Gambaran Sederhana Pengujian Keabsahan Teori Metode Pengkuantuman "Lokal-Lokal" dan "Global-Lokal" dalam Sistem Bertopologi Spasial Berubah

Akhmad Aminuddin Bama
Jurusan Fisika FMIPA Universitas Sriwijaya, Sumatera Selatan, Indonesia
e-mail: akhmadbama@yahoo.com

Intisari: Dalam makalah ini dibahas bagaimanakah seharusnya pengujian dapat disusun atau dilakukan (khususnya secara eksperimental) untuk membuktikan keabsahan teori pengkuantuman yang dibangun berdasarkan metode "lokal-lokal" dan "global-lokal". Kedua metode pengkuantuman terkait dengan sistem kuantum zarah identik dalam ruang bertopologi spasial berubah yang pembangunannya didasarkan pada "lintasan bak-sejarah" (*history-like path*).

Kata kunci: metode lokal-lokal, metode global-lokal, lintasan bak-sejarah, statistika kuantum, termodinamika

Abstract: In this paper, we discuss how the testing should be can be arranged or carried out (especially experimentally) to prove the validity of the quantization theory built by a "local-local" and a "global-local" methods. Both methods of quantization associated with quantum systems of identical particles in a spatial topology changed which is development based on the "history-like" path.

Keywords: local-local method, global-local method, history-like path, quantum statistics, thermodinamics

Received: 2 April 2012; *Accepted*: 25 April 2012

1 PENDAHULUAN

Prosedur pengkuantuman kanonik bagi sistem zarah identik dilandaskan pada hipotesis bahwa topologi manifol ruang spasial tetap. Metode pengkuantuman itu sama sekali belum mengungkap persoalan yang terkait dengan sistem bertopologi spasial berubah.

Untuk sistem N-zarah identik tanpa spin (*spinless*) yang hidup di dalam ruang (ruang-waktu) dengan topologi spasial tetap, pengkuantuman tak setara berpadanan-(1-1) dengan wakilan uniter tak tersusutkan (WUTT) grup fundamental bagi ruang konfigurasi kanonik sistem, yang isomorfis dengan grup *braid* N-untai bagi ruang spasial yang dihuni oleh sistem zarah itu. Sebuah WUTT bagi grup *braid* ini tersusun dari dua macam wakilan, yaitu wakilan yang terkait dengan pembangkit lingkar homotopi selain pembangkit permutasi zarah, dan wakilan yang terkait dengan pembangkit permutasi zarah; umumnya wakilan ini tersusutkan (tereduksi). Suatu jenis statistika yang mungkin bagi N-zarah identik, di dalam ruang tertentu, yang diberikan oleh sebuah WUTT bagi grup *braid* ditentukan oleh wakilan yang terkait dengan pembangkit permutasi zarah[1,2].

Ketika sistem zarah identik yang ditinjau berstruktur internal (misalnya berspin), di samping ruang atau manifol spasial yang merupakan hunian bagi zarah itu, diperlukan ruang tambahan yang memparameterkan struktur internalnya. Karena itu ruang konfigurasi bagi sistem dapat dipandang sebagai ruang total bagi bundel serat dengan ruang spasial sebagai ruang dasar dan ruang tambahan sebagai seratnya[3].

Untuk sistem N-zarah identik tak berspin yang hidup di dalam ruang-waktu M yang mengalami perubahan topologi spasial, pengkuantuman tak setara maupun statistika bagi sistem dapat dibangun dengan memperkenalkan konsep baru, yaitu "lintasan bak-sejarah" bagi sistem, yang merupakan lintasan homotopis nir-kausal[4]. Dengan menggunakan konsep ini, diperkenalkan dua metode dalam membangun pengkuantuman tak setara bagi sistem zarah identik yang topologi spasialnya dapat berubah, yaitu metode "lokal-lokal" (L-L) dan "global-lokal" (G-L)[4].

Sampai sejauh ini belum ada bukti yang dapat menunjukkan metode yang mana dari kedua metode di atas (L-L atau G-L) yang berlaku untuk pengkuantuman sistem zarah identik yang ruang spasialnya dapat berubah. Sebelum menjawab hal itu, persoalan utama yang perlu dijawab adalah bagaimanakah seharusnya pengujian itu disusun atau dilakukan (khususnya secara eksperimental) untuk membuktikan keabsahan teori pengkuantuman dengan kedua metode di atas?

