BAB I PENDAHULUAN

I.1 Himpunan

Suatu himpunan merupakan kumpulan objek, yang disebut elemen dari himpunan tersebut. Jika a adalah elemen dari himpunan A, maka dinotasikan: $a \in A$

Sedang untuk a bukan elemen himpunan A, dinotasikan: $a \notin A$

Himpunan dinyatakan dengan tanda: {.}. Terdapat dua cara untuk menyajikan isi himpunan: 1) Metode tabular (elemen-elemen atau isi himpunan dinyatakan secara eksplisit), 2) Metode rule (isi himpunan didefinisikan dalam beberapa aturan).

Contoh: Himpunan semua integer antara 5 dan 10

{6.,7,8,9} → Tabular

{I | 5 < I < 10, I integer} → Rule

Semua himpunan adalah himpunan bagian (subset) dari himpunan semesta S (sample space), yaitu koleksi semua outcome (kejadian keluaran) yang mungkin dari percobaan statistik.

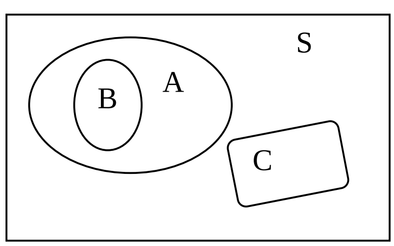
Contoh: 6 sisi suatu dadu

52 kartu dari setumpuk kartu bridge

I.1.1 Diagram Venn

Diagram Venn adalah representasi grafik dari himpunan semesta (sample space) dan kejadian-kejadian (events).

Diagram Venn berikut akan menjelaskan himpunan bagian (subset) dan himpunan yang mutually-exclusive atau disjoint. S adalah himpunan semesta, C disjoint terhadap A dan B, dan B subset dari A.



Gambar 1. Ilustrasi subset dan mutually exclusive

I.1.2 Operasi pada himpunan

a) *Equality* dan *Difference*

Dua himpunan A dan B dikatakan *equal* (sama) jika semua elemen A ada pada B, dan semua elemen B ada di A: $A \subseteq B$ dan $B \subseteq A$

Difference (selisih) himpunan A dan B ditulis A – B, adalah himpunan yang terdiri atas semua elemen A yang tidak ada pada B.

Contoh: A= {0,6 < a $\leq$ 1,6} dan B={1,0 $\leq$ b $\leq$ 2,5}, maka A – B = C ={0,6 < c < 1,0} , atau B – A = D = {1,6 < d $\leq$ 2,5}

b) *Union* (gabungan) dan *intersection* (irisan)

Gabungan dua himpunan A dan B ialah C ditulis: $C = A \cup B$

Adalah himpunan semua elemen A atau B atau keduanya; dikenal sebagai *sum* (**jumlah)** dua himpunan.

Irisan himpunan A dan B dinyatakan D: $D = A \cap B$

Adalah himpunan elemen bersama (yang ada pada A dan B); disebut juga ***product*** **(perkalian)** dua himpunan. Untuk himpunan A dan B yang mutually-exclusive, $A \cap B = \varnothing$

c) Komplemen

Komplemen himpunan A ditulis $\overline{A}$ dalah himpunan semua elemen yang tidak ada pada A. Jadi: $\overline{A} = S - A$; dan $\overline{S} = \varnothing$, $A \cup \overline{A} = S$, dan $A \cap \overline{A} = \varnothing$

d) Hukum komutatif:

$$A \cap B = B \cap A$$
$$A \cup B = B \cup A$$

e) Hukum distributif:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$
$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

f) Hukum asosiatif:

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) = A \cup B \cup C$$
$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) = A \cap B \cap C$$

I.1.3 Hukum de Morgan

De Morgan menyatakan bahwa:

Komplemen suatu gabungan (irisan) dua himpunan A dan B, sama dengan irisan (gabungan) dari komplemen $\overline{A}$ dan $\overline{B}$. Notasinya sebagai berikut:

$$\left(\overline{A \cup B}\right) = \overline{A} \cap \overline{B}$$
$$\left(\overline{A \cap B}\right) = \overline{A} \cup \overline{B} \qquad \text{......................................(1.1)}$$

I.2 Konsep Probabilitas

Terdapat 3 aksioma untuk probabilitas, P{.} yaitu:

$$P(S) = 1$$
$$P(A) \geq 0 \qquad \text{..............................(1.2)}$$
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

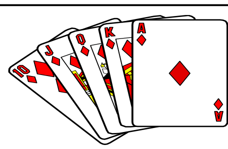
Jika A dan B mutually exclusive, maka:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

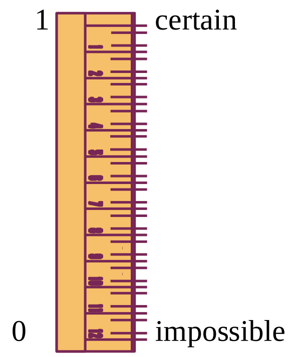
karena $P(A \cap B) = 0$

P(S) adalah ‘probabilitas sample space S’

P(A) adalah ‘probabilitas suatu kejadian atau event A’



Events
•Simple Event: Outcome from a Sample Space
with 1 Characteristic
e.g. A *Red Card* from a deck of cards.
•Joint Event: Involves 2 Outcomes Simultaneously
e.g. An *Ace* which is also a *Red Card* from a
deck of cards.



