55 $X \sim N(\mu = 1, \sigma^2 = 4)$

$\longrightarrow$ Standardize:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

a $P(x<2) \Rightarrow P(z < \frac{1}{2}) = \underline{\underline{0.6915}}$

$$z = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$$

$P(X \geq 0) \Rightarrow 1 - P(X \leq 0) \Rightarrow 1 - P(z \leq -\frac{1}{2}) = \underline{\underline{0.6915}}$

$$z = \frac{0-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$P(.88 < X < 1.58) = P(z < 0.29) - P(z < -0.06)$

$= 0.6141 - .4761$

$= \underline{\underline{0.138}}$

$z = \frac{.88-1}{2} = -0.06$ | $z = \frac{1.58-1}{2} = 0.29$

$P(|x| < 2) = P(-2 < X < 2) = P(-\frac{3}{2} < z < \frac{1}{2})$

$z = \frac{-2-1}{2} = -\frac{3}{2}$ $\quad z = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$

$= P(z < \frac{1}{2}) - P(z < -\frac{3}{2})$

$= 0.6915 - 0.0668$

$= \underline{\underline{0.6247}}$

$U \sim N(0,1)$ (standard normal).

$P(U < 2{,}33) = 0.9901$

$P(U > -4) =$ of
- $1 - P(U < -4) = 1 - .0002 = 0.9998$ (≈ 1)
- $P(U < 4) = 0.9998$ (≈ 1)

$P(1.11 < U < 2.22) = P(X < 2.22) - P(X < 1.11)$

$= .9868 - .8665 = .1203$

Inverse waarden:

$P(U < a) = 0.80 \Rightarrow a = 0.85$

$P(U < a) = 0.10 \Rightarrow a = -1.28$

$P(U > a) = 0.15 \Rightarrow 1 - P(U < a) = 0.15$

$\Rightarrow P(U < a) = 0.85$

$a = 1.04$

$P(U > a) = 0.95$

$\Rightarrow 1 - P(U < a) = 0.95$

$\Rightarrow P(U < a) = 0.05$

$a = -1.65$

Continuation of # 55

(b) Bepaal p zodat $\underbrace{P(X < p)}$ = $\underline{0.50}$

zoek dit op in de tabel en kijk welke z erop correspondeert.

$\rightarrow P(Z < \frac{p-1}{2})$

$$z = \frac{p-1}{2} = 0.0$$

$$p = 1$$

$$\underbrace{P(X < p)} = 0.80 \implies P\left(Z < \frac{p-1}{2}\right) = 0.80$$

$$z = \frac{p-1}{2} = 0.84$$

$$p = 2.68$$

$$\underbrace{P(X > p)} = 0.90 \implies P\left(Z < -\left(\frac{p-1}{2}\right)\right) = 0.90$$

$$z = \frac{p-1}{2}$$

$$z = \frac{-p+1}{2} = 1.28$$

$$p = -1.56$$

(56) (a) $X \sim Bin(n = 20, p = \frac{1}{2})$

$P(X \leq 12) = 0.868$

Poisson benadering: $\lambda = n \cdot p = 20(\frac{1}{2}) = 10$

$P(X \leq 12) \rightarrow \lambda = 10 = 0.792$

Continue benadering: $P(X \leq 12) \implies P(X^* < 12\frac{1}{2})$ correctie voor continuiteit

(normale benadering: zie blz 20 ch 3.) $X^* \sim N(\underbrace{n \cdot p}_{\mu}, \underbrace{npq}_{\sigma^2})$

continuation # 56

$\underbrace{n \cdot p = 10}_{\mu}$ $n \cdot p \cdot q = 20 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

$\underbrace{= 5}_{\sigma^2}$

$P(X^* < 12\frac{1}{2})$

$\Rightarrow P(Z^* < \underbrace{\frac{12\frac{1}{2} - 10}{\sqrt{5}}}_{\text{standardize}}) - P(Z^* < 1.12) = 0.8686$

(b) $X \sim \text{Poisson}(\lambda = 10)$

$P(X \geq 12) = 1 - P(X \leq 11) = 1 - 0.697 = 0.303$

Continue benadering → $\mu = \lambda$ en $\sigma^2 = \lambda$
(normale benadering → vergeet niet de continuiteits correctie toe te passen.