Bertolak dari permasalahan di atas, dalam makalah ini, dikaji mengenai bagaimanakah seharusnya pengujian dapat disusun atau dilakukan untuk membuktikan keabsahan teori pengkuantuman yang dibangun berdasarkan metode "L-L" dan "G-L" untuk sistem zarah identik tanpa spin yang topologi ruang spasialnya dapat berubah.

2 LINTASAN BAK-SEJARAH; METODE L-L DAN G-L

Di dalam seksi ini diulas kembali secara singkat konsep "lintasan bak-sejarah" bagi sistem zarah identik dan metode pengkuantuman L-L dan G-L sebagaimana yang telah dijelaskan di dalam makalah Bama[4].

Konsep "lintasan bak-sejarah" dibangun berdasarkan beberapa hal dasar berikut. **Pertama**, di dalam setiap irisan ruang-waktu untuk waktu t yang berbeda, selalu ada daerah lokal yang homeomorfis dengan semua daerah lokal di dalam irisan ruang-waktu untuk waktu t' yang lain sedemikian hingga identifikasi titik-titik di dalam daerah lokal pada berbagai irisan itu dapat dilakukan. **Kedua**, ruang-waktu topologis yang mengalami perubahan topologi spasial dapat dibagi menjadi sejumlah daerah yang tidak mengandung irisan singular dan daerah yang mengandung irisan singular. Untuk daerah yang mengandung irisan singular, suatu lintasan bak-sejarah dapat dideformasi homotopis menuju daerah yang tidak mengandung irisan singular. Pendeformasian itu dapat dilakukan sepanjang daerah yang mengandung irisan singular itu tersambung lintasan. Karena itu, **ketiga**, lintasan bak-sejarah bagi sistem zarah identik di dalam ruang-waktu topologis dengan topologi spasial berubah diberikan oleh komposisi lintasan bak-sejarah bagi setiap daerah yang tak mengandung irisan singular di dalam ruang-waktu itu.

Setiap kelas homotopi lintasan akan dilabeli dengan "kata" (*word*) yang dibangun dari pembangkit grup fundamental $\pi_1(Q_N(\Sigma_i))$ bagi ruang konfigurasi sistem di dalam ruang spasial Σ_i yang merupakan tarikan deformasi bagi daerah yang tak mengandung irisan singular $\mathcal{M}_i$ di dalam ruang-waktu topologis M. Label bagi setiap kelas setara lintasan bak-sejarah akan menentukan pembangkit grup fundamental $\pi_1(Q_N(\Sigma))$ bagi suatu ruang konfigurasi Σ. WUTT bagi grup fundamental itulah yang akan menentukan pengkuantuman tak setara dan statitiska yang mungkin bagi sistem N-zarah identik di dalam M.

Dengan menggunakan konsep lintasan bak-sejarah, ada dua metode yang diusulkan untuk membangun pengkuantuman tak setara bagi sistem zarah identik yang topologi spasialnya dapat berubah, yaitu metode "lokal-lokal" (L-L) dan "global-lokal" (G-L). Metode pertama berkaitan dengan pembangunan pengkuantuman tak setara di dalam setiap daerah yang tidak mengandung irisan singular $\mathcal{M}_i$ di dalam ruang-waktu topologis M. Masing-masing pengkuantuman berpadanan-(1-1) dengan WUTT grup fundamental bagi sistem yang dibangkitkan oleh pembangkit di dalam masing-masing daerah itu berdasarkan lintasan bak sejarah yang mungkin bagi sistem. Metode kedua berkaitan dengan pembangunan pengkuantuman tak setara bagi sistem di dalam keseluruhan ruang-waktu topologis M. Pengkuantuman itu berpadanan-(1-1) dengan WUTT bagi suatu grup fundamental yang dibangkitkan oleh berbagai pembangkit yang berkaitan dengan lintasan bak-sejarah bagi sistem itu di dalam M, dan dianggap bahwa pengkuantuman itu dapat berlaku di semua daerah $\mathcal{M}_i$ di dalam M. Statistika yang mungkin bagi N-zarah identik di dalam M yang diberikan oleh sebuah WUTT ρ bagi grup *braid* $\mathrm{B}_N(\Sigma)_M$ ditentukan oleh batasan ρ untuk $\varsigma_N(\Sigma)_M$ yang merupakan subgrup dari $\mathrm{B}_N(\Sigma)_M$ yang dibangkitkan oleh permutasi zarah.

