

分类号_____

学校代码 10487_____

学号 M201373398_____

密级_____

华中科技大学

硕士学位论文

基于广义最大覆盖的电动汽车充电站 选址研究

学位申请人：吴恋

学科专业：管理科学与工程

指导教师：杨珺教授

答辩日期：2016年4月29日

**A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Management**

**Locating Electric Vehicles Refueling Stations
Based On The Generalized Coverage**

Candidate : Wu Lian

Major : Management Science and Engineering

Supervisor : Prof. Yang Jun

Huazhong University of Science & Technology

Wuhan 430074, P. R. China

April, 2016

独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除文中已经标明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对本文的研究做出贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：

日期： 年 月 日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权华中科技大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

本论文属于 ☐ 保密， 在_____年解密后适用本授权书。

☐ 不保密。

（请在以上方框内打“√”）

学位论文作者签名：

日期： 年 月 日

指导教师签名：

日期： 年 月 日

摘要

由于经济的高速发展，环境污染和资源匮乏问题越来越严重。人们开始不断寻找新的能源，因此电动汽车开始进入大家的视野。充电站作为电动汽车运行和维护的关键设施，是电动汽车发展推广中的关键部分，如何科学合理和经济的进行充电站的选址布局是亟待解决的问题。关于选址问题的研究由来已久，而电动汽车充电站选址的研究近年来也是学者们的研究热点。

本文首先详细概述了选址问题的几种常见类型，分别是： P -median 问题， P -center 问题，集覆盖问题，最大覆盖问题，广义最大覆盖问题。之前关于充电站的选址研究大都是基于传统覆盖的选址模型，因此本文选择从一个新的角度即广义最大覆盖的概念入手研究电动汽车的充电站选址问题。它与传统的最大覆盖选址问题不同之处在于，用户的需求覆盖不再是二元的，它将传统的覆盖问题的二元变为广义上的多元，除了“完全覆盖”和“完全不覆盖”之外，还提出了一个新的概念——“部分覆盖”，将“单一覆盖”扩展为“合作覆盖”。而且每个充电站对需求点的客户需求的满足程度是不同的，这种满足程度随着距离的增加而减弱。在此基础上本文进一步详细研究了广义最大覆盖问题的两种具体情况——渐进覆盖和合作覆盖，并结合电动汽车的充电特性即充电逻辑构建了关于电动汽车充电站基于渐进覆盖和合作覆盖选址两种情形下的混合整数规划模型，并对模型进行了详细说明。最后通过一个具体案例的分析研究，并利用 CPLEX 通过分支定界法求解出充电站的最优建设方案。

关键词：电动汽车，充电站选址，广义最大覆盖问题，混合整数规划

ABSTRACT

Due to the rapid development of economy, the problem of environmental pollution and resource scarcity is becoming more and more serious. It is urgent to develop and use new energy sources, so electric vehicles are beginning to attract the attention of people. As the key infrastructure for the operation and maintenance of vehicles, the charging station is the key part of the development and promotion of electric vehicles. So how to locate the charging stations reasonably and economically is an urgent problem to be solved. Research on locating has been studied for a long time, and the research of locating the charging station of electric vehicles has also been studied a lot in recent years.

In this paper, there are several kinds of locating models, namely: P-median model, P-center model, Set covering model, Maximum covering locating problem and Generalized maximum covering locating problem. Researches on locating charging stations before are based on the traditional coverage problem. Therefore the paper follows a new point of view, namely the concept of generalized maximum coverage problem to study the locating of charging stations. The difference between it and the traditional coverage problem is that the coverage of user's needs is no longer individual coverage but cooperative coverage. There are not only "full coverage" and "incomplete coverage", a new concept of "partial coverage" is proposed. And each charging station has different degree coverage of demand, with the coverage degree decays over the distance. In this paper, we mainly study two assumptions of the GMCLP, thus Gradual cover model and Cooperative cover. Then we combined them with the electric vehicle charging logics to design two locating models with mixed integer programming based on gradual coverage and cooperative coverage, and the two models are described in detail. Finally, we solve the two locating models with a specific case by CPLEX with branch and bound method and analysis the solution.

Key words: electric vehicles, charging station locating, generalized maximum cover problem, mixed integer programming

目录

摘 要.....	I
ABSTRACT.....	II
1.绪 论	
1.1 研究背景及意义	1
1.2 国内外研究现状	2
1.3 论文主要研究内容	5
2.相关理论与方法综述	
2.1 选址理论基础.....	6
2.2 P-median 选址模型	6
2.3 P-center 选址模型	7
2.4 传统覆盖模型.....	8
2.5 广义最大覆盖模型	11
3.电动汽车充电站选址的渐进覆盖模型	
3.1 电动汽车及充电站概论	13
3.2 电动汽车充电站的集覆盖选址模型	13
3.3 基于渐进覆盖的充电站选址模型	16
3.4 案例求解.....	21
4.电动汽车充电站选址的合作覆盖模型	
4.1 合作覆盖概念.....	26
4.2 充电站的合作覆盖模型	28
4.3 案例分析.....	29
5.总结与展望	

华中科技大学硕士学位论文

5.1 结论.....	35
5.2 展望.....	35
致 谢.....	37
参考文献.....	38
附录 1 攻读硕士期间参与的课题	41

1.绪论

1.1 研究背景及意义

随着社会经济的快速发展,世界各个国家对能源的需求量越来越大,这也因此导致环境问题日益严重,能源匮乏、全球环境污染等问题逐渐提上日程成为大家讨论和关注的重点。在环境问题日益严重的今天,电动汽车因其有着清洁、节能的显著优势,因而成为世界各国与地区都倍加重视的新兴能源产业。中国作为经济处于腾飞阶段的发展中国家也将大力扶持电动汽车的产业发展,并将其作为未来汽车产业发展方向,而且已经出台一系列支持政策。我国汽车产业经过多年的发展,已具备了较好的产业基础,大力发展新能源汽车是加快转变经济发展方式、调整和优化产业结构的必然选择。国家在“十二五”期间将重点扶持电动汽车的发展,各个地方政府和企业也在电动汽车项目上投入了大量财力物力并取得一定成效,如湖北省在混合动力汽车、纯电动汽车方面已进入商业化示范运营阶段,在新能源汽车研发、示范运营、产业化三个方面形成了一体化发展的产业链。然而值得特别关注的是,虽然电动汽车相关产品出现已经有相当长一段时间,在硬件技术方面也不断取得了很多新的成果,但是电动汽车的在市场上的运营推广仍然进展的很缓慢,而且在推广普及中遇到了很多困难,其中最主要一个问题就在于电动汽车续航能力差而且充电慢,这样的劣势造成了与消费者所追求的“更快更远”的出行需求之间的矛盾。同时电动汽车高昂的购买成本以及行驶过程中的不便利也成为了电动汽车产业发展缓慢的关键因素。所以,在现阶段推广电动汽车,除了从科学技术上进行突破这条路径外,必须还要突破外部设施缺乏这一阻碍,为了满足消费者的出行需求,充足并合理建设的充电站是必须的。

如今,大气的污染日趋严重,CO₂含量的上升加剧了全球的温室效应,在大气中 65%的 CO₂排放来源于能源的使用,其中 21%来自交通运输行业中矿物燃料的燃烧,发展新型能源产业迫在眉睫。近 10 多年来,随着动力电池技术的发展,电动汽车已在欧美、日本等发达国家初步形成规模市场。中国也做出规划到 2020 年中国的电动汽车(包含纯电动汽车、混合动力汽车和燃料电池汽车等)的保有量将达到 500

万辆。因此，加快城市电动汽车充电站的建设，以及研究如何科学合理的规划充电站的布局对于推进和加快未来城市电动汽车的可持续性发展具有非常重要的意义。而且随着人口的增长，对于交通工具的需求将增加，相应的矿物燃料的资源将会减少，这也导致了汽车燃料价格的上升。因此采用可替代的清洁能源作为汽车燃料的问题逐渐成为人们的焦点，像：生物柴油，乙醇，以及电能等等。许多国家便出台了相关的政策来扶持新能源汽车（AFV）的研发以便来应对日益严重的空气污染。

虽然人们对于发展电动汽车产业越来越重视，但是就电动汽车的发展而言却仍然有很多现实的问题亟待解决，首先是电动汽车本身的问题，主要有两点：1 较高的成本；2、行驶里程的局限，电动汽车相较于传统汽车，它的续航能力差，电池容量有限，这些原因使得许多经常远行的消费者不愿意用电动汽车。只有建立足够多的充电站，用户才会有意愿购买和使用电动汽车，这样便产生了需求，用户有了需求汽车生产商才会去生产电动汽车，这样才能推动电动汽车的发展。所以关于电动汽车充电站的选址研究便显得尤为重要。因此本课题的目的便是基于充电站建设的需求，建立一个新的充电站的选址模型，来为以后充电站的建设提供比较好的解决方案。

对于充电站的建设问题主要是对于充电站选址问题的研究，已经有许多学者对于新能源加油站的选址问题进行了探讨，例如（Ying-Wei Wang, 2008）对电动旅行车的充电站设施选址进行了研究，考虑如何在旅游风景区建立充电设施以满足旅客的出行需求^[1]。本次课题研究的主要目的是对于充电站的选址与成本进行探讨，意义在于如何在最大的满足消费者出行的需求的前提下花费最少的建设成本来建设充电站便成为了一个值得研究的课题。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 国内研究现状

电动汽车在中国出现的时间相对比较晚，目前还仅仅处在推广阶段，然而电动汽车是未来汽车产业的发展方向，关于它及其充电站的研究逐渐成为研究热点，充电站的选址研究也在慢慢的逐步开展，国内外的许多学者都在这些问题上取得了不

小的成就。

徐帆, 俞国勤等首先详细介绍了什么是电动汽车的充电需求, 进而提出了影响充电站选址主要因素并说明了这些因素电动汽车充电站最终选址规划的影响; 与此同时还指出了服务半径、电动汽车分布、城市道路规划等充电站选址需要考虑的因素^[2]。

孟子杰综合考虑了影响电动汽车充电站建设的各种成本因素, 包括基础建设费用、地价、设备费用和日常运行维护费用等, 建立了基于最小成本的充电站优化数学模型^[3]。

应夏辉等首先分析了影响电动汽车充电站选址的主要因素, 然后在遵循电动汽车充电站建设原则的基础上, 构建了关于电动汽车充电站投入成本和用户充电费用最小化的充电站选址模型, 并通过遗传算法对模型进行求解, 之后用算例对模型和算法来进行验证^[4]。

