

- UNION (U):

- El resultado de la operación de unión, denotada por $R \cup S$, es una relación que incluye todas las tuplas que están en R o en S o en ambas. Las tuplas repetidas se eliminan.
- Las relaciones sobre las cuales se aplica la unión, intersección o diferencia deben ser compatibles.
- Se dice que dos relaciones $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ y $S(B_1, B_2, \dots, B_n)$ son compatibles si tienen el mismo grado y si $\text{dom}(A_i) = \text{dom}(B_i)$ para $1 \leq i \leq n$



Algebra Relacional

- UNION (U), ejemplo 1:

- ▶ Dadas las relaciones Alumnos Chillan (AChi) y Alumnos Concepcion (ACon):

AChi	
ID	NOMBRE
12	<i>luis</i>

ACon	
ID	NOMBRE
11	<i>pedro</i>
13	<i>juan</i>
14	<i>domingo</i>

- ▶ *AChi* \cup *ACon* produce la relación:

ID	NOMBRE
12	<i>luis</i>
11	<i>pedro</i>
13	<i>juan</i>
14	<i>domingo</i>

- UNION (U), ejemplo 2:

- “Obtener las lista de los DNI de todos los empleados que trabajan en el departamento 5 o que supervisan directamente a un empleado que trabaja en ese departamento”

$EMPS_DEP5 \leftarrow \sigma_{Dno=5}(EMPLEADO)$

$RESULTADO1 \leftarrow \pi_{Dni}(EMPS_DEP5)$

$RESULTADO2(DNI) \leftarrow \pi_{SuperDni}(EMPS_DEP5)$

$RESULTADO \leftarrow RESULTADO1 \cup RESULTADO2$

- INTERSECCIÓN (\cap):

- El resultado de la operación de intersección, denotada por $R \cap S$, es una relación que incluye todas las tuplas que están tanto en R como S.
- Ambas relaciones deben ser “unión compatible”
- Ejemplo:
 - “Los empleados del Departamento 5 y que ganan más de 30000 euros”

$RES1 \leftarrow \sigma_{Dno=5}(EMPLEADO)$
 $RES2 \leftarrow \sigma_{Sueldo>30000}(EMPLEADO)$
 $RES \leftarrow RES1 \cap RES2$

O también,

- $\sigma_{Dno=5}(EMPLEADO) \cap \sigma_{Sueldo>30000}(EMPLEADO)$
- $\sigma_{Dno=5 \text{ and } Sueldo>30000}(EMPLEADO)$

Algebra Relacional

■ DIFERENCIA (-):

- El resultado de la operación de diferencia, denotada por $R - S$, es una relación que incluye todas las tuplas que están en R pero no en S .

- Ejemplo 1 ▶ Dadas las relaciones Alumnos Chillan (AChi) y Alumnos Concepcion (ACon):

AChi	
ID	NOMBRE
12	<i>luis</i>
11	<i>pedro</i>

ACon	
ID	NOMBRE
11	<i>pedro</i>
13	<i>juan</i>
14	<i>domingo</i>

- ▶ $AChi - ACon$ produce la relación:

ID	NOMBRE
12	<i>luis</i>

- ▶ $ACon - AChi$ produce la relación:

ID	NOMBRE
13	<i>juan</i>
14	<i>domingo</i>



Algebra Relacional

- DIFERENCIA (-):

- Ejemplo 2:

- "Una lista de los DNI de los empleados que no son jefes de departamento"

$$\pi_{\text{Dni}}(\text{EMPLEADO}) - \pi_{\text{DniDirector}}(\text{DEPARTAMENTO})$$



Algebra Relacional

- Observaciones (Unión, Intersección y Diferencia):

- La unión y la intersección son conmutativas

$$R \cup S = S \cup R \text{ y } R \cap S = S \cap R$$

- La unión y la intersección son asociativas

$$R \cup (S \cup T) = (R \cup S) \cup T, \text{ y}$$

$$R \cap (S \cap T) = (R \cap S) \cap T$$

- La operación de diferencia no es conmutativa

$$S - R \neq R - S$$

- Ejercicios:

1. Nombre y Apellidos de los empleados que ganan menos de 30.000 y que pertenecen al departamento 5 o 6.
2. El DNI de los empleados supervisados por el empleado con DNI igual a 888665555.
3. El nombre de los familiares (SUBORDINADO) del empleado con DNI igual a 333445555.
4. El DNI de los empleados del departamento 5, que no supervisan a ningún empleado del departamento 4.
5. Los DNI de los empleados que no tienen cargas familiares.
6. Los DNI de los empleados que no están asignados a ningún proyecto.

