Problem 1

# **CODE:**

% PROBLEM 1

close all

clear

clc

% Define the system parameters

m1 = 20; % kg

m2 = 40; % kg

m3 = 30; % kg

k1 = 2000; % N/m

k2 = 4000; % N/m

% Define the system matrices

Ap = [0 0 0 1 0 0;

0 0 0 0 1 0;

0 0 0 0 0 1;

-k1/m1 k1/m1 0 0 0 0;

k1/m2 (-k1-k2)/m2 k2/m2 0 0 0;

0 k2/m3 -k2/m3 0 0 0]

Bp = [0; 0; 0; 1/m1; 0; 0]

Dp = [0; 0; 0; 1/m1; 0; 0]

Cp2 = [0 0 1 0 0 0]

By2 = 0

Dy = 0

% Lumped system representation

A = Ap;

B = [Dp Bp];

C = [zeros(size(Cp2)); Cp2];

D = [Dy zeros(size(By2)); zeros(size(Dy)) By2];

S = ltisys(A, B, C, D)

% State-feedback controller G1 to minimize the energy-to-peak gain Γep

r = size(By2);

obj = [0 0 0 1]; % Optimal H2 control design objective

region = lmireg; % h (half-plane) --> l (LHP, i.e., Re(z) < x0) --> -1 (x0 = -1)

[g1opt, g2opt, G1, Scl, X] = msfsyn(S, r, obj, region)

% Closed-loop system

Acl = Ap + Bp\*G1

h2\_norm = norm2(Scl)

% Scl = ss(Acl, [Dp zeros(size(Bp))], C, D)

% h2\_norm = norm(Scl, 2)

% Verification

if((h2\_norm < g2opt) && all(real(eig(Acl)) < -1.0))

disp('Verification of H2 norm and pole location constraints successful!')

else

disp('Verification of H2 norm and pole location constraints failed!')

end

% Define the lumped (disturbance + control) input

t = 0:0.01:10;

w\_amplitude = 100.0;

w\_duration = 2;

w\_pulse = w\_amplitude \* (t >= 0 & t <= w\_duration);

u = zeros(size(w\_pulse));

w = [w\_pulse; u];

% Simulate the open-loop system response

Sol = ss(A, B, C, D)

[y\_ol, t\_out, x\_ol] = lsim(Sol, w', t);

% Plot the results

figure;

sgtitle('Open-Loop System Response');

subplot(3, 1, 1);

plot(t, w(1, :), t, w(2, :));

legend('W', 'U');

subplot(3, 1, 2);

plot(t, x\_ol(:, 1), ...

t, x\_ol(:, 2), ...

t, x\_ol(:, 3), ...

t, x\_ol(:, 4), ...

t, x\_ol(:, 5), ...

t, x\_ol(:, 6) ...

);

legend('X1', 'X2', 'X3', 'X4', 'X5', 'X6');

subplot(3, 1, 3);

plot(t, y\_ol(:, 2));

legend('Y1');

% Simulate the closed-loop system response

Scl = ss(Acl, [Dp zeros(size(Bp))], C, D)

[y\_cl, t\_out, x\_cl] = lsim(Scl, w', t);

% Plot the results

figure;

sgtitle('Closed-Loop System Response');

subplot(3, 1, 1);

plot(t, w(1, :), t, w(2, :));

legend('W', 'U');

subplot(3, 1, 2);

plot(t, x\_cl(:, 1), ...

t, x\_cl(:, 2), ...

t, x\_cl(:, 3), ...

t, x\_cl(:, 4), ...

t, x\_cl(:, 5), ...

t, x\_cl(:, 6) ...

);

legend('X1', 'X2', 'X3', 'X4', 'X5', 'X6');

subplot(3, 1, 3);

plot(t, y\_cl(:, 2));

legend('Y1');

% Define uncertain system parameters

m1 = 20; % kg

m2 = 40; % kg

m3 = 30; % kg

k1 = 2000; % N/m

i = 1;

for k2 = 3600:1:4400 % N/m

% Define the system matrices

Ap = [0 0 0 1 0 0;

0 0 0 0 1 0;

0 0 0 0 0 1;

-k1/m1 k1/m1 0 0 0 0;

k1/m2 (-k1-k2)/m2 k2/m2 0 0 0;

0 k2/m3 -k2/m3 0 0 0];

Bp = [0; 0; 0; 1/m1; 0; 0];

Dp = [0; 0; 0; 1/m1; 0; 0];

