

# Cálculo Diferencial

## Secciones Cónicas

1. Hallar la ecuación de la parábola cuyo eje es paralelo al eje de las  $x$  y que pasa por los puntos  $(3, 3)$ ,  $(6, 5)$  y  $(6, -3)$ .
2. Encontrar la ecuación de la circunferencia que pasa por el vértice y el foco de la parábola de ecuación  $y^2 = 8x$  y tiene centro en la recta  $x - y + 2 = 0$ .
3. Hallar la ecuación de la parábola cuyo vértice está en el origen y cuyo eje coincide con el eje  $y$  y que pasa por el punto  $(4, -2)$ .
4. Hallar la ecuación de la elipse cuyos vértices son los puntos  $(4, 0)$ ,  $(-4, 0)$  y cuyos focos son los puntos  $(3, 0)$ ,  $(-3, 0)$ .
5. Una elipse tiene su centro en el origen y su eje mayor coincide con el eje  $x$ . Hallar su ecuación sabiendo que pasa por los puntos  $(\sqrt{6}, -1)$ ,  $(2, \sqrt{2})$ .
6. Los focos de una elipse son los puntos  $(3, 8)$ ,  $(3, 2)$ , y la longitud de su eje menor es 8. Hallar la ecuación de la elipse y las coordenadas de sus vértices.
7. Los vértices de una hipérbola son los puntos  $v(2, 0)$ ,  $v'(-2, 0)$ , y sus focos son los puntos  $F(3, 0)$ ,  $F'(-3, 0)$ . Hallar la ecuación.
8. Identifica la cónica y determina las coordenadas del centro, vértices y focos, cuando corresponda:
  - a)  $x^2 - 9y^2 - 4x + 36y - 41 = 0$ .
  - b)  $3x^2 - y^2 + 30x + 78 = 0$ .
  - c)  $x^2 + 4y^2 - 10x - 40y + 109 = 0$ .
  - d)  $4x^2 - 9y^2 + 32x + 36y + 64 = 0$ .

9. En el faro delantero de un automóvil se diseña un sistema de manera que el corte transversal a través de su eje sea una parábola y la fuente de luz sea colocada en el foco. Si el faro delantero es de  $16\text{cm}$  de profundidad, encuentre la ubicación de la fuente de luz.
10. Considere la parábola con foco en  $F = (0, 0)$  y directriz de ecuación  $D: y = -2p$ . Además, considere la recta  $L: y = mx$  donde  $p > 0$  y  $m > 0$
- a) Escriba en términos de  $p$  y  $m$  una ecuación para la parábola y una para  $L$ .
  - b) Calcule los dos puntos de intersección  $P$  y  $Q$  de  $L$  con la parábola en función de  $p$  y  $m$ .
  - c) Encuentre el punto medio  $A$  del segmento  $PQ$ .
  - d) Pruebe que la  $\text{dist}(A, P) = \text{dist}(A, D)$  donde  $D$  es la recta directriz de la parábola.