



Álgebra y Trigonometría

Números Complejos

1. Sea $z_1 = (-3, 3)$, $z_2 = \left(\frac{2}{5}, \frac{3}{4}\right)$, $z_3 = (-1, 2)$, $z_4 = (0, 2)$.

Calcular

1) $z_1 + z_2$

2) $z_2 z_4$

3) $\frac{z_3}{z_2}$

4) $z_3 \overline{z_3}$

5) $\frac{z_4}{z_1}$

6) $z_2 - \overline{z_4}$

7) $z_3 z_1$

8) $z_2 z_3 + \frac{z_4}{z_1}$

9) $z_4 z_1$

10) $\frac{z_1}{z_4}$

11) $z_4 + z_2 - \overline{z_3} z_3$

12) z_3^{-1}

13) $\overline{z_4}(z_1 + z_3)$

14) $z_2^{-1}(z_1 - z_4)$

15) $\overline{z_1 z_2}$

Además calcule e indique su conjugado de los siguientes números.

a) $(3 + 2i) + (1 + 3i)$

b) $(-3 + 3i) - (2 - i)$

c) $(-5 + 2i) * (4 - 7i)$

d) $(1 + 2i)^3$

e) $\frac{1 - 18i}{4 - 4i}$

f) $2 * \frac{2 + i}{3 - 2i}$

2. Encuentre los valores de x e y , para que :

a) $(x + 3i)(3 - i) = 9 + yi$

b) $(5 - 4i)(y + 3i) = 32 + xi$

c) $\frac{16 - yi}{x + 2i} = 2 + 5i$

d) $\frac{y + 11i}{x + 3i} = 1 - 4i$

3. Represente en el plano complejos los siguientes números complejos:

a) $z = 2$

b) $z = -4i$

c) $z = 1 - i$

d) $z = -3 + \sqrt{3}i$

e) $z = 2\sqrt{3} - 2i$

f) $z = -5 - 4i$

g) $z = 10 + i$

h) $z = 5(1 - \sqrt{2}i)$

4. Escriba en forma polar ($z = r \operatorname{cis}(\theta)$) los siguientes números complejos:

a) $z = 2$

b) $z = -4i$

c) $z = 1 - i$

d) $z = -3 + \sqrt{3}i$

e) $z = 2\sqrt{3} - 2i$

f) $z = -5 - 4i$

g) $z = 10 + i$

h) $z = 5(1 - \sqrt{2}i)$

5. Escriba en forma algebraica ($z = x + iy$) los siguientes números complejos:

a) $z = 2 \operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{3}\right)$

b) $z = 3 \operatorname{cis}\left(\frac{5\pi}{4}\right)$

c) $z = 4 \operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{6}\right)$

d) $z = 5 \operatorname{cis}(500^\circ)$

e) $z = \operatorname{cis}(90^\circ)$

f) $z = 3 \operatorname{cis}(-210^\circ)$

g) $z = 2 * 3 \operatorname{cis}(37^\circ 10')$

h) $z = 12 \operatorname{cis}(62^\circ 40')$

6. Escriba en forma polar cada número complejo dado y realice las operaciones indicadas:

$$\begin{array}{llll}
 a)(3+i)(-1-i) & b)(1+i\sqrt{3})(\sqrt{3}-i) & c)\frac{1-i\sqrt{3}}{1+i} & d)\frac{-1-i}{-\sqrt{3}+i} \\
 e)\frac{(1+i\sqrt{3})(1+i)}{1-i} & f)\frac{(1-i)(\sqrt{3}+i)}{\sqrt{3}-i} & g)\frac{-5+5i}{(2-2\sqrt{3}i)(-\sqrt{3}+i)} & h)\frac{4(\sqrt{3}-i)}{(\sqrt{2}-i\sqrt{2})(2\sqrt{3}+2i)}
 \end{array}$$

7. Encontrar los valores de las siguientes expresiones en la forma $z = x + iy$ (algebraica) transformándolas primeramente a forma polar:

$$\begin{array}{l}
 a) (1+i)^{10} \\
 b) \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^6
 \end{array}$$

8. Use el teorema de De Moivre en los siguientes cálculos. Escriba la respuesta en forma $z = x + iy$ (algebraica).

$$\begin{array}{lll}
 a)(\sqrt{2}cis(10^\circ))^6 & b)(4cis15^\circ)^3 & c)(-\sqrt{3}+i)^4(1+i\sqrt{3})^3 \\
 d)(1+i)^5 & e)\frac{(1-i\sqrt{3})^3(1-i)^{-2}}{(1+i)^4(\sqrt{3}+i)^{-3}} & f)\frac{(-\sqrt{3}+i)^{-4}(-1-i)^6}{(-1+i)^{-2}(-\sqrt{3}-i)^3}
 \end{array}$$

9. Encuentra las raíces n-ésimas que se indican, grafíquelas en el plano complejo. ¿Qué puede observar?

$$\begin{array}{llll}
 a)\sqrt[6]{i} & b)\sqrt[3]{8} & c)\sqrt[3]{1+\sqrt{3}i} & d)\sqrt[4]{16cis90^\circ} \\
 e)\sqrt[6]{8cis60^\circ} & f)\sqrt[9]{-1+i} & g)\sqrt[6]{64-64\sqrt{3}i} & h)\sqrt[4]{3+3\sqrt{3}i}
 \end{array}$$