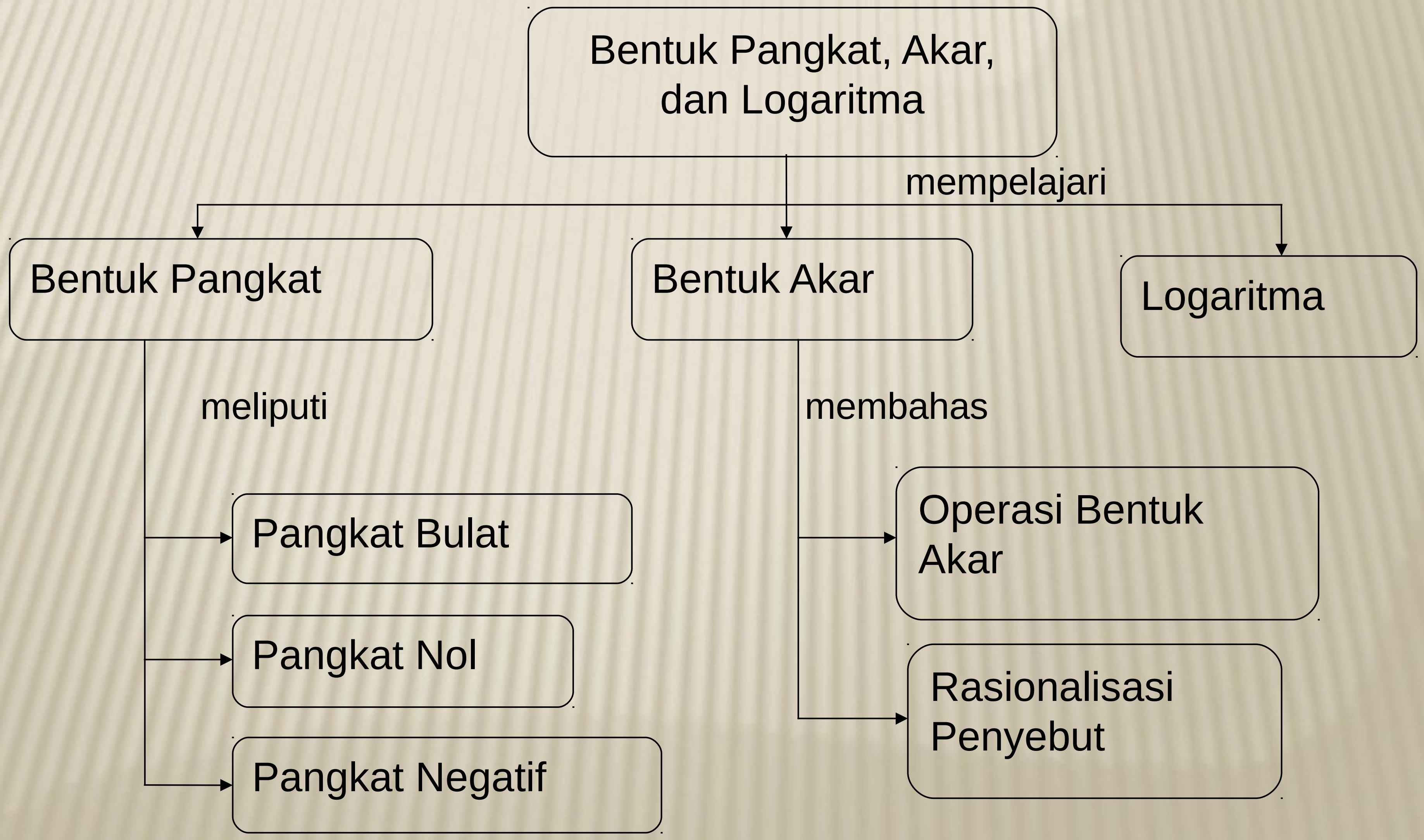
Bab 1
Bentuk Pangkat, Akar, dan Logaritma

Peta Konsep


Bentuk Pangkat, Akar, dan Logaritma
mempelajari
Bentuk Pangkat
Bentuk Akar
Logaritma
meliputi
Pangkat Bulat
Pangkat Nol
Pangkat Negatif
membahas
Operasi Bentuk Akar
Rasionalisasi Penyebut

Prasyarat

1. Bilangan berapakah yang notasi bakunya $2{,}15 \times 10^3$?

2. Berapakah nilai dari

   a. $\frac{2^5}{32}$;

   b. $\frac{2^5}{2^8}$;

   c. $2^5 \times 2^3$?

