Válassza ki a helyes állítást

(A) A $\|\cdot\|_2$-es mátrixnorma illeszkedik a $\|\cdot\|_2$-es vektornormára.

(B) A $\|\cdot\|_F$ mátrixnorma illeszkedik a $\|\cdot\|_2$-es vektornormára.

(C) (A) és (B) is hamis.

(D) (A) és (B) is igaz.

Az alábbi lineáris egyenletrendszer megoldását Gauss-elimináció segítségével szeretnénk meghatározni. Mi történik ekkor az algoritmus második lépésében?

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix} \cdot x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

(A) Semmi, elvégezhetjük a Gauss-elimináció második lépését.

(B) Az algoritmus elakad mert a LER-nek nincs egyértelmű megoldása.

(C) Folytathatjuk az algoritmust, de ki kell cserélnünk a 2. és az 1. sort.

(D) Folytathatjuk az algoritmust, de ki kell cserélnünk a 2. és a 3. sort.

Legyen x és y két egymáshoz közeli, hibával terhelt mennyiség. Az alábbi összefüggések közül melyik **igaz**?

(A) δ_{x+y} magas.

(B) δ_{x-y} magas.

(C) Δ_{x+y} magas.

(D) Δ_{x-y} magas.

Legyen $\varphi : [a, b] \to [a, b]$ kontrakció. Ekkor

(A) Létezik olyan $q \in [0, 1)$, hogy
$|\varphi(x) - \varphi(y)| \leq q \cdot |x - y| \quad \forall x, y \in [a, b]$.

(B) Létezik olyan $q \in [0, 1]$, hogy
$|\varphi(x) - \varphi(y)| \leq q \cdot |x - y| \quad \forall x, y \in [a, b]$.

(C) Létezik olyan $q \in [0, 1)$, hogy
$|\varphi(x) - \varphi(y)| \geq q \cdot |x - y| \quad \forall x, y \in [a, b]$.

(D) Létezik olyan $q \in [0, 1]$, hogy
$|\varphi(x) - \varphi(y)| \geq q \cdot |x - y| \quad \forall x, y \in [a, b]$.

Legyen $P(x)$ az $f(x) = x^2 + 2$ függvényt az $x_0, x_1, x_2 \quad (x_i < x_j,\ i < j)$ alappontokon interpoláló polinom. Az alábbiak közül melyik jellemzi az $|f(x) - P(x)|$ eltérést a lehető legpontosabban egy konkrét $x \in [x_0, x_2]$ pontban?

(A) $|f(x) - P(x)| = 0.$

(B) $|f(x) - P(x)| < \frac{M_3}{3!}\omega(x).$

(C) $|f(x) - P(x)| < \frac{M_3}{3!}|\omega(x)|.$

(D) $|f(x) - P(x)| < \frac{M_3}{3!}\|\omega(x)\|_\infty.$

Az $f(x) = 0$ egyenlet megoldásához Newton-módszert szeretnénk használni. Melyik feltétel teljesülése esetén lehetünk biztosak abban, hogy a monoton konvergencia tétel **nem** alkalmazható?

(A) $f \in C^3[a, b]$.

(B) f' és f'' különböző előjelűek az $[a, b]$-n.

(C) $\exists x^* \in [a, b] : f(x^*) = 0$.

(D) $f'(a)f'(b) < 0$.

Tekintsük az $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ $(n > m)$ mátrix $A^+ \in \mathbb{R}^{m\times n}$ általánosított inverzét. Melyik állítás teljesül abban az esetben, ha $\operatorname{rank}(A) = m$?

(A) $A^+ = A^T(AA^T)^{-1}$.

(B) $A^+ = (AA^T)^{-1}A$.

(C) $A^+ = (A^TA)^{-1}A^T$.

(D) Egyik sem.

Az $Ax = b$ LER megoldására használt Gauss elimináció algoritmusának műveletigénye

(A) $\frac{2}{3}n^3 + \mathcal{O}(n^4)$.

(B) $\frac{2}{3}n^3 + \mathcal{O}(n^2)$.

(C) $\frac{2}{3}n^3 + \mathcal{O}(n)$.

(D) nem kiszámítható.