Konsekuensi fisis menarik dari hasil yang diperoleh baik dengan menggunakan metode "L-L" maupun metode "G-L" adalah bahwa pengkuantuman tak setara maupun statistika bagi sistem zarah identik tergantung pada sejarah masa lalunya ataupun masa depannya. Misalnya, untuk sistem zarah identik yang menghuni ruang yang mengalami perubahan topologi dari S^2 menjadi T^2, maka dengan menggunakan metode "G-L", sistem akan memenuhi pengkuantuman tak setara maupun statistika seperti jika sistem berada pada ruang spasial T^2. Hal ini berarti bahwa ketika belum terjadi perubahan topologi (zarah berada dalam S^2), terdapat pengkuantuman maupun statistika bagi zarah yang tidak muncul ketika dilakukan peninjauan terhadap sistem dengan menggunakan metode pengkuantuman kanonik biasa. Demikian juga dengan sistem zarah identik yang menghuni ruang-waktu yang mengalami perubahan topologi spasial dari S^3 menjadi $S^2 \times S^1$, pengkuantuman tak setara maupun statistika yang mungkin bagi sistem itu akan mengikuti pengkuantuman dan statistika bagi sistem yang sama di dalam S^3. Artinya, ambistatistika maupun statistika-parakontinu (yang diperoleh ketika digunakan metode pengkuantuman kanonik) tidak pernah muncul. Karena itu dengan menggunakan metode "L-L" maupun "G-L", sangat mungkin bagi zarah, secara teoretis, memiliki sifat statistik yang lebih kaya atau bahkan lebih miskin daripada yang diperoleh melalui pengkuantuan kanonik biasa.

3 GAMBARAN SEDERHANA PENGUJIAN TEORI

Di dalam seksi ini akan dipaparkan secara singkat bagaimanakah pengujian (khususnya secara eksperimental) dapat disusun atau dilakukan untuk membuktikan keabsahan kedua metode di atas. Pembahasan diawali dari urut-urutan langkah dari pengkuantuman hingga termodinamika, yaitu penentuan pengkuantuman tak setara dan statistika sistem hingga gambaran termodinamikanya untuk ruang spasial tetap (dalam kasus ini diambil contoh sistem N-zarah identik di dalam ruang spasial berdimensi-3 tersambung sederhana), dilanjutkan dengan bagaimana seharusnya pengujian dapat dilakukan jika topologi ruang spasialnya berubah. Perlu ditekankan di sini bahwa elaborasi rancangan pengujian ini masih bersifat "*Gedanken-experiment*".

3.1 Urutan Langkah; dari Pengkuantuman hingga Termodinamika

Tinjauan diawali dengan pengkuantuman tak setara dan penentuan statistika yang mungkin, dilanjutkan dengan penentuan fungsi partisi agung bagi sistem yang merupakan faktor utama untuk mendapatkan berbagai besaran termodinamika. Semua tinjauan itu dilakukan terhadap sistem N-zarah identik di dalam latar ruang spasial tetap.

Ditinjau (sebagai contoh) sistem N-zarah identik di dalam S^3, $\Sigma = S^3$. Ruang konfigurasi bagi sistem diberikan oleh $Q_N(S^3) = ((S^3)^N - \Delta)/\mathrm{S}_N$. Grup *braid* bagi sistem ini isomorfis dengan grup permutasi N-objek, $\mathrm{B}_N(S^3) \cong \mathrm{S}_N$. WUTT bagi grup S_N telah diketahui dengan baik. Untuk WUTT berdimensi-1, pengkuantuman skalar yang mungkin adalah pengkuantuman yang terkait dengan statistika Bose dan statistika Fermi. Secara umum, untuk dimensi wakilan yang lebih tinggi, WUTT bagi grup ini menghasilkan parastatistika; statistika Bose dan Fermi merupakan kasus khusus bagi parastatistika. Dengan kata lain, dari WUTT inilah dapat ditentukan berbagai sektor ruang Hilbert yang masing-masing sektornya merupakan hunian bagi keadaan kuantum tertentu bagi sistem. Jumlah WUTT bagi S_N sama dengan jumlah partisi bagi bilangan bulat N, dan dilambangkan dengan $p(N)$. Jadi terdapat $p(N)$ pilihan statistik untuk N-zarah identik yang bergerak di dalam S^3. Berbagai sektor ruang Hilbert untuk sistem ini dapat dispesifikasi oleh "tabel Young".

