

Bài tập chương 10 Tree

1 Dẫn nhập

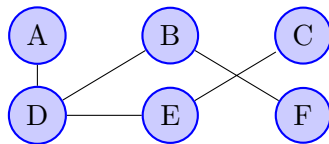
Trong bài tập dưới đây, chúng ta sẽ làm quen với các khái niệm và định nghĩa về cây. Các kiến thức cần thiết cho bài này cũng bao gồm các phương pháp duyệt cây và các giải thuật tìm cây khung có nhỏ nhất. Sinh viên cần ôn lại lý thuyết về cây và các giải thuật liên quan được trình bày trong chương 10 trước khi làm bài tập bên dưới.

2 Bài tập mẫu

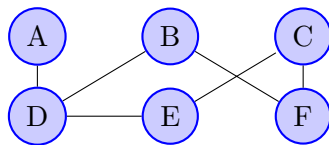
Exercise 1.

Những đồ thị bên dưới đây có được gọi là cây?

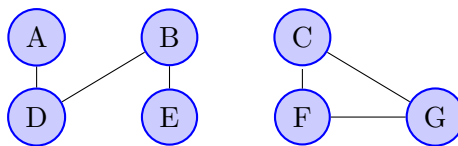
a)



b)



c)



Lời giải. Đồ thị trong trường hợp (a) được gọi là cây nhưng trong trường hợp (b) và (c) thì không phải. □

Exercise 2.

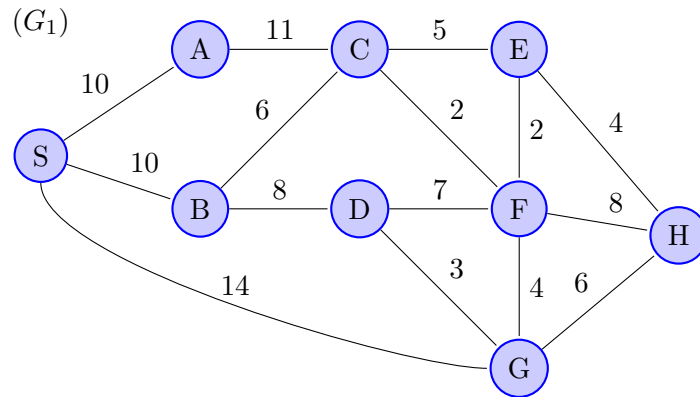
Có bao nhiêu đỉnh trong một cây tứ phân đầy đủ với 100 đỉnh lá?

Lời giải. Theo các tính chất về cây được trình bày trong phần lý thuyết chương 6, chúng ta biết rằng số đỉnh n trong một cây m phân đầy đủ sẽ là $n = (m^l - 1)/(m - 1)$ với l là số đỉnh lá của cây.

Trong trường hợp cây tứ phân với 33 đỉnh lá, $n = (4 \cdot 100 - 1)/(4 - 1) = 133$. □

Exercise 3.

a) Hãy dùng giải thuật Prim để tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G_1 .



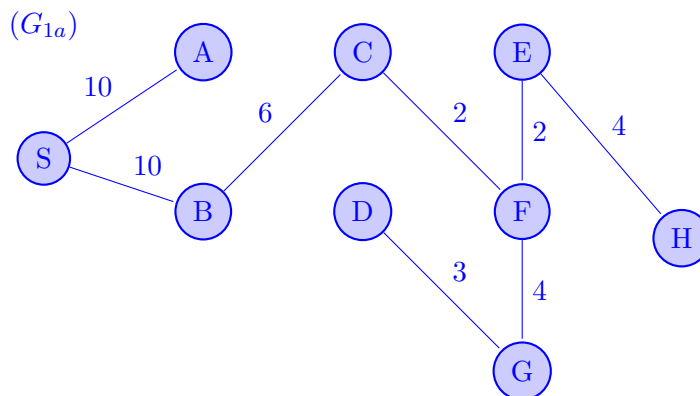
b) Hãy dùng giải thuật Kruskal để tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G_1 .

Lời giải.

a) Theo giải thuật Prim, chúng ta bắt đầu từ cạnh (E, F) .

Cây khung có nhỏ nhất sẽ lần lượt được hình thành như sau: $\{E, F\} \cup \{C\} \cup \{H\} \cup \{G\} \cup \{D\} \cup \{B\} \cup \{S\} \cup \{A\}$

Đồ thị G_{1a} biểu diễn kết quả thu được với tổng trọng số là 41.



b) Theo giải thuật Kruskal, đầu tiên ta sắp xếp các cạnh theo trọng số không giảm, nghĩa là theo thứ tự như sau: $(C, F), (E, F), (D, G), (E, H), (F, G), (C, E), (C, B), (G, H), (D, F), (D, B), (S, A), (S, B), (A, C), (S, G)$.

Sau đó ta sẽ thêm từng mỗi cạnh như trên theo đúng thứ tự vào cây khung nếu cạnh đó không tạo ra chu trình và sẽ dừng ngay khi cây khung chứa đủ tất cả các đỉnh.

Do vậy, ta thu được: $(C, F), (E, F), (D, G), (E, H), (F, G), (C, B), (S, A), (S, B)$.

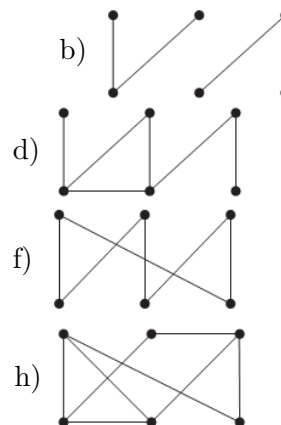
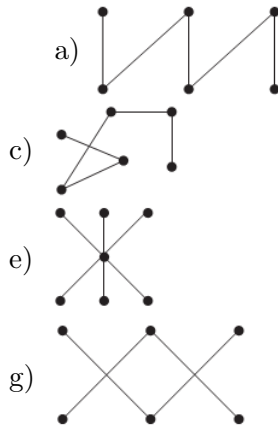
Trong trường hợp này, chúng ta sẽ thu được cùng kết quả cây khung giống với kết quả của giải thuật Prim (được biểu diễn bởi đồ thị G_{1a} với tổng trọng số là 41).

□

3 Bài tập cần giải

Exercise 4.

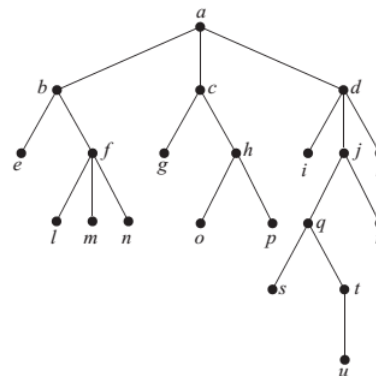
Which of these graphs are trees?



Exercise 5.

Answer these questions about the rooted tree illustrated.

- Which vertex is the root?
- Which vertices are internal?
- Which vertices are leaves?
- Which vertices are children of j ?
- Which vertex is the parent of h ?
- Which vertices are siblings of o ?
- Which vertices are ancestors of m ?
- Which vertices are descendants of b ?



Exercise 6.

Is the rooted tree in Exercise 5 a full m -ary tree for some positive integer m ?

Exercise 7.

What is the level of each vertex of the rooted tree in Exercise 5?

Exercise 8.

Draw the subtree of the tree in Exercise 5 that is rooted at **a)** **b)** **c)** **e)**

Exercise 9.

How many edges does a tree with 10,000 vertices have?

Exercise 10.

How many vertices does a full 5-ary tree with 100 internal vertices have?

Exercise 11.

How many edges does a full binary tree with 1000 internal vertices have?

Exercise 12.

How many leaves does a full 3-ary tree with 100 vertices have?

Exercise 13.

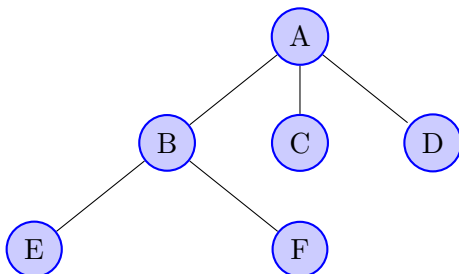
Suppose that the address of the vertex v in the ordered rooted tree T is 3.4.5.2.4.

- At what level is v ?
- What is the address of the parent of v ?
- What is the least number of siblings v can have?
- What is the smallest possible number of vertices in T if v has this address?
- Find the other addresses that must occur.

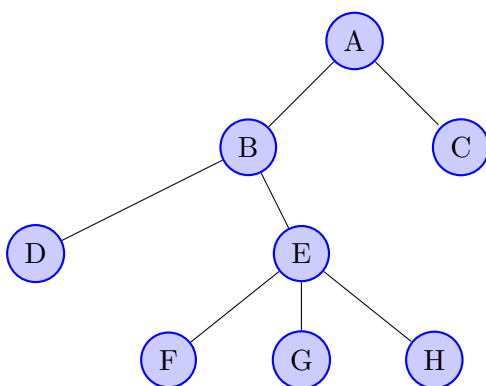
Exercise 14.

Determine the order in which a preorder, inorder, postorder traversal visits the vertices of the given ordered rooted tree.

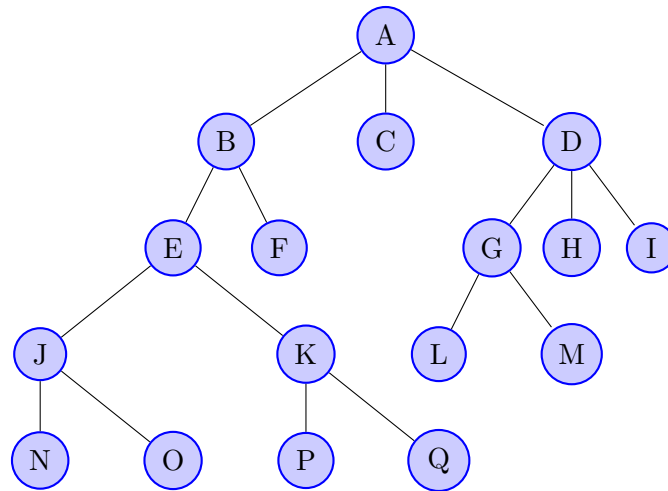
a)



b)



c)



Exercise 15.

- Represent the expression $((x + 2) \uparrow 3) * (y - (3 + x)) - 5$ using a binary tree. Write this expression in
- prefix notation.
- postfix notation.
- infix notation.

Exercise 16.

What is the value of each of these prefix expressions?

- $- * 2 / 8 4 3$
- $\uparrow - * 3 3 * 4 2 5$
- $+ - \uparrow 3 2 \uparrow 2 3 / 6 - 4 2$
- $* + 3 + 3 \uparrow 3 + 3 3 3$

Exercise 17.

Build a binary search tree for the words *banana*, *peach*, *apple*, *pear*, *coconut*, *mango*, and *papaya* using alphabetical order. How many comparisons are needed to locate or to add each of these words in the search tree, starting fresh each time? **a)** pear **b)** banana **c)** kumquat **d)** orange

Exercise 18.

How many edges must be removed from a connected graph with n vertices and m edges to produce a spanning tree?

Exercise 19.

Find a spanning tree for the graph shown by removing edges in simple circuits.

