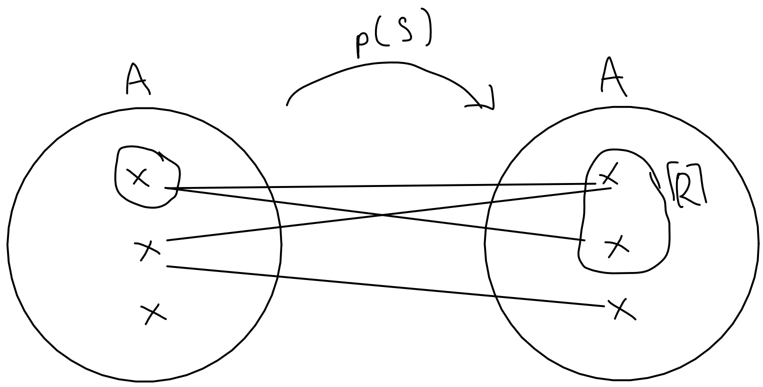
gyak04

2022. október 5., szerda 8:15

+/- kérdés: programfüggvény



$R \in A \to \mathbb{L}$

$\lceil R \rceil = \{ a \in D_R \mid R(a) \}$ R igazsághalmaza

S program R utófeltételben vett leggyengébb előfeltétele

$lf(S, R) : A \to \mathbb{L}$

$\lceil lf(S,R) \rceil = \{ a \in A \mid a \in D_{p(S)} \wedge p(S)(a) \subseteq \lceil R \rceil \}$

1. Legyen A tetszőleges állapottér. $R : A \to \mathbb{L}$ logikai függvény, S program az A állapottér felett, tetszőlegesek. Határozzuk meg a definíciót felhasználva a következő leggyengébb előfeltételek igazsághalmazait:

   (a) $lf(SKIP, R)$
   (b) $lf(ABORT, R)$
   (c) $lf(S, HAMIS)$
   (d) $lf(S, IGAZ)$

a) $\lceil lf(SKIP, R) \rceil = \{ a \in A \mid a \in D_{p(SKIP)} \wedge p(SKIP)(a) \subseteq \lceil R \rceil \} = \lceil R \rceil$

$a \in A \wedge \{a\} \subseteq \lceil R \rceil$

$a \in \lceil R \rceil$

d) $\lceil lf(S, IGAZ) \rceil = \{ a \in A \mid a \in D_{p(S)} \wedge \underbrace{p(S)(a) \subseteq \underset{A}{\lceil IGAZ \rceil}}_{igaz} \} = \underline{\underline{D_{p(S)}}}$

$IGAZ : A \to \mathbb{L}$

$\forall a \in A : IGAZ(a) = igaz$

2. Legyen $A = [1..5]$. Adottak a $Q, P: A \to \mathbb{L}$ logikai függvények, úgy hogy $\lceil P \rceil = \{1,2\}$ és $\lceil Q \rceil = \{1,2,3,4\}$. $S \subseteq A \times (A \cup \{fail\})^{**}$ a következő reláció az A felett:

$$S = \{(a, <a>) \mid a \in A\} \cup \{(a, <a, a+1>) \mid a \leq 4\} \cup \{(a, <a, a, a, \dots >) \mid a = 3\}$$

(a) Határozzuk meg a következő halmazokat: $S(1)$, $S(3)$, $D_{p(S)}$, $p(S)(1)$, $p(S)(3)$, $p(S)$

(b) Hány elemű S? $5+4+1=\underline{\underline{10}}$

(c) Igaz-e hogy $P \subseteq Q$?

(d) Határozzuk meg $lf(S,Q)$ igazsághalmazát.

(e) Döntsük el hogy a 4 eleme-e $lf(S,P)$ igazsághalmazának.

b)

a	$\lvert S(a)\rvert$
1	2
2	2
3	3
4	2
5	1
	$\underline{\underline{10}}$

a) $S(1) = \{<1>, <1,2>\}$

$S(3) = \{<3>, <3,4>, <3,3,\dots>\}$

$D_{p(S)} = \{1,2,4,5\}$

$p(S)(1) = \{1,2\}$

$p(S)(3) = \{\}$

$p(S) = \{(1,1), (1,2), (2,2), (2,3), (4,4), (4,5), (5,5)\}$

2. Legyen $A = [1..5]$. Adottak a $Q, P: A \to \mathbb{L}$ logikai függvények, úgy hogy $\lceil P \rceil = \{1,2\}$ és $\lceil Q \rceil = \{1,2,3,4\}$. $S \subseteq A \times (A \cup \{fail\})^{**}$ a következő reláció az A felett:

$$S = \{(a, <a>) \mid a \in A\} \cup \{(a, <a, a+1>) \mid a \leq 4\} \cup \{(a, <a, a, a, \dots >) \mid a = 3\}$$

(a) Határozzuk meg a következő halmazokat: $S(1)$, $S(3)$, $D_{p(S)}$, $p(S)(1)$, $p(S)(3)$, $p(S)$

(b) Hány elemű S?

