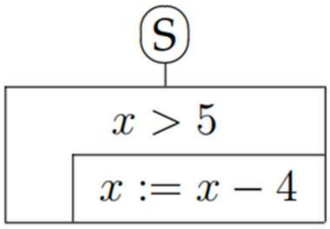
A = (x:[4..30])

Jelölje S azt a programot, ami egy ciklus amelynek

- ciklusfeltétele: x>5
- ciklusmagja: x:=x-4



- $20 \to \langle 20, 16, 12, 8, 4 \rangle$
  $21 \to \langle 21, 17, 13, 9, 5 \rangle$
  $5 \to \langle 5 \rangle$
  $22 \to \langle 22, 18, 14, 10, 6, \text{fail} \rangle$
- $p(S)(20) = \{4\}$ $\quad p(S)(21) = \{5\}$
  $p(S)(5) = \{5\}$ $\quad p(S)(22) = \{\ \}$

Kérdések:

- Mit rendel S az állapottér 20, 21, 5 és 22 állapotaihoz?
- Mit rendel S programfüggvénye az előbbi négy állapothoz?
- Legyen $R : A \longrightarrow \mathbb{L}$ olyan, hogy $\lceil R \rceil = \{ 5, 7 \}$
  Eleme-e a 17 állapot az ⌈ lf(S,R) ⌉ igazsághalmaznak?
  Határozd meg az ⌈ lf(S,R) ⌉ igazsághalmazt. Válaszaidat indokold.

- $S(17) = \{\langle 17, 13, 9, 5 \rangle\}$
  $p(S)(17) = \{5\}$
  $17 \in D_{p(S)} \wedge p(S)(17) = \{5\} \subseteq \lceil R \rceil = \{5, 7\}$ ✓

Megjegyzés: a p érték az {x:p} állapotot jelöli, például az {x:17} állapotot röviden 17-nek írjuk.

$\lceil lf(S, R) \rceil = \{ a \in A \mid a \in D_{p(S)} \wedge p(S)(a) \subseteq \lceil R \rceil \}$

Azok az állapotok, ahol helyesen megállhat a program: 4, 5.

Kezdőállapotok: $(x = 4 + 4k$ vagy $x = 5 + 4l)$ és $x \leq 30$ $\quad (k, l \in \mathbb{N})$

p(S)(a)	a ($D_{p(S)}$)
4	4, 8, 12, 16, 20, 24, 28
5	5, 9, 13, 17, 21, 25, 29

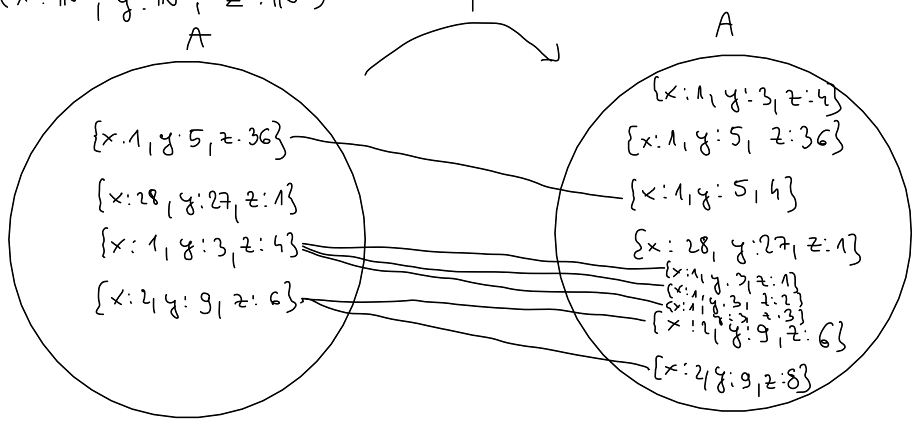
Azok az állapotok jók, ahol S 5-ben áll meg.

$\lceil lf(S, R) \rceil = \{5, 9, 13, 17, 21, 25, 29\}$

Mit választanál a következő feladat állapotterének? Néhány esetet illusztrálva, szemléltesd egy ábrával a következő feladatot, mint egy leképezést.
Van-e olyan állapot ami nincs a feladat értelmezési tartományában? Van-e olyan állapot aminek több képe van?

Adottak az x és y pozitív egész számok. Adjuk meg az [x..y] intervallum azon elemét aminek a legtöbb valódi osztója van.

