

# Rumus Bentuk Pangkat, Akar, dan Logaritma

## a. Bentuk Pangkat

1). Jika  $n$  bilangan bulat positif dan  $a$  bilangan real maka  $a$  pangkat  $n$  didefinisikan sebagai berikut :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n$$

Pengertian pangkat tersebut diperluas, yaitu untuk  $a \neq 0$  berlaku :

$$a) \ a^0 = 1$$

$$b) \ a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

2). Sifat-sifat pengerjaan hitung bilangan berpangkat

$$a). \ a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$b). \ \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$c). \ (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$d). \ (a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$e). \ \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad b \neq 0$$

## b. Bentuk Akar

1). Jika  $a$  dan  $b$  bilangan real serta  $n$  bilangan bulat positif, maka :

$$a). \ b^n = a \Leftrightarrow \sqrt[n]{a} = b$$

$$b). \ \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

2). Sifat-sifat bentuk akar.

$$a). \ \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$b). \ p\sqrt[n]{a} + q\sqrt[n]{a} = (p + q)\sqrt[n]{a}$$

$$c). \ p\sqrt[n]{a} - q\sqrt[n]{a} = (p - q)\sqrt[n]{a}$$

$$d). \ \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$$

$$e). \ \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \quad b \neq 0$$

$$f). \ \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

3). Merasionalkan penyebut pecahan bentuk akar

$$a). \ \frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a}{b} \sqrt{b}$$

$$= \frac{a}{b-c} (\sqrt{b} - \sqrt{c})$$

### C. Logaritma

Logaritma adalah operasi matematika yang merupakan kebalikan dari eksponen atau pemangkatan.

Rumus dasar logaritma:

$bc = a$  ditulis sebagai  $\log_b a = c$  (b disebut basis)

Beberapa orang menuliskan  $\log_b a = c$  sebagai  $\log_b a = c$ .

1). Jika a dan b bilangan positif dengan  $p \neq 1$  maka berlaku :

$${}_p \log a = n \Leftrightarrow p^n = a$$

Dari hubungan tersebut, diperoleh :

$$a). p^0 = 1 \Leftrightarrow {}_p \log 1 = 0$$

$$b). p^1 = p \Leftrightarrow {}_p \log p = 1$$

$$c). p^n = p^n \Leftrightarrow {}_p \log p^n = n$$

2). Sifat-sifat logaritma

$$a). {}_p \log ab = {}_p \log a + {}_p \log b$$

Contoh :

Sederhanakanlah !

$$a. {}^2 \log 4 + {}^2 \log 8$$

$$b. {}^3 \log (1/9) + {}^3 \log 81$$

$$c. {}^2 \log 2\sqrt{2} + {}^2 \log 4\sqrt{2}$$

Jawab :

$$a. {}^2 \log 4 + {}^2 \log 8 = {}^2 \log 4 \cdot 8 = {}^2 \log 32 = 5$$

$$b. {}^3 \log (1/9) + {}^3 \log 81 = {}^3 \log (1/9) \cdot 81 = {}^3 \log 9 = 2$$

$$c. {}^2 \log 2\sqrt{2} + {}^2 \log 4\sqrt{2} = {}^2 \log 2\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} = {}^2 \log 16 = 4$$

$$b). {}_p \log \left( \frac{a}{b} \right) = {}_p \log a - {}_p \log b$$

Contoh:

Sederhanakanlah!

$$a. {}^2 \log 16 - {}^2 \log 8$$

$$b. \log 1.000 - \log 100$$

$$c. {}^3 \log 18 - {}^3 \log 6$$

Jawab :

$$a. {}^2 \log 16 - {}^2 \log 8 = {}^2 \log (16/8) = {}^2 \log 2 = 1$$

$$\text{b. } \log 1.000 - \log 100 = \log (1000/100) = \log 10 = 1$$

$$\text{c. } {}^3\log 18 - {}^3\log 6 = {}^3\log (18/6) = {}^3\log 3 = 1$$

$$\text{c). } {}^p\log a^n = n \times {}^p\log a$$

Contoh :

Sederhanakan!

$$\text{a. } 2 \log 3 + 4 \log 3$$

$$\text{b. } 2 \log a + 2 \log b$$

Jawab:

$$\text{a. } 2 \log 3 + 4 \log 3 = \log 3^2 + \log 3^4$$

$$= \log 9 + \log 81$$

$$= \log 9 \cdot 81$$

$$= \log 729$$

$$\text{b. } 2 \log a + 2 \log b = \log a^2 + \log b^2$$

$$= \log a^2 \cdot b^2$$

$$= \log (ab)^2$$

$$\text{d). } {}^p\log a = \frac{{}^n\log a}{{}^n\log p}$$

$$\text{a. } 3 \log 7 \times 7 \log 81 = 3 \log 81 = 3 \log 3^4 = 4$$

$$\text{b. } 2 \log 5 \times 5 \log 32 = 2 \log 32 = 2 \log 2^5 = 5$$

$$\text{e). } p^{p \log a} = a$$

Contoh :

$$3 \log 7 \times 7 \log 81$$

Jawab :

$$\text{a. } {}^3\log 7 \times {}^7\log 81 = {}^3\log 7 \times {}^7\log 81$$

$$= \frac{\log 7}{\log 3} \times \frac{\log 81}{\log 7}$$

$$= \frac{\log 3^4}{\log 3}$$

$$= \frac{4\log 3}{\log 3} = 4$$

$$\text{b. } {}^3\log 7 \times {}^7\log 81 = \frac{1}{{}^7\log 3} \times {}^7\log 81$$

$$= \frac{{}^7\log 3^4}{{}^7\log 3} = \frac{\log 3^4}{\log 3}$$

$$= {}^3\log 3^4 = 4$$

### **F) $a \log x = x$**

Contoh :

$$\text{a. } 55\log 8$$

$$\text{b. } 42\log 3$$

$$\text{c. } 93\log 4$$

Jawab :

$$\text{a. } 55\log 8 = 8$$

$$\text{b. } 42\log 3 = 22.2\log 3 = 22\log 32 = 9$$

$$\text{c. } 93\log 4 = 32.3\log 4 = 33\log 42 = 16$$

### **G) $a \log b^m = (n/m)a \log b$**

Untuk a dan b bilangan real positif, dan  $a \neq 1$

Contoh :

Hitunglah !

$$1. 4\log 32$$

$$2. 8\log 64$$

3. Jika  $3\log 5 = a$  hitunglah  $25\log 27$

Jawab :

1.  $4\log 32 = 22\log 25 = 5/2$

2.  $16\log 64 = 24\log 26 = 6/4 = 3/2$

3.  $25\log 27 = 52\log 33 = (3/2)5\log 3 = 3/2a$