Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Лабораторная работа № 2

Дисциплина Моделирование

Тема Распределение случайных величин

Студент Ильясов И. М.

Группа ИУ7-73Б

Вариант 6

Преподаватель Рудаков И.В.

Москва, 2020 г.

Формализация задачи

Равномерное распределение

Равномерное распределение непрерывной случайной величины – распределение, в котором значения случайной величины с двух сторон ограничены и в границах интервала имеют одинаковую вероятность. Плотность вероятности в данном интервале постоянна. Равномерное распределение обозначают $X \sim R(a, b)$, где $a, b \in \mathbb{R}$.

Функция распределения равномерной непрерывной случайной величины имеет следующий вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < a; \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{если } a \leq x \leq b; \\ 1, & \text{если } x > b. \end{cases} \quad (1)$$

При этом **плотность распределения** определяется:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{если } a \leq x \leq b; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (2)$$

График плотности распределения и функции распределения равномерной непрерывной случайной величины приведены на рисунке 1.

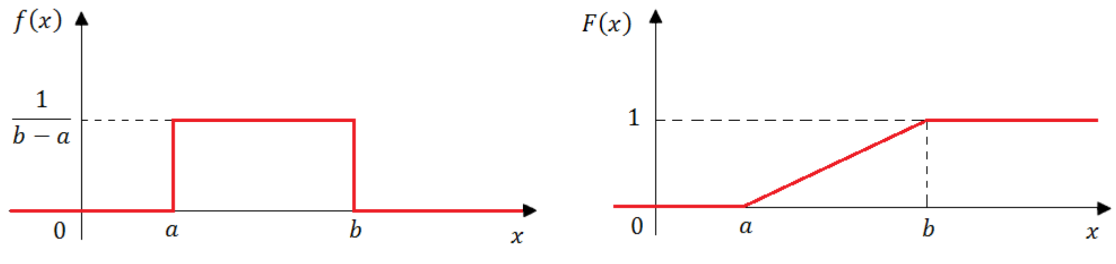

Рисунок 1 – плотность распределения и функция распределения равномерной непрерывной случайной величины.

Нормальное распределение

Говорят, что случайная величина имеет **нормальное** распределение, если **функция** ее **плотности** имеет следующий вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \tag{3}$$

где $-\infty < x < +\infty$,

$-\infty < \mu < +\infty$,

$\sigma > 0$.

При этом **функция распределения** находится:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx, \tag{4}$$

где $-\infty < x < +\infty$,

$-\infty < \mu < +\infty$,

$\sigma > 0$.

Обозначают нормальное распределение $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.

Математическое ожидание μ характеризует положение «центра тяжести» вероятностной массы нормального распределения. Получается, что график плотности распределения случайной величины, имеющей нормальное распределение, симметричен относительно $x = \mu$.

Дисперсия σ характеризует разброс значений случайной величины относительно «центра тяжести».

График плотности распределения и функции распределения нормальной случайной величины приведены на рисунке 2.

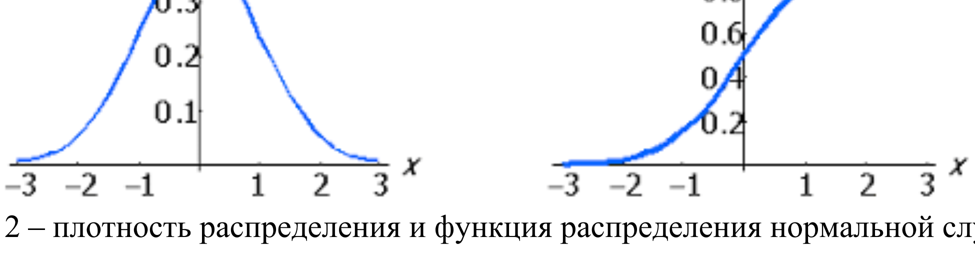

Рисунок 2 – плотность распределения и функция распределения нормальной случайной величины.