Penerapan syarat fisis, yaitu syarat penguraian gugus (*cluster decomposition*), terhadap berbagai keadaan di atas akan menghasilkan fungsi partisi yang merupakan unsur utama dalam membangun termodinamika sistem. Penerapan asas ini terhadap sistem N zarah identik pada Σ terkait dengan dua sifat berikut:

- Jika $N' \leqslant N$ bagi zarah terlokalisasi pada submanifol Σ' bagi Σ, maka gambaran efektif bagi subsistem N'-zarah yang diberikan oleh sebuah pengkuantuman sistem N-zarah menjadi dapat diterima dari sudut pandang sebuah sistem N'-zarah pada Σ';
- Setiap pengkuantuman yang berbeda bagi sistem N'-zarah bebas pada Σ' dapat diperoleh melalui penyusutan suatu sistem yang lebih besar.

Dua sifat di atas menjamin bahwa untuk menggambarkan percobaan lokal (yaitu pada Σ') hanya diperlukan peninjauan derajat kebebasan secara lokal. Dengan kata lain, pengukuran berbagai besaran fisis bagi zarah "yang terisolasi" tidak tergantung pada ada atau tidaknya zarah lain di tempat yang cukup jauh.

Selanjutnya, ditinjau sistem banyak zarah yang tidak saling berinteraksi. Hamiltonan sistemnya diberikan oleh

$$\hat{\mathrm{H}} = \sum_{\alpha}^{m} E_\alpha \hat{N}_\alpha, \tag{1}$$

dengan E_α merupakan energi keadaan kuantum zarah tunggal berkeadaan $|i_\alpha\rangle$ ($i_\alpha = 1, ..., m$), $\hat{N}_\alpha$ adalah operator cacah zarah pada keadaan $|i_\alpha\rangle$, dan m adalah jumlah aras energi yang berbeda (dapat merosot) dan dapat tak terhingga.

Secara umum, fungsi partisi kanonik agung (*grand canonical partition function*) dapat dituliskan sebagai [5,6,7]

$$\mathcal{Z}(\xi_1, ..., \xi_m) = \mathrm{Tr}\ \mathrm{e}^{\beta\ (\mu\hat{N} - \hat{H})}, \tag{2}$$

dengan $\xi_i = \mathrm{e}^{\beta\ (\mu - E_i)}$, $\beta = \frac{1}{k_\mathrm{B}T}$, T adalah temperatur mutlak bagi sistem, k_B adalah tetapan Boltzmann ($1,38 \times 10^{-23}$ J/K), dan μ adalah potensial kimia, serta lacak (Tr) meliputi semua keadaan yang ada. Fungsi partisi kanonik agung untuk sistem zarah identik yang invarian terhadap pertukaran zarah dapat dituliskan dalam bentuk jumlahan fungsi Schur [8,9,10]

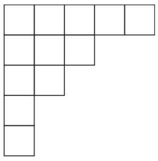
$$\mathcal{Z}(\xi_1, ..., \xi_m) = \sum_{\lambda \in \Lambda} s_\lambda(\xi_1, ..., \xi_m), \tag{3}$$

dengan Λ bergantung pada jenis statistika sistem zarah. Fungsi Schur $s_\lambda(\xi_1, ..., \xi_m)$ merupakan polinomial homogen dan simetris berderajat-N di dalam peubah $\xi_1, ..., \xi_m$. Secara eksplisit fungsi Schur diberikan oleh [11,12]

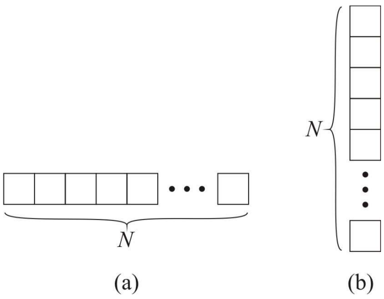
$$s_\lambda(\xi_1, ..., \xi_m) = \frac{\det\left(\xi_i^{\lambda_j + m - j}\right)}{\det\left(\xi_i^{m-j}\right)}\ ; \quad 1 \leqslant i, j \leqslant m. \tag{4}$$