(c) Igaz-e hogy $P \subseteq Q$? hamis

(d) Határozzuk meg $lf(S,Q)$ igazsághalmazát.

(e) Döntsük el hogy a 4 eleme-e $lf(S,P)$ igazsághalmazának.

Nem

c) $P: A \to \mathbb{L}$

$(3, hamis) \in P$

$(3, hamis) \notin Q$

d) $\lceil lf(S,Q) \rceil = \{a \in A \mid a \in D_{p(S)} \land p(S)(a) \subseteq \lceil Q \rceil\}$ $\quad \lceil Q \rceil = \{1,2,3,4\}$

- $a=1$ $\quad \{1,2\} \subseteq \lceil Q \rceil$ ✓
- $a=2$ $\quad \{2,3\} \subseteq \lceil Q \rceil$ ✓
- $a=4$ $\quad \{4,5\} \not\subseteq \lceil Q \rceil$
- $a=5$ $\quad \{5\} \not\subseteq \lceil Q \rceil$

$= \{1,2\}$

e)

- $a=4$ $\quad p(S)(4) = \{4,5\} \not\subseteq \lceil P \rceil = \{1,2\}$

4. Legyen A tetszőleges állapottér. $R : A \to \mathbb{L}$ logikai függvény, S program az A állapottér felett. Igaz-e hogy

   (a) $\lceil lf(S,R)\rceil \cup \lceil lf(S,\neg R)\rceil = A$? hamis

   (b) $\lceil lf(S,R)\rceil \cup \lceil lf(S,\neg R)\rceil = D_p(S)$? hamis

$\lceil R\rceil \cup \lceil \neg R\rceil = A$

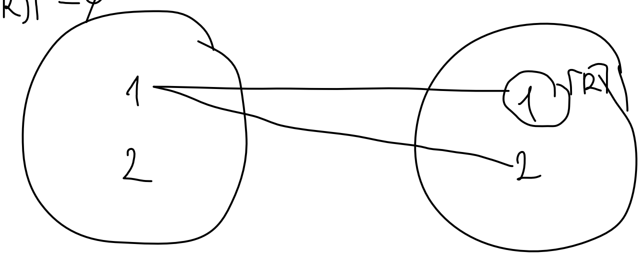
$A = \{1,2\}$

$\lceil R\rceil = \{1\} \quad \lceil \neg R\rceil = \{2\}$

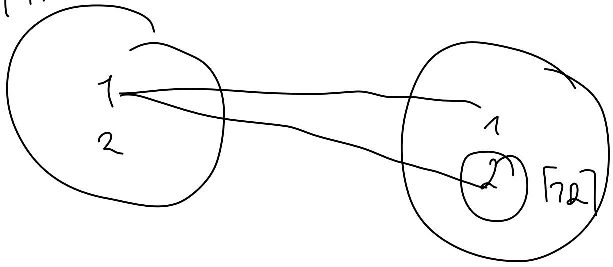
$S = \{ 1 \to \langle 1\rangle,\ 1 \to \langle 1,2\rangle,\ 2 \to \langle 2, fail\rangle \}$

$p(S) = \{(1,1),(1,2)\}$

$\lceil lf(S,R)\rceil = \emptyset$



$\lceil lf(S,\neg R)\rceil = \emptyset$



$\lceil lf(S,R)\rceil \cup \lceil lf(S,\neg R)\rceil = \emptyset \cup \emptyset = \emptyset \neq D_p(S) \neq A$

$\subseteq D_p(S) \subseteq A$

$D_p(S) = \{1\}$

$A = \{1,2\}$

6. $A = (x : \mathbb{N}, y : \mathbb{N})$
   Jelölje S az $x := x - y$ értékadást.

   (a) Mit rendel S a $(3,1)$ és $(1,3)$ pontokhoz? Mit rendel ugyanezekhez a pontokhoz S programfüggvénye?

   (b) Adjuk meg S programfüggvényét.

   (c) Adott az $R((x,y)) = (2x + y < 5)$ logikai függvény. A definíciót felhasználva számoljuk ki $lf(S,R)$ igazsághalmazát.

   (d) Miután kiszámoltuk a leggyengébb előfeltételt, mondjunk olyan pontot amire teljesül az $lf(S,R)$ és olyat is amire nem. Nézzük meg hogy tényleg így van-e; írjuk fel milyen sorozatokat rendel ezekhez a pontokhoz a program és hova jut el ezekből a pontokból indulva.

a) $(3,1) \to \langle (3,1), (2,1)\rangle \qquad p(S)((3,1)) = \{(2,1)\}$

$(1,3) \to \langle (1,3), fail\rangle \qquad p(S)((1,3)) = \{\ \}$

b) $D_{p(S)} = \{ a \in A \mid x(a) \geq y(a) \}$

$\forall a \in D_{p(S)} : p(S)(a) = \{ b \in A \mid x(b) = x(a) - y(a) \wedge y(b) = y(a) \}$

$p(S) = \{ ((u,v),(x,y)) \in A \times A \mid u \geq v \wedge x = u - v \wedge v = y \}$

6. $A = (x\colon \mathbb{N}, y\colon \mathbb{N})$
Jelölje S az $x := x - y$ értékadást.