3. Berapakah nilai x yang mengakibatkan persamaan $2^x = 64$ bernlai benar?

A. Bentuk Pangkat Bulat

1. Pangkat Bulat Positif

<u>Definisi:</u>

Jika a bilangan real dan n bilangan bulat positif, a pangkat n (ditulis a^n) didefinisikan sebagai perkalian berulang bilangan a sebanyak n faktor.

Dalam notasi matematika, ditulis:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ faktor}}$$

dengan a bilangan pokok (basis), $a \neq 0$, dan n adalah pangkat (eksponen), $a \neq 0$.

2. Sifat-Sifat Pangkat Bulat

Sifat-sifat umum:

$$\left.\begin{aligned} a^m \times a^n &= a^{m+n} \\ \frac{a^m}{a^n} &= a^{m-n} \end{aligned}\right\} \text{untuk } a \neq 0$$

Jika *a* dan *b* bilangan real tidak nol, serta *m* dan *n* bilangan bulat, berlaku sifat-sifat berikut.

1) $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

2) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

3) $(a^m)^n = a^{m \times n}$

Contoh:

Tentukan nilai dari bentuk perpangkatan berikut.

$$\frac{24x^3y^2}{5z^2} : \frac{8x^2y^3}{15z^4}$$

Jawab:

$$\frac{24x^3y^2}{5z^2} : \frac{8x^2y^3}{15z^4} = \frac{8 \cdot 3 \cdot x^3 \cdot y^2}{5 \cdot z^2} \times \frac{3 \cdot 5z^4}{8 \cdot x^2 \cdot y^3}$$

$$= \frac{3 \cdot 3 \cdot x \cdot z^2}{y}$$

$$= \frac{9xz^2}{y}$$

3. Pangkat Nol dan Pangkat Bulat Negatif

- Ketentuan umum:

  a. Jika *a* sembarang bilangan real bukan nol maka

     $a^0 = 1$.

  b. Untuk $a \neq 0$ dan n bilangan bulat positif maka

     $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ atau $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$.

  Berbeda dengan a^n, bilangan pangkat negatif a^{-n} tidak dapat didefinisikan sebagai perkalian berulang dari bilangan yang dipangkatkan. Oleh karena itu, pangkat ini seringkali dinamakan *pangkat tak sebenarnya.*

Contoh :

Sederhanakan bentuk-bentuk pangkat $\dfrac{(2\,b^3c^{-2})^{-2}}{((bc^3)^{-3})^{-1}}$.

Jawab:

$$\frac{(2\,b^3c^{-2})^{-2}}{((bc^3)^{-3})^{-1}} = \frac{2^{-2}b^{3\times(-2)}c^{-2\times(-2)}}{(bc^3)^{-3\times(-1)}}$$

$$= \frac{2^{-2}b^{-6}c^{4}}{(bc^3)^3}$$

$$= \frac{2^{-2}b^{-6}c^{4}}{b^3c^{3\times 3}}$$

$$= \frac{1}{(2^2b^6c^{-4})b^3c^9}$$

$$= \frac{1}{4b^{6+3}c^{-4+9}} = \frac{1}{4b^9c^5}$$

4. Persamaan Pangkat Sederhana

Secara umum, persamaan pangkat dapat diselesaikan sebagai berikut.

Jika $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ maka $f(x) = g(x)$.

Bagaimana jika bilangan pokok di kedua ruas tidak sama? Jika demikian maka nilai yang memenuhi adalah kedua ruas harus **sama dengan satu**. Untuk itu, pangkat kedua ruas harus **sama dengan nol**.

Jika $a^{f(x)} = b^{g(x)}$ maka $f(x) = 0$ dan $g(x) = 0$.

Contoh 1 :

Tentukan penyelesaian dari $27^{3x} = 3^{18}$.

