Gyakorló feladat

(09-12. gyak)

1.) A F feladat specifikációja:

$A = (x : \mathbb{N}^+, d : \mathbb{N})$

$B = (x' : \mathbb{N}^+)$

$Q = (x = x')$

$R = (Q \wedge d = szjsz(x))$

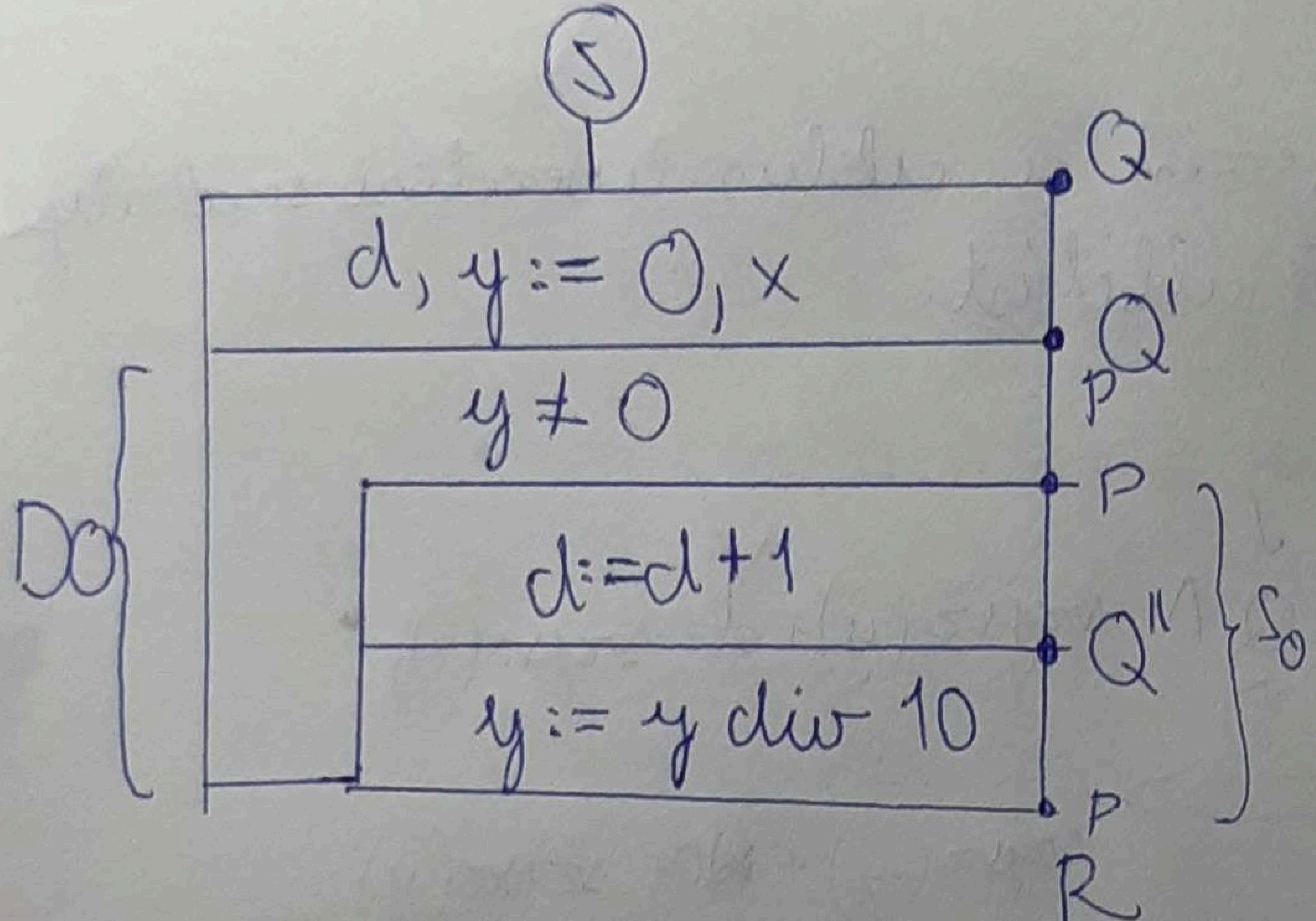
$szjsz : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

$szjsz(0) = 0$

$szjsz(n) = szjsz(n \text{ div } 10) + 1$

ha $n > 0$

2.) S program állapottere: $(x : \mathbb{N}^+, y : \mathbb{N}, d : \mathbb{N})$



- $Q' = (Q \wedge d = 0 \wedge x = y)$
- $P = (Q \wedge szjsz(y) + d = szjsz(x))$
- $t : y$
- $Q'' = (P^{y \leftarrow y \text{ div } 10} \wedge y \neq 0 \wedge y = t_0)$

A specifikáció tétele szerint S program megoldja F feladatot, ha $Q \Rightarrow lf(S, R)$.

