(2)

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2+3 & 1+0 & 3+2 \\ 0+1 & 2+3 & 5-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2-3 & 1-0 & 3-2 \\ 0-1 & 2-3 & 5+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$2A - 3B = \begin{bmatrix} 2(-2) & 2\cdot 1 & 2\cdot 3 \\ 2\cdot 0 & 2\cdot 2 & 2\cdot 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3\cdot 3 & 3\cdot 0 & 3\cdot 2 \\ 3\cdot 1 & 3\cdot 3 & 3(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4-9 & 2-0 & 6-6 \\ 0-3 & 4-9 & 10+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -13 & 2 & 0 \\ -3 & -5 & 13 \end{bmatrix}$$

$A + C = \dots$ nem elvégezhető (nem megegyező méretek)

$A \cdot B = \dots$ – " – (A oszlopszám $\neq$ B sorszám)

$$A^T = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A^T \cdot C = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\cdot 2+0\cdot 5 & -2\cdot 4+0\cdot 4 \\ 1\cdot 2+2\cdot 5 & 1\cdot 4+2\cdot 4 \\ 3\cdot 2+5\cdot 5 & 3\cdot 4+5\cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 12 & 12 \\ 31 & 32 \end{bmatrix}$$

$$C^2 = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\cdot 2+4\cdot 5 & 2\cdot 4+4\cdot 4 \\ 5\cdot 2+4\cdot 5 & 5\cdot 4+4\cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 & 24 \\ 30 & 36 \end{bmatrix}$$

(3) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

$$f(x) = 2x^3 - x^2 - 5x + 3$$

$$5A = 5 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ -5 & 10 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\cdot 1+2\cdot(-1) & 1\cdot 2+2\cdot 2 \\ -1\cdot 1+2(-1) & -1\cdot 2+2\cdot 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1\cdot 1+6(-1) & -1\cdot 2+6\cdot 2 \\ -3\cdot 1+2(-1) & -3\cdot 2+2\cdot 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 10 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$$

$$2A^3 = 2 \cdot \begin{bmatrix} -7 & 10 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -14 & 20 \\ -10 & -4 \end{bmatrix}$$

$$3I = 3\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$f(A) = 2A^3 - x^2 - 5x + 3$$

$$\hookrightarrow \begin{bmatrix} -14 & 20 \\ -10 & -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ -5 & 10 \end{bmatrix} + 3I = \begin{bmatrix} -14+1-5+3 & 20-6-10+0 \\ -10+3+5+0 & -4+3-10+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 & 4 \\ -2 & -8 \end{bmatrix}$$

(4) a) $A = \begin{bmatrix} 3 & -8 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

$$A \cdot C = \begin{bmatrix} 3 \cdot 3 + (-8) \cdot 1 & 3 \cdot 8 + (-8) \cdot 3 \\ 4 \cdot 3 + 6 \cdot 1 & 4 \cdot 8 + 6 \cdot 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 18 & 50 \end{bmatrix}$$

$A \cdot C \neq I \Rightarrow$ nem inverze

b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 5 & -3 \\ -3 & 2 & -4 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 14 & -8 & -1 \\ -17 & 10 & 1 \\ -19 & 11 & 1 \end{bmatrix}$

$$A \cdot C = \begin{bmatrix} 1 \cdot 14 + 3 \cdot (-17) + (-2)(-19) & 1 \cdot (-8) + 3 \cdot 10 + (-2) \cdot 11 & 1(-1) + 3 \cdot 1 + (-2) \cdot 1 \\ 2 \cdot 14 + 5 \cdot (-17) + (-3) \cdot (-19) & 2 \cdot (-8) + 5 \cdot 10 + (-3) \cdot 11 & 2 \cdot (-1) + 5 \cdot 1 + (-3) 1 \\ (-3) \cdot 14 + 2 \cdot (-17) + (-4)(-19) & (-3)(-8) + 2 \cdot 10 + (-4) \cdot 11 & (-3)(-1) + 2 \cdot 1 + (-4) 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 14 - 51 + 38 & -8 + 30 - 22 & -1 + 3 - 2 \\ 28 - 85 + 57 & -16 + 50 - 33 & -2 + 5 - 3 \\ (-42) - 34 + 76 & 24 + 20 - 44 & 3 + 2 - 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$C \cdot A = \begin{bmatrix} 14 \cdot 1 + (-8) \cdot 2 + (-1) \cdot (-3) & 14 \cdot 3 + (-8) \cdot 5 + (-1) \cdot 2 & 14 \cdot (-2) + (-8) \cdot (-3) + (-1)(-4) \\ (-17) \cdot 1 + 10 \cdot 2 + 1 \cdot (-3) & (-17) 3 + 10 \cdot 5 + 1 \cdot 2 & (-17)(-2) + 10 \cdot (-3) + 1 \cdot (-4) \\ (-19) \cdot 1 + 11 \cdot 2 + 1 \cdot (-3) & (-19) 3 + 11 \cdot 5 + 1 \cdot 2 & (-19)(-2) + 11 \cdot (-3) + 1 \cdot (-4) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 14 - 16 + 3 & 42 - 40 - 2 & -28 + 24 + 4 \\ -17 + 20 - 3 & -51 + 50 + 2 & 34 - 30 + 4 \\ -19 + 22 - 3 & -57 + 55 + 2 & 38 - 33 - 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$\Rightarrow A \cdot C = C \cdot A = I \Rightarrow A$ inverze C