

Az <https://election.inf.elte.hu/> oldalon regisztráljon mindenki az alábbi kóddal: **JXSLTM**

Numerikus módszerek C

Vizsga információ és Minta vizsga

Gergó Lajos

ELTE IK

- A vizsga írásbeli és szóbeli részből áll, az írásbeli rész a Canvasban 15 darab feleletválasztós kérdést tartalmaz és 45 perc alatt kell megoldani.
- Minden kérdésre egyetlen jó válasz adható, minden jó válasz 1 pontot ér, így összesen 15 pont szerezhető az írásbeli részben.
- 0-7 pontig elégtelen a vizsga eredménye.
- 8-11-pontig elégséges, 12-15-pontig közepes jegyet ajánlunk meg, amit elfogadás esetén még aznap a Neptunban rögzítünk.
- Akinek sikerült az írásbeli vizsgája és javítani szeretne, szóbelizhet a 4-es, 5-ös jegyért a Teams-en keresztül. Ekkor a szóbeli vizsgázó hallgatótól felkészülési idő nélkül, egy tételt kérdezzünk bizonyítással az előzetesen közzé tett tételjegyzékből.

- A szóbeli vizsgán lehet rontani is, ha valaki nem tudja a kért anyagot!
- Összesen négy vizsga alkalmat tervezünk, minden egyes vizsgán 50-es létszámkorláttal. Ez a korlátozás azért van, hogy a szóbeli részt is meg tudjuk oldani még azon a napon.
- A vizsgák május 26, június 4, június 11, és június 18 csütörtöki napokon lesznek és délelőtt 8:30-kor kezdődnek.
- A szóbeli vizsgák 10 órakor kezdődnek azzal, hogy addigra a Canvasban közzé tettük a vizsgázók névsorát időbeosztással együtt. A vizsgáztató Teams-ben meghívja a vizsgázót a megadott időpontban, akinek akkorra készen kell állnia és mikrofonnal, kamerával kell rendelkeznie. (Pl. egy laptop beépített mikrofonnal és kamerával teljesen megfelel).
- További technikai részletek és a tételjegyzék az utolsó előadáson, május 12-én lesznek közzé téve!

1. Kérdés

Az $M(5, -3, 3)$ számhalmazban mennyi az ábrázolás relatív pontossága (ε_1)?

- ① 2^{-8}
- ② $\frac{1}{2} 2^{-3}$
- ③ 2^{-5}

2. Kérdés

Mennyi a Gauss-elimináció illetve a visszahelyettesítés műveletigénye?

- ❶ $\frac{2}{3}n^3 + \mathcal{O}(n^2)$ illetve $n^2 + \mathcal{O}(n)$,
- ❷ $2n^3 + \mathcal{O}(n^2)$ illetve $n^2 + \mathcal{O}(n)$,.

3. Kérdés

Mennyi az alábbi mátrix fél sávzélessége?

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

① 1

② 2

③ 3

4. Kérdés

Szigorúan diagonálisan domináns-e az alábbi mátrix?

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

- ① Igen, a soraira.
- ② Igen, az oszlopaira.
- ③ Igen, a soraira és az oszlopaira is.
- ④ Se a soraira, se az oszlopaira.

5. Kérdés

Tekintsük az alábbi interpolációs alappontokat:

$x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2$. Melyik nem lesz az adott alappontokhoz tartozó Lagrange-alappolinom?

1 $\frac{(x-1)(x-2)}{2}$

2 $\frac{x(x-2)}{2}$

3 $\frac{x(x-1)}{2}$

6. Kérdés

Tekintsük az $M(t, k^-, k^+)$ gépi számok halmazát! $M_\infty, \epsilon_0, \epsilon_1$ az ábrázolás nevezetes paraméterei. Melyik formula helyes az alábbiak közül:

① $M_\infty = 2^{k^+}$

② $\epsilon_0 = 2^{k^-}$

③ $\epsilon_1 = 2^{1-t}$

7. Kérdés

Mi az S helyes értéke a Gauss-elimináció transzformációs képletében?

$$a_{i,j}^{(k)} = a_{i,j}^{(k-1)} + S \cdot a_{k,j}^{(k-1)}$$

① $S = -a_{i,k}^{(k-1)}$

② $S = -\frac{a_{i,k}^{(k-1)}}{a_{k,k}^{(k-1)}}$

③ $S = \frac{a_{i,k}^{(k-1)}}{a_{k,k}^{(k-1)}}$

8. Kérdés

Legyen $\|x\|$ egy rögzített vektornorma, $\|A\|$ pedig az általa indukált mátrixnorma. Legyen továbbá $\|A\|_m$ egy tetszőleges mátrix norma. Ha teljesül az alábbi egyenlőtlenség $\|Ax\| \leq \|A\|_m \|x\|$ minden x vektorra, melyik igaz az alábbi összefüggések közül?

