BAB 3: MODEL MASA DISKRET UNTUK PASARAN SEKURITI

Dr. Nurfadhlina Binti Abdul Halim

Jabatan Matematik
Fakulti Sains dan Teknologi
Universiti Malaysia Terengganu

October 13, 2014

Objektif

- Memahami konsep portfolio
- Memahami proses harga sekuriti & terbitan kewangan
  1. Model Penentuan Harga Binomial Satu Tempoh
  2. Model Penentuan Harga Binomial Multi-Tempoh

Portfolio

- Pertimbangkan pelaburan yang melibatkan dua sekuriti iaitu saham & bon.
- Harga awal bagi saham ialah x & bon ialah y.
- Kadar pulangan sekuriti saham dengan kadar tertentu bergantung kepada keadaan ekonomi ialah r_{gx} (keadaan baik) & r_{bx} (keadaan buruk).
- Kadar pulangan sekuriti bagi bon pula ialah r_{gy} (keadaan baik) & r_{by} (keadaan buruk).
- Pulangan akhir bagi pelaburan ini ialah sama ada f_g atau f_b.
- **Apakah model penentuan harga terbitan kewangan untuknya?**

Universiti Malaysia Terengganu

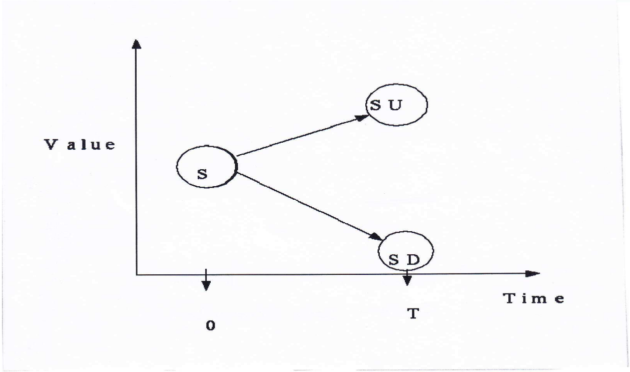
Model Penentuan Harga Binomial Satu Tempoh

Pertimbangkan andaian berikut:

- Satu selang masa, dari $t = 0$ hingga $t = T$.
- Saham berharga S. Boleh menjadi SU dengan faktor U atau SD dengan faktor D pada selang masa $[0, T]$. Kebarangkalian masing-masing ialah p & $q = 1 - p$. Sila rujuk Rajah 3.1.
- Bon dengan nilai B &n kadar faedah, r berganda secara berterusan dalam selang masa $[0, T]$. Nilai akhir bon ialah $B\exp(rT)$.
- Hasil bagi terbitan kewangan (cth:opsyen) ialah bergantung kepada nilai sekuriti pendasar (saham). Hasil **replikasi portfolio** tersebut ialah sama ada $f(SU)$ atau $f(SD)$. Iaitu berdasarkan kepada $f(S_T) = \max\{S_T - K, 0\}$.

Universiti Malaysia Terengganu

Rajah 3.1: Pokok Binomial Harga Saham Satu Tempoh



Replikasi Portfolio

Nilai terbitan kewangan adalah sentiasa sama dengan nilai portfolio sekuriti pendasar.

Samb. Model Penentuan Harga Binomial Satu Tempoh

Pertimbangkan nilai portfolio pada $t = 0$.

$$\phi S + \psi B \tag{1}$$

Berdasarkan (1), nilai portfolio pada $t = T$ ialah (2) & (3). Jika keadaan buruk:

$$\phi SD + \psi B \exp(rT) \tag{2}$$

Jika keadaan baik:

$$\phi SU + \psi B \exp(rT) \tag{3}$$

Universiti Malaysia Terengganu

Mengaplikasikan replikasi porfolio ke dalam (2) & (3), maka:

$$\phi SD + \psi B \exp(rT) = f(SD) \tag{4}$$

dan

$$\phi SU + \psi B \exp(rT) = f(SU) \tag{5}$$

Daripada (4) & (5), diperolehi;

$$\phi = \frac{f(SU) - f(SD)}{SU - SD} \tag{6}$$

dan

$$\psi = \frac{f(SD)}{B\exp(rT)} - \frac{(f(SU) - f(SD))SD}{(SU - SD)B\exp(rT)} \tag{7}$$

Maka daripada (1), (6) & (7), harga portfolio & nilai terbitan kewangan diberikan sebagai (8).