Cp2 = [0 0 1 0 0 0];

By2 = 0;

Dy = 0;

% Lumped system representation

A = Ap;

B = [Dp Bp];

C = [zeros(size(Cp2)); Cp2];

D = [Dy zeros(size(By2)); zeros(size(Dy)) By2];

% Closed-loop system

Acl = Ap + Bp\*G1;

Scl = ltisys(Acl, [Dp zeros(size(Bp))], C, D);

h2\_norm(i) = norm2(Scl);

% Scl = ss(Acl, [Dp zeros(size(Bp))], C, D);

% h2\_norm(i) = norm(Scl, 2);

i = i+1;

end

figure;

sgtitle('Uncertain System with Controller G\_1');

plot(3600:1:4400, h2\_norm)

xlabel('Spring Constant k\_2')

ylabel('Energy to Peak Gain Γ\_ep')

% Define the system parameters

m1 = 20; % kg

m2 = 40; % kg

m3 = 30; % kg

k1 = 2000; % N/m

% System matrices in affine form

A0 = [0 0 0 1 0 0;

0 0 0 0 1 0;

0 0 0 0 0 1;

-k1/m1 k1/m1 0 0 0 0;

k1/m2 -k1/m2 0 0 0 0;

0 0 0 0 0 0]

A1 = [0 0 0 0 0 0;

0 0 0 0 0 0;

0 0 0 0 0 0;

0 0 0 0 0 0;

0 -1/m2 1/m2 0 0 0;

0 1/m3 -1/m3 0 0 0]

B0 = B

C0 = C

D0 = D

% Uncertain LTI system in affine form

S0 = ltisys(A0, B0, C0, D0, 1)

S1 = ltisys(A1, zeros(size(B0)), zeros(size(C0)), zeros(size(D0)), 0)

% Parameter vector

P = pvec('box', [3600, 4400]) % k2

% Affine system

affsys = psys(P, [S0, S1])

% State-feedback controller G2 to minimize the energy-to-peak gain Γep

r = size(By2);

obj = [0 0 0 1]; % Optimal H2 control design objective

region = lmireg; % h (half-plane) --> l (LHP, i.e., Re(z) < x0) --> -1 (x0 = -1)

[g1opt, g2opt, G2, Scl, X] = msfsyn(affsys, r, obj, region)

disp('Optimal guaranteed energy-to-peak gain for the uncertain system is:')

disp(g2opt)

% Define uncertain system parameters

m1 = 20; % kg

m2 = 40; % kg

m3 = 30; % kg

k1 = 2000; % N/m

i = 1;

for k2 = 3600:1:4400 % N/m

% Define the system matrices

Ap = [0 0 0 1 0 0;

0 0 0 0 1 0;

0 0 0 0 0 1;

-k1/m1 k1/m1 0 0 0 0;

k1/m2 (-k1-k2)/m2 k2/m2 0 0 0;

0 k2/m3 -k2/m3 0 0 0];

Bp = [0; 0; 0; 1/m1; 0; 0];

Dp = [0; 0; 0; 1/m1; 0; 0];

Cp2 = [0 0 1 0 0 0];

By2 = 0;

Dy = 0;

% Lumped system representation

A = Ap;

B = [Dp Bp];

C = [zeros(size(Cp2)); Cp2];

D = [Dy zeros(size(By2)); zeros(size(Dy)) By2];

% Closed-loop system

Acl = Ap + Bp\*G2;

Scl = ltisys(Acl, [Dp zeros(size(Bp))], C, D);

h2\_norm(i) = norm2(Scl);

% Scl = ss(Acl, [Dp zeros(size(Bp))], C, D);

% h2\_norm(i) = norm(Scl, 2);

i = i+1;

end

figure;

sgtitle('Uncertain System with Controller G\_2');

plot(3600:1:4400, h2\_norm)

xlabel('Spring Constant k\_2')

ylabel('Energy to Peak Gain Γ\_ep')

# **OUTPUT:**

Ap = 6×6

0 0 0 1.0000 0 0

0 0 0 0 1.0000 0

0 0 0 0 0 1.0000

-100.0000 100.0000 0 0 0 0

50.0000 -150.0000 100.0000 0 0 0

0 133.3333 -133.3333 0 0 0

Bp = 6×1

0

0

0

0.0500

0

0

Dp = 6×1

0

0

0

0.0500

0

0

Cp2 = 1×6

0 0 1 0 0 0

By2 = 0

Dy = 0

S = 9×9

0 0 0 1.0000 0 0 0 0 6.0000

0 0 0 0 1.0000 0 0 0 0

0 0 0 0 0 1.0000 0 0 0

-100.0000 100.0000 0 0 0 0 0.0500 0.0500 0

50.0000 -150.0000 100.0000 0 0 0 0 0 0

0 133.3333 -133.3333 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 1.0000 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 -Inf

