Programozáselmélet – 2. minta ZH

1. $A = (x : \mathbb{N})$ (28 pont)
   $B = (x' : \mathbb{N})$
   $Q = (x = x')$
   $R = (x = x' + 3)$

   Bizonyítsd be, hogy a **parbegin** $S_1 \parallel S_2$ **parend** program megoldja a specifikált feladatot, ahol

   S_1:

   $\{x = x' \lor x = x' + 8\}$
   await $x \geq 5$ **then**
   $\quad x := x - 5$
   ta
   $\{x = x' + 3 \lor x = x' - 5\}$

   S_2:

   $\{x = x' \lor x = x' - 5\}$
   $x := x + 8$
   $\{x = x' + 3 \lor x = x' + 8\}$

2. A feladat informálisan: (24 pont)
   Adott az x vektor, melynek elemei k-as számrendszerbeli számjegyek. Állítsuk elő az így reprezentált szám k^2-es számrendszerbeli jegyeit az y vektorba (a szám magasabb helyiértékeit a vektor alacsonyabb indexű helyein találjuk).

   $A = (x : [0..k-1]^n, y : [0..k^2-1]^m, k : \mathbb{N}^+)$
   $B = (x' : [0..k-1]^n, k' : \mathbb{N}^+)$
   $Q = (x = x' \land k = k' \land k \neq 1 \land n = 2m)$
   $R = (Q \land \forall i \in [1..m] : y[i] = x[2i-1] \cdot k + x[2i])$

   A program állapottere: $(x : [0..k-1]^n, y : [0..k^2-1]^m, k : \mathbb{N}^+, j : \mathbb{N})$

   S

   $j := 0$ — Q'
   $j \neq m$
   $\quad y[j+1] := x[2j+1] \cdot k + x[2j+2]$ — $Q'' \land m - j = t_0$
   $\quad j := j + 1$

   Legyen $Q' = (Q \land j = 0)$ a szekvencia közbülső állítása, $t : m - j$ a ciklus terminálófüggvénye, $P = (Q \land (\forall i \in [1..j] : y[i] = x[2i-1] \cdot k + x[2i]) \land j \in [0..m])$ a ciklus invariánsa.

   Legyen a ciklusmagnak mint szekvenciának a közbülső állítása $Q'' \land m - j = t_0$, ahol $Q'' = P^{j \leftarrow j+1}$. Mutasd meg, hogy az S program megoldja a specifikált feladatot.

   (Az x és y tömböket egytől a hosszukig (n és m) indexeljük.)

3. Legyen $A = [1..4]$, és S_0 az alábbi program az A állapottér felett: (8 pont)

$$S_0 = \left\{ \begin{array}{ll} 1 \to <1,2> & \\ 2 \to <2,3,4>, & 2 \to <2,1> \\ 3 \to <3,1>, & 3 \to <3,2,4> \\ 4 \to <4,4,4,\ldots> & \end{array} \right\}$$

Határozd meg az A állapottér felett a DO-val jelölt (π, S_0) ciklust, ahol $\pi \in A \to \mathbb{L}$ olyan, hogy $\pi = \{ (1, igaz), (2, igaz), \quad (4, hamis)\}$.