康继光等在文中着重比较了 3 种充电模式的不同点和优缺点, 然后从电能外部接入方面来研究充电站的选址研究问题^[5]。

刘志鹏等提出了两步筛选法来解决电动汽车充电站的选址规划问题, 在此基础上构建电动汽车充电站选址的最优数学模型^[6]。

韩笑等主要介绍了关于纯电动公交车充电站是如何运营规划的, 并进行了仿真分析^[7]。

刘锴等主要分析了两种从 P-median 模型和截流选址模型发展而来的主流模型。即点需求模型和过路流量需求模型的优缺点, 并进行了改进和延伸, 进一步探索了多目标优化模型以及动态布局优化模型和方法^[8]。

任玉珑等研究了在硬时间窗约束下如何构建充电站选址多目标优化选址模型, 并使得充电站的用户充电成本和充电站建设成本最小化^[9]。

常玉林等文中主要研究的是服务设施选址的优化问题, 在构建的优化模型中假设城市每个小区发生紧急事件的概率是随机的, 而且系统中只有一个容量有限的服务设施^[10]。

方磊等文主要研究的是在满足一定的应急系统时间规定的响应时间内的前提

下, 构建了使得系统的费用最小化的数学模型并进行了求解^[11]。

周洪超等首先分析了传统的选址方案, 然后提出了用博弈论来对电动汽车充电站选址方案的优劣进行评价, 先是在博弈论的基础上建立了选址问题的优化模型和算法, 最后通过案例进行分析^[12]。

1.2.2 国外研究现状

德国经济学家韦伯早在 1909 年就提出了选址理论, 但 1960 年之前的选址问题的相关研究大多有一定的局限性, 此后才开始步入系统研究阶段^[13], Daskin 就曾经对设施选址问题的特点进行过总结^{[14]-[15]}。

Hakimi 在 1964 年就提出了选址研究中的两个经典问题, 一个称为 p -median 问题另一个称为 p -center 问题, 他们的含义分别是: p -median 问题的目标函数是使得所有需求点到服务设施的加权距离之和最短, 而 p -center 问题的目标函数是在服务设施数量一定的条件下进行选址决策, 使得任一需求点到离它最近的服务设施的最大距离最小化^[16]; C. A. Rogers 在 1964 年首先提出了覆盖选址的概念^[17]; Toregas 等在 1971 年第一次提出了集覆盖问题的概念 SCLM (Set Covering Location Model)^[18], 使得在满足所有需求的前提下使得服务设施的所用成本或设施数量最小; Church and ReVelle(1974)首次提出了最大覆盖选址模型 MCLM (Maximum Covering Location Model)^[19], 目标函数是在建设一定数目的服务设施的条件下, 最大的满足用户的需求; Current 等首次提出了关于服务设施选址的多目标选址问题 MCSPP (Maximum Covering and Shortest Path Problem)^[20], 目标是在满足覆盖需求最大化的同时使得用户的行走路径最小。现实生活中的常见服务设施例如汽车加油站和充电站等, 他们所服务对象的需求不仅包括点需求, 还包括过路需求流。Goodchild 等最先将两种需求综合在一起考虑, 在研究如何建设加油站网点以使企业的市场份额最大化的同时还考虑了固定需求和过路需求流并建立了考虑两种需求的相应的模型^[21]; 对这些日常路线上产生的过路需求 Hodgson 等最早提出截流问题 FCLM (Flow Capturing Location Models)^[22]; 考虑了在需求路线及路径流量确定的情况下, 当服务设施数量有限制时, 如何在网络中做出最优的选址决策使通过的流量和最大; 之后 Hodgson 等人又对 FCLM 问题进行了延伸, 提出了一种混合目标规划模型, 该模型将

p-median 问题截流问题综合在一起考虑，其目标函数是矛盾的两个目标，即加权距离最小化和截流流量最大化，且在模型中假设网络上的过路需求只能被设在 O-D 对最短路径上的其中一个服务站所覆盖^[23]；Kuby 和 Lim 等在考虑了汽车最大行驶里程（Vehicle Range）的基础上，将 FCLM 模型进一步拓展建立了一个流动再加油选址模型 FRLM（Flow Refueling Location Model），模型中过路需求不再是只能被一个服务设施所服务而是多个；FRLM 与 FCLM 的主要区别在于，在 FCLM 中至少有一个设备在经过这个流的任何地方，那么流量就可以获得。但是在 FRLM 模型中，这还要就由路径的长度和车辆最大行驶里程决定。

1.3 论文主要研究内容

论文主要分为五大部分绪论、相关理论与方法综述、电动汽车充电站的渐进覆盖模型、充电站的合作覆盖模型及总结和展望。

本文第一章，绪论：详细介绍了本文研究的背景和意义，以及国内外发展现状进行简单说明，最后论述提出本文的主要研究内容。

本文第二章，相关理论与方法综述：首先对选址理论基础进行概述，例如中心地理论、重心法和韦伯设施区位论等。之后对设施选址问题中常见的模型进行了详细说明。

本文第三章，电动汽车充电站的渐进覆盖模型：首先介绍电动汽车及其充电站的概念和充电模式。之后基于电动汽车的充电特性构建电动汽车充电站的渐进覆盖模型。

本文第四章，电动汽车充电站的合作覆盖选址模型：首先详细说明了合作覆盖问题的概念，并给出充电站的合作覆盖模型。之后通过案例进行结果求解。

本文第五章，总结与展望，对电动汽车充电站的深入研究提出建议。

2.相关理论与方法综述

2.1 选址理论基础

选址问题历来是运筹学中研究的经典问题，它的研究内容相当的广泛。在各种各样的选址研究中，网络设施选址研究是选址理论的一个重要研究分支。本文的研究重点是电动汽车充电站的选址，它就属于网络设施选址问题的其中一种，网络选址的研究中有几个主要的理论：中心地理论^[25]；重心法^[26]；韦伯设施区位论，其中广义的韦伯问题又被分为三种类型：重心问题、中心问题和覆盖问题^[26]。

2.2 P-median 选址模型

P-median 问题，即给定服务设施的数量的条件下，如何合理的分配布局这些服务设施以达到使得需求点和供应站的距离与需求的加权乘积之和最小的优化目标，也就是最小化加权距离；其基础模型是 Hakimi (1964) 最早提出 p-median 模型：即需求点的需求量和位置确定的情况下，同时给定候选设施的选址位置集合并为每个需求点安排一个固定的供应站，从而满足需求点与供应点之间的平均距离最小。P-median 问题在某些情况下也可以变成离散选址问题，而不影响目标函数的值。

P-median 问题的数学模型表达式如下：

参数与变量

N : 需求点集合；

M : 待选站点集合；

i : 需求点, $i \in N$;

j : 候选建站点, $j \in M$;

H_i : 需求点 i 的需求量；

d_{ij} : 需求点 i 到候选站点 j 的距离；

p : 待建设施的数量；

X_j : 若在 j 点建站, $X_j=1$, 否则取 0；

Y_{ij} : 若需求点 i 能被建在 j 点的设施覆盖, $Y_{ij}=1$, 否则取 0；

模型^[27]：

$$\text{Minimize } \sum_{i \in N} \sum_{j \in M} H_i d_{ij} Y_{ij} \quad (2-1)$$

s.t.

$$\sum_{j \in M} X_j = p \quad (2-2)$$

$$\sum_j Y_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (2-3)$$

$$Y_{ij} \leq X_j \quad \forall i \in N, j \in M \quad (2-4)$$

$$X_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in M \quad (2-5)$$

$$Y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, j \in M \quad (2-6)$$

其中，目标函数（2-1）的含义是需求点到供应站的加权距离之和最小，需求强度即为权数；约束（2-2）表示可以建立的服务设施的总数为 p ；约束（2-3）表示所有需求点的需求都被覆盖；约束（2-4）表示只有在某节点能够满足需求点的需求的前提是该点建立了充电站；约束（2-5）、（2-6）表示是两个 0-1 变量约束。

P-median 模型已经在多种新能源供应站选址问题中得到了广泛应用，但是也有其局限性，补充能源需求产生的位置不仅仅局限于住所和工作场所，出行中随时可能产生需求，因而缺少现实意义。此外在该模型中假设所有供应站的容量是无限大的，然而现实中供应站的服务容量是有限的，从实际应用来看，该类模型适合于城市规模已经稳定、新能源交通需求变化在时空分布上较为均衡的地区。在 **p-median** 问题之后，很多学者又对其进行了拓展。如 **ReVelle**^[28] 的零售商店选址决策问题。

2.3 P-center 选址模型

P-center 问题由 **Hakimi** 在 1964 年给出，是考虑如何在网络节点中选出 p 个服务设施选址点，使得每一个需求点到距离它最近的服务站的最大距离最小。 P 的取值没有限制，研究的是如何选择设施的选址，使任何需求点一旦产生需求，服务设施能以最短的距离满足需求点的需求。

P-center 问题的数学模型表示如下：

参数与变量

N : 需求点集合；

M : 待选站点集合;

i : 需求点, $i \in N$;

j : 候选建站点, $j \in M$;

d_{ij} : 需求点 i 到候选站点 j 的距离;

p : 待建供应站的数量;

D : 需求点到距离它最近的充电站的最大距离;

X_j : 若在 j 点建站, $X_j=1$, 否则取 0;

Y_{ij} : 若需求点 i 能被建在 j 点的设施覆盖, $Y_{ij}=1$, 否则取 0;

模型:

$$\text{Minimize } D \quad (2-7)$$

s.t.

$$\sum_{j \in M} X_j = p \quad (2-8)$$

$$\sum_j Y_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (2-9)$$

$$Y_{ij} \leq X_j \quad \forall i \in N, j \in M \quad (2-10)$$

$$D \geq \sum_{j \in M} d_{ij} Y_{ij} \quad \forall j \in M \quad (2-11)$$

$$Y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, j \in M \quad (2-12)$$

$$X_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in M \quad (2-13)$$

其中, 目标函数 (2-7) 的含义是每个需求点到距离它最近的充电站的最远距离最短; 约束 (2-8) 表示可以建设的设施数为 p 个; 约束 (2-9) 的含义是所有需求点的用户需求均被覆盖; 约束 (2-10) 表示在某候选选址点, 满足需求点的需求的前提是首先建设了服务站; 约束 (2-11) 用来确定任意一个需求点到距离该点最近的充电站的最大距离; 约束 (2-12) 和 (2-13) 定义两个 0-1 决策变量。在模型中, 我们假设服务站的容量是没有限制的, 也就是说每个需求点的需求能够被多个充电站所覆盖。

2.4 传统覆盖模型

覆盖问题主要分为两类, 即: 集覆盖问题 (Set Covering Problem) 和最大覆盖

问题 MCLP (Maximum Covering Location Problem)。

2.4.1 集覆盖模型

集覆盖模型主要研究的是建设成本问题，因此对设施的建设数目没有限制，在给定的应急规定时间内，其目标函数是使得在给定时间或距离内满足所有需求点的需求的建设成本最小化。当每个设施建设费用都一样时，那么目标函数即简化为建设设施的最小数量。