Jawab :

$$27^{3x} = 3^{18} \Leftrightarrow 3^{3(3x)} = 3^{18}$$

$$\Leftrightarrow 3^{9x} = 3^{18}$$

$$\Leftrightarrow 9x = 18$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

Contoh 2:

Tentukan nilai *m* dan *n* yang memenuhi $\dfrac{3^{2m}8^{3n-1}}{27^{2m}} = 3^2 \times 2^3$

Jawab :

Cara 1:

$$\frac{3^{2m}8^{3n-1}}{27^{2m}} = \frac{3^{2m}(2^3)^{3n-1}}{(3^3)^{2m}}$$

$$= \frac{3^{2m}2^{9n-3}}{3^{6m}}$$

$$= 3^{2m-6m} \cdot 2^{9n-3} = 3^{-4m} \cdot 2^{9n-3}$$

diperoleh $3^{-4m} \cdot 2^{9n-3} = 3^2 \times 2^3$

sehingga: $-4m = 2 \Leftrightarrow \boxed{m = -\frac{1}{2}}$

$$9n - 3 = 3 \Leftrightarrow 9n = 6 \Leftrightarrow \boxed{n = \frac{2}{3}}$$

Cara 2:

Persamaan di atas dapat disederhanakan menjadi bentuk berikut.

$$\frac{3^{2m}8^{3n-1}}{27^{2m}} = 3^2 \times 2^3 \Leftrightarrow \frac{3^{2m}}{3^{6m} \times 3^2} = \frac{2^3}{2^{9n-3}}$$

$$\Leftrightarrow 3^{2m-(6m+2)} = 2^{3-(9n-3)}$$

$$\Leftrightarrow 3^{-4m-2} = 2^{6-9n}$$

Berdasarkan sifat persamaan pangkat maka

$-4m - 2 = 0$ dan $6 - 9n = 0$.

Dengan menyelesaikan persamaan-persamaan di atas, diperoleh $m = -\frac{1}{2}$ dan $n = \frac{2}{3}$.

5. Notasi Baku

Bentuk baku bilangan besar adalah

$$a \times 10^{n}$$

$1 \leq a < 10$ dan n bilangan asli.

Bilangan besar diartikan sebagai bilangan yang lebih dari 10.

Bentuk baku bilangan kecil adalah

$$a \times 10^{-n}$$

$1 \leq a < 10$ dan n bilangan asli.

Bilangan kecil diartikan sebagai bilangan antara 0 dan 1.

Contoh:

a. $0,\underbrace{000000271}_{n=7}$

Berarti, $2,71 \times 10^{-7}$.

b. $0,\underbrace{00000000001}_{n=11}11$

Berarti, $1,11 \times 10^{-11}$.

c. $3\underbrace{10.000.000.000}_{n=11}$

Berarti, $3,1 \times 10^{11}$.

d. $3\underbrace{51}_{n=2},23$

Berarti, $3,5123 \times 10^{2}$

$\approx 3,51 \times 10^{2}$.

e. $4.\underbrace{023.222}_{n=6},1$

Berarti, $4,0232221 \times 10^{6}$

$\approx 4,02 \times 10^{6}$.

6. Akar Pangkat Bilangan

Operasi untuk menentukan bilangan pokok yang dipangkatkan jika diketahui perpangkatannya disebut dengan *akar pangkat,* ditulis dengan notasi $\sqrt{\ }$

Misalnya,

$\sqrt[2]{4}$ = 2, dibaca akar pangkat dua dari empat adalah 2;

$\sqrt[3]{27}$ = 3, dibaca akar pangkat tiga dari dua puluh tujuh adalah 3;

$\sqrt[3]{64}$ = 4, dibaca akar pangkat tiga dari enam puluh empat adalah 4.

B. Bentuk Akar

1. Bilangan Rasional dan Bilangan Irasional

Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$ dengan *a* dan *b* bilangan bulat dan *b* ≠ 0.

Bilangan rasional dapat dibedakan menjadi dua macam

a. bilangan bulat, seperti –3, –1, 0, 6;

b. bilangan pecahan, seperti $-\frac{3}{2}$, $-1\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{2}$.

