# Рациональные алгебраические выражения

1.**Одночлены и многочлены.** Буквенные обозначения, применяемые в алгебре, дают возможность записать общее правило решения множества однотипных задач в виде некоторой формулы. Такая формула показывает, какие действия (и в какой последовательности) следует произвести над определенными величинами, чтобы получить нужный результат. Так, сумма n членов геометрической прогрессии задается формулой

$$S_n = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q},$$

где $a_1$ - первый член прогрессии, а q - ее знаменатель; площадь треугольника определяется формулой

$$S = \frac{1}{2} hb,$$

где $h$ - высота треугольника, а b - его основание, и т.д.

Зная числовые значения величин (буквенных параметров) в правой части формулы, можно, выполняя указанные действия найти числовое значение искомой величины. Правые части написанных формул дают нам примеры алгебраических выражений.

Нет необходимости в строгом определении понятия алгебраического выражения: этот термин можно применять всякий раз, когда дана запись, указывающая алгебраические действия, производимые над некоторыми числами и буквенными величинами.

Если в записи алгебраического выражения используют только рациональные (целые рациональные) действия над буквенными величинами, то оно называется рациональным (целым рациональным) алгебраическим выражением.

При подстановке вместо букв указаных числовых значений данное алгебраическое выражение принимает определенное числовое значение (если все действия выполнимы).

Выражение $(a + b)/(a - b)$ имеет смысл при всех значениях $a$ и $b$, не равных между собой, т.е. при $a \neq b$.

Выражение $\sqrt{2a - 5} + a$ имеет смысл (везде, если не оговорено противное, мы ограничиваемся только действительной областью), т.е. при $a \geq {}^5/_2$.

Множество всех наборов числовых значений букв, входящих в данное алгебраическое выражение, часто называют областью допустимых значений (ОДЗ). Два различных по виду алгебраических выражения могут тем не менее иметь равные числовые значения при любых допустимых значениях буквенных параметров (и одинаковые ОДЗ).

$$a^3 - b^3 \qquad \text{и} \qquad (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\sqrt{a^2 + 2ab + b^2} \qquad \text{и} \qquad |a + b|$$

$$\frac{1}{\sqrt{x-1}} \qquad \text{и} \qquad \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$$

В таких случаях пишут, что эти алгебраические выражения тождественно равны и пишут.

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$$

$$\sqrt{a^2+2ab+b^2} = |a+b|$$

$$\frac{1}{\sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$$