Problem 3

# **CODE:**

% PROBLEM 3

% Clear workspace

close all

clear

clc

% Define the system matrices

Ap = [0 0 1 0 0 0 0 0;

1.5 -1.5 0 0.0057 1.5 0 0 0;

-12 12 -0.6 -0.0344 -12 0 0 0;

-0.825 0.29 0 -0.014 -0.29 0 0 0;

0 0 0 0 -0.73 2.82940625 0 0;

0 0 0 0 0 -1.25 0 0;

0 0 0 0 0 0 -1000 0;

0 0 0 0 0 0 0 -1000];

Bp = [0 0;

0.16 0.8;

-19 -3;

-0.0115 -0.0087;

0 0;

0 0;

0 0;

0 0];

Dp = [0 0 0;

0 0 0;

0 0 0;

0 0 0;

0.1149 0 0;

4 0 0;

0 1024 0

0 0 1024];

Cp = [1 0 0 0 0 0 0 0;

0 1 0 0 0 0 0 0;

0 0 0 0 0 0 0 0;

0 0 0 0 0 0 0 0];

By = [0 0;

0 0;

0.01 0;

0 0.01];

Dy = [0 0 0;

0 0 0;

0 0 0;

0 0 0];

Mp = [1 0 0 0 0 0 -139.020647321 0

0 1 0 0 0 0 0 -139.020647321];

Dz = [0 142.857142857 0

0 0 142.857142857];

% Lumped system matrices

A = Ap;

B = [Dp Bp];

C = [Cp; Mp];

D = [Dy By; Dz zeros(size(Dz,1), size(By,2))];

% State-space system

Sol = ss(A, B, C, D)

% Define the lumped (disturbance + control) input

t = 0:0.01:10;

w\_amplitude = [10; 0; 0];

w\_duration = 0.01;

w\_impulse = w\_amplitude \* (t >= 0 & t < w\_duration);

u = zeros(size(Bp,2), size(w\_impulse,2));

w = [w\_impulse; u];

% Simulate the open-loop system response

[y\_ol, t\_out, x\_ol] = lsim(Sol, w', t);

% Plot the results

figure;

sgtitle('Open-Loop System Response');

subplot(2, 1, 1);

plot(t, w(1, :));

legend('Input (Wind Gust Disturbance)');

subplot(2, 1, 2);

plot(t, y\_ol(:, 1));

legend('Output (Aircraft Pitch Angle)');

% H∞ controller design

S = ltisys(A, B, C, D);

nz = size(Mp, 1);

nu = size(Bp, 2);

r = [nz nu];

[gopt, G] = hinflmi(S, r)

% H∞ controller matrices

disp('H∞ controller:')

[Ac, Bc, Cc, Dc] = ltiss(G)

% Closed-loop system matrices

disp('Closed-loop system:')

Acl = [Ap+Bp\*Dc\*Mp, Bp\*Cc; Bc\*Mp, Ac]

Bcl = [Dp+Bp\*Dc\*Dz; Bc\*Dz]

Ccl = [Cp+By\*Dc\*Mp, By\*Cc]

Dcl = Dy+By\*Dc\*Dz

% Closed-loop system

Scl = ss(Acl, Bcl, Ccl, Dcl);

% Verification of designed H∞ controller

disp('H∞ norm:')

hinf\_norm = hinfnorm(Scl)

disp('Closed-loop poles:')

eig\_Acl = eig(Acl)

if((hinf\_norm < gopt) && all(real(eig\_Acl) < 0.0))

disp('Verification of H∞ norm and stability constraints successful!')

else

disp('Verification of H∞ norm and stability constraints failed!')

end

% Define the lumped (disturbance + control) input

t = 0:0.01:10;

w\_amplitude = [10; 0; 0];

w\_duration = 0.01;

w\_impulse = w\_amplitude \* (t >= 0 & t < w\_duration);

w = w\_impulse;

% Simulate the open-loop system response

[y\_cl, t\_out, x\_cl] = lsim(Scl, w', t);

% Plot the results

figure;

sgtitle('Closed-Loop System Response');

subplot(2, 1, 1);

plot(t, w(1, :));

legend('Input (Wind Gust Disturbance)');

subplot(2, 1, 2);

plot(t, y\_cl(:, 1));

legend('Output (Aircraft Pitch Angle)');