Ciri-ciri bilangan rasional:

a. Bilangan desimalnya terputus/terbatas, misalnya $\frac{1}{4}$ = 0,25 dan $\frac{3}{2}$ = 1,5.

b. Bilangan desimalnya tidak terputus/terbatas, tetapi berulang, misalnya $\frac{1}{6}$ = 0,16666 ... dan $\frac{1}{9}$ = 0,1111....

Bilangan yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, *a* dan *b* bilangan bulat dan *b* ≠ 0, disebut *bilangan irasional*.

Contoh :

Tunjukkan bahwa 0,44444….. dapat diubah ke bentuk pecahan biasa.

Jawab:

$$x = 0{,}44444.....$$

$10\,x = 4{,}4444.....$ (kedua ruas dikalikan dengan 10)

Dengan mengurangkan 10*x* dengan *x*, diperoleh

$$\begin{array}{r} 10\,x = 4{,}4444..... \\ x = 0{,}44444..... \\ \hline 9x = 4 \end{array} -$$

$$x = \frac{4}{9}$$

Jadi, 0,4444... sama dengan $\frac{4}{9}$.

2. Pengertian Bentuk Akar

Bentuk-bentuk $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, dan $\sqrt{11}$ disebut dengan *bentuk akar*, yaitu akar suatu bilangan yang hasilnya bukan bilangan rasional.

Bentuk akar termasuk *bilangan irasional*.

Adapun bentuk $\sqrt{4}$, $\sqrt{25}$, dan $\sqrt{100}$ bukan bentuk akar karena kita dapat menentukan bilangan rasional untuk nilai tersebut, yaitu $\sqrt{4}$ = 2, $\sqrt{25}$ = 5, dan $\sqrt{100}$ = 10

3. Operasi Aljabar pada Bentuk Akar

a. Penjumlahan dan Pengurangan

Bentuk akar pada bilangan yang dioperasikan harus sama.

Jika a, $c \in R$ dan b ≥ 0, berlaku

$$a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a + c)\sqrt{b}$$

$$a\sqrt{b} - c\sqrt{b} = (a - c)\sqrt{b}$$

b. Perkalian dan Pembagian

Perhatikan kembali pengertian akar pangkat dua sebuah bilangan, yaitu

$\sqrt{a} = b \leftrightarrow b^2 = a$, untuk $a, b \geq 0$.

Berdasarkan definisi di atas, berlaku sifat-sifat berikut.

1) $\sqrt{a^2} = a$

2) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

3) $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

Buktikan!!

- Berdasarkan sifat-sifat di atas, dapat diturunkan sifat-sifat berikut:

1) $a\sqrt{b} \times c\sqrt{b} = ac\sqrt{bd}$

2) $\dfrac{a\sqrt{b}}{c\sqrt{d}} = \dfrac{a}{c}\sqrt{\dfrac{b}{d}}$

- Secara lebih luas, sifat-sifat bentuk akar dapat ditampilkan sebagai berikut.

1. $\sqrt[n]{a^n} = a,\ a \geq 0$
2. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b},\ a,\ b \geq 0$
3. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$
4. $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}},\ b \neq 0$
5. $a\sqrt[n]{b} \pm c\sqrt[n]{b} = (a \pm c)\sqrt[n]{b}$
6. $a\sqrt[n]{b} \times c\sqrt[n]{d} = ac\sqrt[n]{bd}$
7. $\dfrac{a\sqrt[n]{b}}{c\sqrt[n]{d}} = \dfrac{a}{c}\sqrt[n]{\dfrac{b}{d}}$

Contoh :

Sederhanakan bentuk akar $(3\sqrt{5} - 2\sqrt{2})(\sqrt{2} + \sqrt{5})$.

Jawab :

$$(3\sqrt{5} - 2\sqrt{2})(\sqrt{2} + \sqrt{5}) = 3\sqrt{5} \times \sqrt{2} + 3\sqrt{5} \times \sqrt{5} - 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} - 2\sqrt{2} \times \sqrt{5}$$

$$= 3\sqrt{10} + 3 \times 5 - 2 \times 2 - 2\sqrt{10}$$

$$= 11 + \sqrt{10}$$

c. Mengubah Bentuk Akar ke Bentuk Penjumlahan Akar

Rumus:

Bentuk akar $\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}}$ dapat diubah menjadi $(\sqrt{c} \pm \sqrt{d})$ dengan $a = c + d$ dan $b = c \times d$.