- PRODUCTO CARTESIANO (\times)

- Esta operación sirve para combinar tuplas de dos relaciones de manera combinatorial.
- $R(A_1, A_2, \dots, A_n) \times S(B_1, B_2, \dots, B_m)$ es una relación Q con $n + m$ atributos $Q(A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_m)$.
- Q tiene una tupla por cada combinación de tuplas: una de R y otra de S .
- Si R tiene n_R tuplas y S tiene n_S , $R \times S$ tiene $n_R * n_S$ tuplas.
- Por sí sola no es muy útil. Es más interesante cuando se combina con operaciones de selección.



Algebra Relacional

- PRODUCTO CARTESIANO (\times), Ejemplo 1:

► Dadas las relaciones AChi y CursosChi:

AChi	
ID	NOMBRE
12	<i>luis</i>

CursosChi	
ID	NOMBRE_C
1	<i>BD1</i>
2	<i>BD2</i>

► *AChi* \times *CursosChi* produce la relación:

1	2	3	4
12	<i>luis</i>	1	<i>BD1</i>
12	<i>luis</i>	2	<i>BD2</i>



Algebra Relacional

- Producto Cartesiano (x), Ejemplo 2:
 - Una lista de los empleados mujeres y sus cargas familiares

$$\pi_{\text{Nombre,Apellido1,NombSubordinado}}(\sigma_{\text{Dni=DniEmpleado}}(\pi_{\text{Nombre,Apellido1,Dni}}(\sigma_{\text{Sexo='M'}}(\text{EMPLEADO}))) \times \text{SUBORDINADO}))$$

- Otra forma:
 - $\text{EMPS_MUJER} \leftarrow \sigma_{\text{Sexo='M'}}(\text{EMPLEADO})$
 - $\text{NOMBRES_EMP} \leftarrow \pi_{\text{Nombre,Apellido1,Dni}}(\text{EMPS_MUJER})$
 - $\text{SUBORDINADOS_EMP} \leftarrow \text{NOMBRES_EMP} \times \text{SUBORDINADO}$
 - $\text{DEP_REALES} \leftarrow \sigma_{\text{Dni=DniEmpleado}}(\text{SUBORDINADOS_EMP})$
 - $\text{RESULTADO} \leftarrow \pi_{\text{Nombre,Apellido1, NombSubordinado}}(\text{DEP_REALES})$

- Reunión (\bowtie)

- Sirve para combinar tuplas relacionadas de dos relaciones en una sola tupla.
- **Ejemplo:** Listar los nombres de los departamentos junto al nombre y apellido del jefe

- $\text{JEFE_DEPTO} \leftarrow \text{DEPARTAMENTO} \bowtie_{\text{DniDirector}=\text{Dni}} \text{EMPLEADO}$
- $\pi_{\text{NombreDepto}, \text{Nombre}, \text{Apellido1}}(\text{JEFE_DEPTO})$

- Otra forma:

- $\pi_{\text{NombreDepto}, \text{Nombre}, \text{Apellido1}}(\text{DEPARTAMENTO} \bowtie_{\text{DniDirector}=\text{Dni}} \text{EMPLEADO})$

■ Reunión (\bowtie)

- La forma general de una operación de reunión con dos relaciones $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ y $S(B_1, B_2, \dots, B_m)$ es:

$$R \bowtie_{\text{condición de reunión}} S$$

- El resultado es una relación Q con $n + m$ atributos $Q(A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_m)$
- Q tiene una tupla por cada combinación de tuplas (una de R y una de S) siempre que la combinación satisfaga la condición de la reunión.
- Una condición de reunión tiene la forma:
<condición> and ... <condición>, donde cada condición tiene la forma $A_i \theta B_j$, con A_i un atributo de R y B_j un atributo de S , A_i y B_j tienen el mismo dominio y θ es uno de los operadores $\{=, <, \leq, >, \geq, \neq\}$
- Las tuplas cuyos atributos de reunión son nulos, no aparecen en el resultado.



Algebra Relacional

- Equirreunión/EquiJoin y Reunión Natural/Natural Join
 - **Equireunión** es una reunión restringida a operadores de igualdad solamente.
 - En el resultado de una Equirreunión siempre tenemos uno o más pares de atributos con valores idénticos.
 - Para resolver el problema se ha creado la reunión natural (*).
 - La **reunión Natural** exige que los dos atributos de reunión (o cada par de atributos) tengan el mismo nombre. Una definición más general de la reunión natural es :

$$R *_{(<lista1>),(<lista2>)} S$$



Algebra Relacional

- Equirreunión/EquiJoin y Reunión Natural/Natural Join, Ejemplos:
 - Ejemplo:
 - Listar el nombre y las localizaciones de cada departamento
 - $\pi_{\text{NombreDpto}, \text{UbicacionDpto}} (\text{DEPARTAMENTO} * \text{LOCALIZACIONES})$
 - Listar el nombre de cada proyecto y el nombre del depto al cual está asignado
 - $\pi_{\text{NombreDpto}, \text{NombreProyecto}} (\text{PROYECTO} * \rho_{(\text{NombreDpto}, \text{NumDptoProyecto}, \text{DniDirector}, \text{FechaIngresoDirector})} (\text{DEPARTAMENTO}))$