Bentuk di atas gayut pada parameter λ, yang merupakan partisi dari bilangan bulat N (jumlah zarah), yaitu $\lambda = (\lambda_1, ..., \lambda_N)$ dengan $\lambda_i \geqslant \lambda_{i+1}$ dan $\sum_i \lambda_i = N$. Untuk setiap λ terdapat suatu tabel Young berupa sejumlah kotak rata kiri dengan λ_i kotak pada baris ke-i. Misalnya, untuk $N = 12$, $\lambda = (5, 3, 2, 1, 1)$, tabel Young-nya diberikan oleh Gambar 1. Untuk N zarah boson dan N zarah fermion tabel Young-nya berturut-turut diberikan oleh Gambar 2. Sedangkan untuk paraboson dan parafermi orde-a, Λ pada pers.(3) terdiri dari himpunan semua λ yang tabel

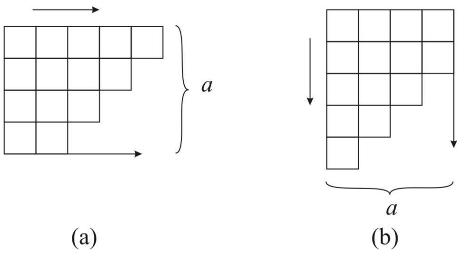
Young-nya maksimal memiliki berturut-turut a baris dan a kolom, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 3.



GAMBAR 1: Tabel Young untuk $\lambda = (5, 3, 2, 1, 1)$



GAMBAR 2: Tabel Young untuk N zarah a) boson ($\lambda = (N, ..., 0)$) dan b) fermion ($\lambda = (1, 1, ..., 1)$)



GAMBAR 3: a) Paraboson dengan $a = 4$. b) Parafermi dengan $a = 4$

Fungsi partisi kanonik agung untuk boson dan fermion telah diketahui secara umum[12], yaitu

$$\mathcal{Z}^B(\xi_1, ..., \xi_m) = \prod_{i=1}^{m} \frac{1}{1 - \xi_i}, \qquad (5)$$

untuk boson, $\lambda = (N, 0, ..., 0)$, dan

$$\mathcal{Z}^F(\xi_1, ..., \xi_m) = \prod_{i=1}^{m} 1 + \xi_i \qquad (6)$$

untuk fermion, $\lambda = (1, 1, ..., 1, ..., 0)$. Untuk parafermi berorde-a, fungsi partisi yang dituliskan dalam bentuk pers.(3) dapat disederhanakan menjadi nisbah dua determinan[12,10], yaitu

$$\mathcal{Z}^{PF}_{(a)}(\xi_1, ..., \xi_m) = \frac{\det\left(\xi_j^{2m+a+1-i} - \xi_j^i\right)}{\det\left(\xi_j^{2m+1-i} - \xi_j^i\right)}, \qquad (7)$$

dengan $1 \leqslant i, j \leqslant m$. Demikian juga dengan sistem paraboson berorde-a, fungsi partisi kanonik agung-nya juga dapat dinyatakan sebagai nisbah dua determinan, sebagaimana penelitian yang telah dilakukan oleh[13],

$$\mathcal{Z}^{PB}_{(a)}(\xi_1, ..., \xi_m) = \frac{\det\left(P_{(a)}(\xi_1, ..., \xi_m)\right)}{\det\left(P_{(0)}(\xi_1, ..., \xi_m)\right)}, \qquad (8)$$

dengan $\det\left(P_{(a)}(\xi_1, ..., \xi_m)\right)$ adalah determinan matriks yang unsurnya diberikan oleh

$$\left(P_{(a)}\right)_{ij} = \begin{cases} \xi_j^{m-i} \text{ untuk } 1 \leqslant i \leqslant a \\ \xi_j^{m-i} + (-1)^{a+1}\xi_j^{m-a+i-1}; \\ \qquad \text{untuk } (a+1) \leqslant i \leqslant m. \end{cases} \qquad (9)$$