Khusus untuk bentuk $\sqrt{a - 2\sqrt{b}}$ dapat diubah menjadi $(\sqrt{c} - \sqrt{d})$ dengan syarat $c > d$

Contoh :

Tentukan bentuk penjumlahan dari bentuk akar $\sqrt{7+2\sqrt{12}}$.

Jawab :

$$\sqrt{7+2\sqrt{12}} = \sqrt{(3+4)+2\sqrt{3\times 4}}$$

$$= \sqrt{3}+\sqrt{4}$$

$$= \sqrt{3}+2$$

4. Merasionalkan Penyebut

Penyebut-penyebut pecahan dapat dirasionalkan dengan pedoman berikut.

a. Pecahan berpenyebut $\sqrt{b}$ dikalikan dengan $\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$

b. Pecahan berpenyebut $a+\sqrt{b}$ dikalikan dengan $\dfrac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}}$

Pecahan berpenyebut $a-\sqrt{b}$ dikalikan dengan $\dfrac{a+\sqrt{b}}{a+\sqrt{b}}$

c. Pecahan berpenyebut $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ dikalikan dengan $\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

Pecahan berpenyebut $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ dikalikan dengan $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

Contoh :

Sederhanakan pecahan $\dfrac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}$ dengan merasionalkan penyebutnya.

Jawab :

$$\frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}} \times \frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}$$

$$= \frac{\sqrt{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}}{3-2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{1}}{3-2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{3-2\sqrt{2}} \times \frac{3+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{3+2\sqrt{2}}{9-8}$$

$$= 3+2\sqrt{2}$$

C. Pangkat Pecahan

Secara umum, pangkat pecahan dapat didefinisikan sebagai berikut.

Untuk $a \geq 0$ dan m, n bilangan bulat bukan nol, berlaku

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Operasi-operasi yang berlaku pada pangkat bulat juga berlaku pada pangkat pecahan.

Contoh 1:

Sederhanakan bentuk pangkat pecahan $\left(\dfrac{64x^6}{y^{-6}}\right)^{\frac{2}{3}}$

Jawab :

$$\left(\frac{64x^6}{y^{-6}}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(64x^6y^6\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= \left(2^6x^6y^6\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= 2^{6\times\frac{2}{3}}x^{6\times\frac{2}{3}}y^{6\times\frac{2}{3}}$$

$$= 2^4x^4y^4$$

$$\boxed{= 16x^4y^4}$$

Contoh 2:

Tunjukkan nilai *x* yang memenuhi persamaan $4^{x+3} = \sqrt[4]{2^{x+2}}$

Jawab:

$$4^{x+3} = \sqrt[4]{2^{x+2}} \Leftrightarrow (2^2)^{x+3} = 2^{\frac{x+2}{4}}$$

$$\Leftrightarrow 2^{2x+6} = 2^{\frac{x+2}{4}}$$

$$\Leftrightarrow 2x + 6 = \frac{x+2}{4}$$

$$\Leftrightarrow 8x + 24 = x + 2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{22}{7}$$

D. Logaritma

1. Pengertian Logaritma

Operasi logaritma merupakan kebalikan (*invers) dari perpangkatan* dan didefinisikan sebagai berikut.

Untuk $a > 0$, $b > 0$, dan $a \neq 1$, logaritma b dengan basis a, ditulis ${}^{a}\log b$ adalah

${}^{a}\log b = c$ sama artinya dengan $a^{c} = b$

- Bilangan a disebut *bilangan pokok* (*basis*).
- Bilangan b disebut *bilangan yang dicari logaritmanya* (*numerus*).
- Bilangan c disebut *bilangan hasil logaritma*.

Perhatikan !!!