$P(X^* > 12 - \frac{1}{2}) = P(X^* > 11\frac{1}{2})$ $\frac{11\frac{1}{2} - 10}{\sqrt{10}} = 0.47$

$= P(Z^* > 0.47)$

$= \underbrace{1 - P(Z^* < 0.47)}_{\text{of doe gewoon } P(Z^* < -0.47)} = .3192$

$= .3192$

(57) 1 op 6 genodigden komen niet. → als 900 komen
$\Rightarrow$ 180 op 1080 genodigden komen niet.

$\lambda = 180$ $X = \#$ genodigden dat niet komt.

Als meer dan 900 moeten verschijnen dan moeten minder dan 180 niet komen.

Dus: vindt: $P(X \leq 180)$ want $900 + 180 = 1080$

Benader met de normale verdeling:

$X^* \sim N(\lambda, \lambda) = X^* \sim N(180, 180)$

$P(X^* < 180\frac{1}{2}) = P\left(Z^* < \frac{180\frac{1}{2} - 180}{\sqrt{180}}\right) = P(Z^* < 0.04)$

$= 0.516$

Aantal genodigden is 1000 mensen.

1 op 6 genodigden komen niet op 900

$\Rightarrow \frac{1000}{6}$ genodigden komen niet op 1000

$= 166.67 = \lambda$

$X = \#$ genodigden dat niet komt

Als meer dan 900 moeten komen dan moeten minder dan $(1000 - 900) = 100$ niet komen.

Dus vindt $P(X \leq 100)$

Benader m/d normale verdeling:

$X^* \sim N(\lambda, \lambda) = X^* \sim N(166.67, 166.67)$

$P(X^* < 100\frac{1}{2}) = P\left(Z^* < \frac{100\frac{1}{2} - 166.67}{\sqrt{166.67}}\right)$

$= P(Z^* < -5.13)$

= heel, heel klein!

note: -5.13 komt niet voor in onze tabel, maar we kunnen zien dat die z-waarde naar kans $= 0$ gaat.

58 gemiddeld 5% voldoet niet.

a) Omit (overslaan)

b) 1000 prod. meer dan 6% slechte exemplaren.

gemiddeld 5% van 1000 = 50 $\Rightarrow \lambda$.
Poissontabel voldoet niet, dus benaderen m/d normale tabel. $X^* \sim N(50,50)$

X = aantal slechte exempl.

$P(X > 6\% \text{ van } 1000) = P(X > 60)$

$= 1 - P(X < 60)$

$= 1 - \underbrace{P(X^* < 60\tfrac{1}{2})}$

$z = \dfrac{60\frac{1}{2} - 50}{\sqrt{50}} = 1.48$

$1 - P(z^* < 1.48)$

$= 1 - 0.9306 = 0.0694$

59 $X \sim N(\mu, 2^2)$

Vind het gemiddelde (μ) zodat hoogstens 1% v/h nettovulgewicht v/d pakken minder dan 100 gram is.

$P(X < 100) \leq 1\% \Rightarrow \underbrace{P(X < 100)}_{\text{standardize!}} \leq 0.01$

$z = \dfrac{100 - \mu}{\sqrt{4}} = \underbrace{-2.32}_{\substack{\text{inverse waarde} \\ \text{van } 0.01}} \Rightarrow \mu = 104.64$

60 lengte $X \sim N(551, \sigma^2)$

Minimale lengte moet 548.6 zijn.

