

An aerial photograph of Budapest, Hungary, showing the city's architecture and the Danube River. A semi-transparent white rectangular box is centered over the image, containing the text "Programozás" and "3. előadás".

# Programozás

## 3. előadás

# Tartalom

- Programozási tételek – a lényeg
- Sorozatszámítás – összegzés...
- Megszámolás
- Maximum-kiválasztás
- Keresés
- Eldöntés
- Kiválasztás
- Programozás tételek – visszatekintés



# Programozási tételek (PrT) lényege

## Célja:

Bizonyíthatóan helyes sablon, amelyre magasabb szinten lehet építeni a megoldást. (A fejlesztés gyorsabb és biztonságosabb.)

## Szerkezete:

1. absztrakt feladat specifikáció
2. absztrakt algoritmus

## Egy fontos előzetes **megjegyzés**:

A bemenet legalább egy sorozat...



# Programozási tételek (PrT) lényege

## Felhasználásának menete:

1. a konkrét feladat specifikálása
2. a specifikációban a PrT-ek megsejtése
3. a konkrét feladat és az absztrakt feladat paramétereinek egymáshoz rendelése
4. a konkrét algoritmus „generálása” a megsejtett PrT-ek absztrakt algoritmusok alapján, 3. szerint átparaméterezve
5. „hatékonyítás” programtranszformációkkal



# Programozási tételek

Mi az, hogy programozási tétel?

Típusfeladat általános megoldása.

- Sorozat  $\rightarrow$  érték
- Sorozat  $\rightarrow$  sorozat
- Sorozat  $\rightarrow$  sorozatok
- Sorozatok  $\rightarrow$  sorozat



# 1. Sorozatszámítás

## Feladatok:

1. Ismerjük egy ember havi bevételeit és kiadásait. Adjuk meg, hogy év végére  **mennyivel** nőtt a vagyona!
2. Ismerjük egy autóversenyző körönkénti idejét. Adjuk meg az **átlag**körének idejét!
3. Adjuk meg az  $N$  számhoz az  $N$  **faktoriális** értékét!
4. Ismerjük egy iskola szakköreire járó tanulóit, szakkörönként. Adjuk meg, kik járnak szakkörre!
5. Ismerünk  $N$  szót. Adjuk meg a belőlük összeállított mondatot!





# 1. Sorozatszámítás

## Csoportosítsunk:

- Számok összege: „vagyon”, „körüldők”
- Számok szorzata: „faktoriális”
- Halmazok uniója: „szakkörök”
- Szavak egymásutánja: „szavak”

## Mi bennük a közös?

N „valamiből” kell kiszámolni „kumuláltan” egy „valamit”!

Pl.  $\Sigma$  – vagyon/körüldők;  $\Pi$  – faktoriális;

$\cup$  – szakkörök;  $\&$  – szavak

### Feladatok:

- Ismerjük egy ember havi bevételeit és kiadásait. Adjuk meg, hogy év végére mennyivel nőtt a vagyona!
- Ismerjük egy autóversenyző körönkénti idejét. Adjuk meg az átlagkörének idejét!
- Adjuk meg az N számhoz az N faktoriális értékét!
- Ismerjük egy iskola szakköreire járók tanulóit, szakkörönként. Adjuk meg a szakkörre járó tanulókat!
- Ismerünk N szót. Adjuk meg a belőlük összeállított mondatot!



# 1. Sorozatszámítás

## Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet:  $S \in H$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel:  $S = F(X_{1..N})$

$H$ : tetszőleges halmaz;  
 $H^N = \{(h_1, \dots, h_N) \mid h_i \in H\}$

$(X_1, \dots, X_N)$  sorozat

$F: H^N \rightarrow H$ ,

Megjegyzés:  $X_{1..0} = ()$ , az üres sorozat

$\Sigma$  –  $N$  tagú összeg;

$\Pi$  –  $N$  tényezős szorzat;

$\cup$  –  $N$  halmaz uniója;

$\&$  –  $N$  szöveg konkatenációja ...

$N$  „valamiből” kell kiszámolni egy „valamit”!  
 Pl.  $\Sigma$  – bevétel/köridő;  $\Pi$  – faktoriális;  
 $\cup$  – szakkörös;  $\&$  – szó





# 1. Sorozatszámítás – összegzés

## Specifikáció (összegzés):

H:  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$  vagy  $\mathbb{R}$

➤ Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in H^N$

➤ Kimenet:  $S \in H$

➤ Előfeltétel: –

➤ Utófeltétel:  $S = \sum_{i=1}^N X_i$

Jól ismert a  $\sum$  definíciója: 
$$\sum_{i=1}^N X_i := \begin{cases} 0 & , N = 0 \\ \left( \sum_{i=1}^{N-1} X_i \right) + X_N & , N > 0 \end{cases}$$



# 1. Sorozatszámítás

## ➤ Általános probléma:

$F$ :  $N$  paraméteres művelet, ahol az  $N$  **változó**.

$$\sum_{i=1}^N X_i := \begin{cases} 0 & , N = 0 \\ \left( \sum_{i=1}^{N-1} X_i \right) + X_N & , N > 0 \end{cases}$$

## ➤ Megoldás:

Visszavezetjük **2-paraméteres műveletre** (pl.  $\Sigma$  helyett  $+$ ) és egy **neutrális elemre** ( $+$  esetén a  $0$ ).