Select a region among the following:

h) Half-plane

d) Disk

c) Conic sector

e) Ellipsoid

p) Parabola

s) Horizontal strip

m) Matrix description of the LMI region

q) Quit

Select a region among the following:

h) Half-plane

d) Disk

c) Conic sector

e) Ellipsoid

p) Parabola

s) Horizontal strip

m) Matrix description of the LMI region

q) Quit

Optimization of 0.000 \* G^2 + 1.000 \* H^2 :

----------------------------------------------

Solver for linear objective minimization under LMI constraints

Iterations : Best objective value so far

1

2

3

4

5

6

7

8 0.123781

9 0.101980

10 0.101980

11 0.028857

12 0.028857

13 0.028857

14 0.012000

15 0.012000

16 0.010372

17 0.010372

18 0.010372

19 6.093835e-03

20 6.093835e-03

21 6.093835e-03

22 3.043563e-03

23 3.043563e-03

24 3.043563e-03

25 1.240950e-03

26 1.240950e-03

27 1.231455e-03

28 3.550594e-04

29 2.305720e-04

30 2.305720e-04

31 1.078822e-04

32 1.078822e-04

33 1.078822e-04

34 5.183917e-05

35 5.183917e-05

36 5.183917e-05

37 2.614067e-05

38 2.614067e-05

39 2.614067e-05

40 1.606369e-05

41 1.606369e-05

42 1.596526e-05

43 3.082070e-06

44 3.082070e-06

45 2.599298e-06

46 2.599298e-06

47 2.599298e-06

48 9.165308e-07

Result: reached the target for the objective value

best objective value: 9.165308e-07

f-radius saturation: 0.520% of R = 1.00e+10

Guaranteed H2 performance: 9.57e-04

g1opt =

[]

g2opt = 9.5736e-04

G1 = 1×6

1011 ×

-0.0008 -0.2312 -1.9312 -0.0000 -0.0024 -0.0996

Scl = 9×8

109 ×

0 0 0 0.0000 0 0 0 0.0000

0 0 0 0 0.0000 0 0 0

0 0 0 0 0 0.0000 0 0

-0.0038 -1.1562 -9.6558 -0.0000 -0.0120 -0.4980 0.0000 0

0.0000 -0.0000 0.0000 0 0 0 0 0

0 0.0000 -0.0000 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0.0000 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 -Inf

X = 6×6

106 ×

0.0003 0.0000 -0.0000 -0.0080 -0.0002 -0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 -0.0000

-0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 -0.0000

-0.0080 0.0000 -0.0000 1.3121 -0.0003 -0.0000

-0.0002 -0.0000 0.0000 -0.0003 0.0002 0.0000

-0.0000 -0.0000 -0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000

Acl = 6×6

109 ×

0 0 0 0.0000 0 0

0 0 0 0 0.0000 0

0 0 0 0 0 0.0000

-0.0038 -1.1562 -9.6558 -0.0000 -0.0120 -0.4980

0.0000 -0.0000 0.0000 0 0 0

0 0.0000 -0.0000 0 0 0

h2\_norm = 1.8822e-11

Verification of H2 norm and pole location constraints successful!

Sol =

A =

x1 x2 x3 x4 x5 x6

x1 0 0 0 1 0 0

x2 0 0 0 0 1 0

x3 0 0 0 0 0 1

x4 -100 100 0 0 0 0

x5 50 -150 100 0 0 0

x6 0 133.3 -133.3 0 0 0

B =

u1 u2

x1 0 0

x2 0 0

x3 0 0

x4 0.05 0.05

x5 0 0

x6 0 0

C =

x1 x2 x3 x4 x5 x6

y1 0 0 0 0 0 0

y2 0 0 1 0 0 0

D =

u1 u2

y1 0 0

y2 0 0

Continuous-time state-space model.

