Programozás
4. előadás

Programozási alapismeretek

- További programozási tételek
- Másolás – függvényszámítás
- Kiválogatás
- Szétválogatás
- Metszet
- Unió
- Programozási tételek – visszatekintés

További programozási tételek

Mi az, hogy programozási tétel?

Típusfeladat általános megoldása.

- Sorozat → érték
- Sorozat → sorozat
- Sorozat → sorozatok
- Sorozatok → sorozat

7. Másolás – függvényszámítás

Feladatok:

- Egy számsorozat tagjainak adjuk meg az abszolút értékét!
- Egy szöveget alakítsunk át csupa kisbetűssé!
- Számoljuk ki két vektor összegét!
- Készítsünk függvénytáblázatot a sin(x) függvényről!
- Ismerünk N dátumot ’éé.hh.nn’ alakban, adjuk meg őket ’éé. hónapnév nn.’ alakban!

7. Másolás – függvényszámítás

Feladatok:

- Egy számsorozat tagjainak adjuk meg az abszolút értékét!
- Egy szöveget alakítsunk át csupa kisbetűssé!
- Számoljuk ki két vektor összegét!
- Készítsünk függvénytáblázatot a sin(x) függvényről!
- Ismerünk N dátumot ‚éé.hh.nn' alakban, adjuk meg ‚éé. hónapnév nn' alakban!

Mi bennük a közös?

N darab „valamihez" kell hozzárendelni másik N darab „valamit", ami akár az előbbitől különböző típusú is lehet. A darabszám, a sorrend is marad. Az elemeken operáló függvény ugyanaz.

7. Másolás – függvényszámítás

Specifikáció:

N darab „valamihez” kell hozzárendelni másik N darab „valamit”, ami akár az előbbitől különböző típusú is lehet. A darabszám marad, a sorrend is marad.

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H_1^N$
  $f: H_1 \rightarrow H_2$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N): Y_i = f(X_i)$

  Másként: $Y_{1..N} = f(X_{1..N})$

7. Másolás – függvényszámítás

Algoritmus:

Specifikáció:
- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H_1^N$
  $f: H_1 \to H_2$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \le i \le N)$: $Y_i = f(X_i)$

i=1..N
  Y[i]:=f(X[i])

Változó
  i:Egész

Megjegyzés: nem feltétlenül kell ugyanaz az i index a két tömbhöz, pl.:

Utófeltétel: $\forall i(1 \le i \le N)$: $Y_{p(i)} = f(X_i)$

i=1..N
  Y[p(i)]:=f(X[i])

Változó
  i:Egész

p(i) lehet pl. 2*i, N–i+1, … (megfelelő Y tömb mérettel, ill. indexintervallummal definiálva; Y részsorozata a kimenet; p injektív)

7. Másolás – függvényszámítás

Specifikáció (egy gyakori speciális eset)$_1$:

N darab „valamihez” kell hozzárendelni másik N darab „valamit”, ami akár az előbbitől különböző típusú is lehet. A darabszám marad, a sorrend is marad.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H_1^N$
  $f: H_1 \rightarrow H_2$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N)$: $Y_i = f(X_i)$

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H^N$
  $\boxed{\begin{array}{l} g: H \rightarrow H \\ T: H \rightarrow L \end{array}}$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N)$: $Y_i = f(X_i)$
- Definíció: $f(x) := \begin{cases} g(x), & \text{ha } T(x) \\ x, & \text{egyébként} \end{cases}$

$f: H \rightarrow H$

7. Másolás – függvényszámítás

Specifikáció (egy gyakori speciális eset)$_1$:

N darab „valamihez" kell hozzárendelni másik N darab „valamit", ami akár az előbbitől különböző típusú is lehet. A darabszám marad, a sorrend is marad.

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H^N$
  $g{:}H \to H$
  $T{:}H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N)$:
  $(\,T(X_i) \to Y_i = g(X_i)$ és
  nem $T(X_i) \to Y_i = X_i\,)$

Specifikáció:

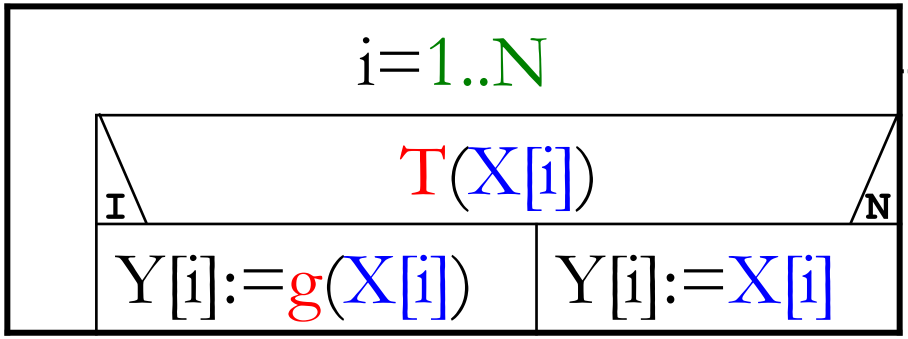
- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H_1^N$
  $f{:}H_1 \to H_2$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N)$: $Y_i = f(X_i)$