集覆盖模型如下：

参数与变量

N : 需求点集合；

M : 待选站点集合；

i : 需求点, $i \in N$;

j : 候选建站点, $j \in M$;

d_{ij} : 需求点 i 到候选站点 j 的距离；

c_j : 在 j 点建站的固定成本；

R : 可接受的最远覆盖距离；

X_j : 若在 j 点建站, $X_j=1$, 否则取 0；

Y_{ij} : 若 i 点需求能被候选站点在距离 R 内覆盖即 $0 \leq d_{ij} \leq R$, $Y_{ij}=1$, 否则取 0；

模型

$$\text{Minimize } \sum_{j \in M} c_j X_j \quad (2-14)$$

s.t.

$$\sum_{j \in M} Y_{ij} X_j \geq 1 \quad \forall i \in N \quad (2-15)$$

$$Y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, j \in M \quad (2-16)$$

$$X_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in M \quad (2-17)$$

目标函数 (2-14) 使得服务设施的建设成本最小，若假设所有服务设施的建设成本 c_j 是一样的，则目标函数可以简化为设施数量最小化；约束 (2-15) 表示任一需

求点在可接受距离内能被至少一个服务设施所覆盖；约束（2-16）和（2-17）定义了两个 0-1 决策变量。

在集覆盖模型中忽略了需求的规模这一点，模型中要求所有的需求都要被覆盖。在这样情况下，如果某些地理位置较偏远的点的需求量非常小，这样就会造成投入与产出的比例严重失衡，结果很有可能会导致较大的资源浪费。

2.4.2 最大覆盖模型

在现实中情况下，资源的数量不是无限的而是有限制的。不可能完完全全的满足所有用户的需求。在这种条件下我们就要开始研究能够尽可能多的覆盖需求点的情况，这也就是之后提出的最大覆盖问题的概念。最大覆盖问题是由 Church 最早提出，研究的内容是在服务设施的数目和覆盖半径均确定的情况下，如何合理布局 p 个服务站，使得被覆盖的需求量最大的问题。即在服务设施建设数量和服务的覆盖距离一定时，使得被覆盖的需求最大化。在这种情况下，提出了最大覆盖选址问题的选址模型，该模型不再要求所有的需求都被覆盖，而是在服务设施数量一定的条件下，以使在规定的服务距离内，最大可能的需求被覆盖。

最大覆盖模型如下：

参数与变量

N ：需求点集合；

M ：待选站点集合；

i ：需求点， $i \in N$ ；

j ：候选建站点， $j \in M$ ；

d_{ij} ：需求点 i 到候选站点 j 的距离；

R ：可接受的最远覆盖距离；

X_j ：若在 j 点建站， $X_j=1$ ，否则取 0；

Y_{ij} ：若 i 点需求能被候选站点在距离 R 内覆盖即 $0 \leq d_{ij} \leq R$ ， $Y_{ij}=1$ ，否则取 0；

H_i ：若需求点 i 的需求能被满足， $H_i=1$ ，否则为 0；

模型：

$$\text{Minimize } \sum_{i \in N} H_i Z_i \quad (2-18)$$

s.t.

$$\sum_{j \in M} Y_{ij} X_j \geq Z_i \quad \forall i \in N \quad (2-19)$$

$$\sum_{j \in M} X_j = p \quad (2-20)$$

$$X_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in M \quad (2-21)$$

$$Y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, j \in M \quad (2-22)$$

$$H_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in N \quad (2-23)$$

其中，目标函数（2-18）表示使得被覆盖的需求量最大；约束（2-19）表示如果需求点 i 的需求被覆盖的话，那么至少有一个设施站点建在其可接受的最大覆盖距离内；约束（2-20）表示服务站的建设数量为 p 个；约束（2-21）、（2-22）和（2-23）表示三个 0-1 决策变量。

2.5 广义最大覆盖模型

最大覆盖选址模型已被证明是设施选址问题中最有效的模型之一。MCLP 模型的目标函数是在待建服务设施数量一定的时候最大的覆盖用户的需求，只有当用户与最近的服务站之间的距离在可接受的最远服务距离 R 以内，才会被覆盖。MCLP 模型中假设需求点的覆盖度是二元的，即任一节点上的用户只有“完全被覆盖”和“完全不被覆盖”两种情况。然而，在实际应用中，尤其是零售超市的选址的问题中，这样的二元的覆盖假设是不现实的。事实上，大多数零售业经理认为该设施提供的覆盖水平是随着顾客与超市之间的距离而降低的，即覆盖水平是距离的减函数。这些降低的覆盖水平通常也是要纳入零售设施的选址决策之中。因此，传统的最大覆盖选址模型在实际应用中上存在一定的不足之处。在此基础上，O.Berman 和 Krass 提出了广义最大覆盖选址模型^[31]，它是最大覆盖模型的一种扩展。在广义最大覆盖模型中假设每一个需求点 i 有多个覆盖水平和多个覆盖半径，即每个节点 i 附近的所有设施都会对 i 产生一个覆盖度，它的大小取决于 i 到该设施的距离。那么如果离需求点最近的设施是在覆盖半径 r_i 内，那么其对 i 点的覆盖度为 $a_i(r_i)$ 。并且假设覆盖程度是一个关于 i 到离其最近设施距离的递减函数，每个需求点有 k 个覆盖程度和相

应的覆盖半径。在广义最大覆盖模型中，目标函数是使被覆盖节点的需求权重最大化。

目前，GMCLP 模型较多的应用在零售店的选址问题中，在电动汽车充电站的选址决策研究中还不多见。

3.电动汽车充电站选址的渐进覆盖模型

3.1 电动汽车及充电站概论

3.1.1 电动汽车

电动汽车可以划分为三种类型：纯电动汽车、混合动力汽车和燃料电池汽车^[29]。

传统汽车在使用时会产生很大的噪音，并排放了大量尾气到空气中，同时也造成了化石能源的短缺。电动汽车有着很多传统汽车所没有的优点，它的出现将在一定程度上缓解环境污染和能源匮乏等问题，主要体现在：

- (1) 提高能源利用效率；
- (2) 降低废气排放及噪声污染；
- (3) 有利于能源的可持续发展；
- (4) 使用成本相对较低。

3.1.2 电动汽车的充电模式

对于充电方式的种类，一般分为常规充电、快速充电和电池快速更换三种模式^[30]。

- (1) 常规充电，一般需要 8 到 10 小时。
- (2) 快速充电，充电电流一般较大，充电时间较短。这种充电模式成本高，大多数用来应急。
- (3) 电池快速更换的方式是直接为电动汽车更换充满电的蓄电池，从而代替直接充电的模式。

3.2 电动汽车充电站的集覆盖选址模型

在介绍模型之前，我们先要了解电动汽车的充电特点，充电站的选址模型与一般的服务设施的选址之间的区别。也就是电动汽车在行驶过程中是如何选择去哪充电的，也就是之前提到的充电逻辑^[32]问题。这一概念 Ying-Wei Wang (2009) 就曾详细说明过，下面我们再拿一个简单的电动汽车行驶过程作为例子来分析充电特性。

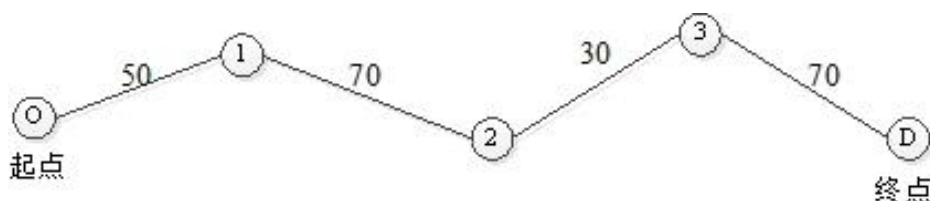


图 3-1

如图 3-1 所示，电动汽车从起点 O 到终点 D 要路经 3 个节点，我们假设该电动汽车的最大行驶里程是 200 千米，它从起点出发时的电量是满的，也就是说 1 点处不需要考虑建设充电站，因为从 O 点到 1 点只要消耗 50 千米的能量，剩余的能量还能行驶 150 千米，而从 1 点到 2 点只有 70 千米的距离，所以能够顺利达到 2 点。该车到达点 3 处因为只剩 50 千米的电量不够达到终点，是以点 3 出必须建设一个充电站以满足其能够到达终点。

那么车辆的充电特性可以描述为下面的几点：

1. 假设车辆 m 要从 i 点到 j 点，那么它所拥有的能源必须能够满足 i 和 j 两点之间所消耗的能量，不然在 i 点就需要建设充电站，可以公式来表示这一充电特性，即 $B_{im} + R_{im} \geq d_{ij}$ 。其中 B_{im} 代表了车辆 m 在点 i 处的电量的剩余量， R_{im} 表示车辆 m 在点 i 处电量的补充量， d_{ij} 表示 i 和 j 两点之间的距离。
2. 车辆在点 j 处的电量的剩余量等于点 i 处的电量剩余量加上点 i 处的电量补给量减去 i 、 j 两点之间的距离，即 $B_{jm} = (B_{im} + R_{im}) - d_{ij}$
3. 如果车辆要在点 i 处充电，那么它的充电之后的电量总量不能超过车电池本身最大的电力容量，即， $R_{im} \leq \beta - B_{im}$ ，其中 β 表示电池的最大容量。

在以上三个条件中， B_{im} 和 R_{im} 均为大于 0 的数，这样才能保证电动汽车顺利行驶。

由于电动汽车特殊的充电特性，在构建电动汽车充电站选址的集覆盖模型^[31]时 Y-W Wang 首先考虑的不是固定需求点的需求而是电动汽车沿着最短路径行驶时的过路需求即需求流。充电设施一般分为两类：快速充电和常规充电。充电时间是影响公众接受电动汽车的一个关键因素，并且在人们日常驾驶行为中很明显快速充电站比慢充更受欢迎，慢充一般比较适合建在大型超市或者居民小区之类适合提供长时间或者过夜充电的场所。该模型主要考虑的是快充充电站的选址决策问题，以最小的成本满足车辆日常行驶的过路需求。

在构建可替代燃料汽车（AFV）充电站选址模型时，作出了许多假设：

- （1）O-D 对是沿着最短路径行驶；
- （2）任一 AFV 的最大行驶里程是常值；

- (3) 充电站的容量是无限制的；
 (4) AFV 的能量消耗量与距离成线性关系；
 (5) 每一辆 AFV 在起点是都是充满电的；

模型如下^[32]：

$$\text{Minimize } \sum_{i \in N} c_i X_i \quad (3-1)$$

s.t.

