# B样条曲面的T样条裁剪法

薛 翔 周来水 南京航空航天大学,南京,210016

摘要:针对 B 样条曲面裁剪法中的裁剪曲面定义与裁剪边界修改问题,提出一种 T 样条曲面裁剪法,并用于多边矩形域上的曲面裁剪。先将 B 样条曲面转换为一张全行列 T 样条曲面,然后再利用 T 样条曲面的局部均匀细分和控制点移除,得到一张 T 样条裁剪曲面。裁剪后的 T 样条曲面建立在一个多边 T 网格上,具有完整的曲面定义,并且可以局部修改其裁剪边界。最后通过实例验证了 T 样条裁剪曲面在曲面定义和边界修改上都优于 B 样条裁剪曲面。

**关键词:**B样条曲面;T样条;曲面转换;局部均匀细分;控制点移除;曲面裁剪 中图分类号:TH122 DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2014.23.008

# T-Splines Trimming Approach for B-spline Surfaces

Xue Xiang Zhou Laishui

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, 210016

Abstract: To solve the problem of trimmed surface definition and trimming boundary alteration in B-spline surface trimming approach, a new T-Splines trimming approach was proposed and was used for the surface trimming upon multilateral rectangular domain. After converting B-spline surface into a full-row-column T-Splines, a trimmed T-Splines was obtained by applying the local uniform refinement and removing control points of T-Splines. The trimmed T-Splines was built upon a multilateral T-Mesh with a complete surface definition, and the trimming boundary can be locally modified. Finally, the trimmed T-Splines was proved to be superior to the trimmed B-spline surface in surface definition and boundary alteration with a modeling example.

**Key words:** B-spline surface; T-Splines; surface conversion; local uniform refinement; control point removement; surface trimming

#### 0 引言

曲面裁剪作为一种有效的曲面构建法被广泛应用于工程设计中的自由曲面造型[1]。通过曲面裁剪,可以得到更为灵活的多边域曲面来更好地描述产品外形。已有学者在 CAD 中对曲面裁剪算法进行了大量研究,其中包括 NURBS 曲面裁剪[2]、细分曲面裁剪[3-4]、Bezier 曲面裁剪[5]、PDE曲面裁剪[6],以及裁剪曲面加工[7]、缝合[8]、离散算法[9]等。但是在裁剪 B 样条曲面时,现有的曲面裁剪法仅利用裁剪曲线将曲面划分为裁剪域与保留域,并只对保留域上的曲面部分进行离散与渲染,从而实现 B 样条曲面的裁剪。在曲面裁剪后,被裁剪的 B 样条曲面没有受到任何影响,同时在裁剪边界上也没有新控制点加入。因此,B 样条裁剪曲面没有一个完整的曲面定义,也无法对裁剪边界进行局部修改。

在裁剪 B 样条曲面时还会经常得到一类多边矩形域上的裁剪曲面。这一类多边矩形域曲面比一般的四边矩形域曲面更加灵活。但利用已有的 B 样条曲面裁剪法,多边矩形域上的 B 样条裁剪曲面同样没有完整的曲面定义,也无法局部修

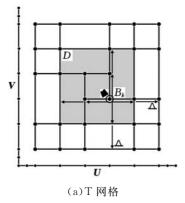
改其裁剪边界。与 B 样条曲面相比, T 样条曲面<sup>[10]</sup>具有更加灵活的曲面定义。因此, 为解决 B 样条曲面裁剪法中的曲面定义与边界修改问题, 本文提出一种 T 样条曲面裁剪法, 得到的 T 样条裁剪曲面建立在一个多边 T 网格上, 具有完整的曲面定义, 还可对裁剪边界进行局部修改。

