to use one or in a vertex.繪製以下數據點的決策樹。 如果您精心設計你的決策樹，則只需要使用一個或一個頂點即可。

ANS





Q5. We mentioned the gamblers ruin chain in the lecture. If the gambler decides to bet a different amount of money on each bet, which of the following is a better strategy to survive longer

assuming the gambler has a finite amount of money 我們在課堂中提到了賭徒的毀滅之鍊。如果賭徒決定對每個賭注下注不同數量的錢，那麼假設賭徒的錢數量有限，以下哪一項是更長久的更好策略。

Q5-1.Bet more money next time if he/she won last time, and bet less money next time if he/she lost last time 如果他/她上次贏了，下一次賭更多的錢，如果他/她最後一次輸了，那麼下一次賭更少的錢

ANS

1. 遊戲規則

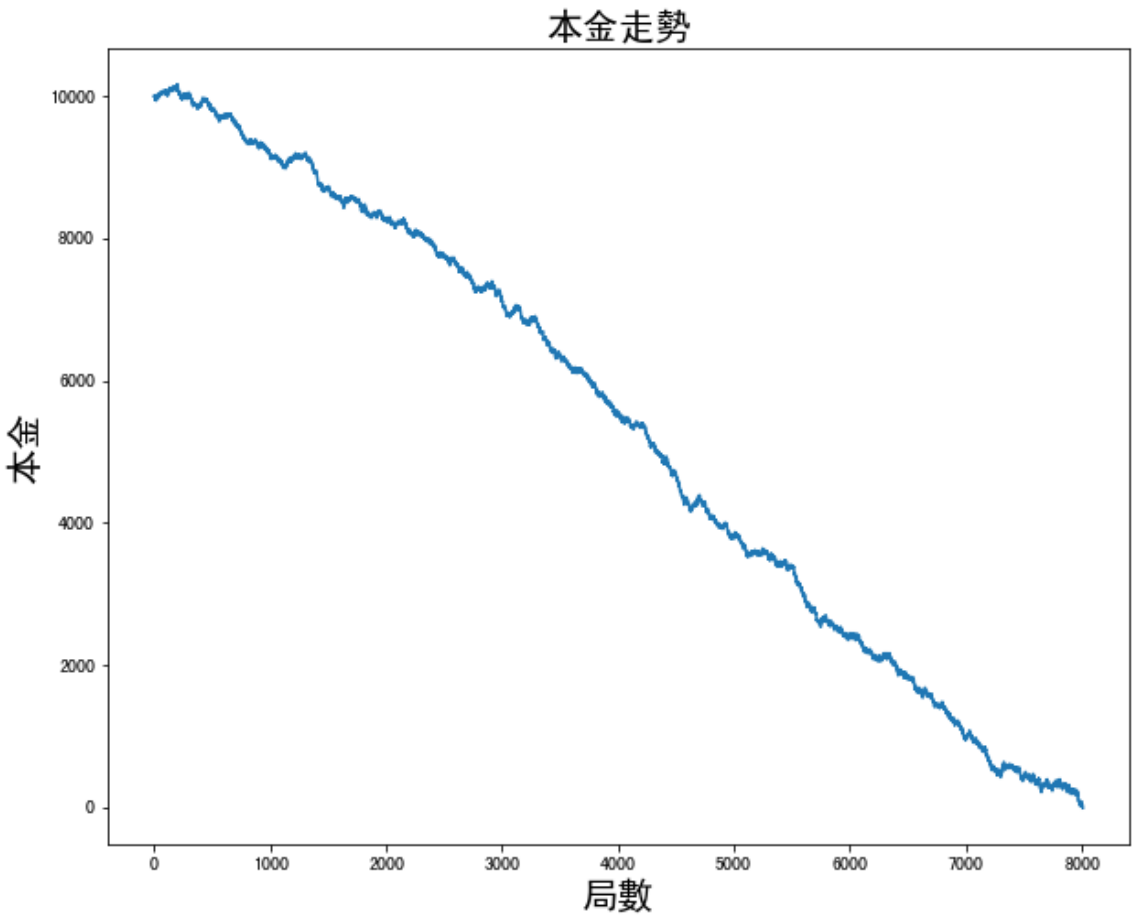
> 玩家和莊家同時擲兩個骰子，由點數和比大小，玩家只能選擇大或小，猜錯或是和局皆算莊家贏。