$$\begin{aligned} V &= \phi S + \psi B \\ &= S\frac{f(SU)-f(SD)}{SU-SD} + B[\frac{f(SD)}{B\exp(rT)}\frac{(f(SU)-f(SD))SD}{(SU-SD)B\exp(rT)}] \\ &= \frac{f(SU)-f(SD)}{U-D} + \frac{1}{\exp(rT)}\frac{f(SD)U-f(SU)D}{(U-D)} \qquad (8) \end{aligned}$$

Seterusnya, pertimbangkan daripada (8):

$$\pi = \frac{\exp(rT) - D}{U - D} \tag{9}$$

dan

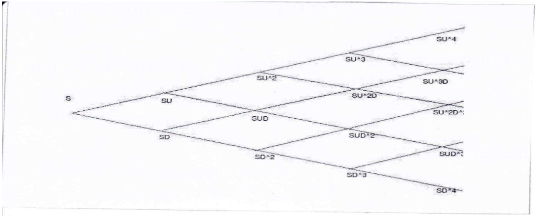
$$1 - \pi = \frac{U - \exp(rT)}{U - D} \tag{10}$$

Dengan memasukkan (9) & (10) ke dalam (8), nilai terbitan kewangan ialah (11).

$$V = \exp(-rT)[\pi f(SU) + (1-\pi)f(SD)] \tag{11}$$

- Model binomial multi-tempoh mempunyai N selang masa yang dibina menerusi $N+1$ masa proses $t_0 = 0, t_1, ..., t_N = T$ & $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ adalah sama.
- Sila rujuk Rajah 3.2.

Rajah 3.2: Pokok Binomial Harga Saham Multi-Tempoh



S_n ialah harga saham pada t_n bagi $n = 0, 1, 2, ..., N$.
Harga S_n berubah berdasarkan kepada (12).

$$S_{n+1} = S_n H_{n+1}, 0 \leq n \leq N - 1 \tag{12}$$

dengan $H_{n+1} \sim Be(p)$ hingga;

$$H_{n+1} = \{ {U, kebarangkalian p \atop D, kebarangkalian q = 1 - p}$$

Jika dikatakan bahawa wujud j iaitu bilangan harga saham dengan faktor menaik, U daripada n proses dalam tempoh masa [0,T]. Maka harga terakhir bagi sekuriti saham tersebut ialah SU^jD^{n-j}. Manakala kebarangkalian keseluruhan untuk sekuriti saham naik ialah ${}_nC_j p^j(1-p)^{n-j}$.

Model penentuan harga binomial multi-tempoh menggunakan (11), dengan memecahkan kepada beberapa proses binomial dan penilaian ke belakang.

Contoh 3.1

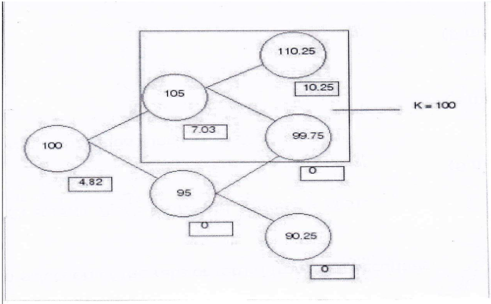
Merujuk kepada Rajah 3.3 & Rajah 3.4.
Pertimbangkan pelaburan sekuriti saham dengan tempoh masa $t = [0, 2]$, $U = 1.05$, $D = 0.95$, $\exp(r\Delta t_i) = 1.02$, $S_0 = 100$ & $K = 100$. Tentukan V_0 bagi opsyen panggilan & opsyen letakan Eropah.
Berdasarkan (9);

$$\begin{aligned} \pi &= \frac{\exp(rT) - D}{U - D} \\ &= \frac{1.02 - 0.95}{1.05 - 0.95} \\ &= 0.7 \end{aligned} \quad (13)$$

Manakala berdasarkan (10);

$$\begin{aligned} q &= 1 - \pi \\ &= \frac{U - \exp(rT)}{U - D} \\ &= \frac{1.05 - 1.02}{1.05 - 0.95} \\ &= 0.3 \end{aligned} \tag{14}$$

Rajah 3.3: Pokok Binomial Harga Opsyen Panggilan Eropah



Rajah 3.4: Pokok Binomial Harga Opsyen Letakan Eropah