$$F(X_{1..N}) = f(F(X_{1..N-1}), X_N) \quad , \text{ ha } N > 0$$

$$F(\ ) = F_0 \quad , \text{ egyébként}$$

Tehát:

$$F: H^* \rightarrow H \text{ függvény,}$$

$$F_0 \in H: \text{Neutrális}_f(F_0) \text{ konstans}$$

$$H^* = \{(h_1, h_2, \dots) \mid h_i \in H\}$$

$H^*$ :  $H$  iterált halmaza

$$\text{Neutrális}_f(F_0):$$

$$f(F_0, x) = x \quad \forall x \in H$$



# 1. Sorozatszámítás

## Specifikáció (az általános):

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet:  $S \in H$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel:  $S = F(X_{1..N})$
- Definíció:

$$F: H^* \rightarrow H$$

$$F(X_{1..N}) := \begin{cases} F_0 & , N = 0 \\ f(F(X_{1..N-1}), X_N) & , N > 0 \end{cases}$$

$$f: H \times H \rightarrow H, F_0 \in H$$

$H^* = \{(h_1, h_2, \dots) \mid h_i \in H\}$   
 $H^*$ :  $H$  iterált halmaza



# 1. Sorozatszámítás

**Specifikáció'** (tovább általánosítva):

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in H_1^N$
- Kimenet:  $S \in H_2$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel:  $S = F(X_{1..N})$
- Definíció:

$H^* = \{(h_1, h_2, \dots) \mid h_i \in H\}$   
 $H^*$ :  $H$  iterált halmaza

$$F: H_1^* \rightarrow H_2$$

$$F(X_{1..N}) := \begin{cases} F_0 & , N = 0 \\ f(F(X_{1..N-1}), X_N) & , N > 0 \end{cases}$$

$$f: H_2 \times H_1 \rightarrow H_2, F_0 \in H_2$$



# 1. Sorozatszámítás

## Algoritmus:

**Specifikáció** (az általános):

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet:  $S \in H$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel:  $S = F(X_{1..N})$

**Változó**

$N$ : **Egész**

**Konstans**

$MaxN$ : **Egész**(???)

**Változó**

$X$ : **Tömb**[1.. $MaxN$ :**TH**]

$S$ : **TH**

Programváltozók  
deklarálása

$MaxN$ : a tömb  
maximális mérete

$TH$ : a  $H$  halmaznak  
megfelelő típus

Tehát megállapodunk abban, hogy a tételek algoritmusához statikusan deklaráljuk a sorozathoz tartozó tömböt.



# 1. Sorozatszámítás

## Algoritmus (általánosan):

### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in H_1^N$
- Kimenet:  $S \in H_2$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel:  $S = F(X_{1..N})$
- Definíció:
 
$$F: H_1^* \rightarrow H_2$$

$$F(X_{1..N}) := \begin{cases} F_0 & , N = 0 \\ f(F(X_{1..N-1}), X_N) & , N > 0 \end{cases}$$

$$f: H_2 \times H_1 \rightarrow H_2, F_0 \in H_2$$

$S := F_0$

$i = 1..N$

$S := f(S, X[i])$

Változó

$i$ : Egész

$\Sigma$  (összegezés) esetén:

$$\sum_{i=1}^N X_i := \begin{cases} 0 & , N = 0 \\ \sum_{i=1}^{N-1} X_i + X_N & , N > 0 \end{cases}$$

$S := 0$

$i = 1..N$

$S := S + X[i]$

Változó

$i$ : Egész





Ismerjük egy ember havi bevételeit és kiadásait. Adjuk meg, hogy év végére mennyivel nőtt a vagyona!

# Özatszámítás példa



## Specifikáció:

➤ Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,

$Jöv_{1..N} \in (be \times ki)^N, be, ki = \mathbb{N}$

➤ Kimenet:  $S \in \mathbb{Z}$

➤ Előfeltétel: –

➤ Utófeltétel:  $S = \sum_{i=1}^N Jöv_i.be - Jöv_i.ki$

### Specifikáció (összegzés):

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet:  $S \in H$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel:  $S = \sum_{i=1}^N X_i$

## Algoritmus:

$S := 0$
$i = 1..N$
$S := S + X[i]$

$S := 0$
$i = 1..N$
$S := S + Jöv[i].be - Jöv[i].ki$

Változó  
 $i$ : Egész



# 1. Sorozatszámítás

## Megjegyzések:

1. A **konkrét** feladat előfeltétele lehet erősebb, mint a programozási tételé.
2. A **konkrét** feladat utófeltétele lehet gyengébb, mint a programozási tételé (lesz ilyen).
3. Az 1-től **N**-ig indexelt tömb helyett lehet **E**-től **U**-ig indexelt tömb.
4. Egyetlen tömb **elemei** helyett lehet a tételben szereplő „i-edik elem” értékét kiszámító **kifejezés** (több tömbből, több tömbeleméből; vagy tömbtől független függvény).



## 2. Megszámolás

### Feladatok:

1. Ismerjük egy ember havi bevételeit és kiadásait. Adjunk meg, hogy **hány** hónapban nőtt a vagyona!
2. Adjuk meg egy természetes szám osztói **számát**!
3. Adjuk meg egy ember nevében levő „a” betűk **számát**!
4. Adjunk meg az éves statisztika alapján, hogy **hány** napon fagyott!
5. Adjuk meg N születési hónap alapján, hogy közöttük **hányan** születtek télen!



## 2. Megszámolás

### Mi bennük a közös?

$N$  darab „valamire” kell megadni, hogy hány adott tulajdonságú van közöttük.

#### Feladatok:

1. Ismerjük egy ember havi bevételeit és kiadásait. Adjunk meg, hogy hány hónapban nőtt a vagyona!
2. Adjuk meg egy természetes szám osztói számát!
3. Adjuk meg egy ember nevében levő „a” betűk számát!
4. Adjunk meg az éves statisztika alapján, hogy hány napon fagyott!
5. Adjuk meg  $N$  születési hónap alapján, hogy közöttük hányan születtek télen!



## 2. Megszámolás

### Specifikáció:

N darab „valamire” kell megadni, hogy hány adott tulajdonságú van közöttük.