- ① $\|A\| = \|A\|_m$
- ② $\|A\| \leq \|A\|_m$
- ③ $\|A\| > \|A\|_m$

9. Kérdés

Melyik nem igaz a mátrix kondíció számával kapcsolatos összefüggések közül? Legyen A invertálható mátrix, $\text{cond}(A)$ jelölje a kondíció számát!

- ❶ $\text{cond}(A) \geq 1$
- ❷ $\text{cond}(cA) = c \cdot \text{cond}(A)$, ahol $c \neq 0$ szám.
- ❸ $\text{cond}(A) = \text{cond}(A^{-1})$
- ❹ Ha A szimm. poz.def, akkor $\text{cond}(A) = \frac{\max \lambda_i}{\min \lambda_i}$

10. Kérdés

A $\phi(x)$ függvény melyik fontos tulajdonsága következik az alábbi feltételből? $\phi \in C^1[a, b]$ és $|\phi'(x)| < 1$ teljesül $\forall x \in [a, b]$?

- ❶ A ϕ szigorúan monoton növekedő függvény $[a, b]$ intervallumon.
- ❷ $\exists x^* \in [a, b]$ úgy, hogy $x^* = \phi(x^*)$.
- ❸ A ϕ függvény kontrakció az $[a, b]$ intervallumon.
- ❹ A ϕ függvénynek van zérushelye az $[a, b]$ intervallumon.

11. Kérdés

Az alábbi iterációk közül melyik lesz bizonyos feltételek mellett másodrendben konvergens iteráció?

❶ $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

❷ $x_{n+1} = x_{n-1} - \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{(f(x_n) - f(x_{n-1}))}$

❸ $x_{n+1} = \phi(x_n)$, ahol ϕ kontrakció és $\phi'(x^*) \neq 0$

12. Kérdés

Az alábbi feltételek adottak a Newton iteráció monoton konvergencia tételének feltételei közül:

- $f \in C^2[a, b]$
- $\exists x^* \in [a, b]$ úgy hogy $f(x^*) = 0$
- $f'(x) \neq 0$ és $f''(x) \neq 0$

Melyik a hiányzó feltétel az alábbiak közül?

- 1 $x_0 \in [a, b]$ tetszőleges.
- 2 $x_0 \in [a, b]$ úgy, hogy $f(x_0)f''(x_0) < 0$
- 3 $x_0 \in [a, b]$ úgy, hogy $f(x_0)f''(x_0) > 0$
- 4 $x_0 \in [a, b]$ úgy, hogy $f(x_0)f''(x_0) = 0$

13. Kérdés

Az interpoláció hibatételének feltételei mellett, a bizonyításban szereplő $g_x(z)$ függvényre melyik nem igaz?

- ❶ $g_x \in C^{n+1}[a, b]$
- ❷ $g_x^{(n+1)}(z) = (n+1)!$
- ❸ g_x -nek $n+2$ darab különböző zérushelye van $[a, b]$ -ben.
- ❹ g'_x -nek van zérushelye az $[a, b]$ -ben.

14. Kérdés

Az $[A|A_{1,1}]$ Schur-komplementer pozitív definitiségének a bizonyításában hogyan választjuk meg az $x_2 \in \mathbb{R}^{n-k}$ $x_2 \neq 0$ vektorhoz az $x_1 \in \mathbb{R}^k$ vektort?

❶ $A_{2,1}x_1 + A_{2,2}x_2 = 0$

❷ $x_1 = -A_{1,1}^{-1}A_{1,2}x_2$

❸ $A_{1,1}x_1 + A_{1,2}x_2 \neq 0$

15. Kérdés

Legyen az

$$\int_0^1 f(x) dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1) + A_2 f(x_2)$$

3 pontos interpolációs kvadratura formula. Melyik nem igaz az alábbi összefüggések közül?

- ❶ $A_0 + A_1 + A_2 = 1$
- ❷ $A_0 x_0 + A_1 x_1 + A_2 x_2 = \frac{1}{2}$
- ❸ $A_0 x_0^2 + A_1 x_1^2 + A_2 x_2^2 = 1$