

②
a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

$$\det(A) = 1 \cdot 4 \cdot 4 + 3 \cdot 3 \cdot 1 + 3 \cdot 1 \cdot 3 - 3 \cdot 4 \cdot 1 - 1 \cdot 3 \cdot 3 - 3 \cdot 1 \cdot 4 = 16 + 9 + 9 - 12 - 9 - 12 = 34 - 33 = \underline{1}$$

b) $\det(A) \neq 0 \Rightarrow$ um inverse \Rightarrow regulär

c) $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot X^T$

$$\begin{aligned} x_{11} &= (-1)^2 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 4 \cdot 4 - 3 \cdot 3 = 7 \\ x_{12} &= (-1)^3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -(1 \cdot 4 - 3 \cdot 1) = -1 \\ x_{13} &= (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 - 4 \cdot 1 = -1 \\ x_{21} &= (-1)^3 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -(3 \cdot 4 - 3 \cdot 3) = -3 \\ x_{22} &= (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 3 \cdot 1 = 1 \\ x_{23} &= (-1)^5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -(1 \cdot 3 - 1 \cdot 3) = 0 \\ x_{31} &= (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot 3 - 3 \cdot 4 = -3 \\ x_{32} &= (-1)^5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -(1 \cdot 3 - 1 \cdot 3) = 0 \\ x_{33} &= (-1)^6 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 3 \cdot 1 = 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} 7 & -1 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X^T = \begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot X^T = \frac{1}{1} \cdot \begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}}}$$