## 1 T样条曲面与T网格

每张 T 样条曲面都建立在一个二维 T 网格上,T 网格上的控制点与 T 样条曲面上的控制点一一对应,如图 1 所示。其中,T 网格定义在两组节点向量 U 和 V 上,D 为 T 样条曲面在 T 网格上的曲面域。 T 样条曲面还将双三次 B 样条函数  $B_k(u,v)$  局部定义在 T 网格上,此时就得到一张双三次 T 样条曲面,其通过  $S_T(u,v) = \sum_{k=1}^z B_k(u,v) P_k$  进行曲面描述, $P_k$  为 T 样条曲面上的控制点。

# 2 全行列 T 样条曲面

全行列 T 样条曲面建立在一个均匀 T 网格上,它具有整行与整列分布的控制点,如图 2 所



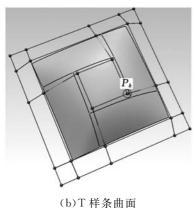
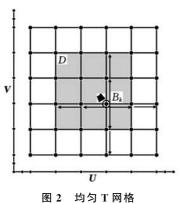


图1 T网格及其T样条曲面

示。虽然全行列 T 样条曲面与 B 样条曲面在形式上一致,但全行列 T 样条曲面可以局部细分,如图 3 所示。此外,任何一张 B 样条曲面都可以精确转换为一张全行列 T 样条曲面。



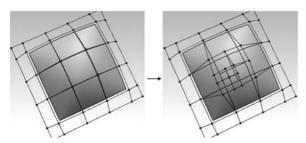


图 3 全行列 T 样条曲面的局部细分

3 基于局部均匀细分的裁剪域划分 与B样条曲面相比,T样条曲面上可以实现 灵活的局部曲面细分。其中,T 样条曲面的局部 均匀细分算法较为简单。

给定一个 T 网格  $M_{\rm T}^{(i)}$ ,  $B_a^{(i)}/B_b^{(i)}/B_d^{(i)}$  为 其上相邻的 4 个 B 样条函数。如果这些 B 样条函数在同一方向上具有相同的支持域,就可加入一个新控制点和一个新 B 样条函数  $B_e^{(i+1)}$  到 T 网格上,如图 4 所示。此时, $M_{\rm T}^{(i)}$  就被局部均匀细分为  $M_{\rm T}^{(i+1)}$ ,  $B_a^{(i)}/B_b^{(i)}/B_d^{(i)}$  也 被 细 分 为  $B_a^{(i+1)}/B_b^{(i+1)}/B_e^{(i+1$ 

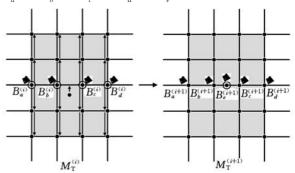


图 4 T 网格上的局部均匀细分算法

可以通过局部均匀细分算法在T网格上对裁剪域进行划分。如图 5 所示,如果要在  $M_{\rm T}^{(0)}$  上划分出一个田字形裁剪域,可以先对  $M_{\rm T}^{(0)}$  进行垂直方向上的多次局部均匀细分,将  $M_{\rm T}^{(0)}$  局部细分为  $M_{\rm T}^{(10)}$ ,并加入两列局部控制点;再对  $M_{\rm T}^{(10)}$  局部细分为  $M_{\rm T}^{(10)}$ ,并加入两行局部控制点。 $M_{\rm T}^{(20)}$  局部细分 为  $M_{\rm T}^{(20)}$ ,并加入两行局部控制点。 $M_{\rm T}^{(20)}$  上的田字形裁剪域就通过新加入的这两行与两列局部控制点进行划分。

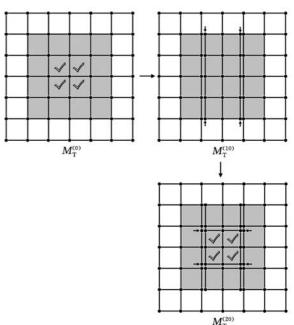


图 5 局部均匀细分下的裁剪域划分

## 4 多边矩形域上的 T 样条曲面裁剪

设 B 样条曲面为  $S_0$ ,其上有  $m \times n$  个控制点,需要对曲面  $S_0$  上的一个多边矩形域进行裁剪,从而得到一张具有完整曲面定义的 T 样条裁剪曲面。具体的裁剪算法如下:

- (1) 先将 B 样条曲面  $S_0$  转换为一张全行列 T 样条曲面  $S_1$ 。 曲面  $S_1$  建立在一个均匀 T 网格  $M_T$  上,具有曲面域 D。
- (2) 利用 T 样条曲面的局部均匀细分算法, 先后加入 k 列和 l 行的局部控制点," $M_T$  就被局部 细分为  $M_T$ ,全行列 T 样条曲面  $S_1$  也被局部细分 为 T 样条曲面  $S_2$ 。此时总共加入 p 个新控制点, 这些新控制点将曲面域 D 划分为裁剪域  $D_t$  与保 留域  $D_T$ 。
- (3) 将对曲面保留域  $D_r$  没有影响的 q 个控制点分别从  $M_T$  和  $S_2$  上移除,从而将  $M_T$  裁剪为一个多边 T 网格 $^mM_T$ ,同时将曲面  $S_2$  裁剪为一张多边 T 样条曲面  $S_3$ 。

 $S_3$  就为最后得到的 T 样条裁剪曲面,其建立

在一个多边 T 网格 $^{\text{m}}M_{\text{T}}$  上,具有完整的曲面定义  $S_3(u,v) = \sum_{k=1}^z B_k(u,v) P_k, z = mn + p - q$ 。此外,可以通过新加入的 p 个控制点来局部修改曲面  $S_3$  的裁剪边界。图 6 和图 7 中分别给出了 L 形

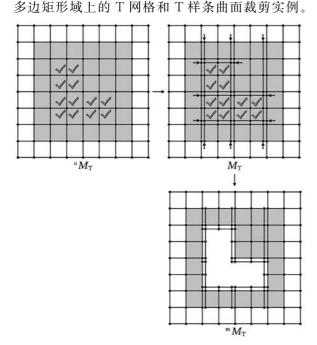


图 6 L 形多边矩形域上的 T 网格裁剪

#### 5 T样条曲面裁剪实例

本文在VC++与 VTK 渲染库基础上实现了

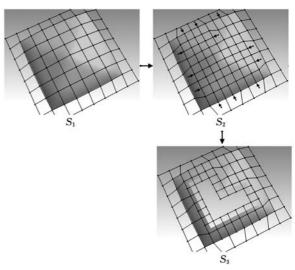
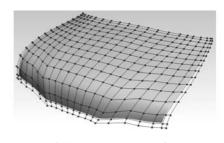


图 7 L 形多边矩形域上的 T 样条曲面裁剪

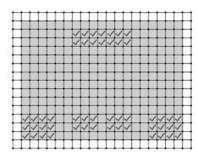
多边矩形域上的 T 样条曲面裁剪算法,并将其用于裁剪车身引擎盖曲面中。

图 8 为一张全行列 T 样条曲面及其均匀 T 网格,它由一张  $16 \times 22$  的 B 样条曲面转换得到,并在均匀 T 网格上标记出需要裁剪的区域。在图 9 中,利用局部均匀细分算法在 T 样条曲面上局部加入 100 个控制点,对曲面上的裁剪域与保留域进行划分。再通过移除对曲面保留域没有影响的 50 个控制点,就得到图 10 中的一张 T 样条裁剪曲面。通过新加入的控制点对裁剪边界进行局部修改,最后得到图 11 中的车身引擎盖曲面,其由一张 T 样条裁剪曲面描述,定义在一个多边 T 网格上,并且具有完整的曲面定义  $S_{T}(u,v)$  =

 $\sum^{402} B_k(u,v) P_k \, \circ$ 



(a)待裁剪的全行列 T 样条曲面



(b)待裁剪的全行列 T 样条曲面的均匀 T 网格图 8 待裁剪的全行列 T 样条曲面及其均匀 T 网格

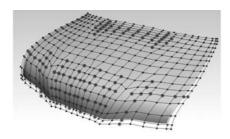


图 9 局部均匀细分后的 T 样条曲面

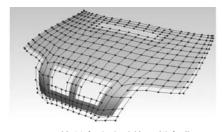
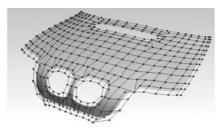
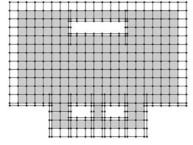