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in H^N$ ,  
 $T: H \rightarrow \mathbb{L}$

H: tetszőleges halmaz

- Kimenet:  $D \in \mathbb{N}$

- Előfeltétel: –

T: tetszőleges tulajdonság-függvény

- Utófeltétel:  $D = \sum_{i=1}^N 1_{T(X_i)}$

### Megjegyzés:

A T tulajdonság egy logikai függvényként adható meg. X (sőt H) minden elemről megvizsgálható, hogy rendelkezik-e az adott tulajdonsággal vagy sem.

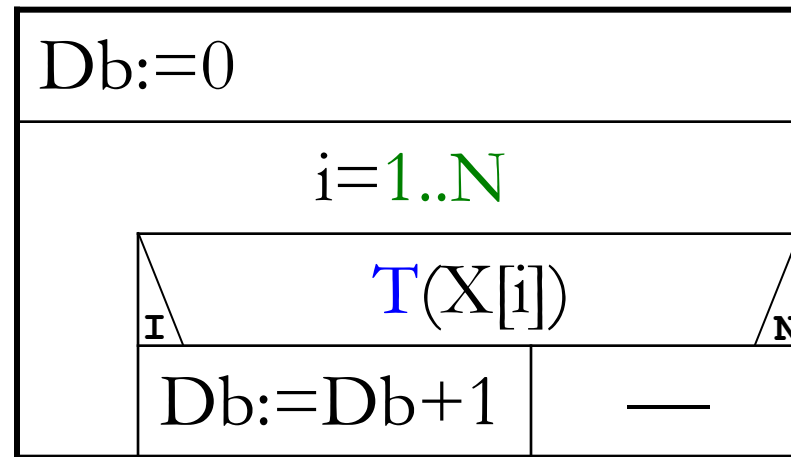


## 2. Megszámolás

### Algoritmus:

#### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in H^N$ ,  
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet:  $Db \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel:  $Db = \sum_{i=1}^N 1_{T(X_i)}$



Változó  
i:Egész





## 2. Megszámolás példa

### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $Hó_{1..N} \in \mathbb{N}^N$ ,  
 $Téli?: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{L}$ ,  
 $Téli?(x) := x < 3 \text{ vagy } x = 12$
- Kimenet:  $Db \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel:  $\forall i (1 \leq i \leq N): Hó_i \in [1..12]$
- Utófeltétel:  $Db = \sum_{i=1}^N 1$   
 $Hó_i < 3 \text{ vagy } Hó_i = 12$

5. Adjuk meg N születési hónap alapján, hogy közöttük hányan születtek télen!

### Specifikáció:

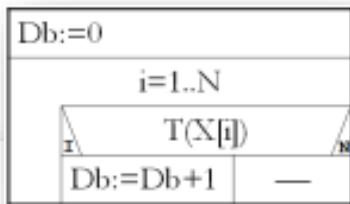
- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$ ,  
 $T: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{L}$
- Kimenet:  $Db \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel:  $Db = \sum_{i=1}^N 1_{T(X_i)}$

Megjegyzés: a konkrét feladat előfeltétele mindig lehet szigorúbb a tétel előfeltételénél!



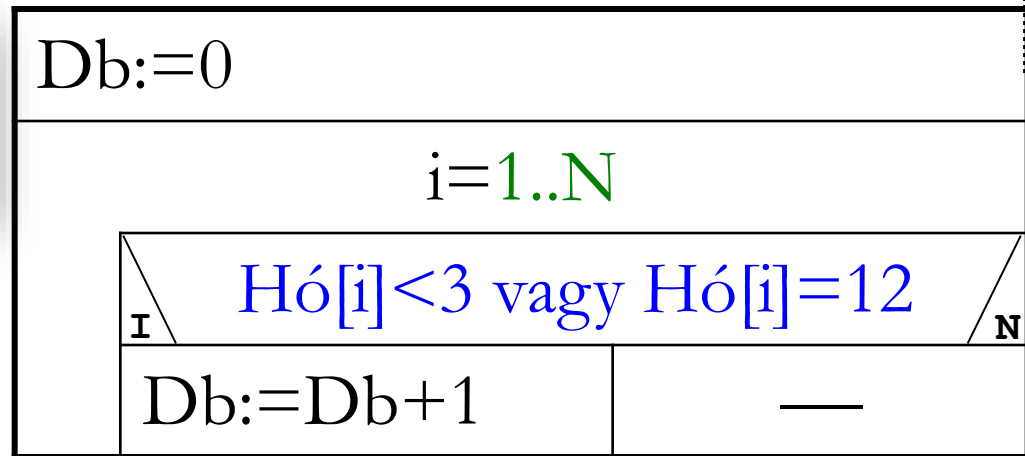
## 2. Megszámolás példa

### Algoritmus:



#### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $Hó \in \mathbb{N}^N$ ,  
 $Téli?: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{L}$ ,  
 $Téli?(x) := x < 3$  vagy  $x = 12$
- Kimenet:  $Db \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel:  $\forall i (1 \leq i \leq N): Hó_i \in [1..12]$
- Utófeltétel:  $Db = \sum_{i=1}^N 1_{Hó_i < 3 \text{ vagy } Hó_i = 12}$



Változó

i:Egész

### Kérdés:

Mi lenne, ha az előfeltétel ( $\forall i (1 \leq i \leq N): Hó_i \in [1..12]$ ) nem teljesülne?



### 3. Maximum-kiválasztás



#### Feladatok:

1. Ismerjük egy ember havi bevételeit és kiadásait. Adjunk meg, hogy melyik hónapban nőtt **leg**jobban a vagyona!
2. Adjuk meg  $N$  ember közül az ábécében **utolsót**!
3. Adjuk meg  $N$  ember közül azt, aki a **legtöbb** ételt szereti!
4. Adjunk meg az éves statisztika alapján a **leg**melegebb napot!
5. Adjuk meg  $N$  születésnap alapján azt, akinek idén **először** van születésnapja!



