附录一　《高等数学》A1、B1 期中考试卷

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. [3 分]. 设 $\lim\limits_{x\to\infty} x\sin\dfrac{2}{x}=($　　$)$

　　(A) 1;　　　(B) 2;　　　(C) 3 ;　　　(D) 4.

2. [3 分] 设数列 $\{x_n\}$ 与 $\{y_n\}$ 满足 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n y_n = 0$，则下列结论正确的是（　　）

(A) 若 $\{x_n\}$ 发散，则 $\{y_n\}$ 必发散；　(B) 若 $\{x_n\}$ 无界，则 $\{y_n\}$ 必有界；

(C) 若 $\{x_n\}$ 有界，则 $\{y_n\}$ 必为无穷小；　(D) 若 $\left\{\dfrac{1}{x_n}\right\}$ 为无穷小，则 $\{y_n\}$ 必为无穷小.

3. [3 分] 设 $f(x)=x^{\frac{1}{x-1}}$，则 $x=1$ 是 $f(x)$ 的（　　）

　(A) 连续点；(B) 可去间断点；(C) 跳跃间断点；(D) 振荡间断点.

4. [3 分] 设 $f(x)$ 可导，$F(x)=f(x)(1+|\sin x|)$，若使 $F(x)$ 在 $x=0$ 处可导，则必有（　　）

(A) $f(0)=0$;　(B) $f'(0)=0$;　(C) $f(0)+f'(0)=0$;　(D) $f(0)-f'(0)=0$.

5. [3 分] 当 $x\to 0$ 时，变量 $\dfrac{1}{x^2}\sin\dfrac{1}{x}$ 是（　　）

(A) 无穷小；(B) 无穷大；(C) 有界但不是无穷小；(D) 无界但不是无穷大.

6. [3 分] 当 $x\to 0$ 时，$(1-\cos x)^2$ 是 x^n 的同阶无穷小，则 $n=$（　　）

　　(A) 1;　　　(B) 2;　　　(C) 3 ;　　　(D) 4.

7. [3 分] 已知 $f(x)$ 满足 $f''(x)+\cos^2 f'(x)=\sin x$，且 $f'(0)=0$，则必有（　　）

(A) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值；　(B) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值；

(C) $(0,f(0))$ 是 $f(x)$ 的拐点；

(D) $f(0)$ 不是 $f(x)$ 的极值，$(0,f(0))$ 也不是 $f(x)$ 的拐点.

8. [3 分] 设常数 $k>0$，函数 $f(x)=\ln x-\dfrac{x}{e}+k$ 在 $(0,+\infty)$ 内的零点个数为（　　）.

(A) 0；　　(B) 1；　　(C) 2 ；　　(D) 3.

二、填空题（每小题 4 分，共 16 分）

1. [4 分] 函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{2x}-\cos x}{x}, & x<0,\\ x^2+a & x\ge 0\end{cases}$ 在 R 上连续，则 $a=$ ________；

2. [4 分] 曲线 $y=x\ln x$ 上平行于直线 $2x-y+3=0$ 的切线方程为________；

3. [4 分] 设 $\lim\limits_{x\to\infty}\ln(1+\dfrac{3a}{x})^x=3\ln 2$，则 $a=$________ .

4. [4 分] 设 $f(x)$ 可导，$y=f(e^{\sin x})$，则 $dy=$________ .

三、试解下列各题（本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

1. [5 分] 设 $y=\ln(2-x^2)$，求 y' 和 y''.

2. [5 分] 求 $f(x)=\dfrac{\sin x-x\cos x}{x^2}$ 的 $2m-1$ 阶麦克劳林公式（要求带佩亚洛余项）.

3. [5 分] 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2-2^{\cos x}}{\ln(1+x^2)}$.

四、[本题 6 分]

求 $f(x)=\dfrac{4(x+1)}{x^2}-2$ 的单调区间与极值.

五、[本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分]

1. 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^{x}=\dfrac{y-1}{2}+\sin(xy)$ 所确定，求 $y''(0)$ 的值.

2. 设 $\begin{cases} x=5(t+\sin t) \\ y=5(\sin t-t\cos t) \end{cases}$，求 $\left.\dfrac{d^{2}y}{dx^{2}}\right|_{t=\frac{\pi}{2}}$ 的值.

六、[本题 8 分]

设有函数 $f(x)=\begin{cases} x^{k}\arctan\dfrac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$，（其中 k 为实数）

（1）当 k 为何值时，$f(x)$ 在 $x=0$ 处连续？

（2）当 k 为何值时，$f(x)$ 在 $x=0$ 处可导？

（3）当 k 为何值时，$f'(x)$ 在 $x=0$ 处连续.

七、[本题 7 分]

设 $e<a<b<e^{2}$，证明不等式： $\ln^{2}b-\ln^{2}a>\dfrac{4}{e^{2}}(b-a)$.

八、[本题 9 分]

试在抛物线 $y=4-x^{2}$ 位于第一象限部分上找一点 M，使得抛物线在该处的切线和两坐标轴围成的三角形区域的面积最小，并求最小值.

九、[本题 5 分]

设 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0)=f(1)=0$，

证明：存在 $\xi\in(0,1)$，使得 $\sqrt{1-\xi^{2}}f'(\xi)-f(\xi)=0$.

《高等数学》A1、B1 期中考试卷

一、选择题

1．B；2．D；3．B；4．A；5．D；6．D；7．A；8．C.

二、填空题

1．2；2．$y=2x-e$；3．$\ln 2$；4．$f'(e^{\sin x})e^{\sin x}\cos x dx$.

三、计算题

1．$\dfrac{2x}{x^2-2}$；$\dfrac{-2(x^2+2)}{(x^2-2)^2}$；

2．$(\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!})x-(\frac{1}{4!}-\frac{1}{5!})x^3+(\frac{1}{6!}-\frac{1}{7!})x^5+\cdots+(-1)^m(\frac{1}{(2m!)}-\frac{1}{(2m+1)!}x^{2m-1}+o(x^{2m-1})$

3．$\ln 2$.

四、$(-\infty,-2]$ 和 $(0,+\infty)$ 为 $f(x)$ 的减区间，$[-2,0)$ 为 $f(x)$ 的增区间；

$f(-2)=-3$ 为 $f(x)$ 的极小值，无极大值.

五、1．$y''(0)=6$；2．$\left.\dfrac{d^2y}{dx^2}\right|_{t=\frac{\pi}{2}}=\dfrac{2-\pi}{10}$． 六、(1)．$k>0$；(2)．$k>1$；(3)．$k>1$.

七、构造 $f(x)=\ln^2 x-\dfrac{4x}{e^2}$，求两次导数．八、$M(\frac{2}{\sqrt{3}},\frac{8}{3})$； $S_{\min}=\dfrac{32\sqrt{3}}{9}$.

九、构造 $g(x)=e^{-\arcsin x}f(x)$.