Mivel S program egy szekvencia: $((d,y:=0,x);DO)$, ezért a 2 állítás elég a ($Q \Rightarrow \cancel{lf(S,R)}$) bizonyításhoz

1) $\underset{\sim}{Q} \Rightarrow \underbrace{lf((d,y:=0,x),Q')}$

$$d,y \leftarrow 0,x$$

$$(\underset{\sim}{Q} \wedge d=0 \wedge x=y \wedge y\in\mathbb{N} \wedge d\in\mathbb{N})$$

$$\underset{\sim}{Q} \wedge 0=0 \wedge x=x \wedge x\in\mathbb{N} \wedge 0\in\mathbb{N})$$

igaz igaz állapottér szerint: $x\in\mathbb{N}^+$

$\mathbb{N}^+\subset\mathbb{N}$

2) $Q' \Rightarrow lf(DO,R)$

Mivel DO egy ciklus, ezért a ciklus levezetési szabálya szerint elég belátni 5 állítást:

I. $Q' \Rightarrow P$

$$(\underset{\sim}{Q} \wedge d=0 \wedge x=y) \Rightarrow (\underset{\sim}{Q} \wedge szjsz(y)+d=szjsz(x))$$

$$szjsz(y)+\cancel{d}0=szjsz(y)$$

$$szjsz(y)=szjsz(y)$$

mivel szjsz determinisztikus függvény

II. $P \wedge \neg\pi \Rightarrow R$

$$(\underset{\sim}{Q} \wedge szjsz(y)+d=szjsz(x) \wedge y=0) \Rightarrow (\underset{\sim}{Q} \wedge d=szjsz(x))$$

mivel $szjsz(0)=0$ és $y=0$ $\rightarrow$ $0+d=szjsz(x)$

III. $P \Rightarrow \pi \vee \neg \pi$

$$(Q \wedge szjsz(y) + d = szjsz(x)) \Rightarrow (y \neq 0 \cup y = 0)$$

mivel $y \in \mathbb{N}$, ezért (ezz) nincs ~~egyenlőség~~ olyan érték, amire nem lenne igaz

IV. $P \wedge \pi \Rightarrow t > 0$

$$(Q \wedge szjsz(y) + d = szjsz(x) \wedge y \neq 0) \Rightarrow y > 0$$

$$\Rightarrow y : \mathbb{N}^+$$

álapottérben: $y : \mathbb{N}$

V. $P \wedge \pi \wedge t = t_0 \Rightarrow lf(S_0, P \wedge t < t_0)$

A szekvencia levezetési szabálya szerint ~~ennek a~~ elég belátni 2 állítást:

i) $P \wedge \pi \wedge t = t_0 \Rightarrow \underbrace{lf((d := d+1), Q'')}$

$$(P^{\,y \leftarrow y \text{ div } 10} \wedge y \neq 0 \wedge y = t_0)^{d \leftarrow d+1}$$

$t : y$

$$(Q \wedge szjsz(y) + d = szjsz(x) \wedge y \neq 0 \wedge \cancel{y} t = t_0) \Rightarrow$$

$$Q \wedge szjsz(y \text{ div } 10) + d + 1 = szjsz(x) \wedge y \neq 0 \wedge y = t_0$$

$$szjsz(y \text{ div } 10) = szjsz(y) - 1$$

$$szjsz(y) - 1 + d + 1 = szjsz(x)$$

ii) $Q'' \Rightarrow lf((y := y \text{ div } 10), P \land t < t_0)$

$(P \land t < t_0)^{y \leftarrow y \text{ div } 10}$

$(Q \land \text{szjsz}(y \text{ div } 10) + d = \text{szjsz}(x) \land y \neq 0 \land y = t_0) \Rightarrow$

$(Q \land \text{szjsz}(y \text{ div } 10) + d = \text{szjsz}(x) \land y \text{ div } 10 < t_0)$

~~mivel $y \neq 0$,~~

*

~~t_0 div $10 < t$~~

mivel $y \neq 0$, ezért

az szjsz(y) ~~értéke csökken~~

függvény lefutása

után csökken az y értéke,

* mivel $y \neq 0$, ezért

$y \text{ div } 10 < y$, és

mivel $y = t_0$, ezért

$y \text{ div } 10 < t_0$ igaz