Analízis1ABC, 2. zárthelyi dolgozat , 2014.05.16.

1. Számítsa ki a következő határértéket : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{n^2-9}{n^2+3n}\right)^n$.

2. Adott az $x_0 := 1$ és $x_{n+1} := \sqrt{x_n + \dfrac{n+1}{n+2}}$ $(n \in \mathbb{N})$ sorozat. Konvergens-e és ha igen, mi a határértéke ?

3. Döntse el, hogy az alábbi sorok konvergensek vagy divergensek (a válaszát indokolja) :

i) $\sum\limits_{n=1} \dfrac{\sqrt{1\cdot 3\cdot 5\cdot\ldots\cdot(2n-1)}}{(1+\sqrt{1})\cdot(1+\sqrt{2})\cdot(1+\sqrt{3})\cdot\ldots\cdot(1+\sqrt{n})}$;

ii) $\sum\limits_{n=1} \dfrac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}}{2^n}$.

4. Tekintsük a $\sum\limits_{n=0} \dfrac{n}{2n^2+1}\cdot(1-2x)^n$ $(x \in \mathbb{R})$ hatványsort. Adja meg a hatványsor középpontját. Milyen $x \in \mathbb{R}$ számok mellett konvergens a sor ?

5. Adjon meg olyan $R > 0$ valós számot és (a_n) sorozatot, amelyekkel : $\dfrac{x+3}{x+2} - \dfrac{x}{x-3} = \sum\limits_{n=0}^{+\infty} a_n\cdot x^n$ $(x \in (-R, +R))$.

i) Mennyi a_{2014} ?

ii) Számítsa ki a $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} a_n$ sorösszeget !