7. Másolás – függvényszámítás

Algoritmus$_1$:

Specifikáció (egy gyakori speciális eset)$_1$:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H^N$
  $g: H \to H$
  $T: H \to L$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i (1 \le i \le N)$:
  $(T(X_i) \to Y_i = g(X_i)$ és
  nem $T(X_i) \to Y_i = X_i)$



Változó
i:Egész

N darab „valamihez" kell hozzárendelni másik N darab „valamit", ami akár az előbbitől különböző típusú is lehet. A darabszám marad, a sorrend is marad.

7. Másolás – függvényszámítás

Specifikáció (egy másik speciális eset)$_2$**:**

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in \mathbb{H}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N)$: $Y_i = X_i$

N darab „valamihez” kell hozzárendelni másik N darab „valamit”, ami akár az előbbitől különböző típusú is lehet. A darabszám marad, a sorrend is marad.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H_1^N$
  $f: H_1 \rightarrow H_2$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N)$: $Y_i = f(X_i)$

Megjegyzés:

nincs f függvény, helyesebben identikus (f(x):=x).

7. Másolás – függvényszámítás

Algoritmus$_2$:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H_1^N$, $f{:}H_1 \to H_2$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \le i \le N)$: $Y_i = f(X_i)$

i=1..N
Y[i]:=X[i]

Változó
i:**Egész**

Megjegyzés:

Az Y:=X értékadással helyettesíthető, ha a két tömb azonos típusú. Ha az indexek különbözőek (p nem identikus), akkor:

i=1..N
Y[p(i)]:=X[i]

Változó
i:**Egész**

7. Másolás – függvényszámítás

> Számoljuk ki két vektor összegét!

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $P_{1..N}, Q_{1..N} \in \mathbb{R}^N$
  $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) := x + y$
- Kimenet: $R_{1..N} \in \mathbb{R}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N): R_i = P_i + Q_i$

$(P,Q) \in (\mathbb{R} \times \mathbb{R})^N$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H_1^N$
  $f: H_1 \rightarrow H_2$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N): Y_i = f(X_i)$

Algoritmus:

Algoritmus:

i=1..N
Y[i]:=f(X[i])

i=1..N
R[i]:=P[i]+Q[i]

Változó
i:Egész

8. Kiválogatás

Feladatok:

- Adjuk meg egy osztály kitűnő tanulóit!
- Adjuk meg egy természetes szám összes osztóját!
- Adjuk meg egy mondat magas hangrendű szavait!
- Adjuk meg emberek egy halmazából a 180 cm felettieket!
- Adjuk meg egy év azon napjait, amikor délben nem fagyott!
- Soroljuk föl egy szó magánhangzóit!

8. Kiválogatás

Feladatok:

- Adjuk meg egy osztály kitűnő tanulóit!
- Adjuk meg egy természetes szám összes osztóját!
- Adjuk meg egy mondat magas hangrendű szavait!
- Adjuk meg emberek egy halmazából a 180 cm felettieket!
- Adjuk meg egy év azon napjait, amikor délben nem fagyott!
- Soroljuk föl egy szó magánhangzóit!

Mi bennük a közös?

N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt!

8. Kiválogatás

N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt!

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $T: H \rightarrow \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és

  $\forall i (1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$ és

  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$

Az első Db elemet használva

L. Megszámolás tételt!

Másképp: $(Db, Y) = \underset{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\ i$