Satriawan[13] juga telah menurunkan kaitan rekursi untuk $\mathcal{Z}^{PB}_{(a)}(\xi_1, ..., \xi_m)$, yaitu

$$\mathcal{Z}^{PB}_{(a)}(\xi_1, ..., \xi_m) = \sum_{i=1}^{m} \mathcal{Z}^{PB}_{(a)}(\xi_1, ..., \cancel{\xi_i}, ..., \xi_m) \prod_{j=1, j\neq i}^{m} \frac{\xi_j}{\xi_j - \xi_i}, \qquad (10)$$

dengan $\cancel{\xi_i}$ berarti ξ_i dihilangkan.

Berbagai besaran termodinamika seperti rerata jumlah zarah, entropi, energi internal, dan panas spesifik dapat diperoleh melalui berbagai fungsi partisi di atas. Sebagai contoh, untuk sistem paraboson, berbagai besaran itu dapat ditentukan melalui perhitungan komputasi dengan menggunakan kaitan rekursi bagi fungsi partisi pada pers.(10), sebagaimana yang telah dilakukan oleh Yosi[14].

3.2 Untuk Topologi Berubah

Untuk memberi gambaran awal, misalnya ditinjau sistem zarah identik yang mula mula menghuni ruang Σ bertopologi Γ. Pada saat berikutnya ruang itu diubah menjadi Σ' bertopologi Γ' kemudian diubah lagi menjadi Σ'' bertopologi Γ'' sedemikian hingga $\Gamma \neq \Gamma' \neq \Gamma''$. Jika dianggap semua eksperimen untuk mendapatkan berbagai besaran termodinamika bagi sistem zarah identik (dengan berbagai macam jenis statistika) telah dapat dilakukan, dan sepanjang Hamiltonan sistem dapat dijaga tetap konstan, maka paling tidak terdapat dua pilihan kondisi berbeda yang akan terjadi ketika dilakukan pengukuran eksperintal terhadap sistem zarah identik di dalam ketiga ruang itu. Pertama, ketika pengukuran itu mendapatkan hasil yang berbeda dan, kedua, ketika mendapatkan hasil yang sama untuk ketiga ruang yang berbeda topologinya itu.

Sekarang ditinjau kondisi pertama, yaitu ketika pengukuran eksperimental menunjukkan hasil yang berbeda untuk ketiga ruang di atas. Ketika eksperimen yang dilakukan merupakan rangkaian bagi penelitian untuk sistem yang sama di dalam ruang yang diubah topologinya, maka hasil yang berbeda muncul akibat adanya transisi fase saat topologi ruang itu berubah. Secara teori kondisi itu merupakan konsekuensi logis dari pengkuantuman kanonik (lokal) yang meninjau pengkuantuman hanya secara lokal dan pada saat tertentu saja. Dengan kata lain, tidak ada pengkuantuman global sebagaimana yang dibangun di dalam fasal sebelumnya (metode "global-lokal"). Meskipun nampaknya berlaku kaedah pengkuantuman kanonik lokal, namun masih perlu dikaji lebih lanjut apakah pengkuantuman pada masing-masing daerah itu benar-benar saling bebas atau masih saling terkait. Ketika yang terjadi benar-benar saling bebas, maka jelas bahwa pengkuantuman kanonik lokallah yang absah. Namun ketika yang terjadi pada masing-masing daerah itu masih saling terkait, maka sangat mungkin adanya metode pengkuantuman yang tergantung pada lintasan bak-sejarah, yaitu metode "lokal-lokal", sebagaimana yang telah dibangun pada fasal sebelumnya.

Pada kondisi kedua, hasil yang sama bagi pengukuran berbagai besaran termodinamika untuk sistem zarah identik di dalam Σ, Σ', dan Σ'' mengindikasikan tidak adanya transisi fase, atau perubahan topologi dapat dianggap terjadi secara kontinu. Untuk kasus yang demikian itu jelas bahwa pengkuantuman terjadi secara global (berlaku untuk semua waktu). Jadi metode pengkuantuman kanonik lokal tidak lagi absah. Dengan demikian, metode "global-lokal" sebagaimana yang dibangun pada fasal sebelumnya merupakan pilihan pengkuantuman yang sangat perlu dipertimbangkan.

