Az $M := M(t, k^-, k^+)$ gépi számhalmazra vonatkozó állítások közül melyik igaz?

(A) M tartalmazza a 0-t.

(B) Bármely két szomszédos elem távolsága azonos.

(C) M elemei ε_0-ra szimmetrikusan helyezkdenek el.

~~**(D)** M páros számú elemet tartalmaz.~~

Az alapműveletek hibakorlátaira vonatkozó ismereteink szerint mely állítás hamis?

(A) Két egymáshoz közeli szám összegének képzése nem növeli nagy mértékben az eredmény relatív hibakorlátját.

(B) Két egymáshoz közeli szám összegének képzése nem növeli nagy mértékben az eredmény abszolút hibakorlátját.

(C) Két egymáshoz közeli szám különbségének képzése nem növeli nagy mértékben az eredmény relatív hibakorlátját.

(D) Két egymáshoz közeli szám különbségének képzése nem növeli nagy mértékben az eredmény abszolút hibakorlátját.

Az $Ax = b$ lineáris egyenletrendszer megoldását Gauss-elimináció segítségével szeretnénk kiszámítani. Az alábbi állítások közül melyik igaz?

(A) Ha $\det(A) = 0$, akkor a Gauss-elimináció nem hajtható végre sor- és oszlopcsere nélkül.

(B) Ha $\det(A) = 0$, akkor a lineáris egyenletrendszernek biztosan nincs megoldása.

(C) Ha $\det(A) \neq 0$, akkor a Gauss-elimináció lehet, hogy nem végrehajtható sor- és oszlopcsere nélkül.

(D) Ha $\det(A) \neq 0$, akkor a lineáris egyenletrendszernek lehet, hogy két megoldása van.

Melyik mátrixnorma nem indukált az alábbiak közül?

(A) $\|\cdot\|_1$

(B) $\|\cdot\|_2$

(C) Minden mátrixnorma indukált.

(D) $\|\cdot\|_F$

Tekintsünk egy 23 pontra épülő interpolációs feladatot! Hány darab harmadrendű osztott differencia tartozik az adott osztópont rendszerhez?

(A) 20

~~(B) 21~~

(C) 19

(D) 0

Legyenek $x_0 = -1, x_1 = 1, x_2 = 4$ az interpoláció alappontjai valamint $L_2(x)$ a pontokra illeszkedő interpolációs polinom. Bővítsük az alappontok rendszerét egy új $x_3 = 5$ osztóponttal. Mi lesz a harmadfokú interpolációja a függvénynek az $x_0 = -1, x_1 = 1, x_2 = 4, x_3 = 5$ alappontokra támaszkodva, ha ismerjük $f[-1, 1, 4, 5] = \frac{2}{3}$ osztott differencia értékét?

(A) $\cancel{L_2(x) + \frac{2}{3}(x+1)(x-1)(x-4)(x-5)}$

(B) $L_2(x) - x(x+1)(x-4)$

(C) $L_2(x) + \frac{2}{3}(x+1)(x-1)(x-4)$

(D) $L_2(x) - \frac{2}{3}(x+1)(x-1)(x-4)$

Mely feltétel nem szükséges a Newton módszer lokális konvergenciájához?

(A) $f \in C^2[a, b]$

(B) $\exists m > 0 : \forall x \in (a, b) : |f'(x)| < m$

(C) $\exists M > 0 : \forall x \in (a, b) : |f''(x)| < M$

(D) Mindháromra szükség van

Az alábbiak közül melyik intervallumon van fixpontja az $f(x) := x^3 - 3x$ függvénynek?

(A) $[2.5; 3]$.

(B) $[-1; -0.5]$.

(C) $[4; 5]$.

(D) $[0; 2]$.

$f(x) = x$

Melyik állítás igaz az n-fokú polinomokra tanult Horner algoritmusra?

(A) Műveletigénye a fokszámmal négyzetes arányban nő.

(B) Tetszőleges folytonos függvény gyökeinek meghatározására alkalmazható.

(C) Szélsőérték meghatározására is közvetlenül alkalmazható.

(D) Polinom deriváltjainak kiszámítására is alkalmazható.

Tekintsük a következő kvadratúraformulát.

$$\int_{-3}^{2} f(x)\, dx \approx 5 \cdot \left(A \cdot f(-3) + \frac{25}{36} f(0) + \frac{1}{12} \cdot f(2) \right)$$

Hogyan válasszuk meg az A együttható értékét, hogy interpolációs kvadratúraformulát kapjunk?

(A) $A = \frac{2}{3}$.

(B) $A = 0$.

(C) $A = \frac{2}{9}$.

(D) $A = \frac{9}{2}$.

Az alábbiak közül melyik tanult tétel garantálja a legmagasabb rendű konvergenciát?

