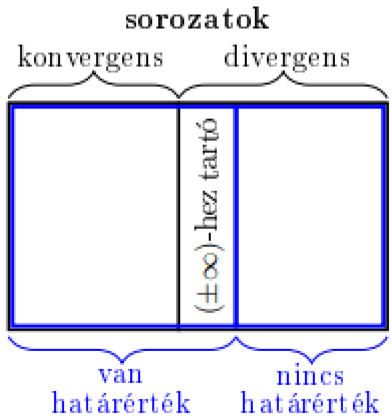
KONVERGENCIA



- **TEHÁT** *konvergens* ha van határértéke R-en, *divergens* ha nincs határérték VAGY a határérték +- végtelen
- **MINDEN** harmonikus sor korlátos
- mértani sor akkor korlátos ha:

$$x_n := q^n \qquad (n \in \mathbb{N}_0)$$

mértani sorozat $|q| \leq 1$ esetén korlátos, $|q| > 1$ esetén pedig nem korlátos

Feladatnál:

- hozd egyszerűbb alakra first, itt summa nono
- írd fel summával az egyszerűbb alakot, kell a végtelen fölé

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-3}{5}\right)^n + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n}$$

- helyettesítsd be a summa alatti számot
- számold ki az eredményt lol
- you’re done

KONVERGENCIASUGÁR ÉS KONVERGENCIAHALMAZ

Feladatnál:

- szedd ki a_n-t a megadott ocsmányságból, a cél hogy x^n maradjon kint de az se baj, ha valami összetettebb, amíg n-edik hatványon van

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \qquad a_n = \frac{2^n}{n+3} \qquad a_n = \frac{1}{\sqrt{n^3+n+1}}$$

- if n-edik hatványon van az a_n is then vonjunk n-edik gyököt belőle és határozzuk meg hova tart na az lesz a konv.sugár

$$\sqrt[n]{|a_n|} = 1 + \frac{1}{n} \to 1$$

- else if csak a tört alsó része van n-edik hatványon
  - akkor azt is gyökteleníthetjük és a nevező lesz az érték ami kelleni fog

$$\sqrt[n]{|a_n|} = \frac{2}{\sqrt[n]{n+3}} \to 2$$

  - then vizsgáljuk meg a gyököt:

$$\sqrt[n]{n} \leq \sqrt[n]{n+3} \leq \sqrt[n]{n+3n} = \sqrt[n]{4} \cdot \sqrt[n]{n} \to 1 \cdot 1 = 1$$

  - fogjuk a két számot és bumm megvan a konv.sugár

konv sugara $\frac{1}{2}$

- else aka ha nem tudunk gyököt vonni (vagy nem akarunk lol) akkor ott a másik method: lim és moduluszba elosztjuk a_n-t a_{n+1}-el

$$\lim \left(\frac{|a_n|}{|a_{n+1}|}\right)$$

  - egyszerűsítjük amennyire lehet majd megnézzük hova tart és megvan a konv.sugár
- mosthogy már van konv.sugár a konv.halmaz jön
- fogod a megmaradt elemet és moduluszban rakod na ez kisebb mint a konv.sugár és ezt tovább vezetve megkapod x mi között mozog

$$|x+2| < 2 \Rightarrow -2 < x+2 < 2$$

$$-4 < x < 0$$

- felírod a KH-t, ha nem x^n van akkor azt teljesen ki kell írni, ha megvan adva n akkor minden kell

$$KH\left(\sum (a_n x^n)\right) = (-4, 0) \quad KH\left(\sum (a_n (x-3)^n\right) = \left[\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right) \quad KH\left(\sum_{n=1} \left(\frac{2^{n-1}}{2n-1} \cdot (3x-1)^n\right)\right) = \left[\frac{1}{6}, \frac{1}{2}\right)$$

- done

HATÁRÉRTÉK

Feladatnál:

- hozd egyszerűbb alakra first, itt lim nono
- írd fel limesszel az egyszerűbb alakot
- helyettesítsd be a lim alatti számot
- számold ki az eredményt lol
- you’re done
- EXCEPT ha igazolni is kell :c
- vond ki az egyszerűsített alakból a kapott eredményt, well csak írd fel a kivonást moduluszba, na ez kisebb mint fordított 3

$$\left| \frac{x(x+3)}{x+1} - \frac{10}{3} \right| < \varepsilon$$

- DE fordított 3 > 0 és fenáll hogy x != <a lim alatti szám> akkor ki kell számolni |x - < a lim alatti szám>| < 1-et
- ezt tovább vezetve megkapod x mi között mozog ennyi elég lesz xd

SZAKADÁS

Definíció (szakadási helyek osztályozása). Legyen $f \in \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Azt mondjuk, hogy az $a \in \mathcal{D}_f$ az f függvény **szakadási helye**, ha $f \notin \mathfrak{C}[a]$. A szakadás

- **elsőfajú**, ha $\exists\, f(a \pm 0) \in \mathbb{R}$, speciálisan
  1. **megszüntethető szakadás**ról beszélünk, ha $f(a-0) = f(a+0)$;
  2. **ugrás**ról beszélünk, ha $f(a-0) \neq f(a+0)$. Az $|f(a+0) - f(a-0)|$ számot az f függvény a **pontbeli ugrásá**nak nevezzük.
- **másodfajú**, ha nem elsőfajú.

TEHÁT *másodfajú* ha a határérték valahol +- végtelen lesz vagy ha nincs határértéke az egyik szakadási végnek másképp *elsőfajú*

Feladatnál:

- felírod hogy hol folytonos

f folytonos $(-\infty, 0)$, $(0, 1)$, $(1, +\infty)$ intervallumokon

- leolvasod a szakadási pontokat és egyesével megvizsgálod őket, kezdetben elég ha felírod, hogy a = <insert number> szakadási pont
- megnézed tudsz e valahol egyszerűsíteni ha igen akkor doso
- felírod, hogy lim f alatta <szakadási pont> - 0 és aztán lim f alatta x -> <szakadási pont> - 0 és a fentebb lévő valamit <vagy egyszerűbb alakját>
- helyetesítsd be a szakadási pont számát

$$\lim_{6-0} f = \lim_{x \to 6-0} \sqrt{x+3} = 3 = f(6)$$

- csináld meg ugyanezt + 0 ra az alsót használva most

$$\lim_{6+0} f = \lim_{x \to 6+0} \frac{\sin(x-12)}{x-6} = 2 \lim_{x \to 6-0} \frac{\sin(2x-12)}{2x-12} = 2 \cdot 1 = 2$$

- nézd meg h a kettő egyenlő-e

$$\lim_{6-0} f = 3 \neq 2 = \lim_{6+0} f$$

- állapítsd meg a szakadást
- repeat a többi szakadási pontra