$A = (x : \mathbb{N}^+, y : \mathbb{N}^+, z : \mathbb{N}^+)$



a	vosz(a)
4	|{2}| = 1
6	|{2, 3}| = 2
8	|{2, 4}| = 2
9	|{3}| = 1

$F(\{x : 28, y : 27, z : 30\}) = \emptyset$

$F(\{x : 2, y : 9, z : 5\}) = \{\{x : 2, y : 9, z : 6\}, \{x : 2, y : 9, z : 8\}\}$

$F \subseteq A \times A$

$F = \{ (a,b) \in A \times A \mid x(a) = x(b) \wedge y(a) = y(b) \wedge z(b) \in [x..y] \wedge$
$\forall i \in [x..y] : vosz(i) \leq vosz(z(b)) \}$

$vosz : \mathbb{N}^+ \to \mathbb{N}$

$vosz(x) = \sum_{i=2}^{x-1} \chi(i \mid x)$

$\chi : \mathbb{L} \to \{0,1\}$

$\chi(l) = \begin{cases} 1 & l \\ 0 & \neg l \end{cases}$

Specifikáld a következő feladatot:

Adott az x egész számokat tartalmazó tömb. Az y tömb tartalmazzon logikai értékeket úgy, hogy az y tömb i-edik eleme pontosan akkor legyen igaz ha az x tömb első i darab eleme között van nulla.

$A = (x : \mathbb{Z}^n, y : \mathbb{L}^n)$

$B = (x' : \mathbb{Z}^n)$

$Q = (x = x')$

$R = (Q \wedge \forall i \in [1..n] : (y[i] = (\exists j \in [1..i] : x[j] = 0)))$

$F \subseteq A \times A$

$F_1 \subseteq A \times B$

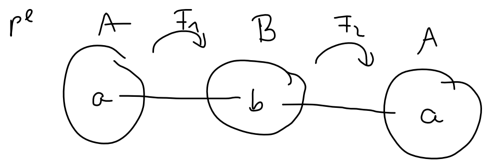
$F_2 \subseteq B \times A$

$F = F_2 \circ F_1$

$F_1 \circ F_2 \subseteq B \times B$

$F_2 \circ F_1 \subseteq A \times A$

pl



$F_1 \circ F_2(b) = F_1(F_2(b)) = F_1(a) = b$

$F_2 \circ F_1(a) = F_2(F_1(a)) = F_2(b) = a$

$\lceil Q_b \rceil = F_1^{(-1)}(b) \quad \lceil R_b \rceil = F_2(b)$

A = (x:$\mathbb{N}^+$, y:$\mathbb{N}^+$, z:$\mathbb{N}^+$)
B = (x':$\mathbb{N}^+$, y':$\mathbb{N}^+$)
Q = (x=x' $\wedge$ y=y' $\wedge$ x < y)
R = (x' < z $\wedge$ z < y' $\wedge$ prím(z))

A prím(z) igaz ha z prímszám.
Tekintsük az ezzel a specifikációval megadott F feladatot.

- $\lceil Q_{\{x':30, y':20\}} \rceil = \{ a \in A \mid \underbrace{x(a) = 30 \wedge y(a) = 20 \wedge \underbrace{30 < 20}_{hamis}}_{hamis} \}$

$= \{ \}$

Kérdések:

- Határozd meg a $Q_{\{x':30,\ y':20\}} : A \longrightarrow \mathbb{L}$ függvény igazsághalmazát.
- Határozd meg a $Q_{\{x':30,\ y':40\}} : A \longrightarrow \mathbb{L}$ függvény igazsághalmazát.
- Határozd meg a $R_{\{x':30,\ y':40\}} : A \longrightarrow \mathbb{L}$ függvény igazsághalmazát.
- Mit rendel az F az {x:20, y:28, z:40} állapothoz?

Segítség: 2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47; ezek az 50-nél kisebb prímek.

- $\lceil Q_{\{x':30,\ y':40\}} \rceil = \{ a \in A \mid x(a) = 30 \wedge y(a) = 40 \wedge \overbrace{30 < 40}^{igaz} \} = \{ a \in A \mid x(a) = 30 \wedge y(a) = 40 \}$

- $\lceil R_{\{x':30,\ y':40\}} \rceil = \{ a \in A \mid \underbrace{30 < z(a) \wedge z(a) < 40}_{} \wedge prim(z(a)) \} = \{ a \in A \mid z(a) = 31 \vee z(a) = 37 \}$

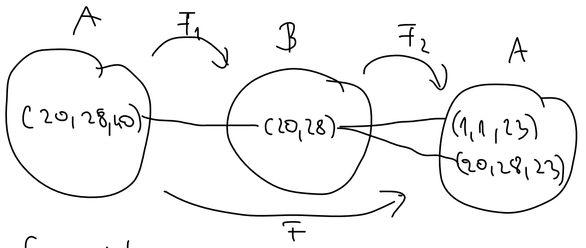
$\underbrace{z(a) \in [31..39] \wedge prim(z(a))}_{}$