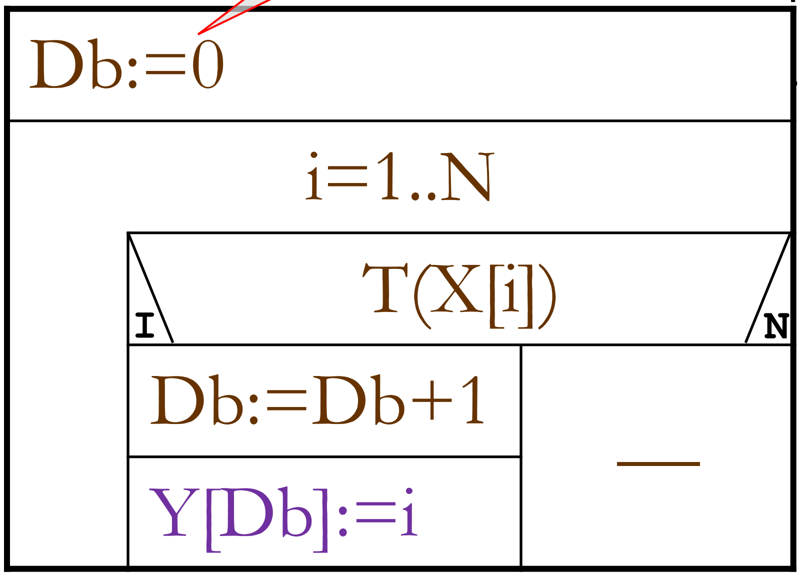
8. Kiválogatás

L. Megszámolás tételt!

Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N$, $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $\forall i(1 \le i \le Db): T(X_{Y_i})$ és $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$



Változó
i:Egész

Megjegyzés:

A sorszám általánosabb, mint az érték. Ha mégis érték kellene, akkor Y[Db]:=X[i] szerepelne. (Ekkor a specifikációt is módosítani kell! Lásd később!)

8. Kiválogatás

Értékek kiválogatása (tömören):

N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt!

Specifikáció$_2$:

- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Y_{1..N} \in H^N$
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és

  $\forall i(1 \le i \le Db): T(Y_i)$ és

  $Y \subseteq X$

Másképp: $(Db, Y) = \underset{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\, X_i$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N$, $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és

  $\forall i(1 \le i \le Db): T(X_{Y_i})$ és

  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$

8. Kiválogatás

> Adjuk meg egy év azon napjait, amikor délben nem fagyott!

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $H_{1..N} \in \mathbb{R}^N$,
  $Poz: \mathbb{R} \to \mathbb{L}$, $Poz(x) := x > 0$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $NF_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel$_1$: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ H_i > 0}}^{N} 1$ és
  $\forall i (1 \le i \le Db): H_{NF_i} > 0$ és
  $NF \subseteq (1,2,\ldots,N)$
- Utófeltétel$_2$: $(Db, NF) = \underset{\substack{i=1 \\ H_i > 0}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\, i$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$,
  $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és
  $\forall i (1 \le i \le Db): T(X_{Y_i})$ és
  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$

8. Kiválogatás

Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $H \in \mathbb{R}^N$,
  $Poz: \mathbb{R} \to \mathbb{L}$, $Poz(x) := x > 0$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $NF \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel$_1$: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ H_i > 0}}^{N} 1$ és
  $\forall i (1 \le i \le Db): H_{NF_i} > 0$ és
  $NF \subseteq (1,2,\ldots,N)$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$,
  $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és
  $\forall i (1 \le i \le Db): T(X_{Y_i})$ és
  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$

Db:=0
i=1.. N
T(X[i])
I | N
Db:=Db+1 | —
Y[Db]:=i

Db:=0
i=1..N
H[i]>0
I | N
Db:=Db+1 | —
NF[Db]:=i

Változó
i:Egész

8. Kiválogatás helyben

Programparaméterek:

Konstans

MaxN:**Egész**(???)

Típus

THk=**Tömb**[1..MaxN:TH]

Változó

N:**Egész**, X:THk

...

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N},\ X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N},\ Y_{1..N} \in H^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $Y_{1..Db} \subseteq X$ és $\forall i(1 \le i \le Db): T(Y_i)$

Itt a bemenetben szereplő X és a kimenetben szereplő Y lehet a programban ugyanaz a változó. Jelöljük ezt is X-szel. Teljesülni kell rá a megálláskor (meghagyva a specifikációbeli műveleteket):

$X^{kimeneti}_{1..Db} \subseteq X^{bemeneti}_{1..N}$ és $\forall i(1 \le i \le Db): T(X^{kimeneti}_i)$

8. Kiválogatás helyben

Ötlet:

