

P1. Calcule la integral $\int_a^b \frac{1}{x^2} dx$ usando una suma de Riemann asociada a una partición arbitraria del intervalo $[a, b]$.

Indicación: Elija x_i^* como la media geométrica de x_{i-1} y x_i (es decir, $x_i^* = \sqrt{x_{i-1}x_i}$) y use la identidad

$$\frac{1}{m(m+1)} = \frac{1}{m} - \frac{1}{m+1}.$$

P2. Evalúe el límite reconociendo la suma como una suma de Riemann para una función definida en $[0, 1]$.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sqrt{\frac{1}{n}} + \sqrt{\frac{2}{n}} + \sqrt{\frac{3}{n}} + \cdots + \sqrt{\frac{n}{n}} \right).$$

P3. Encuentre una función f y un número real $a > 0$ tales que

$$6 + \int_a^x \frac{f(t)}{t^2} dt = 2\sqrt{x}, \quad \forall x > 0.$$