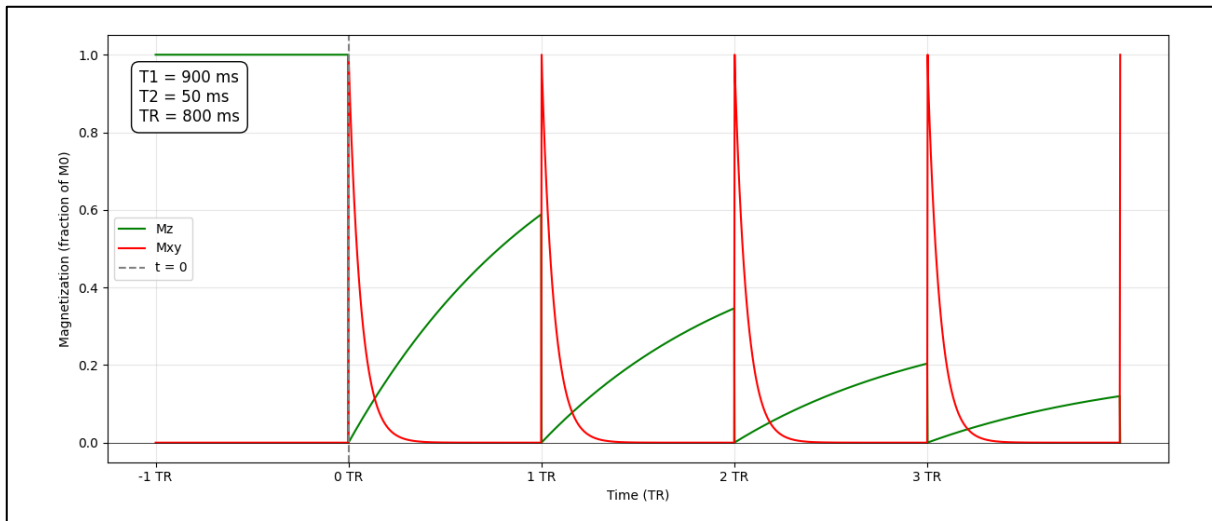


Homework 2

P76131539 謝廷昇

Part1



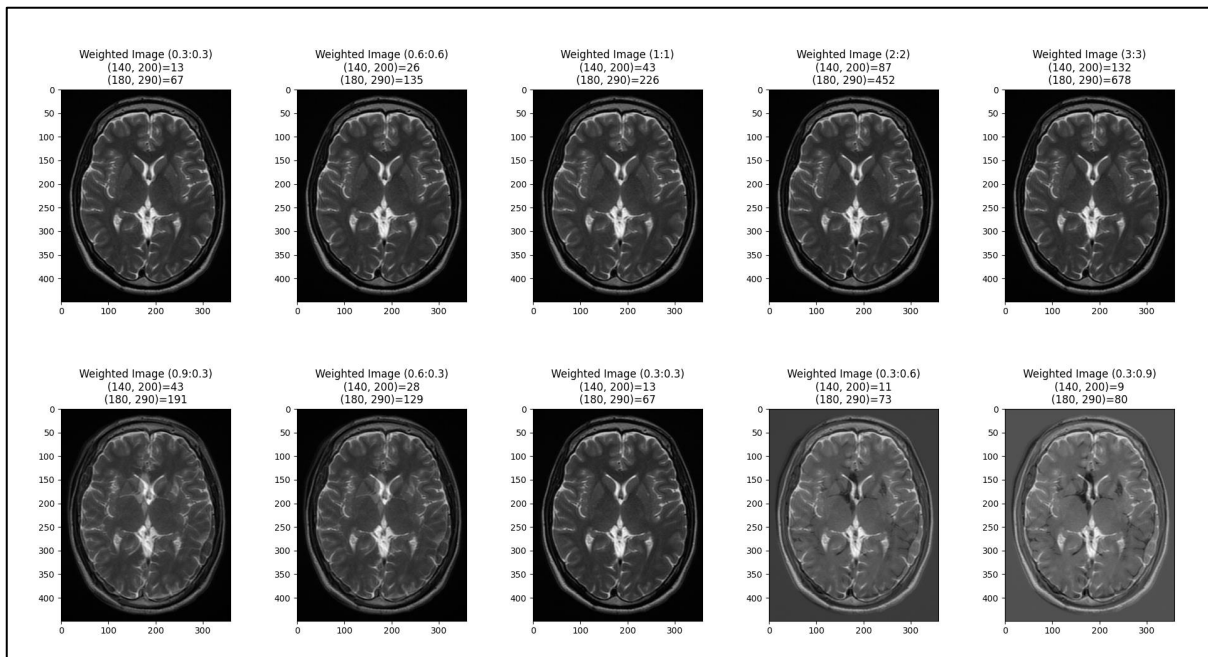
(附圖一)