### 3. Maximum-kiválasztás

#### Feladatok:

1. Ismerjük egy ember havi bevételeit és kiadásait. Adjunk meg, hogy melyik hónapban nőtt legjobban a vagyona!
2. Adjuk meg  $N$  ember közül az ábécében utolsót!
3. Adjuk meg  $N$  ember közül azt, aki a legtöbb ételt szereti!
4. Adjunk meg az éves statisztika alapján a legmelegebb napot!
5. Adjuk meg  $N$  születésnap alapján azt, akinek idén először van születésnapja!

## Mi bennük a közös?

$N$  darab „valami” közül kell megadni a legnagyobb (vagy a legkisebbet).

Fontos:

A „valamik” között értelmezhető egy **rendezési reláció**.

Ha **legalább 1** „valamink” van, akkor legnagyobb (legkisebb) is biztosan van közöttük!



### 3. Maximum-kiválasztás

#### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in H^N$
  - Kimenet:  $Max \in \mathbb{N}$ ,  $MaxÉrt \in H$
  - Előfeltétel:  $N > 0$
  - Utófeltétel:  $1 \leq Max \leq N$  és  
 $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{Max} \geq X_i$  és  
 $MaxÉrt = X_{Max}$
- másképp:  $(Max, MaxÉrt) = \underset{i=1}{\overset{N}{\text{Max}}} X_i$

N darab „valamire” kell megadni közülük a legnagyobbat (vagy a legkisebbet).

A cél egy szummával azonos „tömörségű” operátorral kifejezni.

Léteznie kell a  $\geq: H \times H \rightarrow L$  rendezési relációnak!



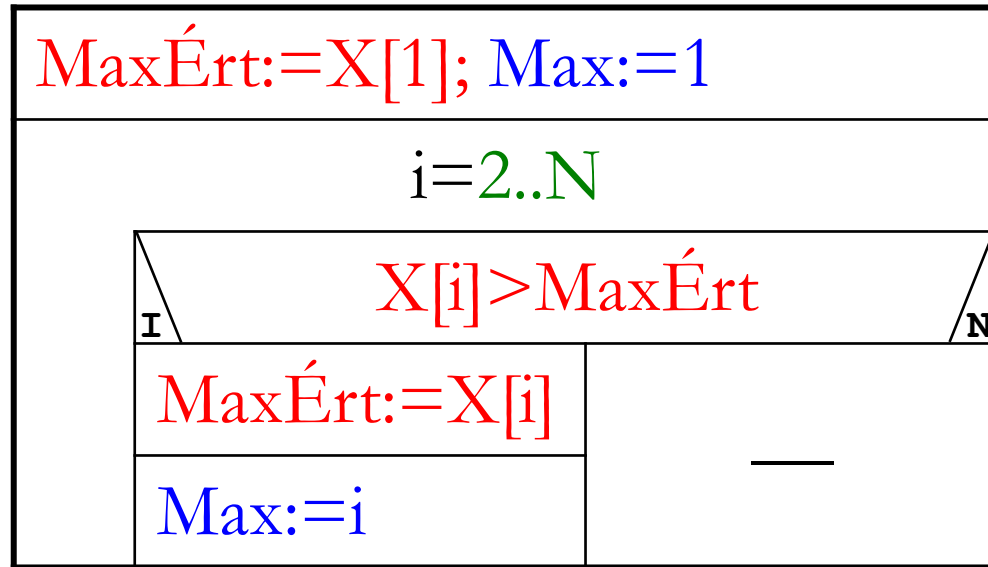
# 3. Maximum-kiválasztás (maximális érték és index)

## Algoritmus:

Változó  
i:Egész

### Specifikáció:

- > Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$
- > Kimenet:  $\text{Max} \in \mathbb{N}$ ,  $\text{MaxÉrt} \in \mathbb{H}$
- > Előfeltétel:  $N > 0$
- > Utófeltétel:  $1 \leq \text{Max} \leq N$  és  
 $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{\text{Max}} \geq X_i$  és  
 $\text{MaxÉrt} = X_{\text{Max}}$



Megjegyzés: Ha több maximális érték is van, akkor közülük az első  
kapjuk meg – a megoldás tudhat többet, mint a specifikáció által elvárt.

Kérdések: Hogyan lesz belőle utolsó maximális?  
Hogyan lesz belőle (első) minimális?





### 3. Maximum-kiválasztás (maximális elem **indexe**)

#### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$
- Kimenet:  $\text{Max} \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel:  $N > 0$
- Utófeltétel:  $1 \leq \text{Max} \leq N$  és  
 $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{\text{Max}} \geq X_i$

másképp:  $\text{Max} = \underset{i=1}{\overset{N}{\text{Max}}} X_i$

N darab „valamire” kell megadni közülük a legnagyobbat (vagy a legkisebbet).

A cél egy szummával azonos „tömörségű” operátorral kifejezni.

Ha csak a maximális elem indexére van szükségünk!



# 3. Maximum-kiválasztás (maximális elem **indexe**)

## Algoritmus:

### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$
- Kimenet:  $\text{Max} \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel:  $N > 0$
- Utófeltétel:  $1 \leq \text{Max} \leq N$  és  
 $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{\text{Max}} \geq X_i$

MaxÉrt:=X[1]; Max:=1	
i=2..N	
I	X[i]>MaxÉrt
	MaxÉrt:=X[i]
	Max:=i
N	

Max:=1	
i=2..N	
I	X[i]>X[Max]
	Max:=i
N	

Változó  
i:Egész



### 3. Maximum-kiválasztás (maximális érték)



#### Specifikáció:

- Kimenet:  $\text{MaxÉrt} \in H$
- Utófeltétel:  $\text{MaxÉrt} \in X$  és  
 $\forall i (1 \leq i \leq N): \text{MaxÉrt} \geq X_i$

másképp:  $\text{MaxÉrt} = \max_{i=1}^N X_i$

#### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X \in H^N$
- Kimenet:  $\text{Max} \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel:  $N > 0$
- Utófeltétel:  $1 \leq \text{Max} \leq N$  és  
 $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{\text{Max}} \geq X_i$

másképp:  $\text{Max} = \text{MaxInd } X_i$

A cél egy szummával azonos „tömörségű” operátorral kifejezni.