[Model Properties](matlab:disp(char('','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20A:%20[6×6%20double]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20B:%20[6×2%20double]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20C:%20[2×6%20double]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20D:%20[2×2%20double]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20E:%20[]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20Scaled:%200%20','%20%20%20%20%20%20%20%20StateName:%20%7b6×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20%20%20%20%20StatePath:%20%7b6×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20%20%20%20%20StateUnit:%20%7b6×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20InternalDelay:%20[0×1%20double]%20','%20%20%20%20%20%20%20InputDelay:%20[2×1%20double]%20','%20%20%20%20%20%20OutputDelay:%20[2×1%20double]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20InputName:%20%7b2×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20%20%20%20%20InputUnit:%20%7b2×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20%20%20%20InputGroup:%20[1×1%20struct]%20','%20%20%20%20%20%20%20OutputName:%20%7b2×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20%20%20%20OutputUnit:%20%7b2×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20%20%20OutputGroup:%20[1×1%20struct]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20Notes:%20[0×1%20string]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20UserData:%20[]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20Name:%20''''%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20Ts:%200%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20TimeUnit:%20''seconds''%20','%20%20%20%20%20SamplingGrid:%20[1×1%20struct]%20','%20')))

A graph of a function

Description automatically generated with medium confidence

Scl =

A =

x1 x2 x3 x4 x5 x6

x1 0 0 0 1 0 0

x2 0 0 0 0 1 0

x3 0 0 0 0 0 1

x4 -3.805e+06 -1.156e+09 -9.656e+09 -1.15e+04 -1.205e+07 -4.98e+08

x5 50 -150 100 0 0 0

x6 0 133.3 -133.3 0 0 0

B =

u1 u2

x1 0 0

x2 0 0

x3 0 0

x4 0.05 0

x5 0 0

x6 0 0

C =

x1 x2 x3 x4 x5 x6

y1 0 0 0 0 0 0

y2 0 0 1 0 0 0

D =

u1 u2

y1 0 0

y2 0 0

Continuous-time state-space model.

[Model Properties](matlab:disp(char('','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20A:%20[6×6%20double]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20B:%20[6×2%20double]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20C:%20[2×6%20double]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20D:%20[2×2%20double]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20E:%20[]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20Scaled:%200%20','%20%20%20%20%20%20%20%20StateName:%20%7b6×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20%20%20%20%20StatePath:%20%7b6×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20%20%20%20%20StateUnit:%20%7b6×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20InternalDelay:%20[0×1%20double]%20','%20%20%20%20%20%20%20InputDelay:%20[2×1%20double]%20','%20%20%20%20%20%20OutputDelay:%20[2×1%20double]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20InputName:%20%7b2×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20%20%20%20%20InputUnit:%20%7b2×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20%20%20%20InputGroup:%20[1×1%20struct]%20','%20%20%20%20%20%20%20OutputName:%20%7b2×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20%20%20%20OutputUnit:%20%7b2×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20%20%20OutputGroup:%20[1×1%20struct]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20Notes:%20[0×1%20string]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20UserData:%20[]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20Name:%20''''%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20Ts:%200%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20TimeUnit:%20''seconds''%20','%20%20%20%20%20SamplingGrid:%20[1×1%20struct]%20','%20')))

A diagram of a closed loop system response

Description automatically generated

A graph with a line

Description automatically generated

A0 = 6×6

0 0 0 1 0 0

0 0 0 0 1 0

0 0 0 0 0 1

-100 100 0 0 0 0

50 -50 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0

A1 = 6×6

0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0

0 -0.0250 0.0250 0 0 0

0 0.0333 -0.0333 0 0 0

B0 = 6×2

0 0

0 0

0 0

0.0500 0.0500

0 0

0 0

C0 = 2×6

0 0 0 0 0 0

0 0 1 0 0 0

D0 = 2×2

0 0

0 0

S0 = 9×9

0 0 0 1.0000 0 0 0 0 6.0000

0 0 0 0 1.0000 0 0 0 0

0 0 0 0 0 1.0000 0 0 0

-100.0000 100.0000 0 0 0 0 0.0500 0.0500 0

50.0000 -50.0000 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 1.0000 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 -Inf

S1 = 9×9 complex

0.0000 - 1.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 6.0000 + 0.0000i

0.0000 + 0.0000i 0.0000 - 1.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i

0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 - 1.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i

0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 - 1.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i

0.0000 + 0.0000i -0.0250 + 0.0000i 0.0250 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 - 1.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i

0.0000 + 0.0000i 0.0333 + 0.0000i -0.0333 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 - 1.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i

0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i

0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i

0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i -Inf + 0.0000i

P = 2×5

1 3600 4400 0 0

1 0 0 0 0

affsys = 9×26 complex

103 ×

-Inf + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0010 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0060 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 - 0.0010i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0060 + 0.0000i 0.0010 + 0.0000i 3.6000 + 0.0000i 4.4000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i