$^{5}\log 5 = 1$

$^{5}\log 25 = {}^{5}\log 5^2 = 2$

$^{5}\log 125 = {}^{5}\log 5^3 = 3$

<u>Diagram Cartesius</u>

x	*y*
5	1
25	2
125	3

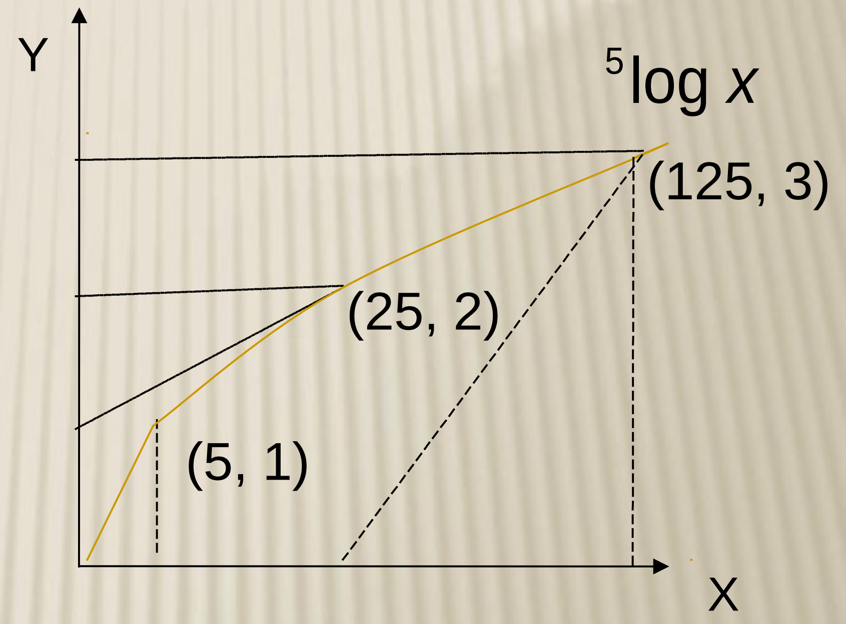


Diagram Cartesius $^{5}\log x$

$$^{a}\log a^n = n$$

$$^{a}\log 1 = 0$$

$$a^{^{a}\log b} = b$$

Buktikan!!!

2. Sifat-Sifat Logaritma

a. Sifat 1:

$$\boxed{{}^{a}\log (b \times c) = {}^{a}\log b + {}^{a}\log c}$$

Bukti :

Misal

$x = {}^{a}\log b \Leftrightarrow b = a^{x}$

$y = {}^{a}\log c \Leftrightarrow c = a^{y}$

$${}^{a}\log (b \times c) = {}^{a}\log (a^{x} \times a^{y})$$
$$= {}^{a}\log (a^{x+y})$$
$$= x + y$$
$$= {}^{a}\log b + {}^{a}\log c \text{ .... (terbukti)}$$

b. Sifat 2:

$$^{a}\log\left(\frac{b}{c}\right) = {}^{a}\log b - {}^{a}\log c$$

Buktikan !!!

c. Sifat 3:

$$^{a}\log b^{n} = n\,{}^{a}\log b$$

Buktikan!!!!

d. Sifat 4:

$$^{a}\log b = \frac{^{c}\log b}{^{c}\log a}, \; c > 0, \; c \neq 1$$

e. Sifat 5:

$$^{a}\log b \times {}^{b}\log c = {}^{a}\log c$$

f. Sifat 6:

$$^{a}\log b = \frac{1}{^{b}\log a}$$

g. Sifat 7:

$$^{a^m}\log b^n = \frac{n}{m}\,{}^{a}\log b$$

Contoh :

Jika diketahui log 2 = *a*, log 3 = *b*, dan log 5 = *c*, tentukan ${}^{2}\log\sqrt{150}$

Jawab :

$$
\begin{aligned}
{}^{2}\log\sqrt{150} &= {}^{2}\log 150^{\frac{1}{2}} \\
&= \frac{1}{2}\left({}^{2}\log 5^{2} + {}^{2}\log 3 + {}^{2}\log 2\right) \\
&= \frac{1}{2}\,{}^{2}\log\left(5^{2} \times 3 \times 2\right) \\
&= \frac{1}{2}\left(2\left(\frac{\log 5}{\log 2}\right) + \frac{\log 3}{\log 2} + 1\right) \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{2c}{a} + \frac{b}{a} + 1\right) \\
&= \frac{a + b + 2c}{2a}
\end{aligned}
$$

3. Menentukan Nilai Logaritma dengan Alat Bantu

a. Dengan Tabel

Pada tabel ini, bilangan pokok (basis) yang digunakan adalah 10.