Ha csak a maximális elem értékére van szükségünk!



# 3. Maximum-kiválasztás (maximális **érték**)

## Algoritmus:

### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X \in H^N$
- Kimenet:  $Max \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel:  $N > 0$
- Utófeltétel:  $1 \leq Max \leq N$  és  
 $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{Max} \geq X_i$

MaxÉrt:=X[1]; Max:=1							
i=2..N							
<table border="1"> <tr> <td colspan="2">X[i]&gt;MaxÉrt</td></tr> <tr> <td>MaxÉrt:=X[i]</td><td>—</td></tr> <tr> <td>Max:=i</td><td></td></tr> </table>		X[i]>MaxÉrt		MaxÉrt:=X[i]	—	Max:=i	
X[i]>MaxÉrt							
MaxÉrt:=X[i]	—						
Max:=i							

Változó  
i:Egész

Max <b>Ért</b> :=X[1]					
i=2..N					
<table border="1"> <tr> <td colspan="2">X[i]&gt;Max<b>Ért</b></td></tr> <tr> <td>Max<b>Ért</b>:=X[i]</td><td>—</td></tr> </table>		X[i]>Max <b>Ért</b>		Max <b>Ért</b> :=X[i]	—
X[i]>Max <b>Ért</b>					
Max <b>Ért</b> :=X[i]	—				



# 3. Maximum-kiválasztás példa



## Specifikáció:

➤ Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,

$D_{1..N} \in (\text{hó} \times \text{nap})^N$ ,  $\text{hó}, \text{nap} = \mathbb{N}$

Kimenet:  $\text{Első} \in \mathbb{N}$

➤ Előfeltétel:  $N > 0$  és

$\forall i (1 \leq i \leq N): D_i.\text{hó} \in [1..12] \text{ és } D_i.\text{nap} \in [1..31]$

➤ Utófeltétel:  $1 \leq \text{Első} \leq N$  és

$\forall i (1 \leq i \leq N): D_{\text{Első}}.\text{hó} < D_i.\text{hó} \text{ vagy } D_{\text{Első}}.\text{hó} = D_i.\text{hó} \text{ és } D_{\text{Első}}.\text{nap} \leq D_i.\text{nap}$

5. Adjuk meg  $N$  születésnap alapján azt, akinek idén **először** van születésnapja!

### Specifikáció:

➤ Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in H^N$

➤ Kimenet:  $\text{Max} \in \mathbb{N}$

➤ Előfeltétel:  $N > 0$

➤ Utófeltétel:  $1 \leq \text{Max} \leq N$  és  
 $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{\text{Max}} \geq X_i$



### 3. Maximum-kiválasztás példa



#### Specifikáció (másképp):

5. Adjuk meg N születésnap alapján azt, akinek idén **először** van születésnapja!

#### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in H^{\mathbb{N}}$
- Kimenet:  $\text{Max} \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel:  $N > 0$
- Utófeltétel:  $1 \leq \text{Max} \leq N$  és  
 $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{\text{Max}} \geq X_i$

➤ Utófeltétel:  $\text{Első} = \text{Max}_{i=1}^N (D_i)$

➤ **Definíció:**  $\leq : (\text{hó} \times \text{nap})^2 \rightarrow \mathbb{N}$

$D \leq D' := D.\text{hó} < D'.\text{hó}$  vagy

$D.\text{hó} = D'.\text{hó}$  és  $D.\text{nap} \leq D'.\text{nap}$





# 3. Maximum-kiválasztás példa

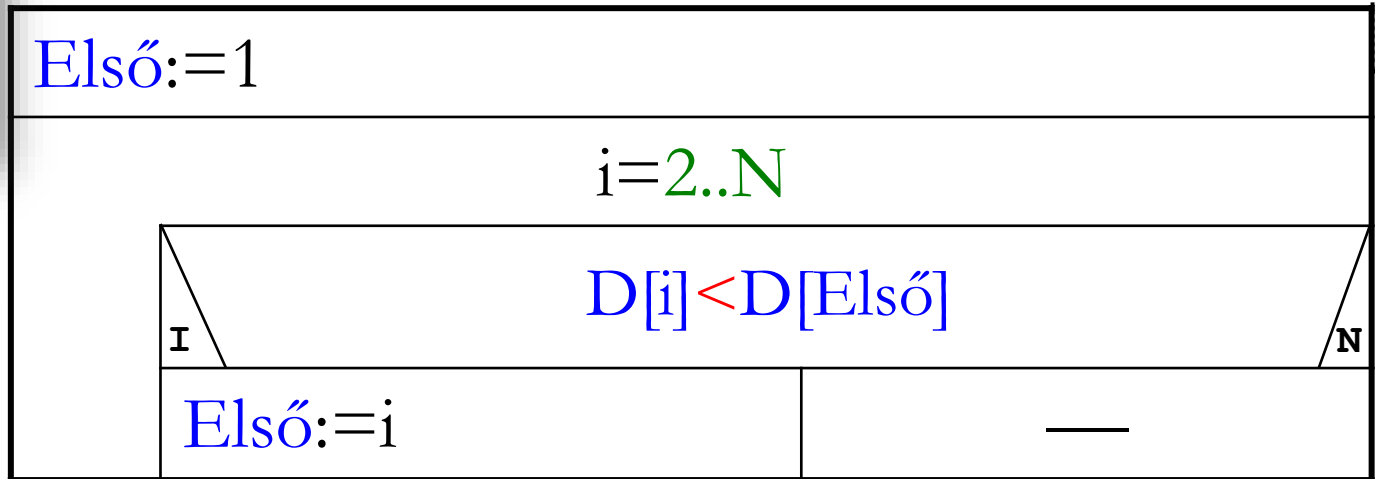
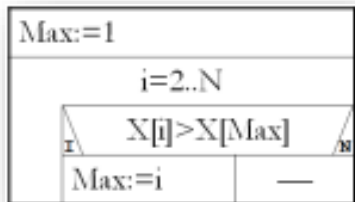


