UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA CHILLÁN

Docentes Jorge Torres
Gijsbertus Van Der Veer

Álgebra y Trigonometría
Inducción

1. Demuestre usando el método de inducción matemática que:
   a) $1+2+3+4+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$
   b) $1+3+5+\cdots+(2n=1)=n^2$
   c) $2+2^2+2^3+\cdots+2^n=2^{n+1}-2$
   d) x^n-y^n es divisible por $(x-y)$
2. Demuestre que npara cualquier número natural $n\geq 4$, se cumple que $2^n<n!$.
3. Demuestre que, siendo $a>0$, para cualquier número natural $n\in\mathbb{N}$ se cumple que:
   $$(1+a)^n\geq 1+an$$
4. Demuestre que para cualquier $n\in\mathbb{N}$ el número 7^n-1 es divisible por 6.

PARA TRABAJAR

1. Demuestre usando el método de inducción matemática que:
   a) $2+4+6+\cdots+2n=n(n+1)$
   b) $4+8+12\cdots+4n=2n(n+1)$
   c) $1^2+3^2+5^2+\cdots+(2n-1)^2=\dfrac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$
   d) $3^{2n}-1$ es divisible por 8
   e) $10^n+3\cdot 4^{n+2}+5$ es divisible por 9
   f) $\dfrac{1}{1\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 5}+\dfrac{1}{5\cdot 7}+\cdots+\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\dfrac{1}{2n+1}$
   g) $\sin\theta+\sin 2\theta+\cdots+\sin n\theta=\dfrac{\sin\frac{1}{2}(n+1)\theta\cdot\sin\frac{1}{2}n\theta}{\sin\frac{\theta}{2}}$
   h) $\sin\theta+\sin 3\theta+\cdots+\sin(2n-1)\theta=\dfrac{\sin^2 n\theta}{\sin\theta}$
2. Demuestre que para cualquier número natural $n\geq 4$, se cumple que $2^{2n}>n^2$
3. Demuestre que para cualquier $n\in\mathbb{N}$ el número $3\cdot 5^{2n+1}+2^{3n+1}$ es múltiplo de 17.
4. Demuestre que para cualquier $n\in\mathbb{N}$ el número $2^{2n}+15n-1$ es múltiplo de 9.
5. Demuestre que la potencia impar de un número negativo es negativo.