Tabel Logaritma

N	0	1	2	......	9
1.0	0.0000	0.0043	0.0086	....	0.0374
1.1	0.4140	0.0453	0.0492	....	0.0756
....	....	....	....	....	....
2.4	0.3802	0.3820	0.3838	....	0.3962
....	....	....	....	....	....
9.9	0.9956	0.9961	0.9965	....	0.9996

Misalkan kalian ingin menentukan nilai log 2,49.
Dapat ditentukan bahwa log 2,49 = 0.3962

Untuk menentukan nilai *x* yang memenuhi persamaan log *x* = *b* jika *b* diketahui, gunakan tabel antilogaritma *b*, ditulis antilog *b.*

Langkah-langkah menentukan antilogaritma suatu bilangan:

a. Ubahlah bilangan *b* (nilai logaritma) sehingga dapat ditentukan bagian bulat (*karakteristik*) dan bagian desimal (*mantis*).
b. Pada kolom paling kiri, carilah dua angka desimal pertama.
c. Pada baris angka tersebut, carilah bilangan yang berada tepat di bawah kolom angka desimal ke-3.

d. Tentukan letak koma desimal dengan aturan sebagai berikut.

1) Jika bagian bulat $n = 0$, letak koma desimal di belakang angka pertama desimal.
2) Jika bagian bulat $n > 0$, letak koma desimal bergeser n angka ke kanan dari bentuk baku (ilmiah).
3) Jika bagian bulat $n < 0$, letak koma desimal bergeser n angka ke kiri dari bentuk baku (ilmiah).

Perhatikan tabel antilogaritma berikut:

X	0	1	2	3	......
....	....	....	....	....	....
.74	550	551	552	553	....
.75	562	564	565	566	....
....	....	....	....	....	....

log x = 0,743

Bilangan 0,743 memiliki bagian bulat 0 dan bagian desimal 743.

Cari angka".74" di kolom pertama (paling kiri). Kemudian, cari bilangan yang berada di bawah angka 3 pada baris tersebut maka akan kalian peroleh bilangan 553.

Karena bagian bulat 0 maka antilog 0,743 = 5,53.

x = 5,53

b. Dengan Kalkulator

- Menentukan nilai logaritma dengan menggunakan kalkulator hasilnya agak lebih baik dibandingkan dengan menggunakan tabel.
- Pada kalkulator, bilangan pokok yang digunakan adalah 10 dan *e.* Bilangan *e* memiliki nilai 2,7182818....
- Bentuk logaritma dengan bilangan pokok *e*, yaitu ${}^{e}\log x$, ditulis ln *x*. Perhatikan dengan saksama petunjuk cara menentukan nilai logaritma ataupun menentukan bilangan yang dicari nilai logaritmanya.

4. Memecahkan Masalah-Masalah Logaritma

Contoh:

Pertambahan penduduk di suatu wilayah dirumuskan dengan $P_t = P_0 (1 + r)^t$ untuk P_t = jumlah penduduk pada tahun ke-t, r = persentase pertumbuhan penduduk, dan P_0= jumlah penduduk semula. Jika pada tahun 2007 wilayah itu mempunyai penduduk 10.000 jiwa dan pertumbuhan penduduknya 2% per tahun, tentukan jumlah penduduk wilayah itu pada tahun 2011.

Jawab:

Diketahui $P_0 = 10.000 = 10^4$ jiwa

$r = 2\ \% = 0{,}02$

$t = 4$ tahun

Dengan demikian, diperoleh

$$P_t = P_0 (1 + r)^t \Leftrightarrow P_4 = 10^4 (1 + 0{,}02)^4 \Leftrightarrow P_4 = 10^4 (1{,}02)^4$$

Jika kedua ruas dilogaritmakan, diperoleh

$\log P_4 = \log (10^4 (1{,}02)^4)$

$= \log 10^4 + \log (1{,}02)^4$

$= 4 + 4 \log 1{,}02$

$= 4 + 4(0{,}0086)$

$= 4{,}0344$

P_4 dapat ditentukan dengan menggunakan antilog 4,0344 = 10.824,3.

Oleh karena itu, jumlah penduduk di wilayah itu pada tahun 2011 adalah **10.824 jiwa**.