(a) Mit rendel S a $(3,1)$ és $(1,3)$ pontokhoz? Mit rendel ugyanezekhez a pontokhoz S programfüggvénye?

(b) Adjuk meg S programfüggvényét.

(c) Adott az $R((x,y)) = (2x + y < 5)$ logikai függvény. A definíciót felhasználva számoljuk ki $\lceil lf(S,R) \rceil$ igazsághalmazát.

(d) Miután kiszámoltuk a leggyengébb előfeltételt, mondjunk olyan pontot amire teljesül az $lf(S,R)$ és olyat is amire nem. Nézzük meg hogy tényleg így van-e; írjuk fel milyen sorozatokat rendel ezekhez a pontokhoz a program és hova jut el ezekből a pontokból indulva.

c) $\lceil lf(S,R) \rceil = \{ (u,v) \in \overset{\mathbb{N}\times\mathbb{N}}{A} \mid \underbrace{(u,v) \in D_{p(S)}}_{u \geq v} \wedge \underbrace{\overset{(u-v,v)}{\overbrace{p(S)((u,v))}} \subseteq \lceil R \rceil}_{2(u-v)+v < 5} \}$

$= \{ (u,v) \in A \mid u \geq v \wedge 2u - v < 5 \}$

értékadás leggyengébb előfeltétele:

$lf(x := x - y,\ 2x + y < 5) = \underbrace{(2x + y < 5)^{x \leftarrow x - y} \wedge x - y \in \mathbb{N}}_{2(x-y)+y<5 \quad \wedge\ x \geq y}$

x új értéke továbbra is $\mathbb{N}$

Tudjuk: $x, y : \mathbb{N}$
$\Downarrow$
$x - y : \mathbb{Z}$ igaz
kell még: $x - y \geq 0$

$\boxed{2x - y < 5 \wedge x \geq y}$

6. $A = (x\colon \mathbb{N}, y\colon \mathbb{N})$
Jelölje S az $x := x - y$ értékadást.

(a) Mit rendel S a $(3, 1)$ és $(1, 3)$ pontokhoz? Mit rendel ugyanezekhez a pontokhoz S programfüggvénye?

(b) Adjuk meg S programfüggvényét.

(c) Adott az $R((x, y)) = (2x + y < 5)$ logikai függvény. A definíciót felhasználva számoljuk ki $lf(S, R)$ igazsághalmazát.

(d) Miután kiszámoltuk a leggyengébb előfeltételt, mondjunk olyan pontot amire teljesül az $lf(S, R)$ és olyat is amire nem. Nézzük meg hogy tényleg így van-e; írjuk fel milyen sorozatokat rendel ezekhez a pontokhoz a program és hova jut el ezekből a pontokból indulva.

d) $(3,2)$: $lf(S,R)((3,2)) = 2\cdot 3-2<5 \wedge 3\geq 2 = 4<5 \wedge 3\geq 2 =$
$= \text{igaz} \wedge \text{igaz} = \text{igaz}$
$(3,2) \in \lceil lf(S,R) \rceil$

$S((3,2)) = \{<(3,2),(1,2)>\}$ $\quad p(S)((3,2)) = \{(1,2)\}$

$R((1,2)) = 2\cdot 1+2<5 = 4<5 = \text{igaz}$ ✓

$(4,3)$: $lf(S,R)((4,3)) = 2\cdot 4-3<5 \wedge 4\geq 3 = 5<5 \wedge 4\geq 3 =$
$= \text{hamis} \wedge \text{igaz} = \text{hamis}$
$(4,3) \notin \lceil lf(S,R) \rceil$

$S((4,3)) = \{<(4,3),(1,3)>\}$ $\quad p(S)((4,3)) = \{(1,3)\}$

$R((1,3)) = 2\cdot 1+3<5 = 5<5 = \text{hamis}$

$(1,2)$: $lf(S,R)((1,2)) = 2\cdot 1-2<5 \wedge 1\geq 2 = 0<5 \wedge 1\geq 2 =$
$= \text{igaz} \wedge \text{hamis} = \text{hamis}$ $\quad (1,2) \notin \lceil lf(S,R) \rceil$

$S((1,2)) = \{<(1,2), \text{fail}>\}$ $\quad p(S)((1,2)) = \emptyset$

$(1,2) \notin D_{p(S)}$