$z(a) \in \{31, 37\}$

$A = (x{:}\mathbb{N}^+,\ y{:}\mathbb{N}^+,\ z{:}\mathbb{N}^+)$
$B = (x'{:}\mathbb{N}^+,\ y'{:}\mathbb{N}^+)$
$Q = (x=x' \land y=y' \land x < y)$
$R = (x' < z \land z < y' \land \text{prím}(z))$

- $F(\overbrace{\{x:20,\ y:28,\ z:40\}}^{a}) = F_2 \circ F_1(a) = F_2(F_1(a))$

$F_1(a) = \{ b \in B \mid 20 = x'(b) \land 28 = y'(b) \land \underbrace{20<28}_{\text{igaz}} \} = \{ b\in B \mid x'(b) = 20 \land y'(b) = 28 \} = \{ \underbrace{\{x':20, y':28\}}_{b} \}$



$F_2(b) = \{ a\in A \mid 20 < z(a) \land z(a) < 28 \land \text{prím}(z(a)) \} = \{ a \in A \mid z(a) = 23 \}$

$z(a) \in [21..27] \land \text{prím}(z(a))$

6. $A = (n\colon \mathbb{N}, d\colon \mathbb{N})$

S

$d :\in \{n-1, n-2\}$	
$d \nmid n$	
	$d := d-1$

Legyen $F \subseteq A \times A$ feladat a következőképpen adott:
$F = \Big\{ (\{n:x, d:y\}, \{n:u, d:v\}) \in A \times A \mid x = u \land v|x) \Big\}$

- Mit rendel S az állapottér $(6,11), (8,11), (2,11), (1,11)$ pontjaihoz?
- Megoldja-e S az F feladatot?

$(6,11) \to \langle (6,11), (6,5), (6,4), (6,3) \rangle$
$\searrow \langle (6,11), (6,4), (6,3) \rangle$

$(8,11) \to \langle (8,11), (8,7), (8,6), (8,5), (8,4) \rangle$
$\searrow \langle (8,11), (8,6), (8,5), (8,4) \rangle$

$(2,11) \to \langle (2,11), (2,1) \rangle$
$\searrow \langle (2,11), (2,0), \text{fail} \rangle$

$(1,11) \to \langle (1,11), (1,0), \text{fail} \rangle$
$\searrow \langle (1,11), \text{fail} \rangle$

- Megoldás definíciója szerint:

1. $D_F \subseteq D_{p(S)}$ $\times$

$F((2,11)) = \{ (2,1), (2,2) \}$

$(2,11) \in D_F \qquad (2,11) \notin D_{p(S)}$

$p(S)((2,11)) = \{ \}$

S nem oldja meg F-et.

Legyen A = [1..4].
Legyen R a következő logikai függvény az A állapottér felett:

R = { (1,hamis), (2,hamis), (3,hamis), (4,hamis) }

Adj meg egy olyan S programot az A állapottér felett, amire teljesül hogy

- ⌈ lf(S,R) ⌉ = { 1,3 }.

Indokold hogy miért jó a választott S program. Ha nincs ilyen, indokold meg hogy miért nincs.

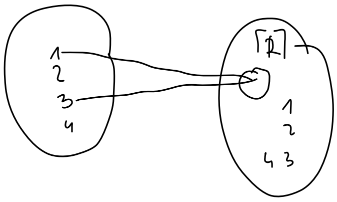
Mivel R semelyik ponthoz nem rendel igazat, így $\lceil R \rceil = \emptyset$

ennek kell megegyeznie az {1,3} halmazzal.

A definíció szerint $\lceil lf(S,R) \rceil = \{ a \in A \mid a \in D_{p(S)} \wedge \underbrace{p(S)(a)}_{\emptyset} \subseteq \lceil R \rceil \} = \{1,3\}$

$\emptyset \subseteq \emptyset$

tehát $\forall a \in D_{p(S)}$: $p(S)(a)$ csak $\emptyset$ lehet, mert az $\emptyset$-nak ez az egy részhalmaza van. De, ha $p(S)(a) = \emptyset$, akkor $a \notin D_{p(S)}$ ↯



$\lceil lf(S,R) \rceil = \{1,3\}$

$\Downarrow$

$3 \in D_{p(S)} \wedge p(S)(3) \subseteq \lceil R \rceil = \emptyset$

$5 \in D_{p(S)} \wedge p(S)(5) \subseteq \lceil R \rceil = \emptyset$

↯ $\emptyset$

Nem lehet eljutni R igazsághalmazába csak helyes végrehajtásokkal, mert $\lceil R \rceil = \emptyset$, csak azokból az a állapotokból, ahol $p(S)(a) = \emptyset$, de akkor $a \notin D_{p(S)}$, így $a \notin \lceil lf(S,R) \rceil$.

Tehát nem létezik ilyen program.