



Calculo Diferencial

Derivadas

1. Sea f la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x & ; \text{ si } x < 0 \\ 3x & ; \text{ si } 0 \leq x \leq 3 \\ x^2 - 3x & ; \text{ si } x > 3 \end{cases}$$

¿Es f derivable en $x_0 = 0$, en $x_1 = 3$ y en $x_2 = 5$? Usar la definición.

2. Sea f la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} a + bx^2 & ; \text{ si } |x| \leq 1 \\ \frac{1}{|x|} & ; \text{ si } |x| > 1 \end{cases}$$

Encontrar, si que existen, los valores de las constantes a y b que determinan que f sea derivable en $x_0 = 1$.

3. Sea $f(x) = x^3$.

- a) ¿En que puntos del gráfico de f la recta tangente corta la eje y en el punto $(0, 1)$?
b) ¿En que puntos de ese gráfico es la recta normal perpendicular a la recta de ecuación $12x - y = 16$?

4. Estudie la derivada de $f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$, en cada punto de su dominio. Encuentre la recta tangente a su gráfica en el punto $(8, 2)$.

5. Sea $f(x) = x|x|$, $x \in \mathbb{R}$. Determine si f es derivable, en cada punto de su dominio.

6. Sea $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$, $x \in \mathbb{R}$. Mediante definición, calcule la derivada de f , en cada punto donde exista.

Decida si al gráfica de f tiene una recta tangente en el punto $(0, 0)$ y en $(1, 1)$. En caso afirmativo encuentre la ecuación de la recta tangente.

7. Obtener las derivadas de las siguientes funciones, analizar en todos los puntos (separar en tramos si es necesario).

$$a) f(x) = \left(\frac{1+x^3}{1-x^3} \right)^{\frac{1}{3}}, x \neq 1 \quad b) f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$c) f(x) = |x^2 - 9| \quad d) f(x) = \begin{cases} 4x - 1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 5 & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

8. Obtener la primera y segunda derivada de:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

9. Un proyectil es lanzado verticalmente desde el suelo con una velocidad de $v_0 \frac{m}{s}$. La altura del proyectil t segundos después del lanzamiento está dado por la formula:

$$f(t) = v_0 t - 16t^2$$

- a) Mostrar que la velocidad promedio durante el intervalo de tiempo $[t, t+h]$ está dad por $v_0 - 32t - 16h \frac{m}{s}$ y deducir que la velocidad instantanea en el instante t es $v_0 - 32t \frac{m}{s}$.
- b) Encontrar el tiempo requerido para que la velocidad sea cero.
- c) ¿Cuál es al velocidad de retorno a la tierra?
- d) ¿Cuál debe ser la velocidad inicial para que el proyectil retorne a la tierra 10 segundos después de ser lanzado?
- e) Mostrar que el proyectil se mueve a una aceleración constante.