## Algoritmus:

- Adjuk meg  $N$  születésnap alapján azt, akinek idén **először** van születésnapja!

### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$
- Kimenet:  $Max \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel:  $N > 0$
- Utófeltétel:  $1 \leq Max \leq N$  és  
 $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{Max} \geq X_i$



Vá



## 4. Keresés

### Feladatok:

1. Ismerjük egy ember havi bevételeit és kiadásait. Év végére nőtt a vagyona. **Adjunk meg egy** hónapot, amikor **nem** nőtt a vagyona!
2. **Adjuk meg egy** természetes szám egy 1-től és önmagától különböző osztóját!
3. **Adjuk meg egy** ember nevében egy „a” betű helyét!
4. **Adjunk meg egy** tanulóra egy tárgyat, amiből megbukott!
5. **Adjuk meg egy** számsorozat olyan elemét, amely nagyobb az előzőnél!



## 4. Keresés

### Feladatok:

1. Ismerjük egy ember havi bevételeit és kiadásait. Év végére nőtt a vagyona. Adjunk meg egy hónapot, amikor nem nőtt a vagyona!
2. Adjuk meg egy természetes szám egy 1-től és önmagától különböző osztóját!
3. Adjuk meg egy ember nevében egy a-betű helyét!
4. Adjunk meg egy tanulóra egy tárgyat, amiből megbukott!
5. Adjuk meg egy számsorozat olyan elemét, amely nagyobb az előzőnél!

## Mi bennük a közös?

N darab „valami” közül kell megadni egy adott tulajdonságút, ha nem tudjuk, hogy ilyen elem van-e.



## 4. Keresés

### Specifikáció:

➤ Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  $X_{1..N} \in H^N$ ,  $T: H \rightarrow L$

➤ Kimenet:  $Van \in L$ ,  $Ind \in \mathbb{N}$ ,  $Ért \in H$

➤ Előfeltétel: –

➤ Utófeltétel:  $Van = \exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$  és

$Van \rightarrow 1 \leq Ind \leq N$  és  $T(X_{Ind})$  és  $Ért = X_{Ind}$

másképp:  $(Van, Ind, Ért) = \bigvee_{i=1}^N T(X_i)$

A cél egy szummával azonos „tömörségű” operátorral kifejezni.

Tehát a feladat „egyik fele” megadja, hogy **van-e** adott tulajdonságú elem, a „másik fele” pedig, hogy **melyik** az, ill. a „harmadik” az **értékét**.

N darab „valami” közül kell megadni egy adott tulajdonságút, ha nem tudjuk, hogy ilyen elem van-e.



# 4. Keresés

## Algoritmus:

### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  $X_{1..N} \in H^N$ ,  $T: H \rightarrow L$
- Kimenet:  $Van \in L$ ,  $Ind \in \mathbb{N}$ ,  $Ért \in H$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel:  $Van = \exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$  és  
 $Van \rightarrow 1 \leq Ind \leq N$  és  $T(X_{Ind})$  és  $Ért = X_{Ind}$

Változó  
i: Egész

$i := 1$	
$i \leq N$ és nem $T(X[i])$	
$i := i + 1$	
$Van := i \leq N$	
<div> <div>I</div> <div>Van</div> <div>N</div> </div>	
$Ind := i$	—
$Ért := X[i]$	

### Megjegyzés:

Többször tudás: a megoldás az első adott tulajdonságú elemet adja meg.



## 4. Keresés példa

4. Adjunk meg egy tanulóra egy tárgyat, amiből megbukott!

### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}, \text{Jegy}_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Kimenet:  $\text{Bukott} \in \mathbb{L}, \text{TI} \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel:  $\forall i (1 \leq i \leq N): \text{Jegy}_i \in [1..5]$
- Utófeltétel:  $\text{Bukott} = \exists i (1 \leq i \leq N): \text{Jegy}_i = 1$  és  
 $\text{Bukott} \rightarrow 1 \leq \text{TI} \leq N$  és  $\text{Jegy}_{\text{TI}} = 1$

azaz

$$(\text{Bukott}, \text{TI}) = \text{Keres } i$$

$i=1$   
 $\text{Jegy}_i = 1$

T: tulajdonság-  
függvény

### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N, T: H \rightarrow L$
- Kimenet:  $V \in L, \text{Ind} \in \mathbb{N}, \text{Ért} \in H$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel:  $V \wedge \exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$  és  
 $V \wedge \rightarrow 1 \leq \text{Ind} \leq N$  és  $T(X_{\text{Ind}})$



# 4. Keresés példa

## Algoritmus:

### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  $X_{1..N} \in H^N$ ,  $T: H \rightarrow L$
- Kimenet:  $Van \in L$ ,  $Ind \in \mathbb{N}$ ,  $\acute{E}rt \in H$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel:  $Van = \exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$  és  $Van \rightarrow 1 \leq Ind \leq N$  és  $T(X_{Ind})$

i:=1	
i ≤ N és nem T(X[i])	
i:=i+1	
Van:=i ≤ N	
Van	
Ind:=i	—

### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  $Jegy \in \mathbb{N}^N$
- Kimenet:  $Bukott \in L$ ,  $TI \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel:  $\forall i (1 \leq i \leq N): Jegy_i \in [1..5]$
- Utófeltétel:  $Bukott = \exists i (1 \leq i \leq N): Jegy_i = 1$  és  $Bukott \rightarrow 1 \leq TI \leq N$  és  $Jegy_{TI} = 1$