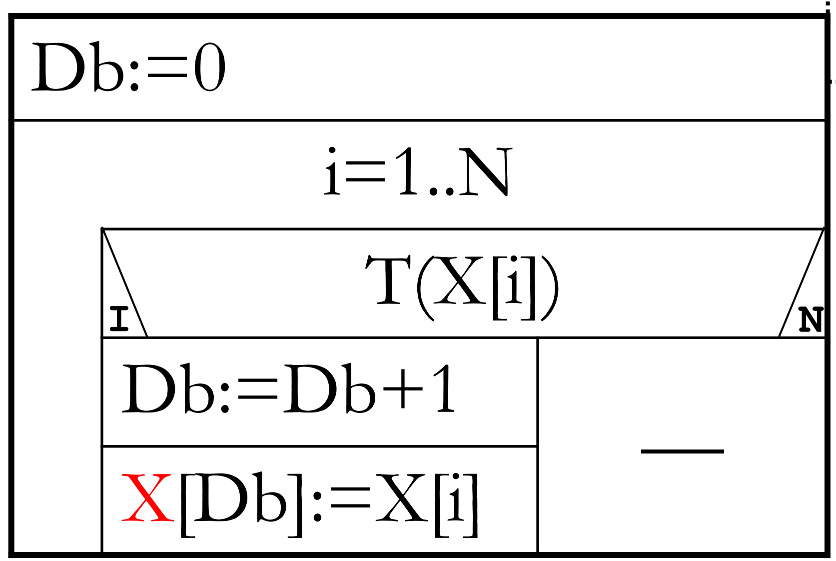
Itt olyan helyre tesszük a kiválogatott elemet, amelyre már nincs szükségünk.

Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $X' \in H^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $X'_{1..Db} \subseteq X$ és $\forall i(1 \leq i \leq Db): T(X'_i)$

Változó
i:**Egész**



Speciális sorozat típus: dinamikus tömb

A programozás a tömb típuson kívül sokféle sorozat típust ismer. Közülük az egyik egy olyan indexelhető típus, aminek az elemszáma futás közben növelhető (ebből a szempontból a szöveg típusra hasonlít).

Műveletei:

- Hossz(S) – az S sorozat és a neki megfelelő tömb elemei száma
- Végére(S,x) – az S tömb végére egy új elemet, az x-et illeszti
- S[i] – az S tömb i-edik eleme

További műveletek is lehetnek, most nem térünk ki rá.

Figyelem: e típus használata jelentősen megnövelheti a program futási idejét!

8. Kiválogatás dinamikus tömbbe

N darab „valami" közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt!

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N,$
  $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Y_{1..} \in \mathbb{N}^*$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Hossz(Y) = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és
  $\forall y \in Y: T(X_y)$ és
  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$

Annyi elemet használva, amennyit kell.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N,$
  $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db): T(X_{Y_i})$ és
  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$

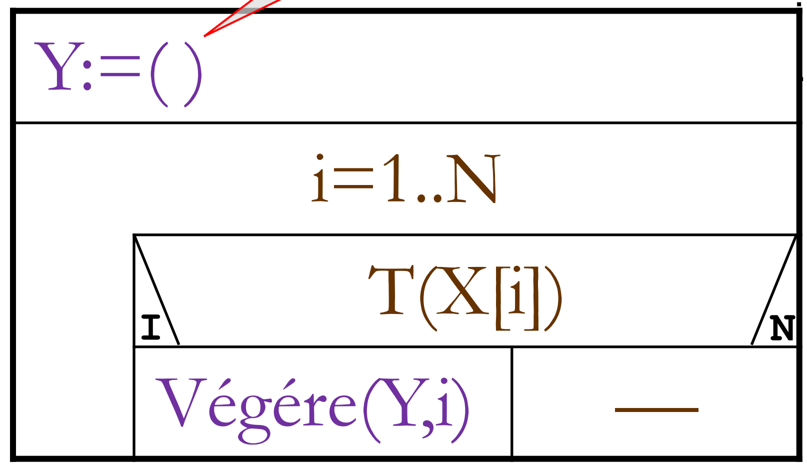
8. Kiválogatás dinamikus tömbbe

Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N$, $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Y \in \mathbb{N}^*$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Hossz(Y) = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $\forall y \in Y: T(X_y)$ és $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$

0-elemű tömb



Változó
i:Egész

Megjegyzés:

A sorszám általánosabb, mint az érték. Ha mégis **érték** kellene, akkor Végére(Y,X[i]) szerepelne. (Ekkor a specifikációt is módosítani kell!)

10. Szétválogatás

Feladatok:

- Adjuk meg egy számsorozatból a páros és a páratlan számokat is!
- Adjuk meg egy év azon napjait, amikor délben fagyott és amikor nem fagyott!
- Adjuk meg egy angol szó magán- és mássalhangzóit!
- Adjuk meg emberek egy halmazából a 140 cm alattiakat, a 140 és 180 cm közöttieket és a 180 cm felettieket!
- Adjuk meg emberek egy halmazából a télen, tavasszal, nyáron, illetve ősszel születetteket!

10. Szétválogatás

Feladatok:

- Adjuk meg egy számsorozatból a páros és a páratlan számokat is!
- Adjuk meg egy év azon napjait, amikor délben fagyott és amikor nem fagyott!
- Adjuk meg egy angol szó magán- és mássalhangzóit!
- Adjuk meg emberek egy halmazából a 140 cm alattiakat, a 140 és 180 cm közöttieket és a 180 cm felettieket!
- Adjuk meg emberek egy halmazából a télen, tavasszal, nyáron, illetve ősszel születetteket!