Результаты работы

Равномерное распределение

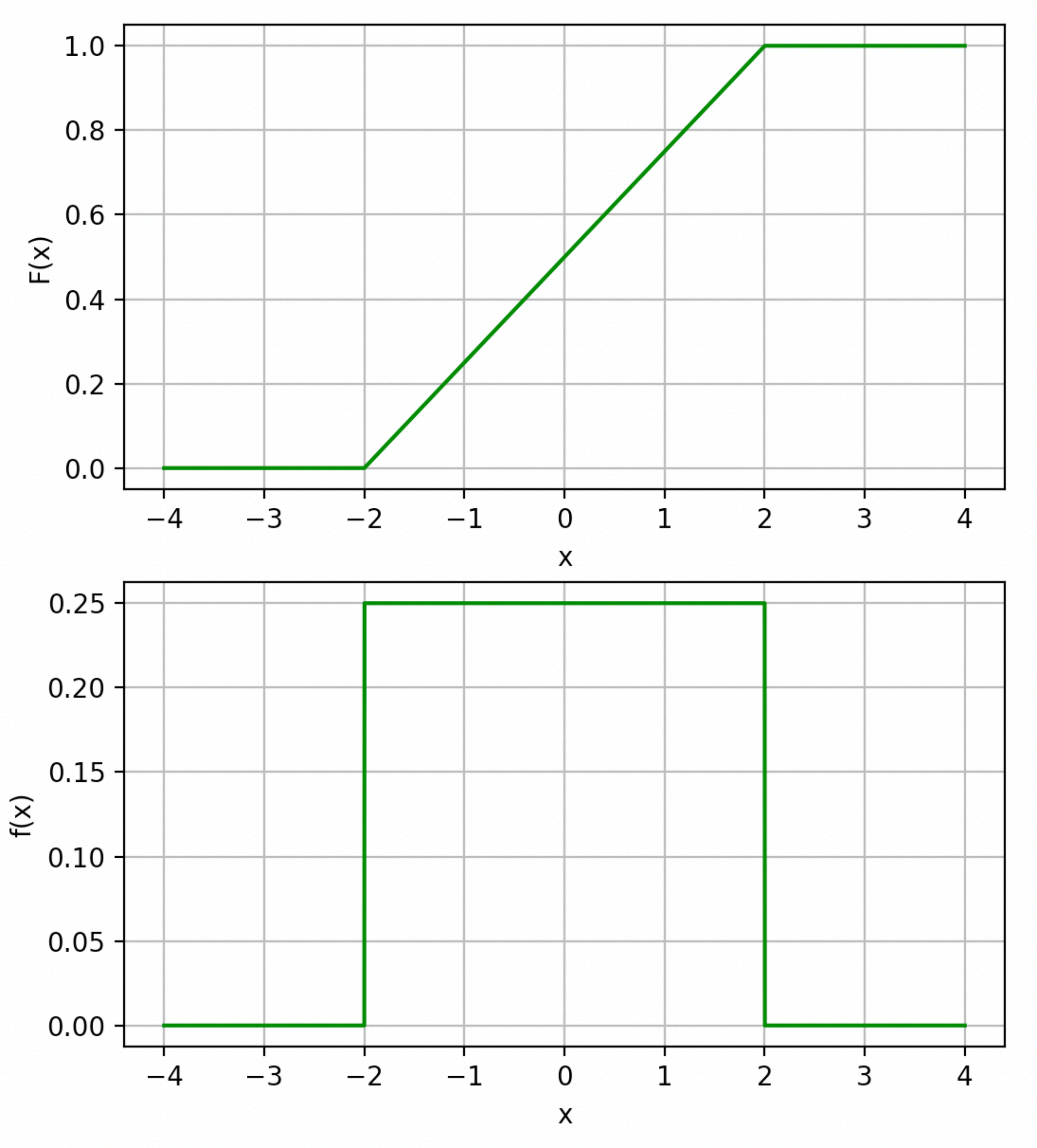

Рисунок 3 – графики функции распределения и плотности распределения равномерной случайной величины при $a = -2, b = 2$.