Változó  
i:Egész

i:=1	
i ≤ N és Jegy[i] ≠ 1	
i:=i+1	
Bukott:=i ≤ N	
Bukott	
TI:=i	—





## 5. Eldöntés

### Feladatok:

1. Egy természetes számról **döntsük el**, hogy prímszám-e!
2. Egy szóról **mondjuk meg**, hogy egy hónapnak a neve-e!
3. Egy tanuló év végi osztályzatai alapján **állapítsuk meg**, hogy bukott-e!
4. Egy szóról **adjuk meg**, hogy van-e benne magánhangzó!
5. Egy számsorozatról **döntsük el**, hogy monoton növekvő-e!
6. Egy tanuló év végi jegyei alapján **adjuk meg**, hogy kitűnő-e!



## 5. Eldöntés

### Feladatok:

1. Egy természetes számról döntünk el, hogy prímszám-e!
2. Egy szóról mondjuk meg, hogy egy hónapnak a neve-e!
3. Egy tanuló év végi osztályzatai alapján állapítjuk meg, hogy bukott-e!
4. Egy szóról adjuk meg, hogy van-e benne magánhangzó!
5. Egy számsorozatról döntünk el, hogy monoton növekvő-e!
6. Egy tanuló év végi jegyei alapján adjuk meg, hogy kitűnő-e!

### Mi bennük a közös?

Döntünk el, hogy  $N$  „valami” között van-e adott tulajdonsággal rendelkező elem!

Ez a keresés programozási tétel (kimenetének) szűkítése.



## 5. Eldöntés

### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in H^N$ ,  
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet:  $V \in L$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel:  $V \text{ van} = \exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$

másképp: 
$$V \text{ van} = \bigvee_{i=1}^N T(X_i)$$

Döntsük el, hogy  $N$  „valami” között van-e adott tulajdonsággal rendelkező elem!

A cél egy szummával azonos „tömörségű” operátorral kifejezni.



## 5. Eldöntés

### Algoritmus<sub>1</sub>:

#### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in H^N$ ,  
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet:  $Van \in L$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel:  $Van = \exists i (1 \leq i \leq N) : T(X_i)$

$i := 1$		
<table> <tr> <td><math>i \leq N</math> és nem <math>T(X[i])</math></td></tr> <tr> <td><math>i := i + 1</math></td></tr> </table>	$i \leq N$ és nem $T(X[i])$	$i := i + 1$
$i \leq N$ és nem $T(X[i])$		
$i := i + 1$		
$Van := i \leq N$		

Változó

$i$ : Egész

### Algoritmus<sub>2</sub>:

$i := 0$ ; $Van := \text{Hamis}$		
<table> <tr> <td><math>i &lt; N</math> és nem <math>Van</math></td></tr> <tr> <td><math>i := i + 1</math>; <math>Van := T(X[i])</math></td></tr> </table>	$i < N$ és nem $Van$	$i := i + 1$ ; $Van := T(X[i])$
$i < N$ és nem $Van$		
$i := i + 1$ ; $Van := T(X[i])$		

Változó

$i$ : Egész



## 5. Eldöntés

### Feladatvariáns:

... az **összes** elem olyan-e ...

### Specifikáció (csak a különbség):

- Kimenet: **Mind**  $\in \mathbf{L}$
- Utófeltétel: **Mind**  $\leftarrow \bigwedge_{i=1}^N T(X_i)$

másképp: 
$$\text{Mind} = \bigwedge_{i=1}^N T(X_i)$$

#### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbf{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in \mathbf{H}^N$ ,  
 $T: \mathbf{H} \rightarrow \mathbf{L}$
- Kimenet:  $\text{Van} \in \mathbf{L}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel:  $\text{Van} \leftarrow \exists i(1 \leq i \leq N): T(X_i)$

A cél egy szummával azonos „tömörségű” operátorral kifejezni.



## 5. Eldöntés

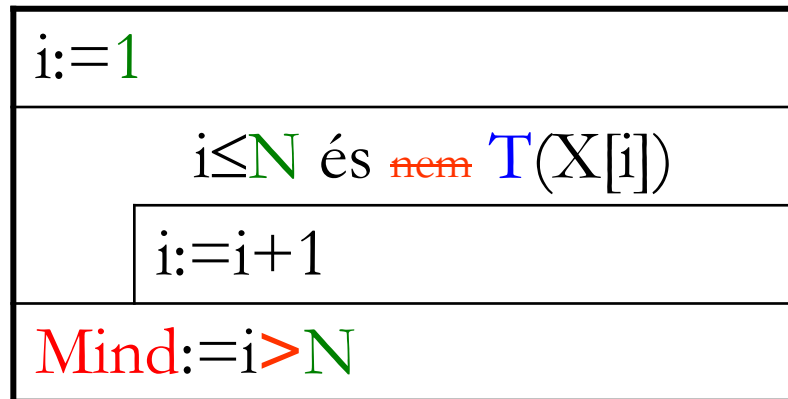
### Feladatvariáns:

... az **összes** elem olyan-e ...