附圖一中的參數為 T1 / T2 : 900 / 50 ms , TR : 800 ms

數據參考 <https://mri-q.com/why-is-t1--t2.html#/> 中，在 1.5T 時肌肉的 T1/T2 近似值。

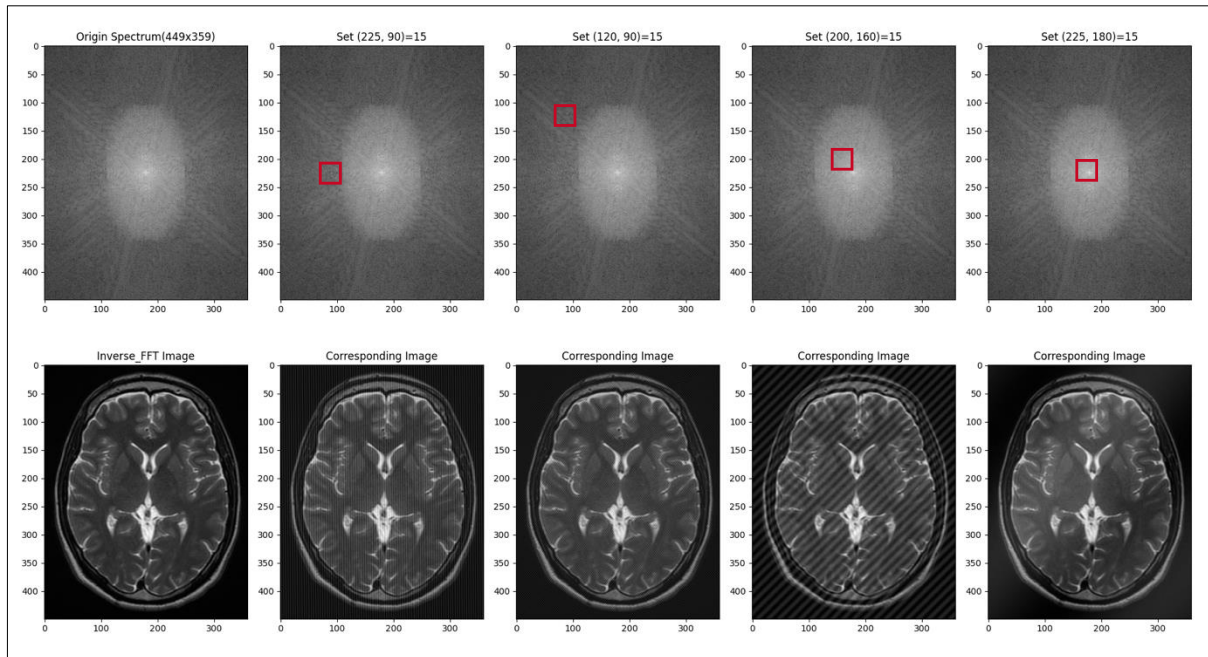
Part 2

此部分我將先從調整整體實數與虛數的比例，再來是調整在 spectrum 中單一像素位置的值，



(附圖二)

首先，從附圖二每張圖所附的資訊為實數與虛數個別給予的倍率及兩個不同座標的灰階值，上半部中可發現，在相同比例下，若同時對整個複數乘上同倍數，則所有的灰階值也是同時乘上相同倍數，得到對比增加，但各像素值比例不變的結果。在附圖下半部中給予了不同比例的實部及虛部，由左至右從 3:1 逐漸提高虛部比例至 1:3，可觀察到若增加虛部比例則像素間的灰階值比例逐漸升高，使對比增加更為顯著。



(附圖三)

若是變更傅立葉頻譜(spectrum)值則是如附圖三，除了最左邊的原圖外，其他為分別將不同座標的頻譜值設為與圖中的最大值相同。可以發現同上課內容，越靠近中心點 (225, 180) 則波紋頻率越小且波紋方向和目標座標點與中心點連線方向相同。

$$f[m, n] = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} F[k, l] e^{j2\pi \left(\frac{k}{M} m + \frac{l}{N} n \right)}$$

(附圖四)

因更動 spectrum 的單一值會造成相對應座標的傅立葉值呈倍數縮放，同時，反傅立葉回推灰階值的公式如附圖四，因自然指數的部分可轉換為 sin 與 cos 的組合，因此若單一座標的傅立葉值成倍數縮放，回推的灰階值則依座標成週期性變化如下方附圖五，由此得出與圖片相應的結果。

設變動位在 (a,b) 的 spectrum, for some $0 \leq a \leq M-1$
 $0 \leq b \leq N-1$

且 (a,b) 傅立葉值的變化量為 $\Delta F(a,b)$.

因此, 回推的灰階值為:

$$f(m,n) = \left(\sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} F(k,l) e^{j2\pi \left(\frac{km}{M} + \frac{ln}{N} \right)} \right) + \left(\Delta F(a,b) \cdot e^{j2\pi \left(\frac{am}{M} + \frac{bn}{N} \right)} \right)$$

$$= \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} F(k,l) \cdot \left[\cos 2\pi \left(\frac{km}{M} + \frac{ln}{N} \right) + j \cdot \sin 2\pi \left(\frac{km}{M} + \frac{ln}{N} \right) \right]$$

$$+ \Delta F(a,b) \left[\cos 2\pi \left(\frac{am}{M} + \frac{bn}{N} \right) + j \sin 2\pi \left(\frac{am}{M} + \frac{bn}{N} \right) \right]$$

(m,n) 灰階的變化量為:

$$\Delta f(m,n) = \Delta F(a,b) \cdot \left[\cos 2\pi \left(\frac{am}{M} + \frac{bn}{N} \right) \right]$$

(附圖五)