

1. Tekintsük az alábbi függvényeket!

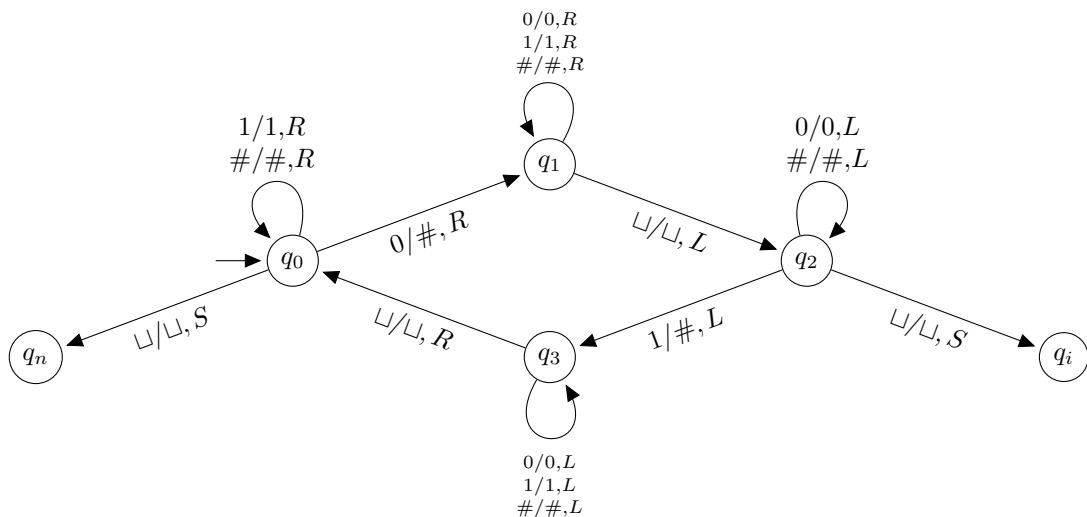
$$f(n) = (n^2 + \sqrt{n})3^n, \quad g(n) = n^2 3^n + n^3 2^n, \quad h(n) = 3^n + n^4.$$

Az alábbi állítások közül melyek igazak?

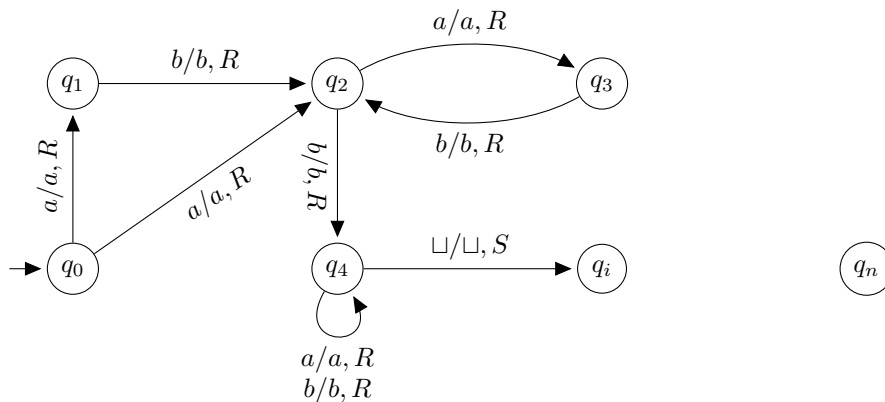
$$f(n) = \Omega(g(n)), \quad g(n) = \Omega(f(n)), \quad g(n) = O(h(n)), \quad h(n) = O(g(n)).$$

Röviden indokoljuk is a választ! (Kellően részletes számolás megfelel indoklásnak.)

2. Az $M = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_i, q_n\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \sqcup, \#\}, \delta, q_0, q_i, q_n \rangle$ determinisztikus Turing-gép állapotátmenetei az alábbi átmenetdiagrammal vannak megadva.



- (a) Adjuk meg a 100 szóhoz tartozó kezdőkonfigurációból valamely megállási konfigurációba a konfigurációátmenetek sorozatát!
- (b) Adjuk meg az M Turing gép által felismert $L(M)$ nyelvet! A választ röviden indokoljuk is!
- (c) Adjunk aszimptotikusan éles becslést M időigényére!
3. Az $M = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_i, q_n\}, \{a, b\}, \{a, b, \sqcup\}, \delta, q_0, q_i, q_n \rangle$ nemdeterminisztikus Turing gép átmeneteit az alábbi diagram szerint definiáljuk.



- (a) Adjunk meg egy elfogadó és egy nem elfogadó számítást is az $abab$ bemenetre. Ez alapján $abab \in L(M)$ és $abab \notin L(M)$ közül melyik áll fenn?
- (b) Határozzuk meg az M által felismert nyelvet, röviden indokoljuk is a választ!
4. (a) Adjunk meg egy olyan **egyszalagos** Turing-gépet, ami kiszámítja az $f : u \mapsto u^{-1}$ szófüggvényt, ahol $u \in \{0, 1\}^*$!
- (b) Adjunk aszimptotikusan éles becslést a készített gép időigényére!
5. (a) Készítsünk az $L = \{uxby \mid u, x, y \in \{a, b\}^*, |u| = |xby|\}$ nyelvet eldöntő Turing-gépet! (L tehát olyan $\{a, b\}$ feletti páros hosszú szavakból áll, amelyeknek a második felében van legalább egy b betű.) A készített gép **lehet többszalagos** is.
- (b) Adjunk aszimptotikusan éles becslést a készített gép időigényére!