Hoofdstuk 4 Toetsen en Hypothesen

We hebben gemerkt dat verdelingen v/e stochastische variabele veelal één of meer parameters hebben. Bijv., de parameters bij de binomiale verdeling zijn n en p, en bij de normale verdeling, μ en σ.
Hypothesen zijn veronderstellingen of beweringen omtrent de grootte van een bepaalde parameter.
We willen onze hypothese toetsen door te kijken of onze bewering in een steekproef ook opgaat.

De bewering die getoetst wordt noemen we de <u>nulhypothese</u> (H_0) en het complement van de te toetsen bewering noemen we de <u>alternatieve hypothese</u> (H_1).

- <u>Nul Hypothese</u> (H_0): Status quo voor degene die het steekproef experiment verricht.
  De hypothese die aanvaard zal worden, tenzij de gegevens overtuigend bewijs leveren dat de hypothese onjuist is.
- <u>Alternatieve of Onderzoeks Hypothese</u> (H_1) wordt alleen aanvaard als de gegeven overtuigend bewijs leveren van de juistheid ervan.

We kunnen het volgende schema opstellen met betrekking tot beslissingen die genomen kunnen worden:

	Werkelijkheid	
Beslissing	H_0 juist	H_0 onjuist
H_0 Aanvaarden	Goede Beslissing	Fout v/d 2e soort
H_0 Verwerpen	Fout v/d 1e soort	Goede Beslissing

Een fout v/d 1e soort: H_0 verwerpen terwijl H_0 juist is. (kans α)

Een fout v/d 2e soort: H_0 aanvaarden terwijl H_0 onjuist is. (kans β)

Men zal meestal proberen de kans op een fout van de 1e soort zo klein mogelijk te laten zijn.

<u>vb</u>: Stel dat de gemiddelde breuksterkte van rioolbuizen groter moet zijn dan 2400 kilo per strekkende meter.
Elke fabrikant die dit product wil verkopen a/d gemeente moet aantonen dat zijn product aan deze specificatie voldoet.
Dus we willen vaststellen of de gemiddelde breuksterkte groter is dan 2400 kg p/strekkende m.
Vanuit het standpunt v/h gemeente bestuur, dat de toetsen laat uitvoeren houden de hypothesen het volgende in:

$H_0 : \mu \leq 2400$ (buis voldoet niet a/d specificaties)

$H_1 : \mu > 2400$ (buis voldoet a/d specificaties)

Om een beslissing te kunnen nemen, berekenen we de uitkomst v/e <u>toetsingsgrootheid, T.</u>

Een toetsingsgrootheid is een steekproefgrootheid die wordt gebruikt om te beslissen of de nulhypothese moet worden verworpen.

Via de toetsingsgrootheid, T, stellen we een beslissingscriterium op. Indien de gevonden steekproefwaarde v/d toetsingsgrootheid te veel v/d beweerde waarde van H_0 afwijkt, zal men geneigd zijn de nulhypothese te verwerpen.

Het <u>kritieke gebied</u> wordt gevormd door alle waarden v/d toetsingsgrootheid waarvoor H_0 wordt verworpen.

Het kritieke gebied wordt bepaald op grond van een tevoren vastgelegde <u>onbetrouwbaarheids drempel, α.</u> (Significantie-niveau of significance level)

Bijvoorbeeld 1% (0.1), 5% (0.05), 10% (0.10).

Er geldt dus:

α = P(fout v/d 1e soort) = P(H_0 ten onrechte verworpen)

= $P(T \in K \mid H_0 \text{ is juist})$

Kritieke gebied

Toetsingsgrootheid

Conclusie:

ⓐ Als de uitkomst v/d toetsingsgrootheid i/h kritieke gebied valt, verwerp H_0.

ⓑ Als de uitkomst v/d toetsingsgrootheid niet i/h kritieke gebied valt, aanvaard H_0.

NB.

- Er is altijd een kans dat H_0 ten onrechte verworpen wordt, en deze kans is gelijk aan α.

Het aanvaarden van H_0 wil nog niet zeggen dat de bewering in H_0 juist is.

Immers: ⓐ de beslissing is genomen voor één bepaalde steekproef

ⓑ Er is mogelijk een fout v/d 2e soort

ⓒ Een parameter waarde die slechts weinig afwijkt v/d in H_0 gestelde waarde, zou mogelijk met deze steekproef ook aangenomen worden.

In bepaalde gevallen, afhankelijk v/d verdeling v/d toetsingsgrootheid, is het mogelijk om achteraf nog wat te zeggen over de kans op een fout van de 2e soort.

$\beta = P(\text{fout v/d } 2^e \text{ soort}) = P(H_0 \text{ ten onrechte aanvaarden})$

$= P(T \notin K \mid H_0 \text{ is onjuist, } H_1 \text{ is juist})$

Het complement van β heet het <u>onderscheidend vermogen</u>. Dit is de kans dat de toets terecht leidt tot het verwerpen van de nulhypothese voor een bepaalde waarde van μ in de alternatieve hypothese.

Het onderscheidend vermogen is:

$1-\beta = P(T \in K \mid H_1 \text{ is juist})$

Toetsen in veel voorkomende situaties:

H_1:	Type Test
$<$	links éénzijdig
$>$	Rechts éénzijdig
$\neq$	Tweezijdig