

1. Döntse el hogy melyek igazak az alábbi állítások közül. Válaszát indokolja.

(a)  $5 > 3$

(b)  $\exists x \in \mathbb{N} : 2|x$  : igaz pl.  $3^4$

(c)  $\forall x \in [32..40] : \neg \text{prim}(x)$  hamis példa: 37

(d)  $\exists x \in \emptyset : 2|x$  hamis

(e)  $\forall x \in \emptyset : x^2 + 5 < 0$  igaz

(f)  $\forall x \in \mathbb{N} : (\exists y \in \mathbb{N} : y|x)$  pl.  $y=1$  igaz

(g)  $\forall x \in \mathbb{N} : (\exists y \in \mathbb{N} : (x = y^2 + 1 \wedge 5 > 8))$  : hamis  
hamis

d) inkább tén. igaz

nem tudunk példát mondani

mert az  $\emptyset$ -nak nincs eleme.

e) tagadás:  $\exists x \in \emptyset : \neg(x^2 + 5 < 0)$

h)

$$\exists x \in \mathbb{N} : (\exists y \in \mathbb{N} : (x = y^2 + 1))$$

$$x=2 \quad y=1$$

igaz

$$\boxed{\begin{array}{l} \exists x \in \emptyset : (...) \text{ hamis} \\ \forall x \in \emptyset : (...) \text{ igaz} \end{array}}$$

$$2 = 1^2 + 1$$

3. Szemléltessük a következő feladatokat:

(a) Osztója-e adott  $n$  természetes számnak az adott  $d$  természetes szám.

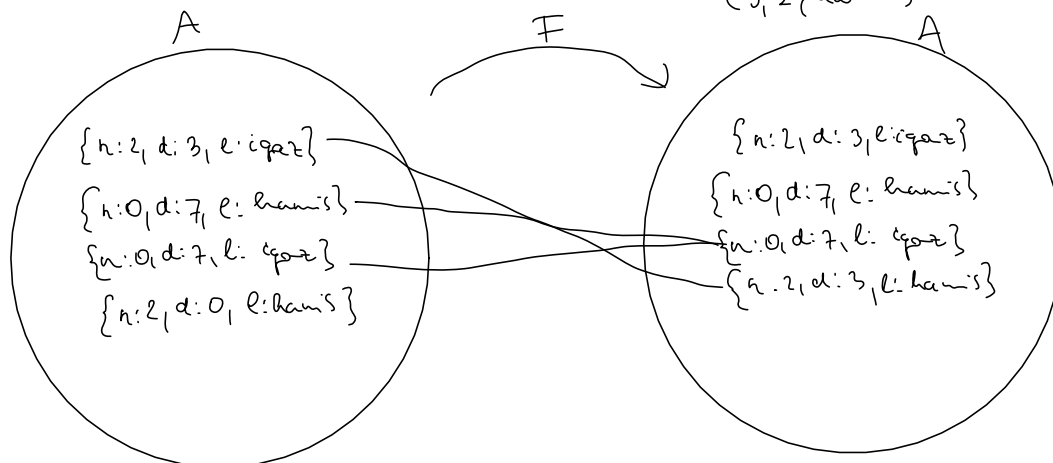
(b) Adjuk meg egy természetes szám egy valódi természetes osztóját.

(c) Adjuk meg egy olyan prímet, ami közelebb van a végponthoz, mint bármely az intervallumban lévő prímszám.