- **Probability is the numerical measure of the likelihood that the event will occur. Value is between 0 and 1.**
- **Sum of the probabilities of all mutually exclusive and collective exhaustive events is 1**

1.2.1 Probabilitas Bersyarat (Conditional probability)

Probabilitas event A dengan syarat event B adalah

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad ; P(B) > 0 \qquad \text{...(1.3)}$$

Contoh:

Tabel berikut menjelaskan 100 resistor pada suatu kotak dengan nilai resistansi dan toleransi yang berbeda

Resistansi (Ω)	Toleransi		Total
	5%	6%	
22	10	14	24
47	28	16	44
100	24	8	32
Total	62	38	100

Definisikan event A= mengambil resistor 47 Ω

B = mengambil resistor toleransi 5%

C = mengambil resistor 100 Ω

Maka: P(A) = 44/100

P(B) = 62/100

P(C) = 32/100

dan Joint-probabilities:

$$P(A \cap B) = 28/100$$
$$P(A \cap C) = 0$$
$$P(B \cap C) = 24/100$$

$$P(A\,|\,B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 28/62$$

dan probabilitas bersyarat: $$P(A\,|\,C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = 0$$

$$P(B\,|\,C) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = 24/32$$

1.2.2 Probabilitas Total

Jika terdapat N-buah event B yang mutually exclusive dalam S sehingga:

$$B_m \cap B_n = \varnothing \qquad m \neq n = 1,2,\ldots,N$$

$$\bigcup_{n=1}^{N} B_n = S$$

maka probabilitas event A , pada S, dapat dinyatakan sebagai probabilitas total berikut:

$$P(A) = \sum_{n=1}^{N} P(A\,|\,B_n)P(B_n) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(1.4)$$

karena A∩S = A, rumus tersebut dibuktikan sebagai berikut:

$$A \cap S = A \cap \left(\bigcup_{n=1}^{N} B_n \right) = \bigcup_{n=1}^{N} \left(A \cap B_n \right)$$

maka

$$P(A) = P(A \cap S) = P\left[\bigcup_{n=1}^{N} (A \cap B_n) \right] = \sum_{n=1}^{N} P(A \cap B_n)$$

1.2.3 Hukum Bayes

Multiplication Rule (from conditional probability):
P(A and B) = P(A|B) • P(B)
P(A and B) = P(A|B) • P(B)

Bayes' Theorem:

$$P(B_i\,|\,A) = \frac{P(A|B_i) \bullet P(B_i)}{P(A|B_1) \bullet P(B_1) + \bullet\bullet\bullet + P(A|B_k) \bullet P(B_k)}$$

$$= \frac{P(B_i \text{ and } A)}{P(A)}$$

Adding up the parts of A in all the B's

Atau dinyatakan sebagai:

$$P(B_i \mid A) = \frac{P(A \mid B_i)P(B_i)}{P(A)} \qquad \text{………………..(1.5)}$$

$P(B_i \mid A)$ disebut probabilitas *a posteriori*, sedangkan $P(B_i)$ dan $P(A \mid B_i)$ umumnya dikenal sebagai probabilitas *a priori*.

1.2.4 Independent event

Kedua event A dan B adalah independent, apabila:

P(A | B) = P(A)

P(B | A) = P(B)

atau, P(A and B) = P(A) • P(B) ………………………(1.6)

Events A and B are *Independent* when the probability of one event, A is *not affected* by another event, B.

Untuk N event: $P(A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_N) = P(A_1)P(A_2)...P(A_N)$

Contoh:

Terdapat setumpuk kartu Bridge sebagai himpunan semesta (S = 52), dengan event:

A = memilih kartu King

B = memilih kartu Jack atau Queen

C = memilih kartu hati

Tentukan P(A), P(B) dan P(C), serta $P(A \cap B)$, $P(A \cap C)$!

Jawab:

P(A) = 4/52

P(B) = 8/52

P(C)= 13/52

Dan: $P(A \cap B) = 0 \neq P(A)P(B)$ → karena A dan B mutually exclusive

$$P(A \cap C) = \frac{1}{52} = P(A)P(C)$$ → A dan C independent

1.2.5 Himpunan Semesta Gabungan

Himpunan semesta atau sample-space S yang merupakan gabungan dari dua sample space S_1 dan S_2, dinyatakan sebagai berikut:

$S = S_1 \times S_2$

Contoh:

1. Percobaan melempar 2 dadu: $S_1 \times S_2 = 6 \times 6 = 36$
2. Percobaan melempar 1 koin sebanyak 2 kali: → 1 koin memiliki sample-space 2, jadi $S_1 \times S_2 = 2 \times 2 = 4$

Notes:

What is meant by the probability of an event?

- A probability of 0.25 (also expressed as 1/4, or as 25%) implies that we think that it is 3 times as likely not to rain as it is to rain. This is because
- P(no rain) = 1 - P(rain) = 0.75
- 0.75/0.25 = 3.
- A probability can often be thought of as a long-term proportion of times an event will occur.

Probability - long-term proportions or subjective

- In our rain/no rain example we might know that for our station of interest it rains on 25% of days at this time of year. Hence P(rain) = 0.25.
- However sometimes events are unique - it is of interest to ask what is the probability that a particular tropical storm will make landfall on a particular stretch of coastline. There are no long-term data on which to base the probability. Subjectivity comes in.