4. feladatsor

Euklideszi algoritmus

1. Az euklideszi algoritmussal számítsuk ki az alábbi számpárok legnagyobb közös osztóját, és adjuk meg a legkisebb közös többszörösüket is.

a) a = 86, b = 31;	b) a = 139, b = 102;	c) a = 255, b = 111;	d) a = 332, b = 88;
e) a = 675, b = 471;	f) a = 432, b = 300;	g) a = 756, b = 333;	h) a = 504, b = 150;
i) a = 420, b = 154;	j) a = 1080, b = 285;	k) a = 2016, b = 880;	l) a = 30, b = 22;
m) a = 430, b = 300;	n) a = 2355, b = 450;	o) a = 300, b = 132;	p) a = 518, b = 154.

Bővített Euklideszi algoritmus

2. Az előző feladatban szereplő a, b számpárok esetén írjuk fel a legnagyobb közös osztót $ax+by = (a, b)$ alakban!

Kétváltozós lineáris diofantikus egyenletek

3. Oldjuk meg az alábbi diofantikus egyenleteket:

a) $172x + 62y = 38$; b) $82x + 22y = 34$; c) $450x + 86y = 100$; d) $125x + 45y = -20$.

4. Pajkos százlábúak futkároznak a ládában. Az egyik fajtának 14 lába van, a másiknak 20. Összesen 232 lábat számoltunk meg. Hány százlábú van a ládában?

5. A boltban a vásárlás során 600 forint a visszajáró. Hányféleképpen kaphatjuk meg a visszajárót, ha a pénztárgépben csak 20 és 50 forintosok vannak?

6. Egy szõlõsgazda 3 fajta bort állított elõ: 1 liter ára az elsõbõl 36 Ft, a másodikból 24 Ft, a harmadikból 16 Ft. E három fajta bor segítségével 360 liter olyan keveréket szeretne készíteni, amelynek literje 20 forintba kerül. Hány litert kell ehhez az egyes fajtákból összekevernie, feltéve, hogy mindegyikből egész számú litert szeretne felhasználni?

Lineáris kongruenciák megoldása

7. Oldjuk meg az alábbi kongruenciákat:

a) $21x \equiv 14 \mod 35$; b) $172x \equiv 6 \mod 62$; c) $3x \equiv 8 \mod 13$; d) $12x \equiv 9 \mod 18$;
e) $26x \equiv 12 \mod 22$; f) $20x \equiv 19 \mod 22$; g) $16x \equiv 36 \mod 28$; h) $126x \equiv 46 \mod 99$.

Lineáris kongruenciarendszerek megoldása

8. Oldjuk meg a következő kongruenciarendszereket:

a) $\begin{cases} x \equiv 2 \mod 3 \\ x \equiv 3 \mod 4 \\ x \equiv 1 \mod 5 \end{cases}$
b) $\begin{cases} 5x \equiv 3 \mod 7 \\ 3x \equiv 7 \mod 8 \end{cases}$
c) $\begin{cases} 3x \equiv 2 \mod 4 \\ 4x \equiv 3 \mod 5 \end{cases}$
d) $\begin{cases} 5x \equiv 1 \mod 6 \\ 7x \equiv 9 \mod 10 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 5x \equiv 2 \mod 6 \\ 7x \equiv 3 \mod 10 \end{cases}$
f) $\begin{cases} 4x \equiv 2 \mod 3 \\ 3x \equiv 2 \mod 7 \\ 9x \equiv 7 \mod 11 \end{cases}$
g) $\begin{cases} 3x \equiv 1 \mod 4 \\ 7x \equiv 2 \mod 9 \\ 9x \equiv 3 \mod 13 \end{cases}$
h) $\begin{cases} 5x \equiv 3 \mod 6 \\ 3x \equiv 9 \mod 10 \\ 8x \equiv 9 \mod 15 \end{cases}$

9. Melyek azok a száznál kisebb természetes számok, amelyek huszonháromszorosát hetes alapú számrendszerben felírva az utolsó jegy 5, az utolsó előtti jegy pedig 2? Oldjuk meg a feladatot kongruenciák segítségével.

10. Keressük meg a kínai maradéktétel alkalmazásával azokat az egész számokat, amelyek 3-mal osztva 1-et, 4-gyel osztva 2-t, 5-tel osztva 3-at adnak maradékul.

11. Adjuk meg azt a legkisebb természetes számot, amely 28-as alapú számrendszerben felírva 3-ra, 19-es alapú számrendszerben felírva pedig 4-re végződik. Oldjuk meg a feladatot kongruenciák segítségével.

12. Bontsuk fel a 463-at két természetes szám összegére úgy, hogy az egyik szám osztható legyen 14-gyel, a másik 23-mal. Oldjuk meg a feladatot kongruenciák segítségével.