Mi bennük a közös?

N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt, illetve nem rendelkezőt! Azaz az összes bemeneti elemet „besoroljuk” a kimenet valamely sorozatába.

A többfelé szétválogatás visszavezethető a kétfelé szétválogatásra.

10. Szétválogatás

Specifikáció:

N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt, illetve nem rendelkezőt!

- Bemenet: $N\in\mathbb{N}$, $X_{1..N}\in\mathbb{H}^N$,
  $T:\mathbb{H}\to\mathbb{L}$
- Kimenet: $Db\in\mathbb{N}$, $Y_{1..N}\in\mathbb{N}^N$, $Z_{1..N}\in\mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db=\sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és
  $\forall i(1\leq i\leq Db): T(X_{Y_i})$ és
  $\forall i(1\leq i\leq N-Db): \text{nem } T(X_{Z_i})$ és
  $Y\subseteq(1,2,\ldots,N)$ és $Z\subseteq(1,2,\ldots,N)$

10. Szétválogatás

N darab „valami” közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt, illetve nem rendelkezőt!

Specifikáció$_2$:

- Utófeltétel$_2$: $(Db, Y, Z) = \underset{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Szétválogat}}}\ i$

Értékek szétválogatása esetén:

$$(Db, Y, Z) = \underset{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Szétválogat}}}\ X_i$$

10. Szétválogatás

Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H^N$
  $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
  $Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$, $Z_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db): T(X_{Y_i})$ és
  $\forall i(1 \le i \le N-Db):$ nem $T(X_{Z_i})$ és
  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$ és $Z \subseteq (1,2,\ldots,N)$

Változó
i:Egész

Db:=0

i=1..N

T(X[i])

I

Db:=Db+1

Y[Db]:=i

N

Z[i-Db]:=i

Megjegyzés:

Itt is szerepelhetne :=i helyett :=X[i], ha csak az értékekre lenne szükségünk. (A specifikáció is módosítandó!)

10. Szétválogatás

Probléma:

Y-ban és Z-ben együtt csak N darab elem van, azaz elég lenne egyetlen N-elemű sorozat.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H^N$
  $T:H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
  $Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$, $Z_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db): T(X_{Y_i})$ és
  $\forall i(1 \le i \le N-Db):$ nem $T(X_{Z_i})$ és
  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$ és $Z \subseteq (1,2,\ldots,N)$

Megoldás:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $T:H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db): T(X_{Y_i})$ és
  $\forall i(Db+1 \le i \le N):$ nem $T(X_{Y_i})$ és
  $Y \in Permutáció(1,2,\ldots,N)$

10. Szétválogatás

Specifikáció$_2$:

- Utófeltétel$_2$: $(Db, Y) = \underset{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Szétválogat}_2}}\, i$

N darab „valami" közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt, illetve nem rendelkezőt!

Értékek szétválogatása esetén:

$$(Db, Y) = \underset{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Szétválogat}_2}}\, X_i$$

10. Szétválogatás

Algoritmus:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db): T(X_{Y_i})$ és
  $\forall i(Db+1 \le i \le N)$: nem $T(X_{Y_i})$ és
  $Y \in$ Permutáció$(1,2,\ldots,N)$

Db:=0 [≅elölről index]

ind2:=N+1 [≅hátulról index]

i=1..N

I — T(X[i])	— N
Db:=Db+1	ind2:=ind2–1
Y[Db]:=i	Y[ind2]:=i

Változó
ind2,
i:**Egész**

Megjegyzés: Itt célszerű egy segédváltozó arra, hogy hol tartunk Y-ban hátulról: ind2.

10. Szétválogatás dinamikus tömbökbe

A kiválogatáshoz hasonlóan itt is használhatunk az eredmények tárolásához bővíthető elemszámú sorozatokat.

N darab „valami" közül kell megadni az összes, adott T tulajdonsággal rendelkezőt, illetve nem rendelkezőt!