4 SIMPULAN

Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa pengkuantuman kanonik tidak dapat diberlalukan untuk sistem zarah identik yang berada dalam ruang spasial bertopologi berubah. Untuk kasus yang demikian itu diperlukan metode pengkuantuman lain, salah satunya adalah metode "lokal-lokal (L-L)" atau "global-lokal (G-L)" yang pembangunannya didasarkan pada konsep "lintasan bak-sejarah" (*history-like path*).

Sampai sejauh ini, secara teoretis, belum dapat dilakukan pembuktian mengenai metode yang mana dari kedua metode tersebut (L-L atau G-L) yang dianggap absah. Pengujian yang juga mungkin dapat dilakukan (meskipun masih dalam taraf *Gedanken experiment*) adalah pengujian secara eksperimental melalui pengukuran berbagai besaran termodinamika sistem yang ditinjau, dengan *setting* sebagaimana yang telah dijelaskan pada seksi 3.

Saran

Dengan mempertimbangkan berbagai aspek eksperimental, pengujian yang lebih mungkin dilakukan adalah pengujian secara teoretis; yaitu dengan mengelaborasi lebih lanjut berbagai aspek teoretis yang terkait dengan kedua metode di atas. Pertimbangan ini sangat rasional mengingat masih sulit dilakukan pengujian secara eksperimental yang, paling tidak, terkait dengan dua hal. Pertama, pengujian (eksperimental) yang terkait dengan perilaku zarah selain boson dan fermion (misalnya parastatistik atau eksotik statistik). Kedua, pengujian eksperimental yang terkait dengan perubahan topologi ruang (spasial), yang umumnya masih dalam ranah gravitasi kuantum.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Bama, A.A., 2009, Pengkuantuman Tak Setara dan Satistika Kuantum bagi Sistem Zarah Identik Tanpa Spin, Jurnal Penelitian Sains, Vol. 12, No.3, 12304

[2] Bama, A.A. dan Ramlan, 2009, Statistika Sistem Zarah; dari Klasik hingga Eksotik, Jurnal Penelitian Sains, Edisi Khusus, 0912-05, pp.26-29

[3] Brekke, L., M.J. Dugan, dan T.D. Imbo, 1994, Spinning Particles, Braid Groups and Solitons, *arXiv:hep.th/9401074*

[4] Bama, A.A., Muslim, M.F. Rosyid, dan M. Satriawan, 2008, Quantum Statistic Of Identical Particle System Inside A Topologically Changing Space, *Sigma: Jurnal Sains dan Teknologi*, Vol. 11, No. 1

[5] Huang, K., 1965, *Statistical Mechanics*, JohnWilley & Sons, New York

[6] Sears, F.W. dan G.L. Sallinger, 1975, *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics*, Addison-Wesley, Massachusets

[7] Greiner,W., L. Neise, dan H. St́ocker, 1995, *Thermodynamics and Statistical Mechanics*, Springer Verlag, New York

[8] Polychronakus, A.P., 1996, Path Integrals and Parastatistics, *Nucl. Phys. B*, vol. 474, hal. 529-539

[9] Meljanac, S., M. Stojic, dan D. Svrtan, 1996, Partition Functions for General Multi-level Systems, *RBI-TH-06*

[10] Chaturvedi, S., R.H. McKenzie, P.K. Panigrahi, dan V. Srinivasan, 1997, Equivalence of the Grand Canonical Partition Functions of Particles with Different Statistics, *Mod. Phys. Lett. A*, vol. 12, hal. 1095-1099

[11] Fulton,W., 1991, *Young Tableaux,* Cambridge Univ. Press, New York

[12] Chaturvedi, S., R.H. McKenzie, P.K. Panigrahi, dan V. Srinivasan, 1997, Equivalence of the Grand Canonical Partition Functions of Particles with Different Statistics, *Mod. Phys. Lett. A*, vol. 12, hal. 1095-1099

[13] Satriawan, M., 2002, Generalized Parastatistical Systems, *PhD Thesis*, University of Illinois at Chicago, Chicago

[14] Yosi Aprian Sari, R., 2005, Perhitungan Fungsi-fungsi Termodinamika Sistem Paraboson Orde Dua, *Tesis S2*, Program Pascasarjana Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta