A számításelmélet alapjai II.
1. zárthelyi dolgozat
2022. október 10.

1. Igaz-e, hogy a $\varphi = \neg(p \vee q \wedge p) \to \neg p \vee \neg q$ formulának a $\psi = p \to q \to p$ formula tautologikus következménye? Válaszunkat indokoljuk!

2. Adjunk meg egy az $(\neg(\neg y \wedge x) \to \neg z) \to \neg y$ formulával tautologikusan ekvivalens konjunktív normálformájú (KNF) formulát!

3. Rezolúcióval igazoljuk, hogy a

   $\{p \vee \neg q \vee r \vee s, \quad \neg p \vee \neg q, \quad \neg p \vee \neg r \vee \neg s, \quad \neg q \vee \neg r, \quad q \vee s, \quad \neg s\}$

   klózhalmaz kielégíthetetlen!

4. Egy elsőrendű logikában legyen

   Pr=$\{P, Q\}$, ar$(P) = 2$, ar$(Q) = 1$,

   Fn=$\{f\}$, ar$(f) = 2$,

   Cnst=$\{a\}$.

   Tekintsük ennek a logikának az alábbi $\mathcal{I} = \langle U, \mathcal{I}_{\mathrm{Pr}}, \mathcal{I}_{\mathrm{Fn}}, \mathcal{I}_{\mathrm{Cnst}}\rangle$ interpretációját.

   $U = \{0, 1, 2\}$, $\mathcal{I}_{\mathrm{Pr}} : P \longrightarrow P^{\mathcal{I}}$, $Q \longrightarrow Q^{\mathcal{I}}$, $\mathcal{I}_{\mathrm{Fn}} : f \longrightarrow f^{\mathcal{I}}$, $\mathcal{I}_{\mathrm{Cnst}} : a \longrightarrow a^{\mathcal{I}}$.

   ahol

$P^{\mathcal{I}}$	0	1	2
0	h	i	i
1	h	i	i
2	h	h	h

$Q^{\mathcal{I}}$	
0	h
1	i
2	i

$f^{\mathcal{I}}$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

   , $a^{\mathcal{I}} = 1$.

   (A sorok az első argumentumnak, az oszlopok a második argumentumnak felelnek meg.) Legyen továbbá a κ változókiértékelésre $\kappa(x) = 2, \kappa(y) = 1$.

   (a) $|f(f(x, f(a, x)), y)|^{\mathcal{I},\kappa} =?$

   (b) $|P(x, y) \vee Q(a) \to \neg Q(f(x, y))|^{\mathcal{I},\kappa} =?$

   (c) $|\exists y P(y, x) \to \neg Q(f(y, y))|^{\mathcal{I},\kappa} =?$

   Ne csak a végeredményt közöljük, a számolást is meg kell adni.

5. Mutassuk meg, hogy az alábbi állítás NEM IGAZ!

   ,,Minden φ és ψ elsőrendű formulára teljesül, hogy

   $\varphi \to \forall x \psi \sim \forall x(\varphi \to \psi)$''