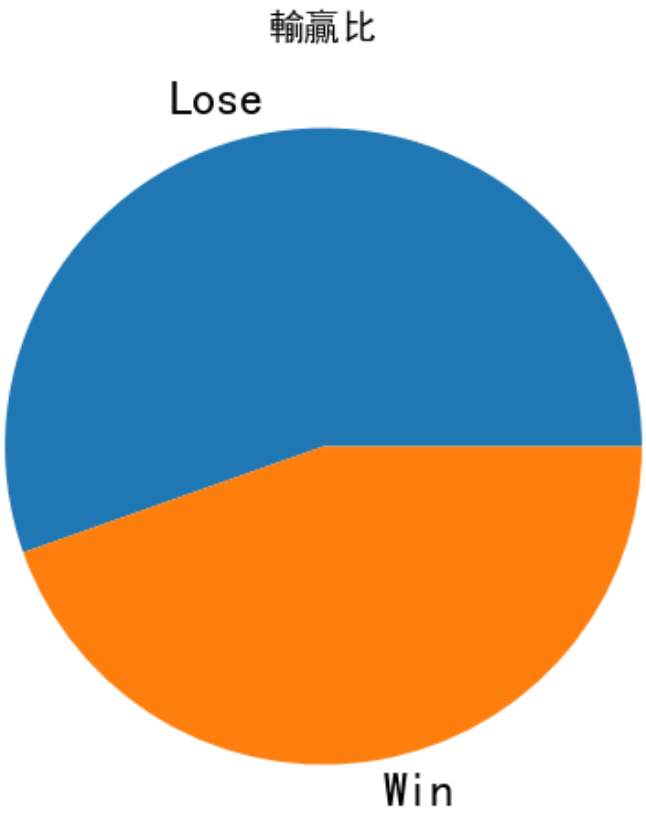
	本金	賭資	贏局加碼率	輸局減碼率	贏局下次賭資	輸局下次賭資
玩家	10000	10	0.0002	0.0001	1.0002 倍賭資	0.9999 倍賭資

2. 結果

> 最終，玩家還是破產收場，但輸贏比趨近 **1:1**。

3. 圖示


本金走勢
10000
8000
6000
4000
2000
0
本金
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
8000
局數



Q5-2.Bet less money next time if he/she won last time , and bet more money next time if he/she lost last time. Hint: If you are unable to figure out the answer follows the concept of the Kelly Criterion. 如果他/她上次獲勝，則下一次下注更少，如果他/她上次輸了，則下一次下注更多。提示：如果您無法確定答案，則遵循凱利準則的概念。

