实验五　非线性锐化——梯度法

一. 实验目的

1. 理解梯度法的原理和意义；
2. 掌握水平垂直梯度算子和 Roberts 交叉梯度算子;
3. 掌握 Sobel 算子;

二. 实验原理

对于图象函数 $f(x,y)$，　它在点(x,y)处的梯度是一个矢量，定义为：

$$\vec{G}[f(x,y)]=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial f}{\partial x}\\ \dfrac{\partial f}{\partial y}\end{bmatrix}\qquad（5—1）$$

梯度的两个重要性质是：

（1）　梯度的方向在函数 $f(x,y)$最大变化率的方向上；

（2）　梯度的幅度（用 G［$f(x,y)$］表示）就是 $f(x,y)$在其最大变化率方向上的单位距离所增加的量；并由(5-2)式算出：

$$G[f(x,y)]=\left[\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2\right]^{1/2}\qquad（5—2）$$

由梯度幅度的计算可知，图象中灰度变化较大的边缘区域其梯度值大，在灰度变化平缓的区域其梯度值较小，而在灰度均匀区域其梯度值为零，所以通过计算图象中所有点的梯度值可以实现对图象的边缘检测和锐化增强。

对于数字图象而言，式(5-3)可以差分近似为:

$$G[f(x,y)]=\left\{[f(x+1,y)-f(x,y)]^2+[f(x,y+1)-f(x,y)]^2\right\}^{1/2}\qquad（5—3）$$

为便于应用，式(5-3)简化近似成为式(5-4)：

$$G[f(x,y)]=|f(x+1,y)-f(x,y)|+|f(x,y+1)-f(x,y)|\qquad（5—4）$$

以上梯度法又称为水平垂直梯度算子。

另一种梯度法叫做罗伯特交叉梯度算子，其数学表达式为：

$$G[f(x,y)]=\left\{[f(x+1,y+1)-f(x,y)]^2+[f(x+1,y)-f(x,y+1)]^2\right\}^{1/2}\qquad（5—5）$$

为便于应用，式(5-5)简化近似成为式(5-6)：

$$G[f(x,y)] = |f(x+1,y+1) - f(x,y)| + |f(x+1,y) - f(x,y+1)| \qquad (5—6)$$

以上两种梯度近似算法在图象的最后一行和最后一列的各象素的梯度无法求得，一般就用前一行和前一列的梯度值近似代替。当梯度计算完之后，就可以根据需要生成不同的梯度增强图象。

采用以上两种梯度算子锐化图象，同时会使噪声、条纹等得到增强， Sobel 算子则在一定程度上克服了这个问题。Sobel 算子法的基本原理是：按式(5-7)计算图象中各象素 3×3 邻域内的 Sobel 梯度值，将其作为梯度处理后图象的灰度。

$$S[f(x,y)] = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} \qquad (5—7)$$

为便于应用，将其简化近似为式(5-8)

$$S[f(x,y)] = |S_x| + |S_y| \qquad (5—8)$$

其中，S_x 和 S_y 分别由掩模 D_x 和 D_y 通过掩模计算得到，掩模 D_x 和 D_y 如下：

$$D_x = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad D_y = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sobel 算子不象普通梯度算子那样用两个象素的差值， 这就导致了以下两个优点：（1） 由于引入了平均因素， 因而对图象中的随机噪声有一定的平滑作用。

（2） 由于它是相隔两行或两列之差分， 故边缘两侧元素得到了增强，边缘显得粗而亮。

三. 实验内容

1. 用水平垂直梯度算子对图象进行边缘检测；
2. 用 Roberts 交叉梯度算子对图象进行边缘检测；
3. 通过选取阈值 T 得到并观察比较不同的梯度锐化图象各自的特点（其中 L_G 和 L_B 是固定灰度级）；

（1） $g(x,y) = G[f(x,y)]$ （5—9）

（2） $$g(x,y) = \begin{cases} G[f(x,y)] & G[f(x,y)] \ge T \\ f(x,y) & \text{其他} \end{cases} \qquad (5—10)$$

（3） $$g(x,y) = \begin{cases} L_G & G[f(x,y)] \ge T \\ f(x,y) & \text{其他} \end{cases} \qquad (5—11)$$

（4）$g(x,y)=\begin{cases} G[f(x,y)] & G[f(x,y)]\geq T \\ L_B & \text{其他} \end{cases}$ （5—12）

（5）$g(x,y)=\begin{cases} L_G & G[f(x,y)]\geq T \\ L_B & \text{其他} \end{cases}$ （5—13）

4. 用 Sobel 算子对图象进行边缘检测；
5. 比较 Sobel 算子和另外两种梯度算子在检测效果上的差异；
6. 比较梯度法和拉普拉斯算子在锐化效果上的差异（突出边缘、突出小细节、对噪声的响应）；
7. 对梯度锐化图象进行直方图均衡增强对比度。

四. 实验步骤

1. 为各算子分别编写子程序，实现数据的读取；
2. 编写计算梯度的函数（梯度值的计算分别采用式(5-4)、式(5-6)和式(5-8)）；
3. 编写主程序对图象实现梯度算法，通过程序中的参数选取阈值，生成目标文件——梯度锐化图象（分别按照式(5-9)、(5-10)、(5-11)、(5-12)和(5-13)生成五种不同效果的梯度锐化图象）。

五. 思考题

1. 为什么梯度算子所有掩模中的系数之和均为 0？
2. 为什么 Sobel 算子在突出边缘的同时，对噪声的抑制要好于其他两种梯度算子？