图 10 控制点移除后的 T 样条曲面



(a)边界修改后的 T 样条裁剪曲面



(b)边界修改后的 T 样条裁剪曲面的多边 T 网格图 11 边界修改后的 T 样条裁剪曲面及其多边 T 网格

#### 6 结语

本文提出的 T 样条曲面裁剪法较好地解决了 B 样条裁剪法中的曲面定义与边界修改问题。得到的 T 样条裁剪曲面定义在一个多边 T 网格上,不仅具有完整的曲面定义,而且还可以局部修改其裁剪边界。但利用局部均匀细分算法得到的 T 样条裁剪曲面还具有多余的控制点。接下来将进一步研究局部非均匀细分算法下的 T 样条曲面裁剪法,从而使 T 样条裁剪曲面上的控制点更加精简。

#### 参考文献:

[1] 沈俊华,史贵振. 自由曲线曲面造型理论发展综述 [J]. 信息技术,2013(3):184-187.

Shen Junhua, Shi Guizhen. Review on the Free

- Curves and Surfaces Modeling Theories[J]. Information Technology, 2013(3):184-187.
- [2] 方顾,李际军. 用于非均匀有理 B 样条曲面裁剪的扫描线算法[J]. 计算机集成制造系统,2007,13 (10):2060-2070.

Fang Gu, Li Jijun. Scan Line Algorithm for NURBS Surface Trimming[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2007, 13 (10): 2060 - 2070.

- [3] 袁鸿,吕北生,廖文和. 基于 Catmull-Clark 细分的 曲面裁剪运算[J]. 华南理工大学学报(自然科学版),2008,36(8):41-47.
  - Yuan Hong, Lü Beisheng, Liao Wenhe. Surface Trimming Operation Based on Catmull-clark Subdivision [J]. Journal of South China University of Technology(Natural Science Edition), 2008, 36(8): 41-47.
- [4] 李涛,周来水. 细分曲面求交裁剪算法研究[J]. 计算机工程与应用,2009,45(30):177-180.
  Li Tao, Zhou Laishui. Research on Intersection and Trimming Algorithms for Subdivision Surfaces[J].
  Computer Engineering and Applications, 2009, 45 (30):177-180.
- [5] 陈小雕,王毅刚,徐岗. Bézier 曲线/曲面间最近距离的几何裁剪算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2009,21(10):1401-1405.
  Chen Xiaodiao, Wang Yigang, Xu Gang. Geometric Pruning Method for Computing Minimum Distance between a Bézier Curve and a Bézier Surface[J]. Journal of Computer aided Design & Computer Graphics,2009,21(10):1401-1405.
- [6] 魏海柱,余正生. 基于解析法的裁剪 PDE 曲面的生成技术[J]. 计算机应用与软件,2012,29(8):59-61. Wei Haizhu, Yu Zhengsheng. Generation Technique of PDE Surface Trimming Based on Analytic Method[J]. Computer Applications and Software, 2012,29(8):59-61.
- [7] 张鸣,刘伟军,卞宏友. 裁剪曲面加工中的等参数线轨迹连接方法[J]. 机械工程学报,2011,47(9):125-131.
  - Zhang Ming, Liu Weijun, Bian Hongyou. Isoparametric Toolpath Linking Method for Trimmed Surface Machining[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(9):125-131.
- [8] 席平,胡毕富. 基于拓扑信息的多张裁剪曲面缝合 算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2008,20 (6):765-769.

Xi Ping, Hu Bifu. An Algorithm of Trimmed Surfaces Repair Based on Surfaces Topological Information[J]. Journal of Computer-aided Design & Computer Graphics, 2008, 20(6):765-769.