# **OUTPUT:**

Sol =

A =

x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8

x1 0 0 1 0 0 0 0 0

x2 1.5 -1.5 0 0.0057 1.5 0 0 0

x3 -12 12 -0.6 -0.0344 -12 0 0 0

x4 -0.825 0.29 0 -0.014 -0.29 0 0 0

x5 0 0 0 0 -0.73 2.829 0 0

x6 0 0 0 0 0 -1.25 0 0

x7 0 0 0 0 0 0 -1000 0

x8 0 0 0 0 0 0 0 -1000

B =

u1 u2 u3 u4 u5

x1 0 0 0 0 0

x2 0 0 0 0.16 0.8

x3 0 0 0 -19 -3

x4 0 0 0 -0.0115 -0.0087

x5 0.1149 0 0 0 0

x6 4 0 0 0 0

x7 0 1024 0 0 0

x8 0 0 1024 0 0

C =

x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8

y1 1 0 0 0 0 0 0 0

y2 0 1 0 0 0 0 0 0

y3 0 0 0 0 0 0 0 0

y4 0 0 0 0 0 0 0 0

y5 1 0 0 0 0 0 -139 0

y6 0 1 0 0 0 0 0 -139

D =

u1 u2 u3 u4 u5

y1 0 0 0 0 0

y2 0 0 0 0 0

y3 0 0 0 0.01 0

y4 0 0 0 0 0.01

y5 0 142.9 0 0 0

y6 0 0 142.9 0 0

Continuous-time state-space model.

[Model Properties](matlab:disp(char('','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20A:%20[8×8%20double]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20B:%20[8×5%20double]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20C:%20[6×8%20double]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20D:%20[6×5%20double]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20E:%20[]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20Scaled:%200%20','%20%20%20%20%20%20%20%20StateName:%20%7b8×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20%20%20%20%20StatePath:%20%7b8×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20%20%20%20%20StateUnit:%20%7b8×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20InternalDelay:%20[0×1%20double]%20','%20%20%20%20%20%20%20InputDelay:%20[5×1%20double]%20','%20%20%20%20%20%20OutputDelay:%20[6×1%20double]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20InputName:%20%7b5×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20%20%20%20%20InputUnit:%20%7b5×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20%20%20%20InputGroup:%20[1×1%20struct]%20','%20%20%20%20%20%20%20OutputName:%20%7b6×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20%20%20%20OutputUnit:%20%7b6×1%20cell%7d%20','%20%20%20%20%20%20OutputGroup:%20[1×1%20struct]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20Notes:%20[0×1%20string]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20UserData:%20[]%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20Name:%20''''%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20Ts:%200%20','%20%20%20%20%20%20%20%20%20TimeUnit:%20''seconds''%20','%20%20%20%20%20SamplingGrid:%20[1×1%20struct]%20','%20')))

A graph of a function

Description automatically generated

Minimization of gamma:

Solver for linear objective minimization under LMI constraints

Iterations : Best objective value so far

1

2

3 3650.305369

4 679.874263

5 415.718365

6 196.917091

7 124.993308

8 124.993308

9 39.263120

10 32.197975

11 21.790789

12 21.790789

13 4.993262

14 4.993262

15 2.508027

16 1.610124

17 1.610124

18 1.224387

19 1.224387

20 1.224387

21 1.003425

22 1.003425

23 1.003425

24 0.941879

25 0.941879

26 0.941879

27 0.941879

28 0.912216

29 0.912216

30 0.912216

31 0.896765

32 0.896765

33 0.896765

\*\*\* new lower bound: 0.820170

34 0.896765

35 0.887844

36 0.887844

37 0.887844

\*\*\* new lower bound: 0.867568

38 0.884997

39 0.883333

\* switching to QR

40 0.883333

\*\*\* new lower bound: 0.877811

Result: feasible solution of required accuracy

best objective value: 0.883333

guaranteed absolute accuracy: 5.52e-03

f-radius saturation: 0.458% of R = 1.00e+08

Optimal Hinf performance: 8.823e-01

gopt = 0.8823

G = 10×10

77.0684 -206.4493 -45.4703 -89.5611 -35.5194 -12.4998 106.3172 -2.3242 3.8637 7.0000

-220.1100 183.7132 2.3812 116.5260 57.5111 1.5305 -226.7402 4.7605 -1.7312 0

397.2066 -510.2170 -63.3345 -269.2750 -121.1621 -18.7382 432.1665 -5.0789 -3.3582 0

5.7829 -3.5433 1.5761 -4.9621 1.2446 0.7772 7.5619 1.3169 3.6942 0

293.4949 -341.9114 -33.2695 -188.0955 -88.9407 -10.9885 313.4063 -1.8555 1.3533 0