(A) Húrmódszer konvergenciatétele

(B) Banach-féle fixponttétel

(C) Newton módszer monoton konvergenciája

(D) Mindegyik csak 1-rendű konvergenciát garantál

Legyen az $f(x) = x^n$ függvény $x_0, x_1, \ldots, x_n$, $(n \geq 10)$ különböző alappontokra illesztett interpolációs polinomja $L_n(x)$! Az alábbiak közül melyik a helyes formula az interpoláció hibájára?

(A) $f(x) - L_n(x) = \frac{1}{(n+1)!} \cdot \omega_n(x)$

(B) $f(x) - L_n(x) = 0$

(C) $f(x) - L_n(x) = \omega_n(x)$

(D) ~~$f(x) - L_n(x) = \frac{x}{(n+1)!} \cdot \omega_n(x)$~~

Legyen $t \in \mathbb{N}^+, t > 4$ és tekintsük az $M(t, t, t)$ gépi számhalmazt! Milyen hosszú lesz tetszőleges 3 egymást követő pozitív gépi szám által kifeszített intervallum?

(A) 1

(B) 3

~~(C)~~ t

(D) Az egymást követő M-beli pozitív gépi számok távolsága nem állandó, ezért nem lehet megmondani.

Az alábbiak közül melyik φ függvény kontrakció a megadott intervallumon?

(A) $\varphi(x) = \sqrt{x+1}$, $x \in [1, 2]$

(B) $\varphi(x) = \dfrac{x+1}{3}$, $x \in [1, 2]$

(C) Mindkettő kontrakció

~~(D) Egyik sem kontrakció~~

Az alábbi, P értékeire vonatkozó Horner-algoritmusból adódó táblázat alapján mi lesz $(Q(3) + \frac{1}{2}) \cdot P''(1)$ értéke, ahol $P(x) = Q(x) \cdot (x - 1)$?

a_i	1	-9	23	-15
ξ_i	1	1	-8	15
$a_i^{(1)}$	1	-8	15	0
ξ_i	1	1	-7	
$a_i^{(2)}$	1	-7	8	
ξ_i	1	1		
$a_i^{(3)}$	1	-6		

(A) -6

(B) 6

(C) -3

(D) 3

Az alábbi számok közül melyiket NEM tartalmazza az $M(6, -1, 5)$ gépi számhalmaz?

(A) $[\overbrace{01101}^{5}|\ \ 0]$

(B) [01101|-1]

(C) [10101|-2]

(D) Egyiket sem.

Ha az e szám értékét a 3-al közelítjük, melyik a jó abszolút hibakorlát az alábbiak közül?

(A) $\Delta_3 = 0.15.$

(B) $\Delta_3 = 0.3.$

(C) $\Delta_3 = 0.05.$

(D) Egyik sem.

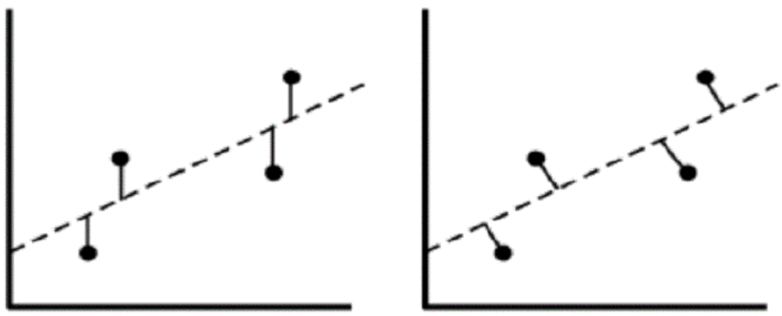
Tekintsük az $Ax = b$ lineáris egyenletrendszert. Mikor érdemes használni az LU felbontást?

(A) Ha ki akarjuk számolni A sajátértékeit.

(B) A főelemkiválasztásos GE hatékony kiszámításához.

(C) Ha több különböző jobb oldali b vektorra akarjuk kiszámolni az egyenletrendszer megoldását.

(D) Igazából semmire nem jó, csak a vizsgára kell...



Melyik ábra szerinti távolságok négyzetösszegét minimalizálja az előadáson tanult legkisebb négyezetes egyenesillesztés?

(A) A bal oldali ábrán lévő távolságokat.
(B) A jobb oldali ábrán lévő távolságokat.
(C) Mindkettőt.
(D) Egyiket sem.

Az alábbi, P értékeire vonatkozó Horner-algoritmusból adódó táblázat alapján mi lesz $P'(1) + P''(1)$ értéke?

a_i	1	-9	23	-15	
ξ_i	1	1	-8	15	
$a_i^{(1)}$	1	-8	15	0	
ξ_i	1	1	-7		
$a_i^{(2)}$	1	-7	8		P'
ξ_i	1	1			
$a_i^{(3)}$	1	-6			P''

(A) 2
(B) -2
(C) 0
(D) -4

Tekintsük az (x_i, y_i), $i = 0, \dots, n$ alappontokra illeszkedő interpolációs polinom Lagrange-alakját $L_n(x)$ és a Newton-alakját $N_n(x)$. Melyik állítás igaz az alábbiak közül?