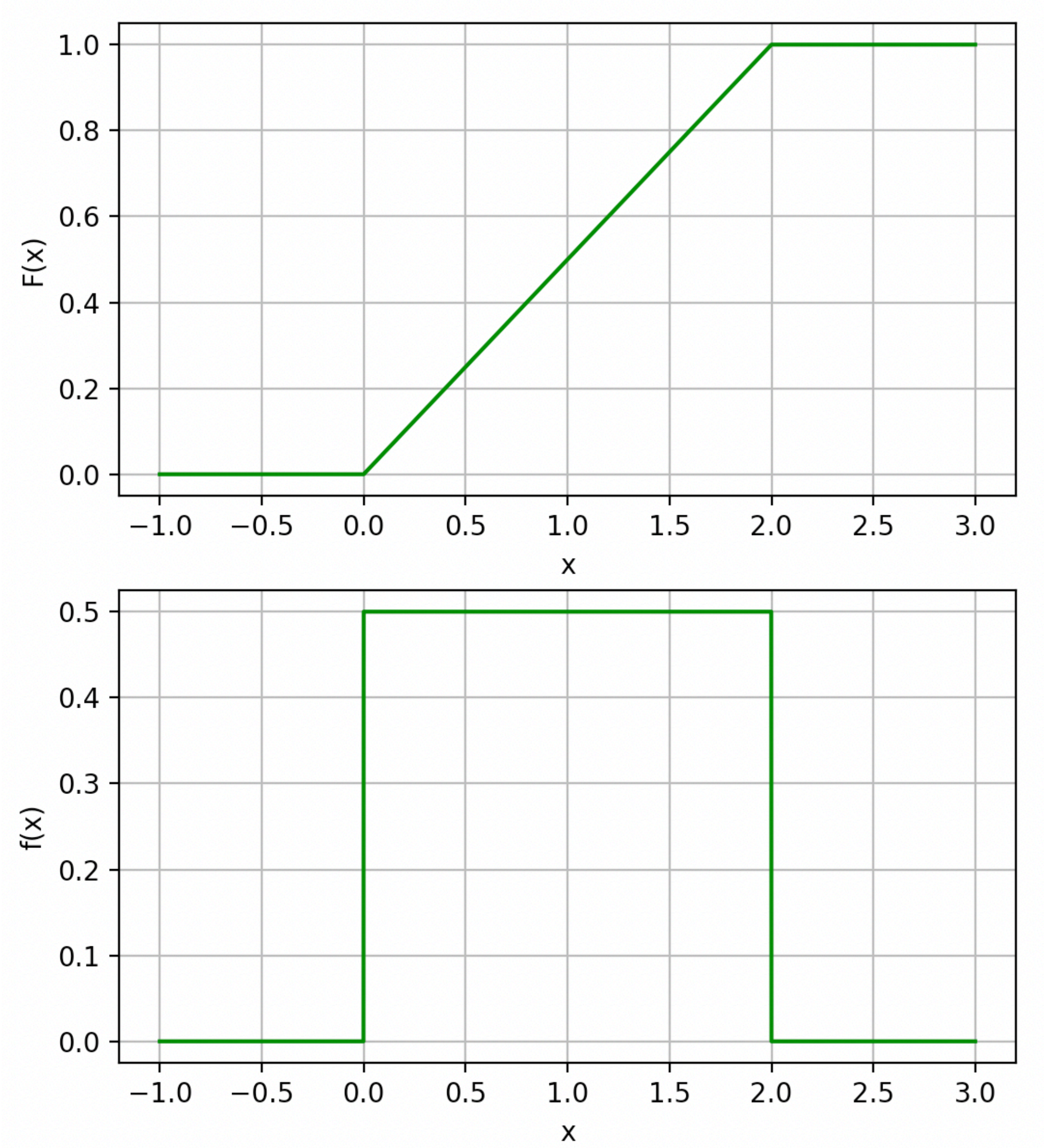

Рисунок 4 – графики функции распределения и плотности распределения равномерной случайной величины при $a = 0, b = 2$.

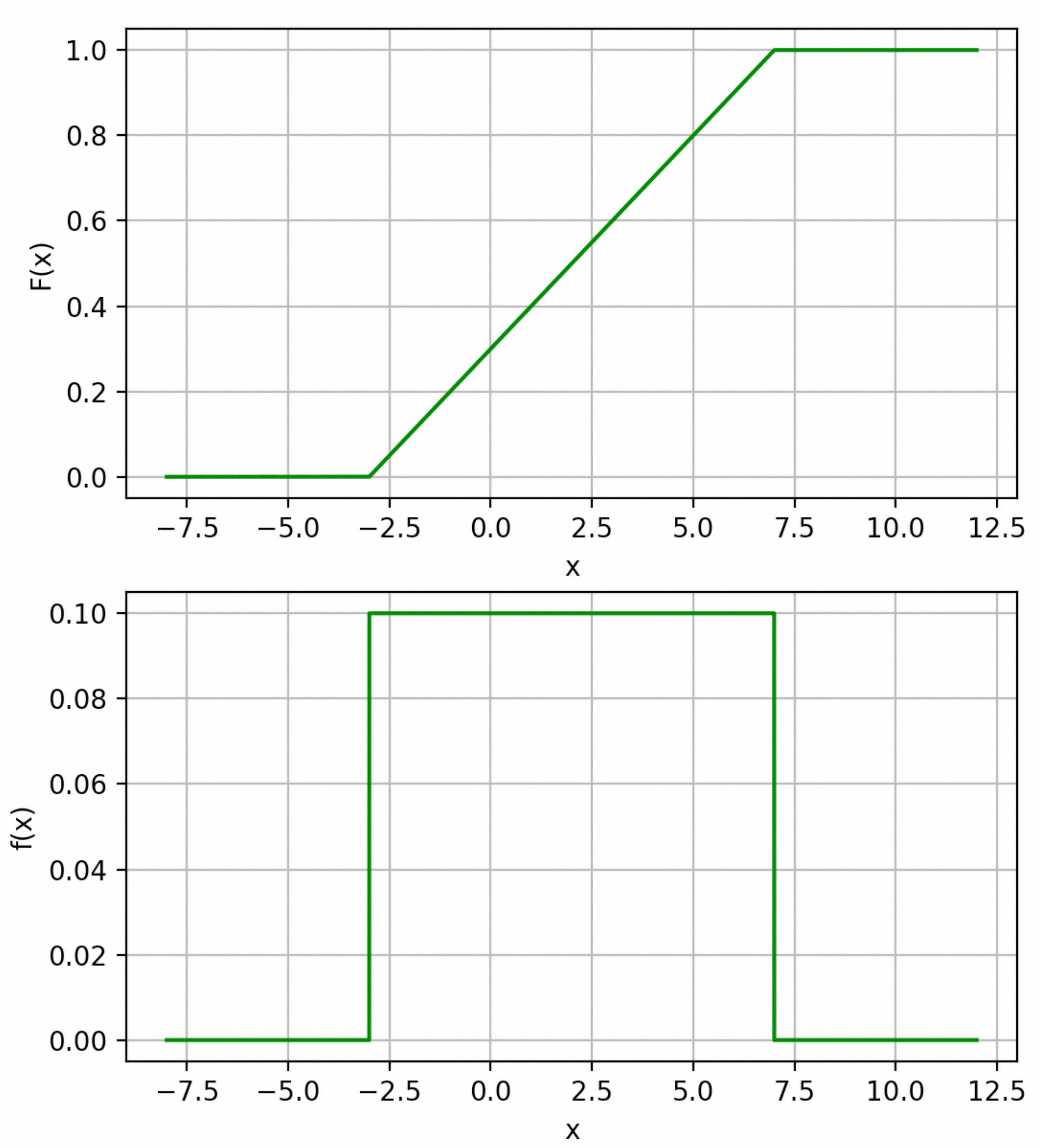

Рисунок 5 – графики функции распределения и плотности распределения равномерной случайной величины при $a = -3, b = 7$.

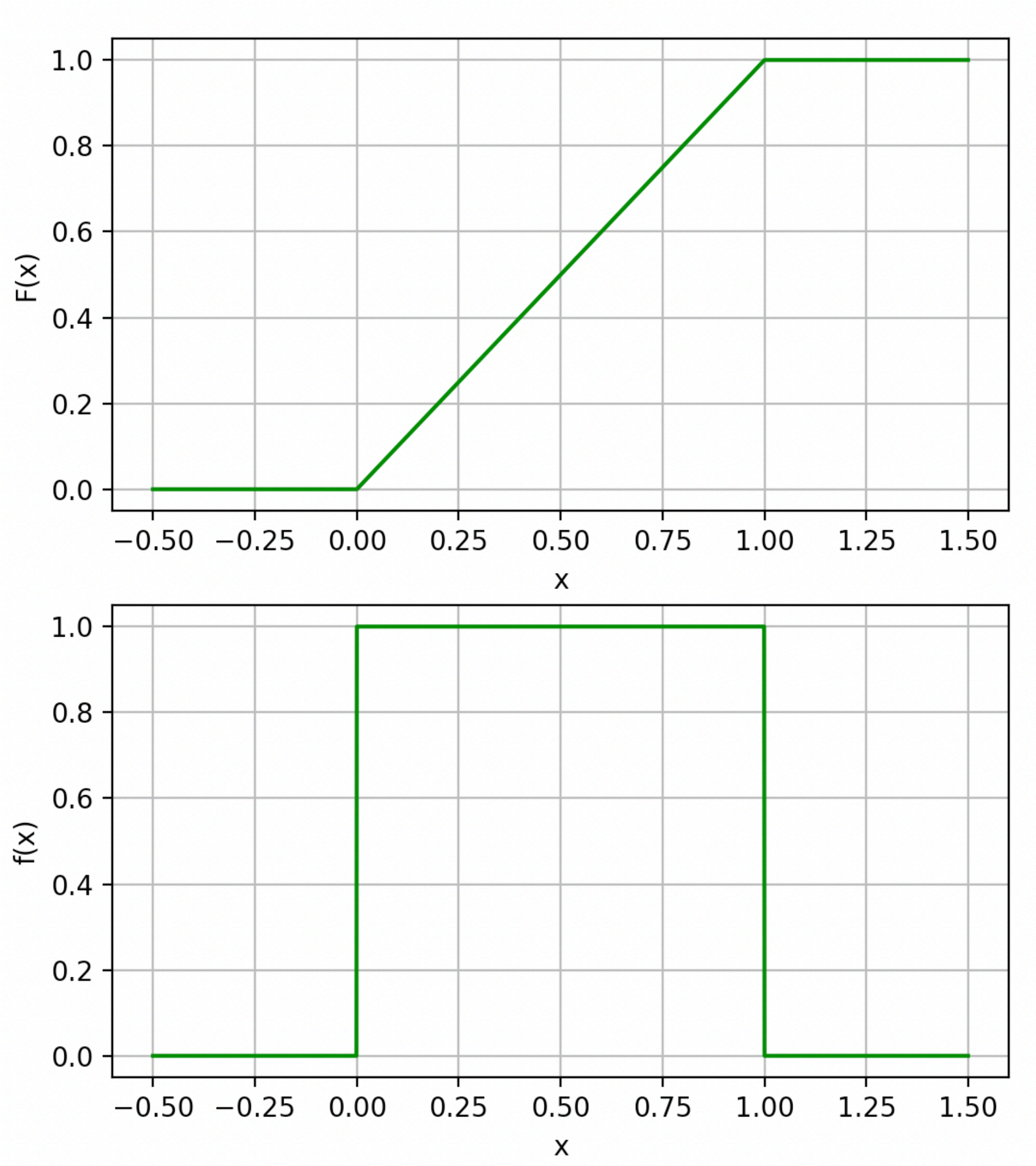

Рисунок 6 – графики функции распределения и плотности распределения равномерной случайной величины при $a = 0, b = 1$.

Нормальное распределение

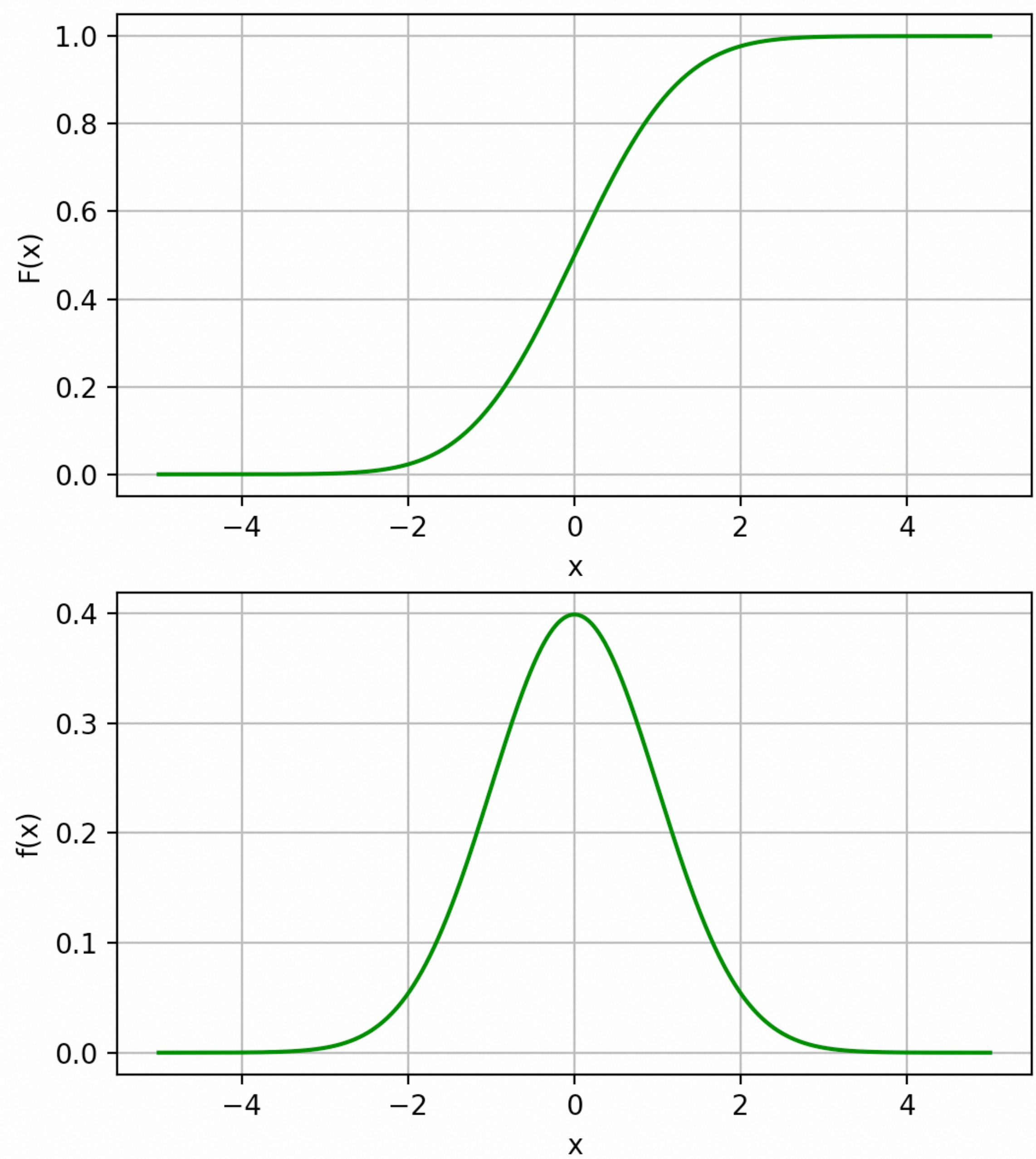

Рисунок 7 – графики функции распределения и плотности распределения нормальной случайной величины при $\mu = 0, \sigma = 1$.

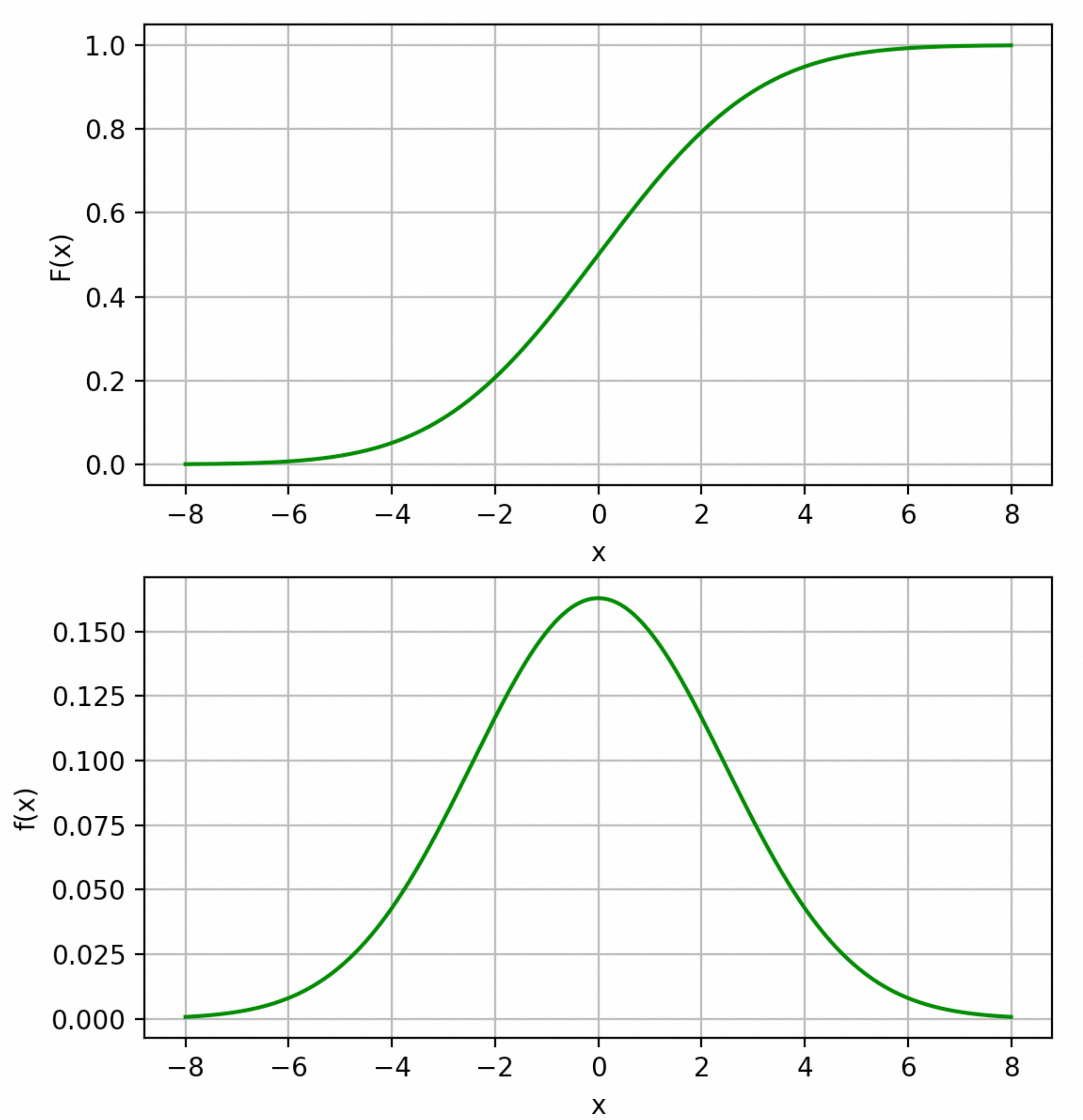

Рисунок 8 – графики функции распределения и плотности распределения нормальной случайной величины при $\mu = 0, \sigma = 6$.

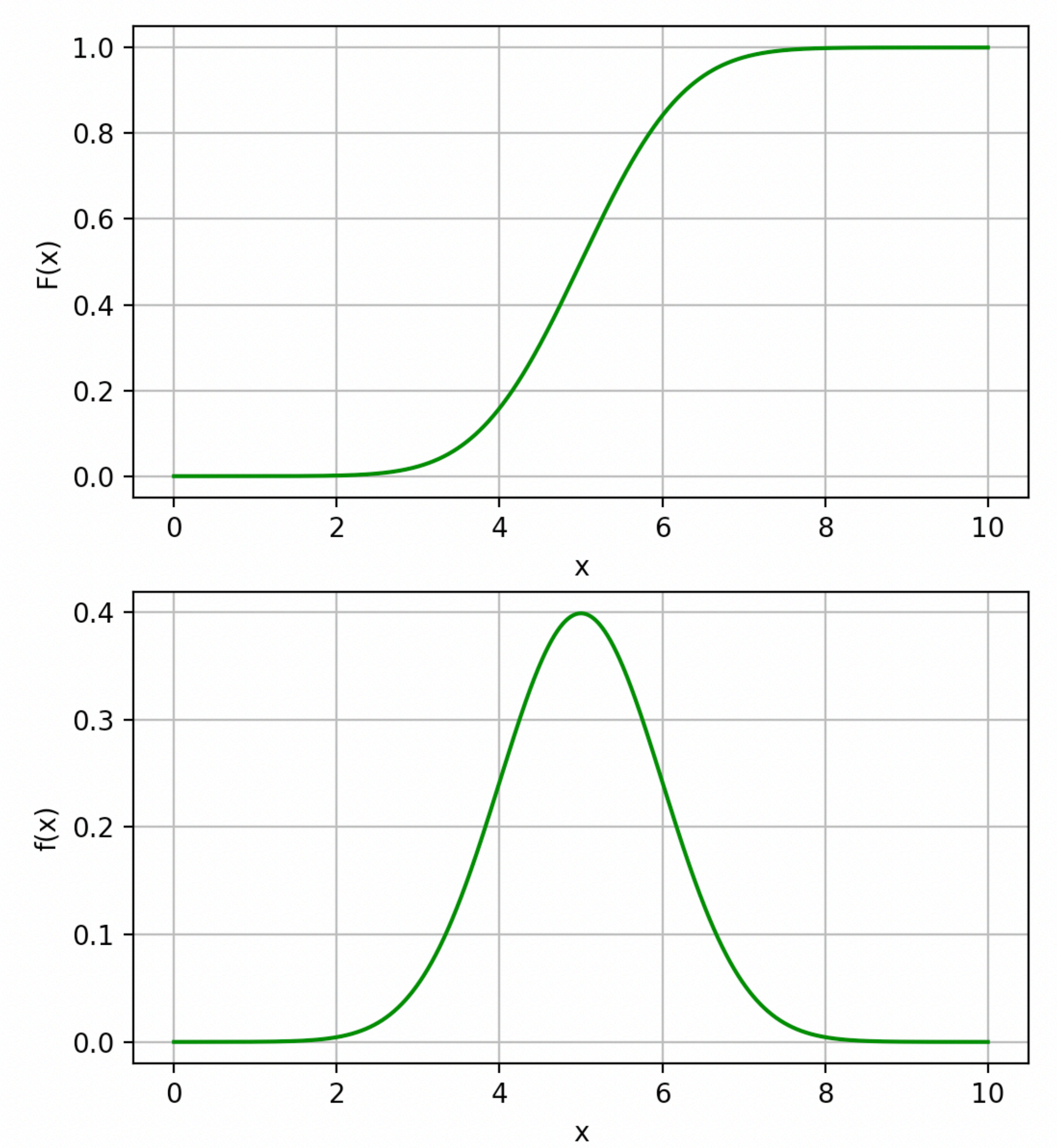

Рисунок 9 – графики функции распределения и плотности распределения нормальной случайной величины при $\mu = 5, \sigma = 1$.

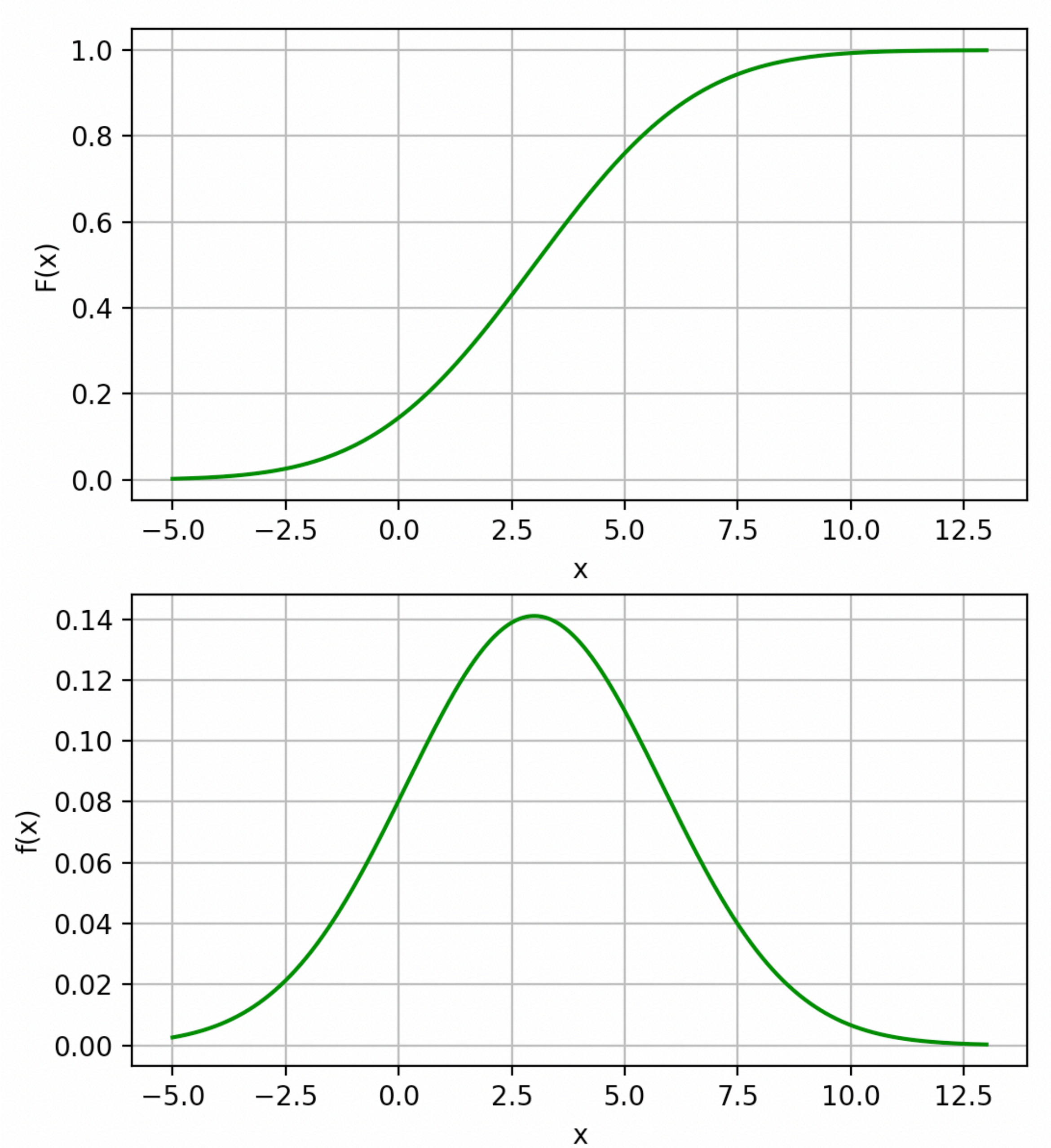

Рисунок 10 – графики функции распределения и плотности распределения нормальной случайной величины при $\mu = 3, \sigma = 8$.

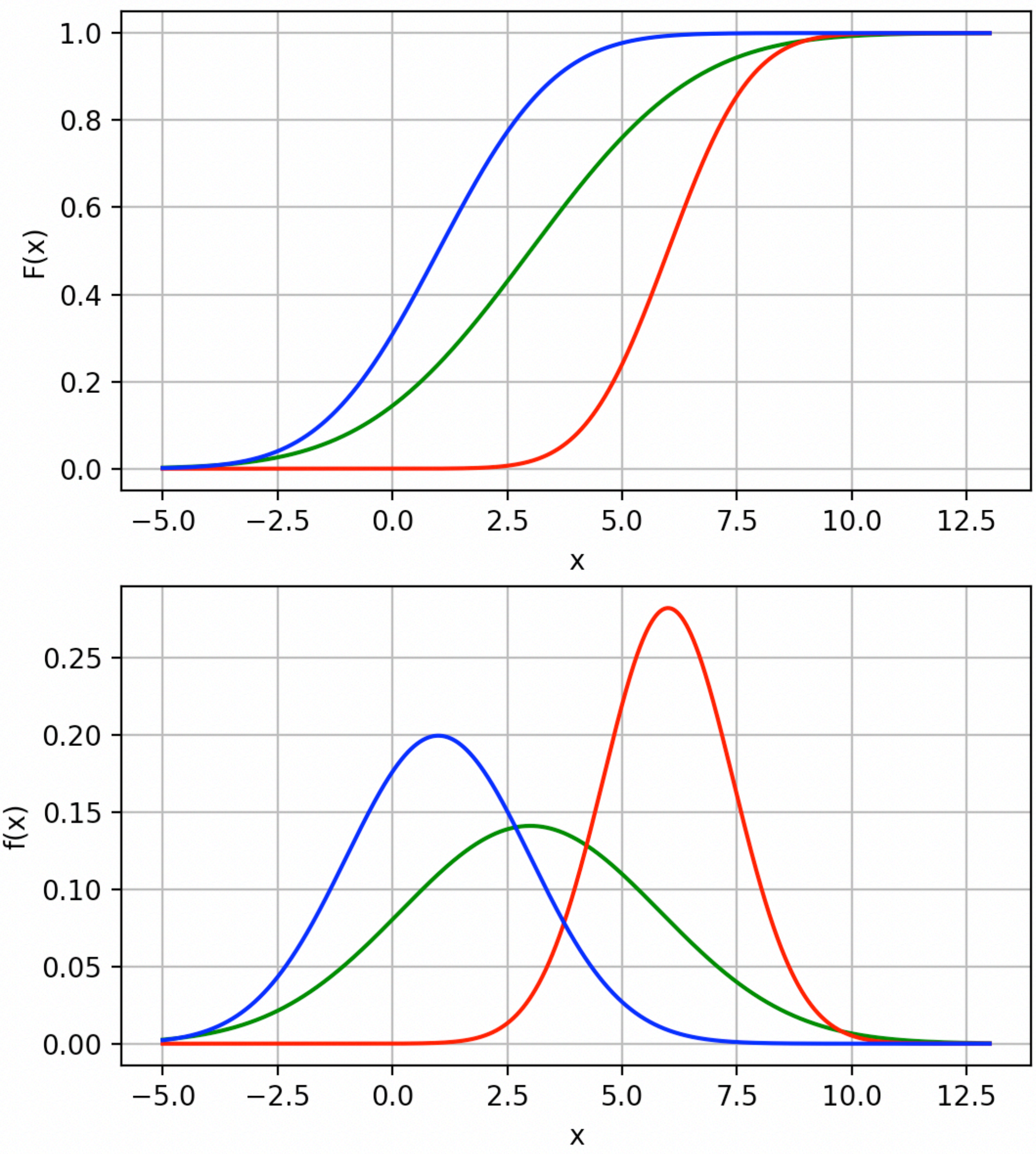

Рисунок 11 – графики функции распределения и плотности распределения нормальной случайной величины при $\mu = 3, \sigma = 8$ (зеленый), $\mu = 6, \sigma = 2$ (красный), $\mu = 1, \sigma = 4$ (синий).

Вывод

В результате выполнения лабораторной работы с использованием программных средств были построены графики равномерного и нормального распределений и их функции плотности. Также было проведено сравнение этих графиков при разных значениях a, b (для равномерного распределения) и μ, σ (для нормального распределения).