2.3% wordt afgekeurd.

a $\underbrace{P(X < 548.6)}_{\text{standardize}} = 0.023$

$P\left(Z < \frac{548.6 - 551}{\sigma}\right) = \underbrace{0.023}_{\text{inverse waarde}} = -2.0$

$\Rightarrow \frac{-2.4}{\sigma} = -2 \quad \Rightarrow \sigma = 1.2$

b Afgekeurd als: $P(X < 548.6)$

Maar ook afgekeurd indien $P(X > 552.6)$

$\Rightarrow P\left(Z > \frac{552.6 - 551}{1.2}\right)$

$\rightarrow P(Z > 1.33)$

$\Rightarrow 1 - P(Z < 1.33) = 0.0918$

$= 9.18\%$

totale % = 2.3% + 9.18%

= 11.48%

61 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

16% langer dan 51.0
$2\frac{1}{2}$% korter dan 49.5

a) $P(X>51) = 0.16$ en $P(X<49.5) = 0.025$

$P(X>51) \Rightarrow P\left(Z > \frac{51-\mu}{\sigma}\right) = 0.16$

$\Rightarrow P\left(Z < -\left(\frac{51-\mu}{\sigma}\right)\right) = 0.16$

$\frac{-51+\mu}{\sigma} = -0.99 \Rightarrow \boxed{-51+\mu = -0.99\sigma}$

$P(X<49.5) \Rightarrow P\left(Z < \frac{49.5-\mu}{\sigma}\right) = 0.025$

$\Rightarrow \frac{49.5-\mu}{\sigma} = -1.96$

$\Rightarrow \boxed{49.5-\mu = -1.96\sigma}$

gebruik deze twee voor een system of eqns.

$$
\begin{aligned}
-51+\mu &= -0.99\sigma \\
+\quad 49.5-\mu &= -1.96\sigma \\
\hline
-1.5 &= -2.95\sigma
\end{aligned}
$$

$\boxed{\sigma = 0.51}$

substitute into any eqn to find μ:

$-51+\mu = -0.99(0.51)$ $\quad -,5049$

$\boxed{\mu = 50.5}$

b) gemiddelde lengte: 50
Keurt af: >51 of <49
Percentage afval: $P(X>51) + P(X<49)$

$$\Rightarrow P\left(z > \frac{51-50}{0.51}\right) + P\left(z < \frac{49-50}{0.51}\right)$$

σ was berekent in deel ⓐ

$$= P(z > 1.96) + P(z < -1.96)$$

$$= \left[1 - \underbrace{P(z < 1.96)}_{0.9750}\right] + 0.0250$$

$$= 0.025 + .0250 = 0.05 = 5\%$$

(b2) levertijd = 4 weken

X = vraag in 4 weken

$X \sim N(\underset{\mu}{100}, \underset{\sigma^2}{20^2})$

Hoe hoog moet het $\overbrace{\text{bestelniveau}}^{B}$ zijn, als men een kans van 10% wil aanvaarden als men een kans van 10% wil aanvaarden dat de voorraad opraakt binnen de levertijd.

$P(X > B) = 0.10$

wil zeggen dat de levertijd hoger is dan bestelniveau

$$\Rightarrow P\left(z > \frac{B-100}{20}\right) = 0.10$$

zoek inverse waarde

$$P\left(z < -\left(\frac{B-100}{20}\right)\right) = 0.10$$

$$\frac{-B+100}{20} = -1.28$$

$$\frac{B-100}{20} = 1.28$$

$$B = 125.6 = \text{Bestel Niveau}$$

63 $X \sim N(265, 5^2)$

Fabrikant geeft garantie dat doorslagspanning meer dan 260 Volt is

a $P(X \geq 260) = P\left(Z \geq \frac{260-265}{5}\right)$

$= P(Z \geq -1) = \begin{cases} 1 - P(Z \leq -1) = 1 - 0.1587 = 0.8413 \\ \text{of} \\ P(Z \leq 1) = 0.8413 \end{cases}$

$84\% > 70\%$, dus ja de garantie is juist.

b $P(X \geq \text{Garantie}) = 0.9$

$\Rightarrow P\left(Z \geq \frac{G-265}{5}\right) = 0.9$ → inverse waarde $= 1.28$

$P\left(Z \leq -\left(\frac{G-265}{5}\right)\right) = 1.28$

$\frac{-G+265}{5} = 1.28$

$G = 258.6$

Garantie moet minstens 258.6 volt zijn.

64 Omit

65 – 83 omit

overslaan