31 Er wordt éénmaal m/e zuivere dobbelsteen geworpen.

x = aantal ogen

$u_x = \{1,2,3,4,5,6\}$

Kansfunctie = $p(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} \text{ voor } x=1 \\ \frac{1}{6} \text{ voor } x=2 \\ \vdots \\ \frac{1}{6} \text{ voor } x=6 \end{cases}$

Verdelingsfunctie = $F(x) = \begin{cases} F(1) = \frac{1}{6} \\ F(2) = \frac{1}{3} \\ F(3) = \frac{1}{2} \\ F(4) = \frac{2}{3} \\ F(5) = \frac{5}{6} \\ F(6) = 1 \end{cases}$

Verwachting $E(x)$ =

$= 1(\frac{1}{6}) + 2(\frac{1}{6}) + 3(\frac{1}{6}) + 4(\frac{1}{6}) + 5(\frac{1}{6}) + 6(\frac{1}{6}) = \frac{21}{6}$

$= \frac{7}{2}$

Variantie $\sigma^2(x) = \Sigma (x-\mu)^2 \cdot p(x)$

Of $= E(x^2) - (E(x))^2$

$= \left[1^2(\frac{1}{6}) + 2^2(\frac{1}{6}) + 3^2(\frac{1}{6}) + 4^2(\frac{1}{6}) + 5^2(\frac{1}{6}) + 6^2(\frac{1}{6})\right] - (\frac{7}{2})^2$

$= 2.92$

33 Bij elk lot 2, 3, of 4 gulden te winnen.

X = uitkering bij 2 gekochte loten.

a) Mogelijke uitkeringen: $2+2=4$, $2+3=5$, $2+4=6$, $3+4=7$, $4+4=8$

$1^e \backslash 2^e$	2	3	4
2	4	5	6
3	5	6	7
4	6	7	8

9 total

$U_x = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

$p(4) = \frac{1}{9}$ $\quad p(6) = \frac{3}{9}$ $\quad p(8) = \frac{1}{9}$

$p(5) = \frac{2}{9}$ $\quad p(7) = \frac{2}{9}$

b) Verwachting:

$$E(x) = 4\left(\tfrac{1}{9}\right) + 5\left(\tfrac{2}{9}\right) + 6\left(\tfrac{3}{9}\right) + 7\left(\tfrac{2}{9}\right) + 8\left(\tfrac{1}{9}\right) = \frac{54}{9} = 6$$

Variantie:

$$\sigma^2(x) = E(x^2) - (E(x))^2$$
$$= \left[4^2\left(\tfrac{1}{9}\right) + 5^2\left(\tfrac{2}{9}\right) + 6^2\left(\tfrac{3}{9}\right) + 7^2\left(\tfrac{2}{9}\right) + 8^2\left(\tfrac{1}{9}\right)\right] - 6^2 = \frac{4}{3}$$

34 3 dames, 4 heren } kies 2 personen.

Keuzes:

2 dames : kans op succes = 0.6

1 dame, 1 heer : " " " = 0.3

2 heren : " " " = 0.1

Let op dat de kans op een succesvolle onderhandeling hier zelf een stochastische variabele is.

x = kans op een succesvolle onderhandeling.

$$p(2\text{ dames}) = \frac{C(3,2)\,C(4,0)}{C(7,2)} = \frac{1}{7}$$

$$P(1\text{ dame}, 1\text{ heer}) = \frac{C(3,1)\,C(4,1)}{C(7,2)} = \frac{4}{7}$$

$$P(2\text{ heren}) = \frac{C(3,0)\,C(4,2)}{C(7,2)} = \frac{2}{7}$$

ⓐ $E(x) = 0.6\left(\frac{1}{7}\right) + 0.3\left(\frac{4}{7}\right) + 0.1\left(\frac{2}{7}\right) = \frac{2}{7}$

ⓑ Als er bij voorbaat 1 bepaalde heer in de afvaardiging zit, dan zijn er de volgende situaties: 1 heer, 1 dame

1 heer, 1 heer.

$$E(x) = 0.3\left(\frac{4}{7}\right) + 0.1\left(\frac{2}{7}\right) = 0.2$$

35 100 loten, 1 gulden per lot

1 prijs van 50 gulden

2 prijzen van 10 gulden

verder <u>geen</u> prijzen.

Winst = prijs − inzet.

a $U_w = \{(50-1), (10-1), (0-1)\} = \{49, 9, -1\}$

$p(49) = \frac{1}{100}$ $\quad p(9) = \frac{2}{100}$ $\quad p(-1) = \frac{97}{100}$

$E(w) = 49\left(\frac{1}{100}\right) + 9\left(\frac{2}{100}\right) + (-1)\left(\frac{97}{100}\right) = -\frac{30}{100}$

b Als ik 2 loten koop:

$U_w = \{(\frac{0}{L_1}, \frac{0}{L_2}), (\frac{0}{L_1}, \frac{10}{L_2}), (\frac{0}{L_1}, \frac{50}{L_2}), (\frac{10}{L_1}, \frac{10}{L_2}), (\frac{10}{L_1}, \frac{50}{L_2})\}$

$= \{-2, 8, 48, 18, 58)$ [vergeet niet om elke keer 2 gulden af te trekken] want je koopt 2 loten.

$p(-2) = \frac{C(1,0)C(2,0)C(97,2)}{C(100,2)}$ $\quad p(18) = \frac{C(1,0)C(2,2)C(97,0)}{C(100,2)}$

$p(8) = \frac{C(1,0)C(2,1)C(97,1)}{C(100,2)}$ $\quad p(58) = \frac{C(1,1)C(2,1)C(97,0)}{C(100,2)}$

$p(48) = \frac{C(1,1)C(2,0)C(97,1)}{C(100,2)}$

(Er gebeuren 3 dingen: stel de (0,0) case:

$\frac{C(\overset{\times 50}{1},0)\,C(\overset{\times 10}{2},0)\,C(\overset{\times 0}{97},2)}{C(100,2)}$

dus geen 50, geen 10, maar alleen verder 0

stel de (0,50) case:

$\underbrace{C(1,1)}_{\text{1X 50 gulden}}\ \underbrace{C(2,0)}_{\text{geen 10}}\ \underbrace{C(97,1)}_{\text{1X 0 gulden}}$

#35 (b) continued

$p(-2) = 0.941$

$p(8) = 0.039$

$p(48) = 0.020$

$p(18) = 0.0002$

$p(58) = 0.0004$

$$E(w) = -2(0.941) + 8(0{,}039) + 48(0{,}020) + 18(0{,}0002) + 58(0{,}0004) = -0.6$$

(c) Als ik 100 loten koop:
Dan win ik zeker alle 3 prijzen, maar betaal ook 100 gulden: $(10+10+50) - 100 = -30$