# Certamen 3 Cálculo Integral
# Profesores Patricio Cumsille - Luis Pajkuric
# 12 de Julio de 2016

**P1 (Sucesiones generales) [1,6 puntos].**

Calcule los siguientes límites:

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{-8n\sqrt{n}+2\sqrt{n}}{4n^3+n^2-2}$
2. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{4n-2}{4n-3}\right)^{4n+3}$.

   *Indicación:* Puede serle útil usar que $\lim_{m\to\infty}\left(1+\frac{1}{m}\right)^m = e$.

**P2 (Sucesiones monótonas) [2 puntos].**

Sea $(u_n)$ la sucesión definida por la recurrencia:

$$u_2 = 1, \qquad u_{n+1} = \sqrt{\frac{4+u_n^2}{2}}, \quad n \geq 2$$

1. Pruebe que $(u_n)$ es creciente y acotada superiormente.

   Indicación: Usando inducción, pruebe que $u_n < 2$ para todo $n \geq 2$.

2. Concluya que $(u_n)$ es convergente y calcule su límite.

**P2 (Series) [2,4 puntos].**

1. Usando el criterio de comparación en el límite, estudie la convergencia de la serie.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\left(\frac{1}{n}\right)$$

2. Usando el criterio de la raíz, estudie la convergencia de la serie.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$$

3. Usando el criterio del cociente, estudie la convergencia de la serie.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$$

4. Usando el criterio de la integral, estudie la convergencia de la serie.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+3}$$