a)A relációs algebrai optimalizáció olyan folyamat, amely a lekérdezések hatékony végrehajtását célozza meg, az elemzőfától, azaz a logikai lekérdezéstervtől kiindulva, egészen a fizikai lekérdezésterv kialakításáig terjed. Ennek a folyamatnak a lényege az, hogy a rendelkezésre álló adatokon végzett műveletek során a lehető leggyorsabb és hatékonyabb működést érjük el a lekérdezés végrehajtása során.

b)Az ekvivalens kifejezések matematikai kifejezések, melyek ugyanazt az értéket vagy tulajdonságot fejezik ki bármely érvényes bemenet esetén. Más szóval, két kifejezés akkor tekinthető ekvivalensnek, ha minden lehetséges bemenetre nézve ugyanazt a logikai értéket (igaz vagy hamis) eredményezik.

c)Az optimalizáló a következő heurisztikus elveken alapul:

1. A lekérdezésfában minél korábban alkalmazott kiválasztás (szűrés) révén kisebb méretű részkifejezéseket kapunk, ami gyakran eredményez hatékonyabb végrehajtást.

2. Amennyire lehetséges, kihasználjuk a természetes összekapcsolás előnyeit, mivel ez az összekapcsolás gyakran hatékonyabb lehet, mint más összekapcsolási módszerek.

3. Az egymás utáni unáris műveletek (például kiválasztások és vetítések) kombinálása vagy összevonása révén csökkenthetjük a műveletek számát és optimalizálhatjuk a kifejezést.

4. Keressünk és csoportosítsunk össze közös részkifejezéseket annak érdekében, hogy azokat csak egyszer számoljuk ki, ezzel csökkentve az ismétlődő számítások számát.

d)Algebrai optimalizáció szabályai:

1. Kommutatív operátorok: természetes összekapcsolás, descartes szorzat, unió, metszet.
2. Asszociatív szabályok: természetes összekapcsolás, descartes szorzat, unió, metszet.
3. Legyen A és B két részhalmaza az E relációnak úgy, hogy $A \subseteq B$. Ekkor $\Pi_A(\Pi_B(E)) \cong \Pi_A(E)$.
4. Kiválasztások felcserélhetősége, felbontása: Legyen F1 és F2 az E reláció oszlopain értelmezett kiválasztási feltétel. Ekkor $\sigma_{F1 \wedge F2}(E) \cong \sigma_{F1}(\sigma_{F2}(E)) \cong \sigma_{F2}(\sigma_{F1}(E))$.
5. Legyen F az E relációnak csak az A oszlopain értelmezett kiválasztási feltétel. Ekkor $\Pi_A(\sigma_F(E)) \cong \sigma_F(\Pi_A(E))$.
6. Kiválasztás és szorzás felcserélhetősége: Legyen F az E1 reláció oszlopainak egy részhalmaza értelmezett kiválasztási feltétel. Ekkor $\sigma_F(E1 \times E2) \cong \sigma_F(E1) \times E2$.
7. Kiválasztás és egyesítés felcserélhetősége: Legyen E1, E2 relációk sémája megegyező, és F a közös sémán értelmezett kiválasztási feltétel. Ekkor $\sigma_F(E1 \cup E2) \cong \sigma_F(E1) \cup \sigma_F(E2)$.
8. Kiválasztás és a kivonás felcserélhetősége: Legyen E1, E2 relációk sémája megegyező, és F a közös sémán értelmezett kiválasztási feltétel. Ekkor $\sigma_F(E1) \setminus E2) \cong \sigma_F(E1) \setminus \sigma_F(E2)$.
9. Kiválasztás és a természetes összekapcsolás felcserélhetősége: Legyen F az E1 és E2 közös oszlopainak egy részhalmaza értelmezett kiválasztási feltétel. Ekkor $\sigma_F(E1 |\times| E2) \cong \sigma_F(E1) |\times| \sigma_F(E2)$.
10. Vetítés és a szorzás felcserélhetősége: Legyen i=1,2 esetén Ai az Ei reláció oszlopainak egy halmaza, és legyen $A = A1 \cup A2$. Ekkor $\Pi_A(E1 \times E2) \cong \Pi_{A1}(E1) \times \Pi_{A2}(E2)$.
11. Vetítés és egyesítés felcserélhetősége: Legyen E1 és E2 relációk sémája megegyező, és legyen A a sémában szereplő oszlopok egy részhalmaza. Ekkor $\Pi_A(E1 \cup E2) \cong \Pi_A(E1) \cup \Pi_A(E2)$.

e)Algebrai optimalizációs algoritmus:

INPUT: relációs algebrai kifejezés kifejezésfája.

OUTPUT: optimalizált kifejezésfa optimalizált kiértékelése.