### Algoritmus:

#### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet:  $Mind \in L$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel:  $Mind = \forall i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$



Változó  
*i*: Egész



## 5. Eldöntés példa



### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  $Jegy_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Kimenet:  $Bukott \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel:  $\forall i (1 \leq i \leq N): Jegy_i \in [1..5]$
- Utófeltétel:  $Bukott = \exists i (1 \leq i \leq N): Jegy_i = 1$

#### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in H^N$   
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet:  $Van \in L$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel:  $Van = \exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$

T: tulajdonság-  
függvény

### Algoritmus:

$i := 1$
$i \leq N$ és nem $T(X[i])$
$i := i + 1$
$Van := i \leq N$

$i := 1$
$i \leq N$ és $Jegy[i] \neq 1$
$i := i + 1$
$Bukott := i \leq N$

Változó  
 $i$ : Egész





## 6. Kiválasztás



### Feladatok:

1. Ismerjük egy ember havi bevételeit és kiadásait. Év végére nőtt a vagyona. **Adjuk meg egy** hónapot, amikor nőtt a vagyona!
2. **Adjuk meg egy** 1-nél nagyobb természetes szám egytől különböző legkisebb osztóját!
3. **Adjuk meg egy** magyar szó egy magánhangzóját!
4. **Adjuk meg egy** hónapnévről a sorszámát!



## 6. Kiválasztás

### Feladatok:

1. Ismerjük egy ember havi bevételeit és kiadásait. Év végére nőtt a vagyona. Adjunk meg egy hónapot, amikor nőtt a vagyona!
2. Adjuk meg egy természetes szám egytől különböző legkisebb osztóját!
3. Adjuk meg egy magyar szó egy magánhangzóját!
4. Adjuk meg egy hónapnévről a sorszámát!

### Mi bennük a közös?

N „valami” közül kell megadni egy adott tulajdonságút, ha tudjuk, hogy ilyen elem biztosan van.

Ez a keresés programozási tétel olyan változata, amelyben nem kell felkészülnünk arra, hogy a keresett elemet nem találjuk meg.



## 6. Kiválasztás

$N$  „valami” közül kell megadni egy adott tulajdonságút, ha tudjuk, hogy ilyen elem biztosan van.

### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in H^N$ ,  
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet:  $Ind \in \mathbb{N}$ ,  $\acute{E}rt \in H$
- Előfeltétel:  $N > 0$  és  $\exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$
- Utófeltétel:  $1 \leq Ind \leq N$  és  $T(X_{Ind})$  és  $\acute{E}rt = X_{Ind}$

másképp:  $(Ind, \acute{E}rt) = \text{Kiválaszt } i$   
 $i=1$   
 $T(X_i)$

A cél egy szummával azonos „tömörségű” operátorral kifejezni.



## 6. Kiválasztás

### Algoritmus:

#### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in H^N$   
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet:  $Ind \in \mathbb{N}$ ,  $\text{Ért} \in H$
- Előfeltétel:  $N > 0$  és  $\exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$
- Utófeltétel:  $1 \leq Ind \leq N$  és  $T(X_{Ind})$   
 $\text{Ért} = X_{Ind}$

$i := 1$

nem  $T(X[i])$

$i := i + 1$

$Ind := i$

$\text{Ért} := X[i]$

Változó

$i$ : Egész

### Megjegyzés:

Többlet tudás: a megoldás az első adott tulajdonságú elemet adja meg – a program tudhat többet annál, mint amit várunk tőle.

Hogy kellene az utolsót megadni?



## 6. Kiválasztás példa



### Specifikáció:

- Bemenet:  $Szó \in S$
- Kimenet:  $MH \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel:  $hossz(Szó) > 0$  és  
 $\exists i (1 \leq i \leq hossz(Szó)):$   
 $magánhangzóE(Szó_i)$
- Utófeltétel:  $1 \leq MH \leq hossz(Szó)$  és  
 $magánhangzóE(Szó_{MH})$
- Definíció:  $magánhangzóE: K \rightarrow L$   
 $magánhangzóE(c) :=$   
 $nagybetű(c) \in \{'A', \dots, 'Ú'\}$

3. Adjuk meg egy magyar szó egy magánhangzóját!

### Specifikáció:

- Bemenet:  $N \in \mathbb{N}$ ,  
 $X_{1..N} \in H^N$   
 $T: H \rightarrow L$
- Kimenet:  $Ind \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel:  $N > 0$  és  $\exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$
- Utófeltétel:  $1 \leq Ind \leq N$  és  $T(X_{Ind})$

T: tulajdonság-  
függvény



## 6. Kiválasztás példa



### Algoritmus:

#### Specifikáció:

- Bemenet:  $Szó \in S$
- Kimenet:  $MH \in N$
- Előfeltétel:  $hossz(Szó) > 0$  és  
 $\exists i (1 \leq i \leq hossz(Szó)):$   
 $magánhangzóE(Szó_i)$
- Utófeltétel:  $1 \leq MH \leq hossz(Szó)$  és  
 $magánhangzóE(Szó_{MH})$

3. Adjuk meg egy magyar szó egy magánhangzóját!

Ind:=1
nem T(X[Ind])
Ind:=Ind+1

MH:=1

nem magánhangzóE(Szó[MH])

MH:=MH+1

### Megjegyzés:

a kódoláskor a nagybetűsítő toupper függvénynél ügyelni kell az ékezetes betűkre!



# Programozási tételek – visszatekintés

1. Sorozatszámítás (összegzés)

2. Megszámolás

3. Maximum-kiválasztás

4. Keresés

5. Eldöntés

6. Kiválasztás

*szummás feladat*



*számlálós  
ciklus*

*kvantoros feladat*



*feltételes  
ciklus*





# Programozási tételek – visszatekintés

1. Sorozatszámítás (összegzés)  $N \geq 0$
2. Megszámolás
3. Maximum-kiválasztás  $N > 0$
4. Eldöntés  $N \geq 0$
5. Kiválasztás  $N > 0$
6. Keresés  $N \geq 0$
- +1. Madártávlatból újra...