Specifikáció:

- Bemenet: $N\in\mathbb{N}$, $X_{1..N}\in H^N$, $T:H\to\mathbb{L}$
- Kimenet: $Y_{1..}\in\mathbb{N}^*$, $Z_{1..}\in\mathbb{N}^*$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $hossz(Y)=\sum_{\substack{i=1\\T(X_i)}}^{N} 1$ és $Y\subseteq(1,2,\ldots,N)$ és $\forall y\in Y: T(X_y)$ és

$$hossz(Z)=\sum_{\substack{i=1\\\text{nem }T(X_i)}}^{N} 1 \text{ és } Z\subseteq(1,2,\ldots,N) \text{ és } \forall z\in Z: \text{nem } T(X_z)$$

10. Szétválogatás dinamikus tömbökbe

Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N, T{:}H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Y \in \mathbb{N}^*, Z \in \mathbb{N}^*$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $hossz(Y) = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $Y \subseteq (1,2,\dots,N)$ és $\forall y \in Y{:}\ T(X_y)$ és

  $hossz(Z) = \sum_{\substack{i=1 \\ nem\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $Z \subseteq (1,2,\dots,N)$ és $\forall z \in Z{:}\ nem\ T(X_z)$

Y:=( ); Z:=( )		
i=1..N		
	T(X[i]) — I	N
	Végére(Y,i)	Végére(Z,i)

Változó
i:Egész

10. Szétválogatás helyben

Programparaméterek:

Konstans
MaxN:**Egész**(???)
Típus
THk=**Tömb**[1..MaxN:TH]
Változó
N:**Egész**, X:THk
…

Specifikáció:

- Bemenet: $N\in\mathbb{N},\ X_{1..N}\in\mathbb{H}^N$
- Kimenet: $Db\in\mathbb{N},\ Y_{1..N}\in\mathbb{H}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db=\sum_{\substack{i=1\\T(X_i)}}^{N} 1$ és $Y\in Permutáció(X)$ és

$\forall i(1\leq i\leq Db): T(Y_i)$ és
$\forall i(Db+1\leq i\leq N):$ nem $T(Y_i)$

Megjegyzés: bemenetben szereplő X és a kimenetben szereplő Y legyen a programban ugyanaz az X változó!

10. Szétválogatás helyben

Algoritmikus ötlet:

1. Vegyük ki (másoljuk le) a sorozat első elemét:

   O x x x x x x x x x x x x

2. Keresünk hátulról egy elemet, aminek elől a helye (mert T tulajdonságú, nem odavaló):

   O x x x x x x **x** x x x x x

3. A megtalált elemet tegyük az előbb keletkezett lyukba:

   ⊗ x x x x x x O x x x x x

A lyuk mögött és az 1. elemmel már rendben vagyunk.

10. Szétválogatás helyben

4. Most keletkezett egy lyuk hátul. Az előbb betöltött lyuktól indulva elölről keressünk hátra teendő (nem odavaló: nem T-tulajdonságú) elemet:

⊗ x x x x x O x x x x x

5. A megtalált elemet tegyük a hátul levő lyukba, majd újra hátulról kereshetünk!

⊗ x x O x x ⊗ x x x x x

Az elől keletkezett lyuk előttiek és a hátrébb mozgatott elemmel kezdve rendben vagyunk.

10. Szétválogatás helyben

6. … és így tovább …

7. Befejezzük a keresést, ha valahonnan elértük a lyukat.

   x x x x O x x x x x x x x

8. Erre a helyre az 1. lépésben kivettet visszatesszük.

Utófeltétel pontosítása:

Teljesülni kell az X vektorra a megálláskor (meghagyva a specifikációbeli műveleteket):

$$X_{1..N}^{kimeneti} = \text{permutáció}(X_{1..N}^{bemeneti}) \text{ és}$$

$$\forall i(1 \le i \le Db)\text{: } T(X_i^{kimeneti}) \text{ és } \forall i(Db+1 \le i \le N)\text{: nem } T(X_i^{kimeneti})$$

10. Szétválogatás helyben

Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N},\ X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N},\ X'_{1..N} \in H^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $X' \in Permutáció(X)$

  és $\forall i(1 \le i \le Db): T(X'_i)$

  és $\forall i(Db+1 \le i \le N):$ nem $T(X'_i)$

Változó
e,u:**Egész**
y**:**TH
Van**:Logikai**

```
e:=1      [a szétválogatandók elsője]
u:=N      [a szétválogatandók utolsója]
y:=X[e]
e<u
  HátulrólKeres(e,u,Van)
  Van
  I:
    X[e]:=X[u]
    e:=e+1
    ElölrőlKeres(e,u,Van)
    Van
    I:
      X[u]:=X[e]
      u:=u–1
    N:
      —
  N:
    —
...
```

10. Szétválogatás helyben

Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $X'_{1..N} \in H^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $X' \in Permutáció(X)$

  és $\forall i(1 \le i \le Db): T(X'_i)$
  és $\forall i(Db+1 \le i \le N):$ nem $T(X'_i)$

…	
X[e]:=y	
T(y): I	N
Db:=e	Db:=e–1

Megjegyzés: Az X változóról az algoritmus végrehajtása közben különböző állításokat mondhatunk:

1. kezdetben a bemenetbeli sorozat;
2. a futás végén a bemeneti X permutációja a szétválogatás utófeltétele szerint;
3. közben e-ig T tulajdonságú elemek, u-tól nem T tulajdonságú elemek, köztük nem vizsgált elemek.

