Solución Test 4 Cálculo Integral
Profesor Patricio Cumsille
01 de Junio de 2016

Estudiar la convergencia de la siguiente integral impropia de primera especie

$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{x^3+2}dx.$$

Solución: Como $x^3 + 2 > x^3 > 0$ para todo $x \geq 1$, entonces:

$$0 < \frac{x}{x^3+2} < \frac{x}{x^3} = \frac{1}{x^2} \qquad \forall x \geq 1.$$

Luego, como la integral impropia de primera especie $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2}dx$ es convergente (visto en clases), por lo tanto la integral del enunciado es convergente por el criterio de comparación.
Por razones de completitud de esta solución, veamos que la integral impropia $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2}dx$ es convergente. En efecto,

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2}dx = \lim_{b\to+\infty} \int_1^b \frac{1}{x^2}dx = \lim_{b\to+\infty} -\frac{1}{x}\bigg|_1^b = \lim_{b\to+\infty} 1 - \frac{1}{b} = 1.$$