# 小曲率球面零件数控渐进成形缺陷问题研究

# 徐佳晖 高 霖 史晓帆 安传海南京航空航天大学,南京,210016

摘要:小成形角零件加工是渐进成形中的一个难点,零件在成形时存在较大的内部压应力以及明显的回弹现象,易产生鼓包问题。通过对小曲率球面零件精度问题的分析可知,如何消除零件中心产生的鼓包是提高精度的关键问题。试验分别采用补偿、更换成形工具头和正成形等方案对零件成形精度进行优化,发现这几种方法均可以有效地消除鼓包问题,显著提高成形零件的精度,且各方案均有其自身的优点,在实际生产中可根据不同的精度要求选择不同的解决方案。

关键词:渐进成形;小成形角;鼓包;精度提高

中图分类号:TG3

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2014.23.009

#### Research on Defects of Spherical Parts with Small Curvature by NC Incremental Forming

Xu Jiahui Gao Lin Shi Xiaofan An Chuanhai

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, 210016

**Abstract:** The forming process of small forming angle parts is one of the difficulties in NC incremental forming. Center bulge was generated easily during the forming process because of the pressure stress and springback. Small curvature spherical part was investigated through experiments, how to eliminate the center bulges was the key issue to improve the accuracy. The compensation methods, changing the forming tool and positive forming were used to optimize the forming size, and results show these methods are very effective to eliminate the center bulges and improve the accuracy through experiments, and all methods have their own advantage. So according to the accuracy requirements, different methods can be chosen in the actual production.

Key words: incremental forming; small forming angle; bulge; accuracy improvement

### 0 引言

数控渐进成形技术是一种针对小批量薄板件的制造技术<sup>[1-3]</sup>。数控渐进成形技术利用"分层制造"的思想,应用特定的工具头在数控系统的控制下按预定轨迹运动,将零件逐层成形。渐进成形可分为负渐进成形和正渐进成形两类(下文简称为正成形和负成形)<sup>[4]</sup>。负成形只需成形工具头和一套简单的夹具即可,适合用于一些简单零件的成形。正成形则还需要增加一个与零件相似的用来支撑的模型和可升降的托架装置,可实现形状较为复杂的零件加工,该技术在实际生产中已得到初步应用<sup>[5]</sup>。

渐进成形技术并没有在工业生产中得到推广 应用,精度不足是制约其发展的一个重要因素。

**收稿日期:**2013—07—18

[9] 吴立军,王刚,王瑞金. 裁剪曲面有效离散点的参数 识别方法及其应用[J]. 新技术新工艺,2008(3): 55-57.

Wu Lijun, Wang Gang, Wang Ruijin. Recognition of Discrete Points on Trimmed Surface Based on the Parameter Plane and Application[J]. New Technology & New Process, 2008(3):55-57.

因此提高渐进成形的精度一直是国内外学者研究的重点,Douflou等[6]提出采用多道次成形与建立补偿模型的方法来提高成形精度;Bambach等[7]通过多道次成形解决了方锥件的侧壁鼓凸问题;韩飞等[8]利用神经网络预测了渐进成形的回弹量;范国强等[9]利用自电阻加热的方法实现了ITC4板料的成形。这些方法对于成形精度的提高都有一定的帮助。

小曲率球面零件的最大特点是成形角小、刚度较差,从而导致未成形板料受到较大的内部压应力,成形后板料的回弹量较大,易产生鼓包现象,严重影响零件的成形质量。目前国内外学者对于小成形角零件的精度研究不多。针对这一现状,本文通过对小曲率球面零件鼓包问题的分析,分别采用了补偿、多道次成形和正成形等方案来

[10] 李新. T 样条和 T 网格上的样条[D]. 合肥:中国科学技术大学,2008. (编辑 王艳丽)

作者简介: 蘇 夠,男,1980年生。南京航空航天大学机电学院博士研究生。主要研究方向为自由曲面设计、CAD/CAM。 周未水,男,1962年生。南京航天大学机电学院教授、博士研究生导师。