ITERÁCIÓS SOROZAT

Iterálás

> $\varphi(x)$ = az x_{k+1} de x_k helyett marad az x

> az adott intervallum 2 pontját behelyettesítjük φ-be

pl. [a,b] akkor számolun φ(a)-t és φ(b)-t

> nézzük meg hogy φ[[a,b]] = [φ(a), φ(b)] az részhalmaza e [a,b]nak

> lederiváljuk φ(x)-et

> becsüljük felül aka elég belátni hogy ha behelyettesítünk a deriváltba akkor $|\varphi'(\xi)| < 1$

> az 1 előtti törtszám lesz a q kontrakciós együttható

> ha minden kijön igazra akkor konvergens

Hibabecslés

> $|x_k - x^*| \leq q^k \cdot |x_0 - x^*|$ ba behelyettesítjük q-t

> ez kisebb egyenlő mint $q^k \cdot (b - a)$

> ezt megint felül lehet becsülni addig amíg ki nem jön valami értelmes

NEMLINEÁRIS EGYENLET

Van e gyök

> helyettesítsük be f(x)be az [a,b] intervallum végeit

> HA f(a) és f(b) különböző előjelű akkor a Bolzano tétel szerint van gyök

Newton módszer

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

> csak szimplán be kell helyettesíteni $f(x_k)$ helyeibe ÉS x_{k+1} meg x_k marad ugyanúgy

Konvergenciafeltételek

> megnézzük az első derivált előjelét

> megnézzük a második derivált előjelét

> felírjuk hogy $f(x_0) * f''(x_0) > 0 \iff$ hogy mit tudtunk meg $f'(x_0)$ (< vagy > 0)

> tippeld meg x-et x_0 hoz képes

ALAPPONTOKON INTERPOLÁLÓ POLINOM

Lagrange alak

> annyi darab l lesz ahány alappont van ($l_0$tól kezdődik)

> vesszük sorra a pontokat és az felírjuk az l-eket

pl.
$$\ell_0(x) = \frac{(x-4)(x-9)}{(1-4)(1-9)} = \frac{1}{24}(x-4)(x-9),$$
$$\ell_1(x) = \frac{(x-1)(x-9)}{(4-1)(4-9)} = -\frac{1}{15}(x-1)(x-9),$$
$$\ell_2(x) = \frac{(x-1)(x-4)}{(9-1)(9-4)} = \frac{1}{40}(x-1)(x-4).$$

> sorra behelyettesítjük a függvénybe az alappontokat

> felírjuk $L_2(x)$-et, $L_2(x) = f(x_0) \cdot l_0(x) + f(x_1) \cdot l_1(x) + f(x_2) \cdot l_2(x)$

Newton alak

> készítünk egy táblázatot:

x_i	$f(x_i)$	$f[x_i, x_{i+1}]$	$f[x_i, x_{i+1}, x_{i+2}]$

> az első oszlopba kerülnep az alappontok

> annyi oszlop lesz ahány alappont meg van adva

> kitöljük az első jobb oldali oszlopot azzal hogy behelyettesítünk

> a többi oszlopot úgy töltjük ki, hogy:

x_i	$f(x_i)$	$f[x_i, x_{i+1}]$	$f[x_i, x_{i+1}, x_{i+2}]$
1	**1**		
4	2	$\frac{2-1}{4-1} = \mathbf{\frac{1}{3}}$	
9	3	$\frac{3-2}{9-4} = \frac{1}{5}$	$\frac{\frac{1}{5}-\frac{1}{3}}{9-1} = -\mathbf{\frac{1}{60}}$

> az átlót bekeretezzük

> felírjuk $N_2(x)$-et, hogy felhasználjuk az átlót

pl
$$N_2(x) = 1 + \frac{1}{3}(x-1) - \frac{1}{60}(x-1)(x-4).$$

Másodfokú polinommá

> T_3 gyökei az adott [a,b] intervallumon:

$$x_0 = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2},$$
$$x_1 = \cos\left(\frac{3\pi}{6}\right) = 0,$$
$$x_2 = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

> behelyettesítünk φ(x) = (a + b) / 2 + (b – a) / 2 · x, ahol a és b az intervallum végei

> a kapott egyenletbe sorra behelyettesítjük a fenti x-eket és kapunk 3 y értéket

> hibabecsléshez meg próbáljunk meg behelyettesíteni ebbe: $\|f - L_n\|_\infty \leq \frac{M_{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{(b-a)^{n+1}}{2^{2n+1}}$

> Mhez ki kell számolni az f függvény (n+1). deriváltját és azt kell felül becsülni az adott [a,b] intervallumon

NÉGYZETESEN KÖZELÍTŐ

!! Summa 1 a meadott pontok száma

!! Summa x^n => az xeket kell hatványozni és azokat összeadni

!! Gauss csak akkor kell ha nem nullák a bal alsó értékek

Egyenes

$$\begin{bmatrix} \sum 1 & \sum x_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \end{bmatrix}$$

> kiszámoljuk a szükséges summákat

> behelyettesítünk a fenti képletbe

> Gauss elimináció

> kiszámoljuk a_0 és a_1 értékeit a megkapott egyenletrendszerből

> p1(x) = a_1 * x + a_0

Parabola

$$\begin{bmatrix} \sum 1 & \sum x_i & \sum x_i^2 \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 \\ \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 y_i \end{bmatrix}$$

> kiszámoljuk a szükséges summákat

> behelyettesítünk a fenti képletbe

> Gauss elimináció

> kiszámoljuk a_0, a_1 és a_2 értékeit a megkapott egyenletrendszerből

> p2(x) = $a_2 * x^2 + a_1 * x + a_0$

HATÁROZOTT INTEGRÁLT

!! f a függvény (dx nélkül bal oldal), az alsó (kisebb) érték és b a felső (nagyobb) érték

Érintő formula

$$E(f) = (b-a) f\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

> helyettesítsünk be a fenti képletbe ahol

$$\left| \int_a^b f(x)\, \mathrm{d}x - E(f) \right| \leq \frac{M_2}{24} \cdot (b-a)^3$$

> a hibabecsléshez kell f(x) másodfokú deriváltja és ennek a felül becslése az [a,b] intervallumon

> azután meg szimplán helyettesítsünk be

Trapéz formula

$$T(f) = \frac{b-a}{2}(f(a) + f(b))$$

> helyettesítsünk be a fenti képletbe

$$\left| \int_a^b f(x)\, \mathrm{d}x - T(f) \right| \leq \frac{M_2}{12} \cdot (b-a)^3.$$

> a hibabecsléshez kell f(x) másodfokú deriváltja és ennek a felül becslése az [a,b] intervallumon

> azután meg szimplán helyettesítsünk be

Simpson formula

$$S(f) = \frac{b-a}{6}\left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right)$$

> helyettesítsünk be a fenti képletbe ahol

$$\left|\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x - S(f)\right| \leq \frac{M_4}{4!\cdot 5!}(b-a)^5.$$

> a hibabecsléshez kell f(x) negyedfokú deriváltja és ennek a felül becslése az [a,b] intervallumon

> azután meg szimplán helyettesítsünk be