$$B_{im} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (3-2)$$

$$B_{im} = (B_{jm} + R_{jm}) - d_{ij} \times \delta_{ijm} \quad \forall ji \in A, \forall m \in M \quad (3-3)$$

$$R_{im} \leq \beta - B_{im} \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (3-4)$$

$$R_{im} = Y_{im} \times \beta - A_{im} \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (3-5)$$

$$\sum_{m \in M} Y_{im} \leq L \times X_i \quad \forall i \in N \quad (3-6)$$

$$Y_{im} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (3-7)$$

$$X_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in N \quad (3-8)$$

$$A_{im} \geq 0, R_{im} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (3-9)$$

参数与变量如下：

N : 节点集合；

A : 边集合

M : 沿着路径行驶的电动汽车集合；

i, j : 节点, $i, j \in N$;

m : 沿着路径 m 行驶的电动汽车, $m \in M$;

c_i : 在 i 点的建站成本；

d_{ij} : 需求点 i 到候选站点 j 的距离；

β : 电池的最大容量；

B_{im} : m 在 i 点时的剩余电量；

R_{im} : m 在 i 点时的补充电量；

Y_{im} : 若电动汽车 m 在 i 点充电, $Y_{im}=1$, 否则为 0；

A_{im} : 调节系数；

X_i : 若在 i 点建站, $X_i=1$, 否则取 0；

其中, L 是一个极大的正整数。目标函数 (3-1) 是使得总的建站成本最小。约束 (3-2) 实质上指的就是前面所说的充电逻辑的第一点, 即对于任一电动汽车而言, 它在某一点时的剩余电量加上在该点的充电电量之和必须大于或等于它到达下一节点时所消耗的电量。换句话说这表明电动汽车到达任一点的是的剩余电量必须不小于 0 才能保证电动车辆能够正常行驶。因此我们将充电逻辑中的第一点的数学表达式简化为 $B_{im} \geq 0$, 这样既可以减少约束条件个数也可以减少求解时间。约束 (3-3) 即充电逻辑说明中的第二点表明电动汽车到达某一节点时的剩余电量等于它在上一节点时的剩余电量加上它在该点的补充电量再减去它从上一节点到达该点所消耗的电量。约束 (3-4) 和 (3-5) 即充电逻辑说明中的第三点, 约束 (3-4) 表明电动汽车在某一充电站的补充电量必须不得超过电池的最大容量减去它的剩余电量。约束 (3-5) 表示电动汽车在某一充电站的补充电量等于电池的最大充电容量减去一个调节系数用来校正其充电电量。约束 (3-4) 和 (3-5) 也可以表示成 $Y_{im} \times \beta - A_{im} \leq \beta - B_{im}$, A_{im} 作为校正系数。实际上正确的表达式应该是 $Y_{im} \times \beta \times k \leq \beta - B_{im}$, 其中 k 为充电系数且为非线性的, 目前这种情况下不如线性表达式容易求解。约束 (3-6) 表明 m 可以在节点 i 充电的前提是 X_i 为 1, 即在节点 i 建了充电站。(3-7) 和 (3-8) 是 0-1 变量约束, 定义了 Y_{im} 和 X_i 是只能取 0 或 1 的整数。约束 (3-9) 是 A_{im} 和 R_{im} 的取值约束, 所有的参数取值必须大于或等于 0。

在此基础上, Y-W Wang (2010) 和 (2013) 分别研究了基于最大覆盖^[33]和截流选址^[34]的充电站选址模型, 并用台湾为案例进行了验证分析。

3.3 基于渐进覆盖的充电站选址模型

3.3.1 渐进覆盖的概念

在上一章中, 我们详细介绍了几种常见的选址模型, 其中一些已经在电动汽车充电站选址中得到了应用和研究。在覆盖选址问题中, 有一个服务半径的概念, 当需求点在距离最近的设施点的服务半径内那么该点的需求就被完全覆盖, 然而若是需求点在其覆盖半径以外则完全不被覆盖。这个假设在模型的实际应用中似乎是不实际的。假设一个覆盖半径为 10km, 那么距离其 10km 以内包括 10km 的需求点的需

求就完全得到满足，而距离其哪怕再多一米的需求点却完全没被覆盖。很明显这个假设不是很合理。而广义最大覆盖模型恰好弥补了这一不足之处。因此本文主要讨论的是广义最大覆盖模型在充电站选址的应用，在第二章中对 GMCLP 模型有了详细的介绍。O. Berman (2003) 又将 GMCLP^[35] 问题进一步扩展，提出了渐进覆盖模型^[36]。

在渐进覆盖模型中，对于任一需求点假设有两个覆盖半径 l 和 $u (l \leq u)$ ^[37]，如果距需求点最近的充电站的距离不超过 l ，那么该需求点被“完全覆盖”；如果离需求点最近的充电站到其距离超过了最大覆盖距离 u ，那么该需求点则完全没被覆盖。如果到其距离 d 满足， $l < d < u$ ，那么该需求点被“部分覆盖”^[38]。假设覆盖水平是由一“覆盖递减函数” $f(d) \in [0, 1]$ 决定。

假设任一需求点 i 有两个覆盖半径： l_i 和 u_i ，其中 $0 < l_i < u_i$ 。S 为充电站点集合， $S \in N$ ， $d_i(S)$ 表示需求点 i 到 S 的最短距离。节点 i 的需求用 w_i 表示。渐进覆盖函数用 $f_i(d)$ 表示， $f_i(d)$ 是关于 $d \in [l_i, u_i]$ 的递减函数其中 $f_i(l_i) = 1$ ， $f_i(u_i) = 0$ 。当 $d_i(S) \leq l_i$ 时， i 点被完全覆盖；当 $d_i(S) > u_i$ 时， i 点不被覆盖；当 $l_i < d_i(S) < u_i$ 时， i 点被部分覆盖，其覆盖水平由 $f_i(d)$ 确定。因此节点 i 被覆盖的需求量可用 $f_i(d_i(S))w_i$ 表示。渐进覆盖函数 $f_i(d)$ 最简单的函数形式是一次线性函数即 $f_i(d) = (u_i - d) / (u_i - l_i)$ ， $d \in [l_i, u_i]$ 。若 $l_i = 0$ ， $u_i = M > \max d_{ij}$ ，其中 $i, j \in N$ 。渐进函数变为 $f_i(d) = 1 - d/M$ ，目标函数即变为典型的 P-median 问题。除此之外 $f_i(d)$ 还可以用指数函数形式表达。渐进覆盖模型可以表示为^[35]：

$$\text{Max} \sum_{S \in N, |S|=p} w_i f_i(d_i(S)) \quad i \in N \quad (3-10)$$

渐进覆盖问题的目标函数还有一种更简易的函数表达式，即使得没有被覆盖的需求最小化。其中有三个主要参数，最小覆盖半径 l ，最大覆盖半径 u 和权重 w 。当距离小于 l 时，未被覆盖的需求为 0；当距离大于 u 时，未被覆盖的需求量为 $w(u-l)$ ；当距离 d 在 l 和 u 之间时，未覆盖需求量为 $w(d-l)$ 。用 $F(d)$ 来表示当需求点距离其最近的充电站的距离为 d 时的未覆盖需求量。 $F(d)$ 的表达式如下：

$$F(d) = \begin{cases} 0 & d \leq l \\ w(d-l) & l < d < u \\ w(u-l) & d \geq u \end{cases}$$

要构建上述问题最优选址的模型，首先要定义一些变量和参数：

N : 需求点的数量；

X : 候选选址点集合；

$d_i(X)$: 需求点 i 到新建服务设施的距离；

l_i : 需求点 i 能接受的最小覆盖距离；

u_i : 需求点 i 能接受的最大覆盖距离；

w_i : 需求点 i 的权重系数，当 i 点被完全覆盖时的需求量 W_i 给定时，此时 $w_i = W_i / (u_i - l_i)$ ；

目标函数是使得未被覆盖的需求最小化，即：

$$\text{Min} \quad \sum_{i=1}^N F_i[d_i(X)] \quad (3-11)$$

$$\text{其中, } F_i(d_i(X)) = \begin{cases} 0 & d_i(X) \leq l_i \\ w_i(d_i(X) - l_i) & l_i < d_i(X) < u_i \\ w_i(u_i - l_i) & d_i(X) \geq u_i \end{cases}$$

3.3.2 模型建立

上文详细介绍了渐进覆盖的概念，它其实是广义最大覆盖（GMCLP）的一种特例，在 GMCLP 问题中，每个节点假设有 k 个覆盖半径的取值，而在渐进覆盖问题即 $k=2$ 时的情况，不同覆盖半径多对应的覆盖程度值也不是用分段的数值表示，而是用一连续函数来表示。每个节点假设有 2 个覆盖半径，一个为上界一个为下界。需求点到最近的设施点的距离小于最小值那么需求就被完全覆盖，如果距离大于最大值则需求则完全不被覆盖。位于两者之间的需求点则被部分覆盖。覆盖程度又用覆盖函数在 0 到 1 内取值表示。本文结合渐进覆盖的概念和电动汽车的充电逻辑给出了电动汽车充电站选址的基于渐进覆盖的混合整数规划模型，主要研究的是在部分覆盖条件下如何确定选址点使得所有需求点的覆盖需求达到最大。在介绍模型之前，首先对模型中涉及到的参数和变量进行说明如下：

参数及变量

N : 所有节点集合；

N_i : 到节点 i 的距离不超过 u 的所有节点的集合, 也就是说若在集合 N_i 内有确

定建立充电站, 那么节点 i 就能被它全部覆盖或者部分覆盖;

M : 沿着路径 m 行驶的电动汽车集合, 即所有行驶路径的集合;

i, j : 节点, $i, j \in N$;

m : 沿着路径 m 行驶的电动汽车, $m \in M$;

w_i : 节点 i 的需求量;

c_i : 在 i 点的建站成本;

C : 成本预算

d_{ij} : 需求点 i 到候选站点 j 的距离;

β : 电池的最大容量;

l_i : 需求点 i 可接受的最小覆盖距离;

u_i : 需求点 i 可接受的最大覆盖距离;

b_{im} : m 在 i 点时的剩余电量;

r_{im} : m 在 i 点时的补充电量;

Y_{im} : 若电动汽车 m 在 i 点充电, $Y_{im}=1$, 否则为 0;

y_{ij} : 若 j 点是离需求点 i 最近的充电站, $j \in N$, 则 $y_{ij}=1$, 否则取 0;

x_i : 若在 i 点建站, $x_i=1$, 否则取 0;

模型如下:

$$\text{Maximize } \sum_{i \in N} \sum_{j \in N_i} w_i f_i y_{ij} \quad (3-12)$$

s.t.