0.0020 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0010 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 - 0.0010i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0010 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i

0.0020 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0010 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 - 0.0010i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i

0.0060 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i -0.1000 + 0.0000i 0.1000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0001 + 0.0000i 0.0001 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 - 0.0010i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i

0.0020 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0500 + 0.0000i -0.0500 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i -0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 - 0.0010i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i

0.0020 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i -0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 - 0.0010i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i

0.0100 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i

0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0010 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i

0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i -Inf + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i -Inf + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i

Select a region among the following:

h) Half-plane

d) Disk

c) Conic sector

e) Ellipsoid

p) Parabola

s) Horizontal strip

m) Matrix description of the LMI region

q) Quit

Select a region among the following:

h) Half-plane

d) Disk

c) Conic sector

e) Ellipsoid

p) Parabola

s) Horizontal strip

m) Matrix description of the LMI region

q) Quit

Optimization of 0.000 \* G^2 + 1.000 \* H^2 :

----------------------------------------------

Solver for linear objective minimization under LMI constraints

Iterations : Best objective value so far

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11 0.174617

12 0.084142

13 0.084142

14 0.084142

15 0.035606

16 0.035606

17 0.035606

18 0.019613

19 0.019613

20 0.019613

21 0.011597

22 0.011597

23 0.011597

24 7.440620e-03

25 7.440620e-03

26 7.440620e-03

27 4.761071e-03

28 4.761071e-03

29 4.761071e-03

30 3.057379e-03

31 3.057379e-03

32 3.057379e-03

33 2.094639e-03

34 2.094639e-03

35 2.094639e-03

36 1.728979e-03

37 1.728979e-03

38 1.728979e-03

39 1.401557e-03

40 1.401557e-03

41 1.401557e-03

42 7.898234e-04

43 7.898234e-04

44 7.898234e-04

45 3.528895e-04

46 3.528895e-04

47 3.528895e-04

48 1.357855e-04

49 1.357855e-04

50 1.357855e-04

51 5.390543e-05

52 5.390543e-05

53 5.390543e-05

54 2.140225e-05

55 2.140225e-05

56 2.140225e-05

57 1.012459e-05

58 1.012459e-05

59 1.012459e-05

60 5.006723e-06

61 5.006723e-06

62 5.006723e-06

63 2.216772e-06

64 2.216772e-06

65 2.216772e-06

66 9.611413e-07

Result: reached the target for the objective value

best objective value: 9.611413e-07

f-radius saturation: 0.243% of R = 1.00e+10

Guaranteed H2 performance: 9.80e-04

g1opt =

[]

g2opt = 9.8038e-04

G2 = 1×6

1011 ×

-0.0009 -0.2480 -1.9988 -0.0000 -0.0028 -0.0997

Scl = 9×19

109 ×

-Inf 0 0 0 0 0.0000 0 0 0 0.0000 0 0 0 0 0.0000 0 0 0 0.0000

0.0000 0 0 0 0 0 0.0000 0 0 0 0 0 0 0 0 0.0000 0 0 0

0.0000 0 0 0 0 0 0 0.0000 0 0 0 0 0 0 0 0 0.0000 0 0

0.0000 0 -0.0046 -1.2400 -9.9938 -0.0000 -0.0138 -0.4987 0.0000 0 0 -0.0046 -1.2400 -9.9938 -0.0000 -0.0138 -0.4987 0.0000 0

0.0000 0 0.0000 -0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0 0.0000 -0.0000 0.0000 0 0 0 0 0

0.0000 0 0 0.0000 -0.0000 0 0 0 0 0 0 0 0.0000 -0.0000 0 0 0 0 0

0.0000 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0.0000 0 0 0 0 0 0 0 0 0.0000 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 -Inf 0 0 0 0 0 0 0 0 -Inf

X = 6×6

105 ×

0.0013 0.0000 0.0000 -0.0411 -0.0008 -0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 -0.0000

0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 -0.0000

-0.0411 0.0000 -0.0000 5.9055 0.0058 0.0001

-0.0008 -0.0000 0.0000 0.0058 0.0007 0.0000

-0.0000 -0.0000 -0.0000 0.0001 0.0000 0.0000

Optimal guaranteed energy-to-peak gain for the uncertain system is:

9.8038e-04

A graph with a line

Description automatically generated

# **SCREENSHOT:**

