(5)

FÁBIÁN TÍMEA NIKOLETT
RDDZXA

(5) $a_0 = 5 \qquad a_{n+1} = \dfrac{a_n^2 + 2a_n}{10}$

$$a_0 = 5 < a_{n+1} = \frac{a_n^2 + 2a_n}{10} < \frac{a_{n+1}^2 + 2a_{n+1}}{10} = a_{n+2}$$

↳ monoton növekvő $\forall n \geq 2$

HA (a_n) konvergens $\Rightarrow A = \lim(a_n) \Rightarrow A = \lim(a_{n+1})$

$$A = \frac{A^2 + 2A}{10}$$

$$A^2 - 8A = 0$$

$$A(A-8) = 0$$

$A = 0 \qquad A = 8$

↳ (a_n) legkisebb felső korlátja 8

$n = 0$ esetén

$a_0 = 5 < 8$ ✓ igaz

$n \in \mathbb{N}_0,\ a_n \leq 8$

$$a_{n+1} = \frac{a_n^2 + 2a_n}{10} \leq \frac{8^2 + 2 \cdot 8}{10} = \frac{80}{10} = 8$$

$\Rightarrow$ felülről korlátos

Összefoglalva: monoton nő és felülről korlátos

$\Rightarrow$ konvergens sorozat

$\lim(a_n) = 8$