



Ejercicios

1. Sea R una función racional en la cual aparecen sólo $\sin x$ y $\cos x$. Escribir la integral $\int R(\sin x, \cos x) dx$ usando el cambio de variable $u = \tan(x/2)$.

2. Usando integración por partes calcule las siguientes primitivas

(a) $\int x \sin(x).$	(f) $\int \frac{x}{1+x^2}.$	(k) $\int x^2 \sinh(x).$
(b) $\int x \cos(x).$	(g) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}.$	(l) $\int x^2 \cosh(x).$
(c) $\int x e^x.$	(h) $\int x^2 \sin(x).$	(m) $\int \frac{x^2}{1+x^2}.$
(d) $\int x \sinh(x).$	(i) $\int x^2 \cos(x).$	(n) $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}.$
(e) $\int x \cosh(x).$	(j) $\int x^2 e^x.$	

3. Establezca fórmulas de recurrencia para la expresión I_n , dada por

(a) $I_n = \int x^n \sin(x).$	(d) $I_n = \int \sin^n(x).$
(b) $I_n = \int x^n \cos(x).$	(e) $I_n = \int \cos^n(x).$
(c) $I_n = \int x^n e^x.$	(f) $I_n = \int x^n \sinh(2x).$

4. Utilizando integración de funciones racionales calcule las siguientes primitivas

(a) $\int \frac{1}{1+x}.$	(d) $\int \frac{1}{1-x^2}.$
(b) $\int \frac{1}{x^2+2x+1}.$	(e) $\int \frac{1}{(1+x^2)^2}.$
(c) $\int \frac{1}{1+x^2}.$	

5. Aplique el cambio de variable $u = \tan(\frac{x}{2})$ para calcular las siguientes primitivas

(a) $\int \frac{1}{\sin(x)}.$	(d) $\int \frac{1}{1-\cos(x)}.$
(b) $\int \frac{1}{\cos(x)}.$	(e) $\int \frac{1}{\sin(x)+\cos(x)}.$
(c) $\int \frac{1}{1+\sin(x)}.$	

6. Calcule las siguientes primitivas

(a) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}.$

(b) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}.$

7. Calcule $\int \frac{g(x)g'(x)}{\sqrt{1 + g(x)^2}}.$

Problemas

P1. Calcular la siguiente integral

$$\int \frac{\text{sen}(x)}{1 + \text{sen}(x)} dx.$$

P2. (a) Sea $I_n = \int \frac{\cos(nx)}{(\cos(x))^n} dx.$

(1) Calcular $I_1, I_2.$

(2) Calcular $\int \frac{\text{sen}(x)}{(\cos(x))^{n+1}} dx.$

(3) Encontrar una relación de recurrencia para expresar I_{n+1} en función de $I_n.$

(b) Calcular la primitiva $\int \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x^2} dx.$

P3. (a) Calcule $\int \frac{dx}{x(\ln(x) + \ln^2(x))}.$

(b) Usando el cambio de variables $\tan(\frac{x}{2}) = u,$ calcule $\int \frac{\cos(x)}{1 + \cos(x)} dx.$

(c) Sean $I = \int \cos(\ln(x)) dx$ y $J = \int \text{sen}(\ln(x)) dx.$ Usando integración por partes, plantee un sistema lineal que permita calcular I y $J.$ Calcule I y $J.$

P4. (a) Calcule $\int \frac{5x^2 + 12x + 1}{x^3 + 3x^2 - 4} dx.$

(b) Deducir una fórmula de recurrencia para $I_{m,n} = \int x^m (\ln(x))^n dx.$ Use la fórmula para calcular $\int x^2 \ln x.$

P5. (a) Calcule $\int \frac{x}{(1 + x^2)(1 + x)} dx.$

(b) Calcular $\int \frac{\sin(x)}{1 + \sin(x) + \cos(x)}.$

(c) Calcular $\int \arcsen\left(\sqrt{\frac{x}{1+x}}\right).$