ANS

1. 遊戲規則

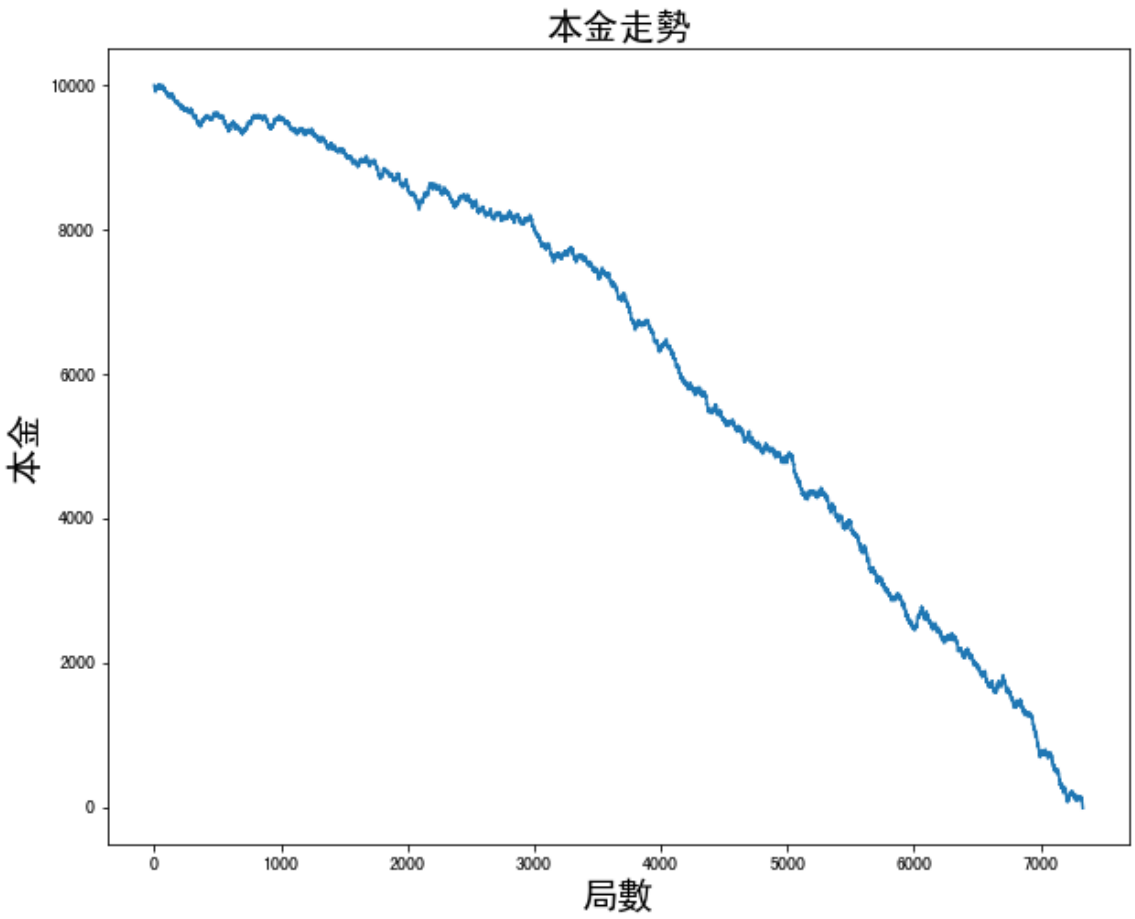
> 玩家和莊家同時擲兩個骰子，由點數和比大小，玩家只能選擇大或小，猜錯或是和局皆算莊家贏。

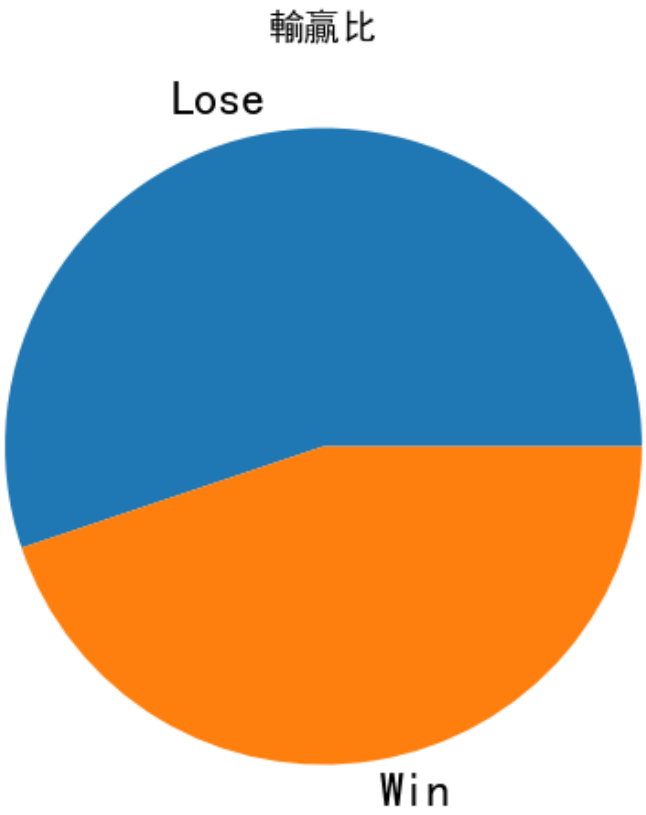
	本金	賭資	贏局減碼率	輸局加碼率	贏局下次賭資	輸局下次賭資
玩家	10000	10	0.0001	0.0002	0.9999 倍賭資	1.0002 倍賭資

2. 結果

> **最終，玩家還是破產收場，但輸贏比趨近 1:1。**

3. 圖示





4. 結論

依照上述兩種玩法，不管用甚麼方式做加碼或減碼，玩家最終會破產，只是局數玩得多或是少而已。