Hajtsuk végre az alábbi lépéseket a megadott sorrendben:

1. A kiválasztásokat bontsuk fel a 4. szabály segítségével: $\sigma F1\wedge...\wedge Fn(E) \cong \sigma F1(...(\sigma Fn(E)))$
2. A kiválasztásokat a 4., 5., 6., 7., 8., 9. szabályok segítségével vigyük olyan mélyre a kifejezésfában, amilyen mélyre csak lehet.
3. A vetítéseket a 3., 5., 10., 11. szabályok segítségével vigyük olyan mélyre a kifejezésfában, amilyen mélyre csak lehet. Hagyjuk el a triviális vetítéseket, azaz az olyanokat, amelyek az argumentum reláció összes attribútumára vetítenek.
4. Ha egy relációs változóra vagy konstans relációra közvetlenül egymás után kiválasztásokat vagy vetítéseket alkalmazunk, akkor ezeket a 3., 4., 5., 6., 7., 8., 9. szabályok segítségével vonjuk össze egy kiválasztássá, vagy egy vetítéssé, vagy egy kiválasztás utáni vetítéssé, ha lehet (azaz egy Π.(σ.()) alakú kifejezéssé). Ezzel megkaptuk az optimalizált kifejezésfát.
5. A gráfot a bináris műveletek alapján bontsuk részgráfokra. Minden részgráf egy bináris műveletnek feleljen meg. A részgráf csúcsai legyenek: a bináris műveletnek (∪,---,×) megfelelő csúcs és a csúcs felett a következő bináris műveletig szereplő kiválasztások (σ) és vetítések (Π). Ha a bináris művelet szorzás (×), és a részgráf equi-joinnak felel meg, és a szorzás valamelyik ága nem tartalmaz bináris műveletet, akkor ezt az ágat is vegyük hozzá a részgráfhoz.
6. Az előző lépésben kapott részgráfok is fát képeznek. Az optimális kiértékeléshez ezt a fá értékeljük ki alulról felfelé haladva, tetszőleges sorrendben.

f) 4 példa a lentiekből:

1. **Kommutatív operátorok szabálya:**
   - Példa: $R \cup S \equiv S \cup R$
2. **Asszociatív szabályok:**
   - Példa: $R \cap (S \cap T) \equiv (R \cap S) \cap T$
3. **Legyen A és B két részhalmaza az E relációnak úgy, hogy A ⊆ B. Ekkor Π A(Π B(E)) ≅ Π A(E):**
   - Példa: Ha $A = \{A_1, A_2\}$ és $B = \{A_1, A_2, A_3\}$, akkor $\Pi_A(\Pi_B(E)) \equiv \Pi_A(E)$
4. **Kiválasztások felcserélhetősége, felbontása:**
   - Példa: $\sigma_{A>10 \wedge B<5}(E) \equiv \sigma_{A>10}(\sigma_{B<5}(E))$

5. **Legyen F1 és F2 az E reláció oszlopain értelmezett kiválasztási feltétel. Ekkor σF1∧F2(E) ≅ σF1(σF2(E)) ≅ σF2(σF1(E)):**
   - Példa: $\sigma_{A>10 \wedge B<5}(E) \equiv \sigma_{A>10}(\sigma_{B<5}(E)) \equiv \sigma_{B<5}(\sigma_{A>10}(E))$
6. **Legyen F az E relációnak csak az A oszlopain értelmezett kiválasztási feltétel. Ekkor Π A(σF(E)) ≅ σF(Π A(E)):**
   - Példa: $\Pi_A(\sigma_{A>10}(E)) \equiv \sigma_{A>10}(\Pi_A(E))$
7. **Kiválasztás és szorzás felcserélhetősége:**
   - Példa: $\sigma_{A>10}(E_1 \times E_2) \equiv \sigma_{A>10}(E_1) \times E_2$
8. **Kiválasztás és egyesítés felcserélhetősége:**
   - Példa: $\sigma_{A>10}(E_1 \cup E_2) \equiv \sigma_{A>10}(E_1) \cup \sigma_{A>10}(E_2)$
9. **Kiválasztás és a kivonás felcserélhetősége:**
   - Példa: $\sigma_{A>10}(E_1 \setminus E_2) \equiv \sigma_{A>10}(E_1) \setminus \sigma_{A>10}(E_2)$
10. **Kiválasztás és a természetes összekapcsolás felcserélhetősége:**
    - Példa: $\sigma_{A=B}(E_1| \times |E_2) \equiv \sigma_{A=B}(E_1)| \times |\sigma_{A=B}(E_2)$
11. **Vetítés és a szorzás felcserélhetősége:**
    - Példa: $\Pi_A(E_1 \times E_2) \equiv \Pi_{A_1}(E_1) \times \Pi_{A_2}(E_2)$