$$x_j \geq y_{ij} \quad \forall i, j \in N \quad (3-13)$$

$$\sum_{j \in N_i} y_{ij} \leq 1 \quad \forall i \in N \quad (3-14)$$

$$b_{im} = (b_{jm} + r_{jm}) - d_{ij} \quad \forall i, j \in N, \forall m \in M \quad (3-15)$$

$$r_{im} \leq \beta - b_{im} \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (3-16)$$

$$r_{im} = Y_{im} \times \beta - A_{im} \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (3-17)$$

$$\sum_{m \in M} Y_{im} \leq kx_i \quad \forall i \in N \quad (3-18)$$

$$\sum_{i \in N} c_i x_i \leq C \quad (3-19)$$

$$Y_{im} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (3-20)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in N \quad (3-21)$$

$$A_{im} \geq 0, r_{im} \geq 0, b_{im} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (3-22)$$

$$\text{其中, 定义 } f_i = \begin{cases} 1 & d_{ij} \leq l_i \\ (u_i - d_{ij}) / (u_i - l_i) & l_i < d_{ij} < u_i \\ 0 & d_{ij} \geq u_i \end{cases}$$

我们将模型中的 f_i 称为渐进覆盖函数，本文中为了便于计算给出了它最简单的函数形式即一次线性函数。还有一种情况即渐进覆盖函数也可能用指数函数形式来表示。

目标函数（3-12）是使得被覆盖用户的需求最大化；约束（3-13）限制了 y_{ij} 的取值，如果 j 点没有建充电站的话，那么所有与 j 相关的 y_{ij} 取值为 0，反正则取 1，换句话说， y_{ij} 取 1 的前提是在 j 点建立了充电站；约束（3-14）表明 i 点最多只能被一个充电站所覆盖，即使有一个或更多的充电站可以部分覆盖该点的需求，但是只有距离其最近的充电站可以最大的满足它的需求，我们在求解的过程中也只考虑最近的这个充电站，因为充电站的选址决策是由目标函数来约束的；约束（3-15）表示电动汽车 m 节点 i 时的剩余电量等于它在前一节点 j 处的剩余电量加上充电电量再减去从 j 点到达 i 点时所消耗的电量；（3-16）和（3-17）表示任一电动汽车 m 在任意充电站的补充电量不能超过电池容量减去剩余电量。当 Y_{im} 取 1 时表明电动汽车 m 在 i 点充电。当 Y_{im} 为 0 时即表明 m 没有在 i 点充电，此时 A_{im} 为 0；约束（3-18）表示电动汽车 m 在 i 点能够充电的前提是 x_i 等于 1，即在 i 点有建充电站；约束（3-19）为成本约束，当每个节点的建站成本相同时，成本约束就变为数量约束；约束（3-20）到（3-22）为变量和参数的取值约束。

关于覆盖函数 $f_i(d)$ 的函数形式可能有很多种，只需要满足距离 d 在 l 和 u 之间变化时，它的取值 $0 < f_i(d) < 1$ 即可，且与距离成反比。它可以是连续函数也可以是离散函数，可以是线性的也可以是非线性的。本文中为了简化求解过程将其用一次线性函数的形式来求解。

3.4 案例求解

为了验证模型的可行性，将用一个案例来进行计算实验。在求解之前，为了便于求解首先对模型中的参数和变量作出适当的假设。在求解过程中，因为本文所考虑的充电站都是快充的形式，因此我们假设每个充电站的建站规模和建站成本是一样的，因此成本的约束条件就可以简化为建设充电站的数量约束。那么上述模型可变化为类似于 P-median 选址问题的模型，即：

$$\text{Maximize } \sum_{i \in N} \sum_{j \in N_i} w_i f_{ij} y_{ij} \quad (3-23)$$

s.t.

$$x_j \geq y_{ij} \quad \forall i, j \in N \quad (3-24)$$

$$\sum_{j \in N_i} y_{ij} \leq 1 \quad i \in N \quad (3-25)$$

$$b_{im} = (b_{jm} + r_{jm}) - d_{ij} \quad \forall i, j \in N, \forall m \in M \quad (3-26)$$

$$r_{im} \leq \beta - b_{im} \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (3-27)$$

$$r_{im} = Y_{im} \times \beta - A_{im} \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (3-28)$$

$$\sum_{m \in M} Y_{im} \leq kx_i \quad \forall i \in N \quad (3-29)$$

$$\sum_{i \in N} x_i = p \quad (3-30)$$

$$Y_{im} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (3-31)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in N \quad (3-32)$$

$$A_{im} \geq 0, r_{im} \geq 0, b_{im} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (3-33)$$

其中，约束（3-30）为建站个数约束， p 为建站个数。为了简化求解过程，假设任一节点 l_i 和 u_i 均取相同值。

本文中我们以武汉市 15 大城区为候选站点的充电站选址建设为例，在 15 个候选节点的选址中如何利用合理规划 p 个充电站来最大化的满足用户的需求。

武汉一共可划分为 15 个区，分别是江夏区、洪山区、武昌区、汉阳区、硚口区、江汉区、青山区、黄陂区、新洲区、东西湖、蔡甸区、江岸区、汉南区、东湖开发区和武汉开发区，分别标记为 1-15 号，这 15 个节点任两点间的距离间的距离均为两点间的最短行驶距离，用表 3-1 表示各节点间的距离。Hodgson 为了简化 FCLM 问题模型假设 O-D 流矩阵是对称的，这意味着节点 i 到节点 j 的距离与节点 j 到节点 i

的距离是一样的。

在求解过程中，我们不仅要考虑点需求也要考虑过路需求，由于所有的需求流都是 O-D 流，而不是循环的，因此每条路径即为一个 O-D 对，且一个给定的 O-D 对在网络中的流量都是沿着相同的路径，由于文中案例节点之间的距离大都很小，远远小于电动汽车的最大行驶里程，采用 O-D 对的方式求解效率不高。因此为了求解上文之案例，本文选取了 15 条路径来进行求解，而且在路径上产生的过路需求是由点需求而产生，因此每个 O-D 对的起点和终点为同一点，即以每个节点为起点出发最终又回到该点。15 条路径的具体路线如表 3-2 所示，并且节点的间距离考虑的都是最短行驶距离。

每个节点的需求固定点需求如表 3-3 所示。一般电动汽车的最大行驶里程在 200km 到 500km 之间，本文在求解过程中将最大行驶里程定为 250km。在每条路径的起始点假设电动汽车都是充满电的，因此在每条路径的起点不必建充电站。

表 3-1：任意两节点间的最短距离（km）

节点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0	21	31	34	40	41	40	99	100	46	48	37	38	21	38
2	21	0	9	25	22	20	21	52	78	37	43	19	49	10	25
3	31	9	0	14	16	10	13	43	75	27	33	8	49	13	25
4	34	25	14	0	6	12	26	45	80	16	23	13	38	23	10
5	40	22	16	6	0	10	23	42	78	10	24	12	43	28	14
6	41	20	10	12	10	0	18	36	72	19	30	5	43	22	19
7	40	21	13	26	23	18	0	44	64	31	43	12	58	26	34
8	99	52	43	45	42	36	44	0	56	42	58	36	91	63	57
9	100	78	75	80	78	72	64	56	0	89	104	71	131	73	88
10	46	37	27	16	10	19	31	42	89	0	23	23	54	46	23
11	48	43	33	23	24	30	43	58	104	23	0	36	40	50	27
12	37	19	8	13	12	5	12	36	71	23	36	0	46	23	22
13	38	49	49	38	43	43	58	91	131	54	40	46	0	31	51
14	21	10	13	23	28	22	26	63	73	46	50	23	31	0	31
15	38	25	25	10	14	19	34	57	88	23	27	22	51	31	0

表 3-2: 车辆的行驶路线

节点编号	节点名称	路线编号	路线
1	江夏	1	1-8-10-11-13-1
2	洪山	2	2-9-11-2
3	武昌	3	3-13-6-3
4	汉阳	4	4-8-6-5-4
5	硚口	5	5-9-7-1-5
6	江汉	6	6-13-10-8-6
7	青山	7	7-9-8-2-1-14-7
8	黄陂	8	8-13-15-6-1-8
9	新洲	9	9-4-15-10-8-9
10	东西湖	10	10-13-15-12-10
11	蔡甸	11	11-10-8-9-11
12	江岸	12	12-1-14-7-9-12
13	汉南	13	13-15-12-1-9-8-13
14	东湖开发区	14	14-7-9-8-1-14
15	武汉开发区	15	15-4-5-6-1-8-10-15

表 3-3: 各节点的固定需求量

节点编号	节点名称	用户人数	需求权重
1	江夏	644835	161209
2	洪山	1049434	262359
3	武昌	1266768	316692
4	汉阳	584077	146020
5	硚口	828644	207161
6	江汉	683492	170873
7	青山	485375	121344
8	黄陂	874938	218735
9	新洲	848760	212190
10	东西湖	451880	112970

11	蔡甸	410888	102722
12	江岸	895635	223909
13	汉南	114970	28743
14	东湖开发区	396597	99150
15	武汉开发区	208106	52027

当模型中覆盖函数的参数 u 和 l 取值不同时, 求解的结果也不一样。因此我们只取其中一种来求解, 即 u, l 分别取 10 和 50。那么渐进覆盖函数即可表示为:

$$f_i = \begin{cases} 1 & d_{ij} \leq 10 \\ (50 - d_{ij}) / 40 & 10 < d_{ij} < 50 \\ 0 & d_{ij} \geq 50 \end{cases}$$

本文通过 CPLEX12.6 采用分支定界法求解, 通过求解可以得到当 p 的取值小于等于 2 时, 这时问题无解。说明要使得模型有最优解必须至少需要 3 个充电站。当 p 取 3 时, 可以得到 3 个最优选址点分别是 2、9、12。此时被节点 2 完全覆盖的需求点有 2, 4 和 14, 被部分覆盖的需求点有 1, 5, 6, 7, 10, 11 和 12; 被节点 9 覆盖的需求点就只有它本身; 被节点 12 完全覆盖的需求点有 3 和 6, 被部分覆盖的需求点有 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14 和 15。最终结果如表 3-4 所示最终总的需求权重和即目标函数值为 2142845.875, 需求覆盖率为 87.60%。

表 3-4: 模型求解结果

充电站点	完全覆盖的节点	部分覆盖的节点
2	2, 4, 14	1, 5, 6, 7, 10, 11, 12
9	9	无
12	3, 6, 12	1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 15
2, 9, 12	2, 3, 4, 6, 9, 12, 14	1, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 15