Legyen $a = 2$ egy $\Delta_a = 1$ hibával terhelt mennyiség. Az alábbi lehetőségek közül mi lehet $\Delta_{f(a)}$ értéke, ha $f(x) = x^2 + 1$.

(A) $\Delta_{f(a)} = 6.$

(B) $\Delta_{f(a)} = 5.$

(C) $\Delta_{f(a)} = 4.$

(D) $\Delta_{f(a)} = 3.$

Az alábbi, P értékeire vonatkozó Horner-algoritmusból adódó táblázat alapján mi lesz $P''(3)$?

a_i	1	-1	1	-1
ξ_i	3	3	6	21
$a_i^{(1)}$	1	2	7	20
ξ_i	3	3	15	
$a_i^{(2)}$	1	5	22	
ξ_i	3	3		
$a_i^{(3)}$	1	8		

(A) 16

(B) 8

(C) 24

(D) 20

Az $x_{k+1} = \frac{1}{4} - \frac{\cos^2(x_k)}{4}$ fixpont-iteráció a $x_0 = \frac{\pi}{4}$ pontból indítva az $x^* = 0$ ponthoz konvergál. Mit lehet mondani a konvergencia rendjéről?

(A) Elsőrendű.

(B) Másodrendű.

(C) Harmadrendű.

(D) Negyedrendű.

Mi a hiba az alábbi összefüggésben az érintő formula hibájával kapcsolatban, ha tudjuk, hogy $f \in C^2[a, b]$?

$$\int_a^b f(x)\,dx = E(f) + \int_a^b \frac{f''(\eta)}{24} \cdot (b-a)^3\,dx$$

(A) Nem második derivált kellene.

(B) Felesleges az integrál a jobb oldalon.

(C) Az η szám igazából függ x-től.

(D) Nincs hiba az összefüggésben.

Tekintsük az $x_0, x_1, \ldots \in [a, b] \subset \mathbb{R}$ páronként különböző alappont sorozatot. Legyen $P_n(x)$ az f függvényt az első $n+1$ alapponton interpoláló polinom. Melyik összefüggés teljesül az alábbiak közül?

(A) $P_{n+1}(x) = P_n(x) + \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=0}^{k} \frac{f(x_j)}{\omega_k'(x_j)}$.

(B) $P_{n+1}(x) = P_n(x) + \sum_{k=1}^{n} \omega_k(x_k) \sum_{j=0}^{k} \frac{f(x_j)}{\omega_k'(x_j)}$.

(C) $P_{n+1}(x) = P_n(x) + \sum_{j=0}^{n+1} \frac{f(x_j)}{\omega_{n+1}'(x_j)} \prod_{k=0}^{n} (x - x_k)$.

(D) $P_{n+1}(x) = P_n(x) + \sum_{j=0}^{n} \frac{f(x_j)}{\omega_n'(x_j)} \prod_{k=0}^{n+1} (x - x_k)$.

Tegyük fel, hogy az $M(t, k^-, 1)$ gépi számhalmaz esetén $\varepsilon_1 < \varepsilon_0$. Az alábbi állítások közül melyik igaz a számábrázolás pontosságát illetően bármely ábrázolható $x \in \mathbb{R}$ esetén?

(A) $|x - fl(x)| \leq \frac{1}{2}\varepsilon_0 |x|$

(B) $|x - fl(x)| \leq \varepsilon_0$

(C) $|x - fl(x)| \leq \frac{1}{2}\varepsilon_1 |x|$

(D) $|x - fl(x)| \leq \frac{1}{2}\varepsilon_1$

A $P(x)$ polinom $x^* \in [-3,-1]$ gyökének meghatározására a Newton-módszert alkalmazzuk. Tegyük fel, hogy a P polinom és az iteráció x_0 kezdőpontja kielégíti a Newton-módszer lokális konvergencia tételének feltételeit, azaz

$$x_0 \in [-3,-1] \ : \ |x_0 - x^*| < r,$$

ahol r a tételben szereplő konstans. Melyik állítás igaz az (x_k) iterációs sorozatra?

(A) Az (x_k) sorozat nem konvergens.

(B) Az (x_k) sorozat harmadrendben konvergál az x^* gyökhöz.

(C) $|x_k - x^*| < r, \ \forall k \geq 0.$

(D) $|x_k - x^*| = r \cdot |x_0 - x_1|^k.$