UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CHILLÁN

Docentes	Marco	Inostroza
	Jorge	Torres
	Gijsbertus	Van Der Veer

Nombre: . . . . **Rut:**.................**Sección:**.......

Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Total	Nota

Cálculo 1: Certamen 2 Modulo 2

1. **20 puntos** Calcule las derivadas de las siguientes funciones.

   a) $g(x) = \sqrt[3]{4x^2 - 1}$
   b) $t(x) = \sqrt{\frac{\sin x}{1-\sin x}}$
   c) $h(x) = 4\sec\sqrt{x}\tan^2 x$

   Solución

   a) $g'(x) = \dfrac{8x}{3(\sqrt[3]{4x^2-1})^2}$
   b) $t'(x) = \dfrac{\cos x}{2\sqrt{\frac{\sin x}{1-\sin x}}\cdot(1-\sin x)^2}$
   c) $h'(x) = 4\sec\sqrt{x}\cdot\tan\sqrt{x}\cdot\dfrac{\tan^2 x}{2\sqrt{x}} + 4\sec\sqrt{x}\cdot 2\tan x\cdot\sec^2 x$

2. **30 puntos** Hallar (a) los intervalos donde la función crece, decrece (b) los puntos máximos y mínimos relativos o absolutos, (c) los intervalos donde es cóncava hacia arriba o abajo (d) los puntos de inflexión (e) las ecuaciones de las asíntotas (f) los puntos de discontinuidad y (g) trazar el gráfico.

$$k(x) = 2x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 3x + 2$$

   Solución Derivada $8x^3 - 9x^2 - 8x + 3$
   Segunda derivada $24x^2 - 18x - 8$

   a) Creciente $]0{,}7\,,\,0{,}3[\cup]1{,}6\,,\,+\infty[$
   Decreciente $]-\infty\,,\,0{,}7]\cup[0{,}3\,,\,1{,}6[$
   b) $\lim_{x\to-\infty} k(x) = +\infty$ $\lim_{x\to+\infty} k(x) = +\infty$
   Máximo relativos 0,3 Mínimo relativo $-0{,}7$ absoluto 1,6
   c) Cóncava hacia arriba $]-\infty\,,\,-0{,}31]\cup]1{,}06\,,\,+\infty[$
   Cóncava hacia abajo $[-0{,}31\,,\,1{,}06]$

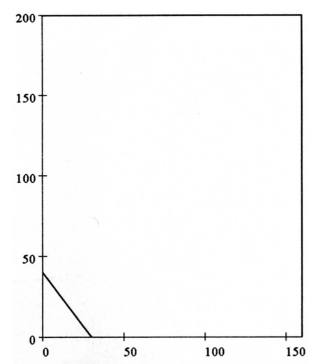
d) Puntos de inflexión no posee

e) Ecuaciones de las asintotas, no posee.

f) Puntos de discontinuidad no posee

g) Gráfico

3. **30 puntos** Un vidrio de forma rectangular de 2 metros de largo y 1,6 metros de ancho se rompe en un esquina, perdiendo un trozo con forma de triangulo rectángulo de catetos de 30 y 40 cms. como se indica en la figura.



Encontrar las dimensiones del vidrio rectangular de mayor área que puede ser cortado a partir de este.

Solución

Lo primero sacaremos la ecuación de la recta que pasa por el corte, esta seria $y = -\frac{4}{3}x + 40$

Luego trabajaremos con un punto cualquiera de esta recta (x, y) con esto el lado de un rectángulo cualquiera es $(160 - x)$ y el otro $(200 - y)$

Así el área es $A = (160 - x)(200 - y)$

Pero cambiando y por la ecuación de la recta nos queda

$A(x) = (160 - x)\left(160 + \frac{4}{3}x\right)$

Multiplicando queda

$A(x) = \frac{160}{3}x - \frac{4}{3}x^2 + 25600$

$A'(x) = \frac{160}{30} - \frac{8}{3}x$ Punto critico $x = 20$

Ahora la segunda derivada es $A''(x) = -\frac{8}{3}$

Así las dimensiones son 160 y $\frac{560}{3}$

4. **20 puntos** Halle las ecuaciones de las rectas tangentes a la elipse $9x^2 + 16y^2 = 52$, que son paralelas a la recta $9x - 8y = 1$.

Solución Se despeja la ecuación de la recta y se llega que la pendiente es de $\frac{9}{8}$, luego derivamos implícitamente la ecuación de la elipse y nos queda

$y' = \frac{-9x}{16y}$ Ahora tenemos que esto debe ser igual a la pendiente.

$$\frac{9}{8} = \frac{-9x}{16y}$$

Asi $2y = -x$, despejando y de la ecuación de la elipse $y = \dfrac{\sqrt{52 - 9x^2}}{4}$.

Cambiando $2 \cdot \dfrac{\sqrt{52 - 9x^2}}{4} = -x$

Resolviendo $52 - 9x^2 = 16x^2 \Rightarrow x = \pm\dfrac{2\sqrt{13}}{5}$ con esto $y = \pm\dfrac{\sqrt{52 - 9 \cdot \dfrac{52}{25}}}{4}$