3 De Exponentiele Verdeling:

Soms ook de wachttijdverdeling genoemd.

De exponentiele verdeling berekent de kans van het tijdsinterval tussen opeenvolgende toevallige gebeurtenissen.

vb: - het tijdsinterval tussen opeenvolgende klanten bij een drive-thru restaurant.

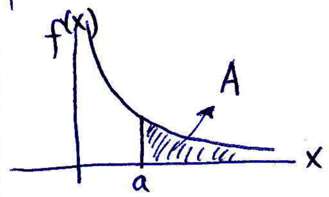
- het tijdsinterval tussen storingen v/e productiemachine.

Kansdichtheidsfunctie: $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ $(x > 0)$

Verwachting: $\mu = \frac{1}{\lambda}$

Variantie: $\sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2}$

Standaardafw: $\sigma = \frac{1}{\lambda}$



$$A = P(X \geq a) = e^{-\lambda a}$$

vb: Stel dat het tijdsinterval (in dgn) tussen opeenvolgende verkoopstransacties v/e verkoper wordt bepaald door een exponentiele verdeling met $\lambda = 0.5$. Wat is de kans dat de verkoper meer dan 5 dagen geen auto verkoopt?

$$A = P(X \geq 5) = e^{-0.5(5)} = e^{-2.5} = \underline{\underline{0.082085}}$$

de kans dat er meer dan 5 dgn voorbij gaan zonder dat er een auto wordt verkocht.

Byzondere verdelingen :

① De Chi-Kwadraatverdeling (Notatie: $X \sim \chi^2_n$)

Laat $U_1, U_2, \ldots, U_n$ onafhankelijke stochastische variabelen zijn, met $U_i \sim N(0,1)$.
We zeggen dat $X = \sum_{i=1}^{n} U_i^2 = U_1^2 + U_2^2 + \ldots + U_n^2$ een chi-kwadraat verdeling heeft, met n vrijheidsgraden.

Eigenschappen:
- Verwachting : $\mu = n$
- Variantie : $\sigma^2 = 2n$
- Als χ^2_m en χ^2_n onafhankelijk zijn, dan $\chi^2_n + \chi^2_m = \chi^2_{n+m}$.

② De Student of T-verdeling (Notatie : $T_n \sim t_n$)

Laat $U \sim N(0,1)$ en $V \sim \chi^2_n$ met U en V onafhankelijk.
We zeggen dat $T_n = \dfrac{U}{\sqrt{\frac{V}{n}}}$ een studentenverdeling heeft met n vrijheidsgraden.

Eigenschappen:
- De verdeling is symmetrisch ten opzichte van 0.
- Verwachting = 0