从上表的求解的最终结果我们可以看出来, 完全覆盖的节点有 7 个, 部分覆盖的节点有 8 个, 这表明所有需求点的需求都被覆盖到了, 只是覆盖的程度大小不同而已。这一点也充分证明了渐进覆盖模型的特质, 就是使得所有的需求点的需求或多或少的得到一定的满足, 需求的分布相对来说比较平均。恰好弥补了最大覆盖问题中有的需求被全部覆盖而有的需求却完全不被覆盖的不足之处。

由表 3-3 所知,求得的最优的 3 个充电站建站点均是 15 个候选站点中除了节点 3 以外固定需求权重最大的几个点,分别是 262359,212190 和 223909。而 2 和 12 都处于武汉市比较中心的位置,与其他几个城区除 9 以外距离都比较近。因此选择这两个 2 点的话,既可以满足自身较大的需求也可以最大的满足其周边需求点的需求。由表 3-1 知道,节点 9 (新洲区)的地理位置较偏远,距离其他 14 个节点的距离都比较远,离它最近的节点 8 也有 56km。因此若不在节点 9 处建充电站的话,其需求的覆盖度为 0,而节点 9 处的固定需求权重数值又很大,这对目标函数值而言是一个很大的损失。因此选址 9 这一点看似只满足了它自身这一点的需求但是对于整个总体的结果来说,却是大大增加了目标函数的值也就是用户的覆盖人数和覆盖率。

前面已经说过当电动汽车的最大行驶里程的值为 250km 时,至少需要两个充电站才能满足案例中 15 条路径的过路需求。因此当行驶里程减少时,那么充电站的数量有可能会增加,例如当 β 取值为 200km, P 值不变时,此时模型无解,说明此时至少需要 4 个充电站才能满足用户的出行需求。若 P 取 4,此时可求得问题的最优解为 2, 9, 10 和 12。其中节点 10 的充电站既满足了行驶里程变小的情况下用户增加的充电需求使得固定节点的需求最大化。但并不是 β 值变小,求解结果就一定会变化,例如当 β 取值 225km, P 取 3 时,求解结果与 β 取 250km 时一样。当 β 值增大即取值大于 250km 而 P 值不变时,此时的求解结果也不变,因为当 β 变大时,所必须的充电站个数只可能减少,此时 $P=3$ 完全可以满足用户所有的过路需求。这样的变化主要是由案例中的用户的 15 条行驶路径所决定的,首先是在满足过路需求的条件下确定建设充电站的最少个数再合理布局充电站的选址位置。当然 l 和 u 的取值变化也会对结果有一定的影响,不过这种影响主要体现在目标函数值上。

4.电动汽车充电站选址的合作覆盖模型

4.1 合作覆盖概念

合作覆盖^[39]的概念是 O. Berman 对广义覆盖选址问题又一扩展。覆盖选址模型是选址问题中最常用的一类，以覆盖需求量最大为目标函数的选址模型也是选择模型中最应用最广泛的一种模式，它的应用从应急服务设施到零售业^{[40]-[42]}。在这种目标约束下，任一需求点如果在它所能接受的出行距离内有可供使用的服务设施，那么就被认为需求被覆盖。然而之前所提到的覆盖问题不管是集覆盖模型、最大覆盖模型还是渐进覆盖模型，它们都有一个共同的特点—对于一个需求点来说，它的需求是否被覆盖都是由距离最近的一个设施所决定。这类问题也可统称为“单一覆盖”模型。在实际应用中，有些单一覆盖模型并不足以满足需求。

在此基础上，O. Berman 提出了“合作覆盖”的概念：假设所有的设施点都能发出一个随着距离的增大而减弱的信号，而需求点也能够接收到该种信号，当接受到的信号强度足够大时，也就是大于等于一个给定的极限值时，那么它的需求就被覆盖。而覆盖半径就是指接收信号强度超过该极限值的整个区域。而这种信号既可以是实体的，例如汽笛和手机信号塔，也可以是无形的。比方说在应急系统设施的选址问题中，这个信号就指的是需求点到设施点的距离或者应急反应时间，只有当需求点能在预计的时间或距离内被满足需求，这时它的需求才被覆盖。而在零售业设施的选址问题中，这种信号就指的是超市对消费者的吸引程度，一般来说消费者在做购物决定时更倾向于选择距离他最近的超市，也就是假设消费者一般对距离最近的超市的满意度最高。信号强度随着距离的增加而消耗减弱的情况之前在渐进覆盖模型中已经详细说明过。

在合作覆盖模型中，每一个设施都可以对任一需求点提供服务，但是这种服务力度是随着距离的增大而减小。对于一个需求点而言，它可以接收到所有设施点所提供的不同程度的覆盖，当其所接收到的覆盖力度达到一个临界值后，那么就认为该点的需求被完全覆盖。这时，用户的需求是否得到满足不再是由距离最近的充电站决定，而是由所有建站的地点的“合力”作用所决定，与常见的仅仅只由最近的站

点所决定的覆盖选址问题的模型相反。而且每个充电站对需求点的客户需求的满足程度随着距离的增加而减弱，我们将这种满足度简称为覆盖度。当一个需求点的覆盖度达到一个临界值的时候我们就认为该点用户的需求得到了满足。

假设 N 表示需求点集合， $i \in N$ 。任一需求点 i 有一个权重 $w_i \geq 0$ ， W 表示需求和 $W = \sum w_i$ 。 X 表示设施点集合， $x_j \in X$ ， $j=1, 2, \dots, p$ ， p 为待建设施的数量。 $f(d)$ 为以距离 d 为自变量的合作覆盖函数，表示覆盖强度。对任一需求点 i 而言从设施 j 所接收到的覆盖力度可表示为 $f(d_i(x_j))$ ，那么 i 点接收的覆盖力度和可以用 $f_i(X)$ 来表示：

$$f_i(X) = \sum_{j=1}^p f_i(d_i(x_j)) \quad (4-1)$$

用 T 表示临界值。只有当 $f_i(X) \geq T$ 时，需求点 i 的需求才被覆盖；令 N_i 表示被覆盖的需求点集合 $N_i = \{i \in N \mid f_i(X) \geq T\}$ 。令 $C_i = \sum w_i$ ， $i \in N_i$ 。根据目标函数的不同，合作覆盖问题模型可分为三类^[39]：

1、合作选址的集覆盖问题 (Cooperative Location Set Cover Problem)。目标函数是使得在满足一定需求的条件下设施数量最小， $\alpha \in (0, 1]$ 表示在 T 给定的条件下需求覆盖率。模型表达式如下：

$$\text{Min } \{p\} \quad (4-2)$$

$$\text{subject to: } C_i \geq \alpha W \quad (4-3)$$

2、合作选址的最大覆盖问题 (Cooperative Maximum Covering Location Problem)。在 T 和 p 的值一定时，需求点的加权覆盖值最大。模型表达式如下：

$$\text{Max } \sum_{i \in N_i} w_i \quad (4-4)$$

3、合作选址的 p -center 模型 (Generalized Cooperative P-Center)。在 p 值和 $\alpha \in (0, 1]$ 的取值给定时，在满足固定需求的条件下使得 T 的取值最大。模型表达式如下：

$$\text{Max } \{T\} \quad (4-5)$$

$$\text{subject to: } C_i \geq \alpha W \quad (4-6)$$

4.2 充电站的合作覆盖模型

上节详细介绍了合作覆盖的概念，它与渐进覆盖模型都是广义最大覆盖（GMCLP）的一种特例，只不过渐进覆盖模型考虑的是同一充电站对与它距离不同的需求点的覆盖程度，而合作覆盖考虑的是对于一个需求点而言所有距离不同的充电站对其的覆盖作用的叠加。前者是以需求点为研究对象，使得所有需求点都能被不同程度的覆盖，后者是以充电站为主体，所有充电站都能对任一需求点有一定的覆盖作用，最终的结果是这些覆盖的“合力作用”。当然他们也有一个共同点就是，表示覆盖程度的函数都是关于距离的递减函数。关于电动汽车充电站选址的合作覆盖模型如下：

参数：

N ：所有候选站点的集合 $i, j \in N$ ；

M ：电动汽车行驶路径的集合 $m \in M$ ；

C_i ：在 i 点的建站成本；

p_i ： i 点的需求；

β ：电池的最大容量，等同于电动汽车的最大行驶里程；

l ：单位行驶距离所耗电量；

C ：成本预算；

d_{ij} ： i, j 之间的距离；

T ：临界值；

k ：足够大的正整数；

决策变量：

H_i ：0-1 变量， $H_i = 1$ 表示 i 点的用户需求被覆盖否则为 0；

X_i ：0-1 变量， $X_i = 1$ 表示在 i 点建充电站否则为 0；

b_{im} ：沿路径 m 行驶时电动汽车在第 i 点的剩余电量；

r_{im} ：沿路径 m 行驶时电动汽车在第 i 点的补充电量；

Y_{im} ：0-1 变量，表示沿路径 m 行驶时电动汽车是否 i 点补充电量；

模型:

$$\text{Maximize } \sum_{i \in N} p_i H_i \quad (4-7)$$

s.t.

$$\sum_{j \in N} f(d_i(x_j))x_j \geq TH_i \quad \forall i \in N \quad (4-8)$$

$$b_{im} = (b_{jm} + r_{jm}) - d_{ij} \quad \forall i, j \in N, \forall m \in M \quad (4-9)$$

$$r_{im} \leq \beta - b_{im} \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (4-10)$$

$$r_{im} \leq Y_{im} \times \beta \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (4-11)$$

$$\sum_{m \in M} Y_{im} \leq kx_i \quad \forall i \in N \quad (4-12)$$

$$\sum_{i \in N} c_i x_i \leq C \quad (4-13)$$

$$Y_{im} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (4-14)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in N \quad (4-15)$$

$$H_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in N \quad (4-16)$$

$$r_{im} \geq 0, b_{im} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (4-17)$$

约束条件说明:

目标函数的目的是最大的覆盖及满足用户的需求。在约束条件中,约束条件(4-8)表示如果所有建站的点对需求点 i 的覆盖度的值得和达到临界值 T , 那么 i 点用户的需求才会被覆盖得到满足。约束条件 (4-9) 到 (4-11) 就是前面所说的电动汽车充电特性的问题。约束条件 (4-10) 则对电动汽车在充电站的补给情况进行了限制, 即电量的补充量是要小于车辆在这个点可以补充的最大容量的, 约束条件 (4-12) 表示的是车辆在行驶过程中要某一个点充电的前提是这个地点必须建立了充电站。约束条件 (4-13) 是建站成本约束。(4-14) 到 (4-17) 定义了其它几个变量的取值范围。