(A) $\exists x \in \mathbb{R} : L_n(x) \neq N_n(x)$

(B) $\forall x \in \mathbb{R} : L_n(x) = N_n(x)$

(C) $\forall x \in \mathbb{R} : L_n(x) = N_n(x) + N_{n-1}(x)$

(D) Mindegyik igaz.

Tekintsük az (x_i, y_i), $i = 0, \dots, n$ alappontokra illeszkedő interpolációs polinom Lagrange-alakját $L_n(x)$ és a Newton-alakját $N_n(x)$. Melyik állítás igaz az alábbiak közül?

(A) $\exists x \in \mathbb{R} : L_n(x) \neq N_n(x)$

(B) $\forall x \in \mathbb{R} : L_n(x) = N_n(x)$

(C) $\forall x \in \mathbb{R} : L_n(x) = N_n(x) + N_{n-1}(x)$

(D) Mindegyik igaz.

Legyenek a $\varphi_i : [a; b] \to [a; b]$ $(i = 1, 2)$ függvények kontrakciók az $[a; b]$ intervallumon a $q_1 = 1/4$ és a $q_2 = 1/2$ kontrakciós együtthatókkal. Melyik φ fügvénnyel definiált fixpont-iteráció lesz a gyorsabb?

(A) φ_1 kétszer gyorsabb, mint φ_2

(B) φ_2 kétszer gyorsabb, mint φ_1

(C) Mindkettő ugyanolyan gyors.

(D) Egyik sem gyors.

Legyenek az $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ szimmetrikus mátrix sajátértékei: $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$. Ha tudjuk, hogy minden $i = 1, \ldots, n$ esetén $\lambda_i > 0$, akkor mit lehet mondani A egy tetszőleges Schur-komplementerének $[A|A_{11}]$ sajátértékeiről?

(A) $[A|A_{11}]$-nak csak negatív sajátértékei vannak.
(B) $[A|A_{11}]$-nak csak pozitív sajátértékei vannak.
(C) $[A|A_{11}]$-nak pozitív és negatív sajátértékei is vannak.
(D) $[A|A_{11}]$-nak lesz nulla sajátértéke.

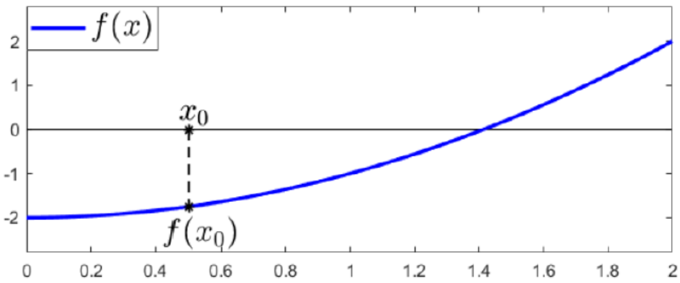
Az $\int_{-1}^{1} x^3 - x + 1 \,\mathrm{d}x$ integrál értékét Simpson-formulával közelítjük. Mekkora az eredmény hibája?

(A) 0
(B) $\frac{1}{4}$
(C) $\frac{1}{2}$
(D) 1

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

A fenti mátrixxal felírt $Ax = b$ lineáris egyenletrendszert melyik tanult módszerrel oldhatjuk meg a legkevesebb művelettel?

(A) Gauss-eliminációval.
(B) LU felbontással.
(C) Progonka módszerrel.
(D) Minegyik ugyanannyi műveletet igényel.



A monoton konvergencia tétel a fenti $f \in C^2[0;2]$ függvényre garantálja-e az x_0-ból indított Newton-módszer konvergenciáját?

(A) A tétel alapján nem lehet eldönteni.

(B) Konvergens.

(C) Nem konvergens.

(D) Egyik sem.

Melyik összefüggés nem helyes az $S_m(f)$ (m páros) összetett Simpson formulára vonatkozóan?

(A)

$$S_m(f) = \frac{h}{3}\left(f(x_0) + 4\sum_{k=1}^{m-1} f(x_k) + f(x_m) - 2\sum_{k=1}^{\frac{m}{2}} f(x_{2k})\right)$$

(B)

$$S_m(f) = \frac{h}{3}\left(f(x_0) + 4\sum_{k=1}^{\frac{m}{2}} f(x_{2k-1}) + f(x_m) + 2\sum_{k=1}^{\frac{m}{2}-1} f(x_{2k})\right)$$

(C) $S_m(f) = \frac{4 \cdot T_{2m}(f) + T_m(f)}{3}$

Műveletigények :

Gaus-elimináció.

$$\frac{2}{3}n^3 + \mathcal{O}(n^2).$$

Visszahelyettesítés (LER).

$$n^2 + \mathcal{O}(n).$$

LU-felbontás:

$$= \frac{2}{3}n^3 + \mathcal{O}(n^2).$$

Roviditett GE (progonka modszer):

$$8n + \mathcal{O}(1).$$