-7.7820 8.1529 0.3504 4.6494 2.2216 0.1100 -8.8267 -0.2847 -0.0942 0

-263.0885 307.1698 29.7766 169.0752 79.4155 9.7083 -282.4749 0.6617 -0.6630 0

-60.3310 101.1714 16.6276 48.7081 21.1076 4.7857 -70.3890 0.5497 -0.2233 0

-102.4696 -63.6786 -48.4705 1.8408 11.4945 -12.2981 -80.1751 0.1321 -0.0537 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 -Inf

H∞ controller:

Ac = 7×7

77.0684 -206.4493 -45.4703 -89.5611 -35.5194 -12.4998 106.3172

-220.1100 183.7132 2.3812 116.5260 57.5111 1.5305 -226.7402

397.2066 -510.2170 -63.3345 -269.2750 -121.1621 -18.7382 432.1665

5.7829 -3.5433 1.5761 -4.9621 1.2446 0.7772 7.5619

293.4949 -341.9114 -33.2695 -188.0955 -88.9407 -10.9885 313.4063

-7.7820 8.1529 0.3504 4.6494 2.2216 0.1100 -8.8267

-263.0885 307.1698 29.7766 169.0752 79.4155 9.7083 -282.4749

Bc = 7×2

-2.3242 3.8637

4.7605 -1.7312

-5.0789 -3.3582

1.3169 3.6942

-1.8555 1.3533

-0.2847 -0.0942

0.6617 -0.6630

Cc = 2×7

-60.3310 101.1714 16.6276 48.7081 21.1076 4.7857 -70.3890

-102.4696 -63.6786 -48.4705 1.8408 11.4945 -12.2981 -80.1751

Dc = 2×2

0.5497 -0.2233

0.1321 -0.0537

Closed-loop system:

Acl = 15×15

103 ×

0 0 0.0010 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0.0017 -0.0016 0 0.0000 0.0015 0 -0.0269 0.0109 -0.0916 -0.0348 -0.0361 0.0093 0.0126 -0.0091 -0.0754

-0.0228 0.0164 -0.0006 -0.0000 -0.0120 0 1.5070 -0.6121 1.4537 -1.7312 -0.1705 -0.9310 -0.4355 -0.0540 1.5779

-0.0008 0.0003 0 -0.0000 -0.0003 0 0.0010 -0.0004 0.0016 -0.0006 0.0002 -0.0006 -0.0003 0.0001 0.0015

0 0 0 0 -0.0007 0.0028 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 -0.0013 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 -1.0000 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 -1.0000 0 0 0 0 0 0 0

-0.0023 0.0039 0 0 0 0 0.3231 -0.5371 0.0771 -0.2064 -0.0455 -0.0896 -0.0355 -0.0125 0.1063

0.0048 -0.0017 0 0 0 0 -0.6618 0.2407 -0.2201 0.1837 0.0024 0.1165 0.0575 0.0015 -0.2267

Bcl = 15×3

103 ×

0 0 0

0 0.0277 -0.0112

0 -1.5486 0.6290

0 -0.0011 0.0004

0.0001 0 0

0.0040 0 0

0 1.0240 0

0 0 1.0240

0 -0.3320 0.5520

0 0.6801 -0.2473

Ccl = 4×15

1.0000 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 1.0000 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0.0055 -0.0022 0 0 0 0 -0.7642 0.3104 -0.6033 1.0117 0.1663 0.4871 0.2111 0.0479 -0.7039

0.0013 -0.0005 0 0 0 0 -0.1836 0.0746 -1.0247 -0.6368 -0.4847 0.0184 0.1149 -0.1230 -0.8018

Dcl = 4×3

0 0 0

0 0 0

0 0.7852 -0.3190

0 0.1887 -0.0766

H∞ norm:

hinf\_norm = 0.8813

Closed-loop poles:

eig\_Acl = 15×1 complex

103 ×

-0.1048 + 0.0000i

-0.0311 + 0.0301i

-0.0311 - 0.0301i

-0.0016 + 0.0038i

-0.0016 - 0.0038i

-0.0036 + 0.0011i

-0.0036 - 0.0011i

-0.0035 + 0.0000i

-0.0000 + 0.0000i

-0.0000 - 0.0000i

Verification of H∞ norm and stability constraints successful!

A graph of a function

Description automatically generated with medium confidence

# **SCREENSHOT:**