4.3 案例分析

4.3.1 模型假设

在本文中, 我们以充电站的合作覆盖模型为例来进行求解分析。一般来说选址模型主要分为两大类型: 第一种是以最小的建设成本最大的覆盖用户的需求; 第二种在成本一定的条件下最大的满足用户的需求。在合作覆盖的假设下上述两种情况

可表述为以下两种模型。

第一种情况：

$$\text{Minimize } \sum_{i \in N} c_i x_i \quad (4-18)$$

s.t.

$$\sum_{j \in N} f(d_i(x_j)) x_j \geq TH_i \quad \forall i \in N \quad (4-19)$$

$$\sum_{i \in N} p_i H_i \geq \alpha P \quad \forall i \in N \quad (4-20)$$

$$H_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in N \quad (4-21)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in N \quad (4-22)$$

第二种情况：

$$\text{Minimize } \sum_{i \in N} c_i x_i \quad (4-23)$$

s.t.

$$\sum_{j \in N} f(d_i(x_j)) x_j \geq TH_i \quad \forall i \in N \quad (4-24)$$

$$\sum_{i \in N} c_i x_i \leq B \quad \forall i \in N \quad (4-25)$$

$$H_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in N \quad (4-26)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in N \quad (4-27)$$

其中， $f(d_i(x_j))$ 表示 j 点对 i 点在它们之间距离为 $d_i(x_j)$ 时的覆盖程度； c_i 表示成本； x_i 为 0-1 变量表示选址与否； H_i 为 0-1 变量表示需求覆盖与否； p_i 表示 i 点的用户； $P = \sum_{i \in N} p_i$ ， α 表示覆盖用户的比例。

Current 等（1985）指出很多选址优化问题本质上都是多目标问题，并给出了四类值得考虑的优化目标：最小费用（cost minimization）、需求导向目标（demand orientation）、效益最大目标（profit maximization），和减少环境影响目标（environmental concern）。要使得电动汽车充电站的建设费用尽量最小，同时又要最大的满足用户需求这样才能加快推动电动汽车的发展，因此采用多目标优化模型进行选址优化研究也是不可避免的选择，如满足最大覆盖/最小成本等，可以改善充电站的布局效率。

根据多目标优化选址模型，可以将目标函数可以改进为一个双目标优化函数，同时对最小建站成本及最大覆盖进行优化，双目标选址优化模型如下：

$$\text{Minimize } w \sum_{i \in N} c_i x_i - (1-w) \sum_{i \in N} p_i H_i \quad (4-18)$$

s.t.

$$\sum_{j \in N} f(d_i(x_j)) x_j \geq TH_i \quad \forall i \in N \quad (4-19)$$

$$b_{im} = (b_{jm} + r_{jm}) - d_{ij} l \quad \forall i, j \in N, \forall m \in M \quad (4-20)$$

$$r_{im} \leq \beta - b_{im} \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (4-21)$$

$$r_{im} \leq Y_{im} \times \beta \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (4-22)$$

$$\sum_{m \in M} Y_{im} \leq k x_i \quad \forall i \in N \quad (4-23)$$

$$H_i \in \{0, 1\}, x_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N \quad (4-24)$$

$$Y_{im} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (4-25)$$

$$b_{im} \geq 0, r_{im} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall m \in M \quad (4-26)$$

其中, $w \in [0, 1]$ 为权重系数, p_i 为 i 点的需求量。当每个节点的建设成本相同的时候, 那么成本约束就简化为建站个数的优化, 即

$$\text{Minimize } w \sum_{i \in N} x_i - (1-w) \sum_{i \in N} p_i H_i \quad (4-27)$$

4.3.2 模型求解

本文同样用上一章的例子通过 CPLEX 来进行求解。在求解过程中将最大行驶里程定为 250km。由于假设在每一点的建站成本是一样的, 即在计算过程成本可以忽略不计转而考虑建站个数。我们假设电动汽车都是沿着最短路径行驶的。权重系数 w 以及临界值 T 都在 $[0, 1]$ 内取值, 具体的取值视实际情况而定。覆盖函数 f 为了方便后面的求解假设它为一次线性函数, 其自变量为任两两节点之间的距离, 应变变量表示覆盖程度从 1 到 0 均匀减小。

为了简化求解过程我们假设覆盖函数 $f(d)$ 为一次线性函数, 并且由于每个充电站的建设规模是一样的, 因此对任一站点覆盖函数有相同的函数形式, 即

$$f_i(d_i(x_j)) = \begin{cases} 1 & d_i(x_j) \leq l \\ (u - d_i(x_j)) / (u - l) & l < d_i(x_j) < u \\ 0 & d_i(x_j) \geq u \end{cases}$$

由于模型中 w, T , 和覆盖函数中的 l 和 u 的取值及车辆的最大行驶里程的数值不是唯一的, 在这里我们首先求解一种情况, 在后面我们还会进行灵敏度分析。

当上述 5 个参数分别取值为 0.12, 0.8, 0, 70 和 250 时, 充电站的个数为 3 个,

分别是节点 6、8 和 12。覆盖的节点有 12 个，分别是 1、2、3、4、5、6、7、8、10、12、14 及 15。节点的覆盖率达到 80.00% (12/15)，用户的覆盖比例为 84.62%。

前面我们考虑的是一般情况下的求解结果，下面我们考虑两种极端情况。当 w 取 0 时，模型简化为单纯的基于合作覆盖的最大覆盖模型，充电站个数为 4 个分别是 6、7、8、9、15，覆盖的节点数为 15 个，节点的覆盖率和用户的覆盖比例均达到 100%。当 w 取 1 时，模型变化为单纯的成本优化，以最小的成本满足用户的需求。求解后充电站个数变为 3 个，分别是 6、9、13，覆盖的节点数为 10 个，分别是 2、3、4、5、6、7、9、12、13、14，节点的覆盖率为 66.67%，用户的覆盖率为 73.41%。由此可见当 w 的取值由 0 到 1 逐渐变化时，求解的结果也在不断变化。为了说明这一点我们在对 w 取几个不同的值来求解，观察其结果有何变化。当 w 取 0.2 时求解结果与 w 取 0.12 时相同；当 w 取 0.4 时，充电站站点分别为 7、8、15，覆盖点为 2、3、4、5、6、7、8、10、12、14、15。我们用表 4-1 来表示所求结果。

表 4-1: w 取值不同时的求解结果

w 的取值	建站点个数	建站点编号	覆盖节点个数	覆盖节点编号	用户覆盖率
0	5	6、7、8、9、15	15	1 至 15	100%
0.12	3	6、8、12	12	1、2、3、4、5、6、7、8、10、12、14、15	84.62%
0.4	3	7、8、15	11	2、3、4、5、6、7、8、10、12、14、15	79.28%
1	3	6、9、13	10	2、3、4、5、6、7、9、12、13、14	73.41%

由上表结果可知，当 w 从 0 到 1 逐渐变化时即 (0-0.12-0.2-0.4-1)，充电站的个数变化为 5-3-3-3-3，覆盖的节点数变化趋势为 15-12-12-11-10，用户覆盖率的变化趋势为 100%-84.62%-79.28%-73.41%。我们可以看出 w 从 0 到 1 变化时，用户的覆盖率是在减小的从 100%降到 94.60%再逐步减少至 79.28%最后骤减到 73.41%。当 w 取大于 0 的值时，充电站的个数虽然比等于 0 时减少了，但是都没有少于 3 个，说明要满足车辆行驶过程中所产生的过路需求至少需要建设 3 个充电站。虽然 w 取 0.12, 0.4 和 1 时的求解的建站个数同样都是 3，但是具体的建站点却不一样，说明

车辆在路径行驶时的充电方式可以有不同的选择组合，若是连续两个节点均有充电站的话，且可以中途不补充电量直接到达下一点的话，那么就可以有 2 个选择，既可以在上一点充电，也可以选择不充到达下一充电站的时候再补充电量。这样就有可以组成不同的充电站选择的组合，当路径繁多且路段距离较长的话，这种组合的数目也就增多，计算也就更加复杂。通过合作覆盖的模型选址求解结果中，被覆盖的需求点的数量相对一般的最大覆盖模型要多，这是因为合作覆盖考虑的是所有充电站对一个需求点的“合力作用”，这样对需求点需求是否被覆盖的定义相对要宽泛了，任一需求点在考虑需求满足的时候不在局限于距离其最近的一个充电站，可以多方面的综合来考虑，这样不仅可以节省成本也更符合实际的情况。

下面我们来分析电动汽车的最大行驶里程（即模型中的 β ）及临界值 T 的变化对求解结果的影响。我们对行驶里程和 T 值分别取两组值来进行计算和结果分析，里程分别取 250 和 300， T 值分别取 0.7 和 0.9。因此我们将在四种不同情况下进行求解，即 $(250, 0.7)$ 、 $(250, 0.9)$ 、 $(300, 0.7)$ 和 $(300, 0.9)$ 。上文中我们已经分析过 w 的取值变化对结果的影响，这里将不再说明。因此我们将对 w 取一在 0 到 1 内的固定值来对上述四组值求解，统一对 w 取值为 0.2 进行求解。求解结果如表 4-2 所示。

表 4-2: (β, T) 取值不同时的求解结果

(β, T)	充电站个数	站点编号	覆盖点个数	覆盖节点编号	用户覆盖率
$(250, 0.7)$	3	6、8、12	15	1 至 15	100%
$(250, 0.9)$	3	6、8、12	11	2、3、4、5、6、7、8、10、12、14、15	79.28%
$(300, 0.7)$	2	6、8	12	2、3、4、5、6、7、8、10、11、12、14、15	83.49%
$(300, 0.9)$	2	6、8	10	2、3、4、5、6、7、8、10、12、15	75.21%

由上表可知，当 w 值一定时，在四种情况 $(250, 0.7)$ ， $(250, 0.9)$ ， $(300, 0.7)$ 和 $(300, 0.9)$ 下，需要建立的充电站的个数分别是 3, 3, 2 和 2，覆盖节点数分别为 15, 11, 12 和 10，用户覆盖率分别为 100%，79.28%，83.49%和 75.21%。当 T 值不变

而电动汽车的行驶里程增大的时候，充电站的建站个数变少为 2 个，之前我们提到过当车辆的最大行驶里程为 250km 时，至少需要 3 个充电站才能满足车辆的正常出行需求。当车辆的最大行驶里程增加 300km 时，这是只需要 2 个充电站就可以满足车辆的行驶要求了。当车辆的最大行驶里程不变而 T 值变化时，充电站的建站个数不变而 T 值越大被覆盖的需求点的数量就越多，是由于用户对需求是否得到满足的要求降低而增多，也可以理解为用户的最大接受的出行距离增大。从第一组结果 (250, 0.7) 来看， T 值相对于上节中的 0.8 减小了，所有覆盖的需求点变多了，从 12 个点增加到了 15 个。从第二组结果 (250, 0.9) 来看 T 值比 0.8 增大了，所以虽然充电站个数没变但是被覆盖的需求点的数量减少了，从 12 个减少到了 11 个。