Ún. ciklusinvariáns

10. Szétválogatás helyben

ElölrőlKeres(e,u:**Egész**,Van:**Logikai**)

e<u és T(X[e])
    e:=e+1
Van:=e<u

HátulrólKeres(e,u:**Egész**,Van:**Logikai**)

e<u és nem T(X[u])
    u:=u–1
Van:=e<u

11. Metszet

Feladatok:

- A télen és a nyáron megfigyelhető madarak alapján adjuk meg a nem költöző madarakat!
- Két ember szabad órái alapján mondjuk meg, hogy mikor beszélgethetnek egymással!
- Adjuk meg azokat az állatfajokat, amelyeket a budapesti és a veszprémi állatkertben is megnézhetünk!
- Három virágárusnál kapható virágok közül adjuk meg azokat, amelyek mindegyiknél kaphatóak!

11. Metszet

Feladatok:

- Adjuk meg két természetes szám közös osztóit!
- A télen és a nyáron megfigyelhető madarak alapján adjuk meg a nem költöző madarakat!
- Két ember szabad órái alapján mondjuk meg, hogy mikor beszélgethetnek egymással!
- Adjuk meg azokat az állatokat, amelyeket a budapesti és a veszprémi állatkertben is megnézhetünk!

Mi bennük a közös?

Ismerünk két halmazt (tetszőleges, de azonos típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek mindkét halmazban szerepelnek! A több halmaz visszavezethető a két halmaz esetére.

11. Metszet

Specifikáció:

- Bemenet: $N,M \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$, $Y_{1..M} \in \mathbb{H}^M$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Z_{1..\min(N,M)} \in \mathbb{H}^{\min(N,M)}$
- Előfeltétel: HalmazE(X) és HalmazE(Y)
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ X_i \in Y}}^{N} 1$ és

  $\forall i(1 \le i \le Db): (Z_i \in X$ és $Z_i \in Y)$ és HalmazE(Z)

Az első Db elemet használva

Az elemtartalmazás egyértelmű-e.

Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek mindkét halmazban szerepelnek!

11. Metszet

Specifikáció$_2$:

- Utófeltétel$_2$: **(**Db,Z**)**= Metszet(N,X,M,Y)

Specifikáció$_3$:

- Utófeltétel$_3$: **(**Db,Z**)**= $\text{Kiválogat}\ \underset{\substack{i=1\\X_i\in Y}}{\overset{N}{}} X_i$

Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek mindkét halmazban szerepelnek!

Specifikáció:
- Bemenet: $N,M\in\mathbb{N}$, $X_{1..N}\in H^N$, $Y_{1..M}\in H^M$
- Kimenet: $Db\in\mathbb{N}$, $Z_{1..\min(N,M)}\in H^{\min(N,M)}$
- Előfeltétel: HalmazE(X) és HalmazE(Y)
- Utófeltétel: $Db=\sum\limits_{\substack{i=1\\X_i\in Y}}^{N} 1$ és $\forall i(1\leq i\leq Db)$: $(Z_i\in X$ és $Z_i\in Y)$ és HalmazE(Z)

11. Metszet

Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $N,M \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N, Y_{1..M} \in H^M$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Z_{1..\min(N,M)} \in H^{\min(N,M)}$
- Előfeltétel: HalmazE(X) és HalmazE(Y)
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ X_i \in Y}}^{N} 1$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db): (Z_i \in X$ és $Z_i \in Y)$ és HalmazE(Z)

```
Db:=0
i=1..N
    j:=1
    j≤M és X[i]≠Y[j]
        j:=j+1
    j≤M
    I                 | N
    Db:=Db+1          | —
    Z[Db]:=X[i]       |
```

Változó
i,j:Egész

Kiválogatás tétel!

Eldöntés tétel!

Megjegyzés:

A megoldás egy kiválogatás és egy eldöntés.

11. Metszet

Algoritmus:

Az eldöntés tétel, mivel logikai értéket ad, **függvényként** implementálva szerepelhetne az elágazás feltételében:

Változó
  i:**Egész**

Specifikáció:

- Bemenet: $N,M \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N, Y_{1..M} \in H^M$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Z_{1..\min(N,M)} \in H^{\min(N,M)}$
- Előfeltétel: HalmazE(X) és HalmazE(Y)
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ X_i \in Y}}^{N} 1$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db): (Z_i \in X$ és $Z_i \in Y)$ és HalmazE(Z)

Db:=0

i=1..N

Eleme?(X[i],Y)

I	N
Db:=Db+1 Z[Db]:=X[i]	—

Függvény nélkül: az elágazás előtt az eldöntés tétel algoritmusa, kimenete a Van logikai változó az elágazás feltétele.