$$a) A = (n : \mathbb{N}, d : \mathbb{N}, l : \mathbb{L})$$

$$\text{átlagok} \\ \{n: 3, d: 2, l: \text{hamis}\}$$

$$(3, 2, \text{hamis})$$



$$\boxed{F \subseteq A \times A}$$

$$(F \in A \rightarrow A)$$

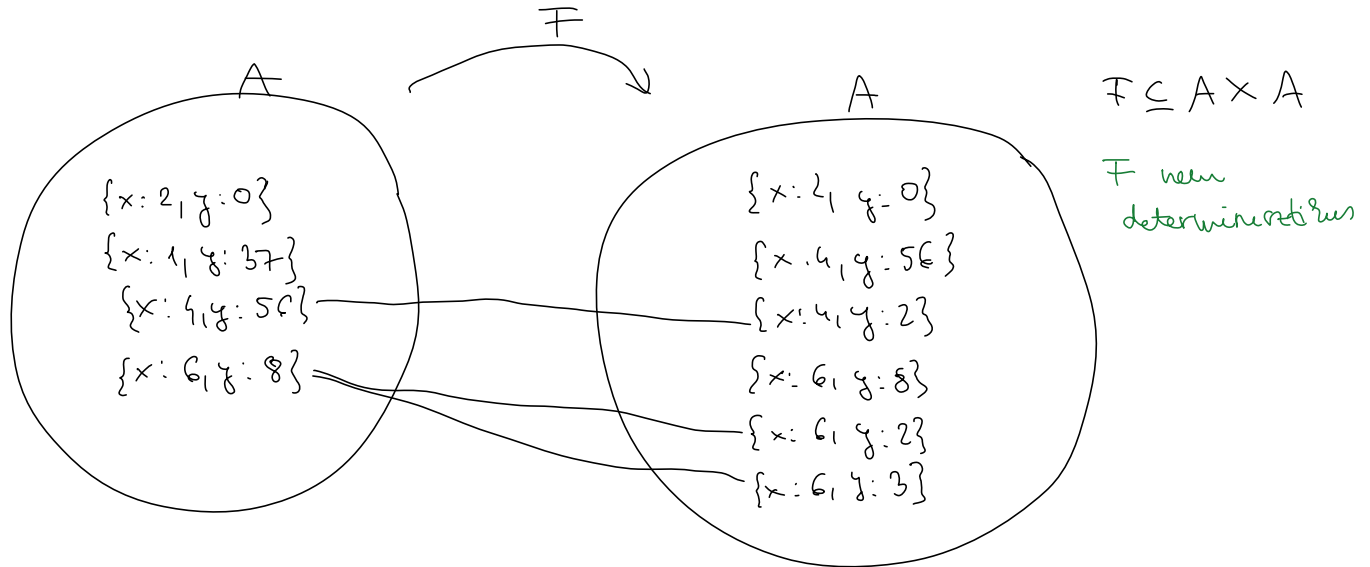
$F$  determinisztikus

$$F = \{(a, b) \in A \times A \mid n(a) = n(b) \wedge d(a) = d(b) \wedge l(b) = d(a) \mid n(a)\}$$

3. Szemléltessük a következő feladatokat:

- Osztója-e adott  $n$  természetes számnak az adott  $d$  természetes szám.
- Adjuk meg egy természetes szám egy valódi természetes osztóját.
- Adjuk meg egy olyan prímet, ami közelebb van a végponthoz, mint bármely az intervallumban lévő prímszám.

b)  $A = (x: \mathbb{N}, y: \mathbb{N})$



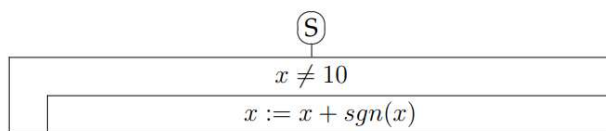
$$F(\{x: 4, y: 8\}) = \{\{x: 4, y: 2\}\}$$

$$F(\{x: 13, y: 1\}) = \emptyset$$

$$F(\{x: 8, y: 9\}) = \{\{x: 8, y: 2\}, \{x: 8, y: 4\}\}$$

$$F = \{(a, b) \in A \times A \mid x(a) = x(b) \wedge y(b) \neq 1 \wedge y(b) \neq x(a) \wedge y(b) \mid x(a)\}$$

5. Legyen  $H = \{a \in \mathbb{Z} \mid a \geq -5\}$   
 $A = (x: H)$



$$\text{sgn}: H \rightarrow [-1..1]$$

$$\text{sgn}(y) = \begin{cases} -1 & y < 0 \\ 0 & y = 0 \\ 1 & 0 < y \end{cases}$$

- Mit rendel  $S$  az állapottól 4, 13, -2, 0 és 10 pontjaihoz?
- Igaz-e hogy  $S$  függvény?  $S: A \rightarrow (A \cup \{\text{false}\})^{**}$
- Mely pontokhoz rendel  $S$  csak véges sorozatokat?
- Melyek  $H$ -nak azon elemei, melyekhez csak hibás végrehajtások tartoznak?

igaz, nem determinisztikus

a)  $4 \rightarrow \langle 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \rangle$

$13 \rightarrow \langle 13, 14, 15, 16, 17, \dots \rangle$

c)  $x \in [-5..10] \setminus \{0\}$

d)  $x \in [-5..-1]$

$$13 \rightarrow \langle 13, 14, 15, 16, 17, \dots \rangle$$

$$-2 \rightarrow \langle -2, -3, -4, -5, \text{fail} \rangle$$

$$0 \rightarrow \langle 0, 0, 0, \dots \rangle$$

$$10 \rightarrow \langle 10 \rangle$$

$$d) x \in [-5, -1]$$

$$\text{pl. } A = (x: \mathbb{N})$$

$y: \mathbb{Z}$  séjédváltozó

$$\{x: \delta\}_{a \in A} \rightarrow \langle \{x: \delta\}_a, \{x: \delta, y: -6\}_{\in A} \dots \rangle$$