此外上表表明充电站的个数与 T 的取值无关，当 T 变化 β 不变时，充电站个数并没有变，说明上述情况下充电站个数主要取决于由电动汽车的最大行驶里程，很明显电动汽车的行驶里程越大需要的充电站个数越少， T 值的变化并不影响这一求解结果。而用户的需求覆盖率主要取决于覆盖临界值 T 。在 β 值一定的条件下， T 值越小，能够满足合作覆盖条件的节点数就越多就有更多的用户需求得到满足。

5.总结与展望

5.1 结论

电动汽车作为一种新型能源交通工具，它相较传统的燃油汽车有许多优点，为了大力推进国家“绿色交通”的发展战略，加快电动汽车的推广和普及至关重要。近几年我国的电动汽车数目在稳步增加，而电动汽车充电站作为作为电动汽车补充能源和运营的基础外部设施，是影响电动汽车推广和发展的主要因素^[43]。本文从一个新的角度来研究电动汽车充电站的选址问题和建立选址模型。在选址问题的研究中，应用最广泛且最实用有效的就是最大覆盖选址问题（MCLP），在此基础上扩展出了广义最大覆盖（GMCLP）的概念。

本文的主要研究成果主要有以下两点：

（1）关于电动汽车充电站选址问题的研究不管是集覆盖还是最大覆盖模型，每个需求点是否被覆盖仅仅是由一个覆盖半径所决定。考虑到其局限性本文将渐进覆盖的概念应用到充电站的选址模型中，覆盖半径不再是一个固定值，而是在一个有上限和下限的取值空间内，充分考虑到了部分覆盖问题。覆盖程度的取值不再是 0 或 1，而是在 0 到 1 内任意取值，且其值的大小与距离成反比，随着距离的增大而减小。在此基础上构建充电站的渐进覆盖选址模型并通过一个案例实际求解。

（2）在渐进覆盖模型的基础上对充电在选址模型进一步扩展，之前所有的研究包括渐进覆盖问题考虑的都是单一覆盖问题，即任一需求点是否被覆盖或者覆盖程度仅仅是由距离其最近的充电站所决定，合作覆盖模型可以改进这点局限性，即假设对任一需求点而言所有的充电站都对其有一定的覆盖作用，这种覆盖力度的强弱随着距离的增加而减少，对模型进行改进建立了合作覆盖模型并求解。

5.2 展望

关于电动汽车充电站的选址问题的研究，是一项长期而复杂的工作。本文中所涉及的充电站的选址模型中的变量和约束等非常的多。本文主要针对广义覆盖问题中的渐进覆盖问题和合作覆盖问题分别进行了分析研究，为了便于模型求解文中对模型做了很多理想型的假设，考虑到文中的很多不足，未来的将从以下几点改进：

- (1) 模型中并未考虑到充电站的容量限制，本文中所涉及的是一种理想状态。这在实际中是不现实的，未来将在满足需求点需求的同时考虑到充电站的容量问题。
- (2) 在模型中考虑成本问题时仅仅考虑了充电站的初始建设成本并假设所有点的成本是一样的，因此将成本问题忽略转而简化为充电站的个数问题。在实际中这些问题都是应当要着重考虑的。
- (3) 覆盖函数与距离之间的函数关系为了便于求解将其假设为一次线性函数，而在实际中这两者之间的具体函数关系还有待进一步的研究。

致 谢

历时两个多月的时间终于完成了这篇毕业论文，在这里要感谢我的导师杨珺对我的指导和帮助，在论文的写作过程给我提出意见和论文存在的问题，让我能够看到这篇文章的不足之处并不断改进。另外还要感谢我的室友卢苗苗和郭依和实验室的师兄师姐们尤其是朱胜利硕士、胡杨硕士和郑锐师姐对我的帮助和关心。同时也要感谢一直陪伴在我身边的同学和朋友，在我遇到困难的时候给我安慰和鼓励！

鉴于学术水平有限，本文还存在很多的不足之处，希望以后对该问题在算法方面能有进一步的研究和探讨。

参考文献

- [1]Wang Y W. Locating battery exchange stations to serve tourism transport: A note[J]. Transportation Research Part D: Transport and Environment, 2008, 13(3): 193-197.
- [2]徐凡, 俞国勤, 顾临峰,等. 电动汽车充电站布局规划浅析[J]. 华东电力, 2009 (10): 1678-1682.
- [3]孟子杰. 电动汽车充电站规划及数学模型研究[J]. 广东科技, 2013, 22(24): 224-224.
- [4]应夏晖, 李锦霞, 陈锦生. 电动汽车充电站的选址优化研究[J]. 交通科技与经济, 2014, 16(1): 43-46.
- [5]康继光, 卫振林, 程丹明, 等. 电动汽车充电模式与充电站建设研究[J]. 电力需求预测管理, 2009 (5): 64-66.
- [6]刘志鹏, 文福拴, 薛禹胜, 等. 电动汽车充电站的最优选址和定容[J]. 电力系统自动化, 2012, 36(3): 54-59.
- [7]韩笑, 姜久春, 张维戈. 纯电动公交车充电站运营规划及仿真[J]. 微处理机, 2011, 32(2): 88-91.
- [8] 刘锴, 孙小慧, 左志. 电动汽车充电站布局优化方法研究综述[J].武汉理工大学学报,2015,39(3):523-528
- [9] 任玉珑, 史玉峰, 张谦等. 电动汽车充电站最优分布和规模研究[J].电力系统自动化, 2011,35(14): 53-57
- [10] 常玉林, 王伟. 城市紧急服务系统优化选址模型[J].江苏大学学报, 1998,20(5): 106-110
- [11]方磊,何建敏.应急系统优化选址的模型及其算法[J].系统过程学报, 2003,18(1): 49-54
- [12]周洪超, 李海锋. 基于博弈论的电动汽车充电站选址优化模型研究[J].科技和产业, 2011,11(2): 51-54
- [13]张国亮. 城市内和城市间电动汽车充电站的选址布局研究:[硕士学位论文].天津: 天津大学图书馆, 2011.

- [14]杨珺. 网络服务设施的截流-选址问题研究: [博士学位论文].武汉: 华中科技大学图书馆, 2005.
- [15]Daskin M.S. Network and Discrete Location: Models Algorithms and Applications. John Wiley, 1995.
- [16]Hakimi. Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. *Operations Research*, 1964, (12):450-459.
- [17]C.A.Rogers. Packing and covering. Cambridge University Press, 1964.
- [18]Toregas C, Swain R, ReVelle C, Bergman L. The location of emergency service facilities. *Operation Research*, 1971, 19(6):363-375.
- [19]Church, R.L., ReVelle, C. The maximal covering location problem. *Papers in Regional Science Association* .1974, 32 (1):101–118.
- [20]Current J R, ReVelle C S, Cohon J L. The maximum covering/shortest path problem: a multi-objective network design and routing formulation [J]. *European Journal of Operational Research*, 1985, 21(2):189-199.
- [21]Goodchild MF, Noronha VT. Location-allocation and impulsive shopping the case of gasoline retailing. *Spatial Analysis and Location-Allocation Models*. 1987:121-136.
- [22]Hodgson M.J., Rosing K.E. A flow-capturing location-allocation model. *Geographical Analysis*, 1990, 22(3):270-279.
- [23]Hodgson M.J., Rosing K.E. A network location-allocation model trading off flow capturing and p-median objectives. *Annals of Operations Research*. 1992, 40(2):247-260.
- [24]Kuby M., Lim S. The flow-refueling location problem for alternative-fuel vehicles. *Socio-Economic Planning Sciences*. 2005, 39 (2):125–145.
- [25]庞晓庆. 济南市大超市的选址研究: [硕士学位论文].山东师范大学, 2006.
- [26]宋亚辉. 城市电动汽车充电设施布局规划研究: [硕士学位论文].北京交通大学, 2011.
- [27]Christopher Upchurch, Michael Kuby. Comparing the p-median and flow-refueling models for locating alternative-fuel stations. *Journal of Transport Geography*. 2010(18):750-758.
- [28]ReVelle C. The maximum capture or ‘sphere of influence’ location problem: Hotel

- ling revised on a network. *Journal of Regional Science*. 1986, 26(2):343-358.
- [29]夏德建. 电动汽车研究综述[J].2010,22(7): 41-49.
- [30]鲁莽,周小兵,张维. 国内外电动汽车充电设施发展状况研究[J].*华中电力*, 2010,23(05):19-25.
- [31]Berman O, Krass D. The generalized maximal covering location problem [J]. *Computers & Operations Research*, 2002, 29(6): 563-581.
- [32] Wang Y W, Lin C C. Locating road-vehicle refueling stations [J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2009, 45(5): 821-829.
- [33]Wang Y W, Wang C R. Locating passenger vehicle refueling stations [J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2010, 46(5): 791-801.
- [34]Wang Y W, Lin C C. Locating multiple types of recharging stations for battery-powered electric vehicle transport [J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2013, 58: 76-87.
- [35]Berman O, Krass D, Drezner Z. The gradual covering decay location problem on a network [J]. *European Journal of Operational Research*, 2003, 151(3): 474-480.
- [36]Berman O, Drezner Z, Krass D. Generalized coverage: New developments in covering location models [J]. *Computers & Operations Research*, 2010, 37(10): 1675-1687.
- [37]Drezner Z, Wesolowsky G O, Drezner T. The gradual covering problem [J]. *Naval Research Logistics (NRL)*, 2004, 51(6): 841-855.
- [38]Karasakal O, Karasakal E K. A maximal covering location model in the presence of partial coverage [J]. *Computers & Operations Research*, 2004, 31(9): 1515-1526.
- [39]Berman O, Drezner Z, Krass D. Cooperative cover location problems: the planar case [J]. *IIE Transactions*, 2009, 42(3): 232-246.
- [40]Schilling, D.A.,Vaidyanathan, J. A review of covering problems in facility location. *Location Science*, 1993,1:25-55.
- [41]Current, J, Daskin, M, Schilling, D. Discrete network location models, in *Facility Location: Applications and Theory*. Springer-Verlag, Berlin, 2002:81-112.
- [42]Plastria, F. Continuous covering location problems, in *Facility Location: Application and Theory*. Springer-Verlag, Berlin, 2002:37-79.
- [43]郭艳东.城市电动汽车充电站规划研究: [硕士学位论文].华北电力大学,2013

附录 1 攻读硕士期间参与的课题

- [1]国家自然科学基金项目：电动汽车运营机制设计与管理优化问题研究（项目编号：70871044），2014.01.01-2018.12.31