11. Metszet

Feladatvariációk:

- Ismerünk két halmazt, meg kell adnunk a közös elemek számát!
- Ismerünk két halmazt, meg kell adnunk, hogy van-e közös elemük!
- Ismerünk két halmazt, meg kell adnunk egyet közös elemeik közül!

12. Unió

Feladatok:

- A télen és a nyáron megfigyelhető madarak alapján adjuk meg, hogy milyen madarakat figyeltek meg!
- Két ember szabad órái alapján mondjuk meg, hogy mikor tudjuk elérni valamelyiket!
- Három szakkör tanulói alapján soroljuk fel a szakkörre járókat!
- Adjuk meg azokat az állatfajokat, amelyeket a budapesti vagy a veszprémi állatkertben megnézhetünk!

12. Unió

Feladatok:

- Két szakkör tanulói alapján adjuk meg a szakkörre járókat!
- A télen és a nyáron megfigyelhető madarak alapján adjuk meg a megfigyelhető madarakat!
- Két ember szabad órái alapján mondjuk meg, hogy mikor tudjuk elérni valamelyiket!
- Adjuk meg azokat az állatokat, amelyeket a budapesti vagy a veszprémi állatkertben megnézhetünk!

Mi bennük a közös?

Ismerünk két halmazt (tetszőleges, de azonos típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek legalább az egyik halmazban szerepelnek!

A több halmaz visszavezethető a két halmaz esetére.

12. Unió

Specifikáció:

Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek legalább az egyik halmazban szerepelnek!

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $Y_{1..M} \in H^M$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Z_{1..N+M} \in H^{N+M}$
- Előfeltétel: HalmazE(X) és HalmazE(Y)
- Utófeltétel: $Db = N + \sum_{\substack{j=1 \\ Y_j \notin X}}^{M} 1$ és $\forall i (1 \le i \le Db)$: ($Z_i \in X$ vagy $Z_i \in Y$) és HalmazE(Z)

Az első Db elemet használva

12. Unió

Specifikáció$_2$:

- Utófeltétel$_2$: **(**Db,Z**)**=Unió(N,X,M,Y)

Ismerünk két halmazt (tetszőleges típusú elemekkel), meg kell adnunk azokat az elemeket, amelyek legalább az egyik halmazban szerepelnek!

Specifikáció$_3$:

- Utófeltétel$_3$: $(Db,Z) = X + \underset{\substack{j=1 \\ Y_j \notin X}}{\overset{M}{\text{Kiválogat}}}\ Y_j$

Specifikáció:

- Bemenet: $N,M \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $Y_{1..M} \in H^M$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Z_{1..N+M} \in H^{N+M}$
- Előfeltétel: HalmazE(X) és HalmazE(Y)
- Utófeltétel: $Db = N + \sum_{\substack{j=1 \\ Y_j \notin X}}^{M} 1$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db)$: ($Z_i \in X$ vagy $Z_i \in Y$) és HalmazE(Z)

12. Unió

Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N, Y_{1..M} \in H^M$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Z_{1..N+M} \in H^{N+M}$
- Előfeltétel: HalmazE(X) és HalmazE(Y)
- Utófeltétel: $Db = N + \sum_{\substack{j=1 \\ Y_j \in X}}^{M} 1$ és $\forall i(1 \le i \le Db): (Z_i \in X \text{ vagy } Z_i \in Y)$ és HalmazE(Z)

Másolás tétel!

Kiválogatás tétel!

Eldöntés tétel!

Z:=X; Db:=N

j=1..M

i:=1

i≤N és X[i]≠Y[j]

i:=i+1

i>N

I	N
Db:=Db+1	—
Z[Db]:=Y[j]

Változó

i,j:**Egész**

12. Unió

Feladatvariációk:

- Ismerünk két halmazt, meg kell adnunk az elemek együttes számát!
- Ismerünk két halmazt, meg kell adnunk a különbségüket (X\Y)!
- Ismerünk két halmazt, meg kell adnunk azon elemeket, amelyek pontosan az egyikben vannak! $(X \setminus Y \cup Y \setminus X)$

Programozási tételek

- **Sorozat → sorozat**

7. Másolás – függvényszámítás
8. Kiválogatás
9. Rendezés (később lesz)

- **Sorozat → sorozatok**

10. Szétválogatás

- **Sorozatok → sorozat**

11. Metszet
12. Unió