- División (/):
 - Supongamos que tenemos dos relaciones $A(x,y)$ y $B(y)$ donde el dominio del atributo y en las relaciones A y B es el mismo
 - La operación A/B retorna todos los valores de x , tales que para todo valor y en B existe una tupla (x,y) en A

Algebra Relacional

■ División (/), ejemplos:

► Consideremos las relaciones A y B_1

A	
sno	pno
s ₁	p ₁
s ₁	p ₂
s ₂	p ₁
s ₂	p ₂
s ₃	p ₂
s ₄	p ₂
s ₄	p ₄

B_1
pno
p ₂

► A/B_1 produce la relación:

sno
s ₁
s ₂
s ₃
s ₄

► Consideremos las relaciones A y B_2

A	
sno	pno
s ₁	p ₁
s ₁	p ₂
s ₁	p ₃
s ₁	p ₄
s ₂	p ₁
s ₂	p ₂
s ₃	p ₂
s ₄	p ₂
s ₄	p ₄

B_2
pno
p ₂
p ₄

► A/B_2 produce la relación:

sno
s ₁
s ₄

- División (/), Ejemplo:

- Obtener el nombre de todos los empleados que trabajan en todos los proyectos que trabaja "José Pérez"

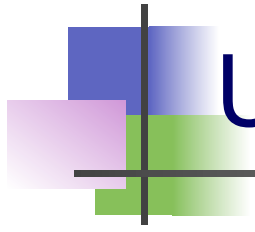
- $PEREZ \leftarrow \sigma_{Nombre='José' \text{ and } Apellido1='Pérez'}(EMPLEADO)$
- $NUMP_PEREZ \leftarrow \pi_{NumProy}(TRABAJA_EN \bowtie_{DniEmpleado=Dni} PEREZ)$
- Obtenemos una relación con todos los empleados y proyectos asignados $\langle NumProy, DniEmpleado \rangle$
- $DNI_NP \leftarrow \pi_{NumProy, DniEmpleado}(TRABAJA_EN)$
- Luego aplicamos la operación de división a las dos relaciones obteniendo el DNI de los empleados que queremos
- $EMP(Dni) \leftarrow DNI_NP \div NUMP_PEREZ$
- $RESULTADO \leftarrow \pi_{Nombre, Apellido1}(EMP * EMPLEADO)$

■ Funciones agregadas y de agrupación

- SUMA, PROMEDIO, MAXIMO, MINIMO y CUENTA
- Especificación:
- $\langle \text{atributos de agrupación} \rangle \approx \langle \text{lista de funciones} \rangle (R)$, donde $\langle \text{atributos de agrupación} \rangle$ es una lista de atributos de la relación R y $\langle \text{lista de funciones} \rangle$ es una lista de pares ($\langle \text{función} \rangle \langle \text{atributo} \rangle$)
- $\langle \text{función} \rangle$: SUMA, PROMEDIO, MAXIMO, MINIMO, CUENTA
- Ejemplo:
- $\rho_{R(Dno, Cant_Emp, Prom_Sueldo)}(Dno \approx CUENTA_{Dni}, PROMEDIO_{Sueldo} (EMPLEADO))$
- $\rho_{R(Dno, Cant_Emp, Prom_Sueldo)}(\approx CUENTA_{Dni}, PROMEDIO_{Sueldo} (EMPLEADO))$

■ Ejercicios:

1. Obtenga el nombre y la dirección de todos los empleados que trabajan para el departamento de 'investigación'.
2. Para cada proyecto ubicado en 'Madrid', obtenga una lista con el número de proyecto, el número del departamento que lo controla, y el apellido, la dirección y la fecha de nacimiento del jefe de dicho departamento.
3. Busque los nombres de los empleados que trabajan en todos los proyectos controlados por el departamento número 5.
4. Obtenga una lista con los números de proyectos en que interviene un empleado cuyo apellido es 'Campos', ya sea como trabajador o como jefe de departamento que controla el proyecto.
5. Obtenga un listado con los empleados que tienen otras personas dependientes (SUBORDINADO) de ellos.
6. Obtenga los nombres de los jefes de departamento que tienen por lo menos una persona dependiente (SUBORDINADO) de ella.



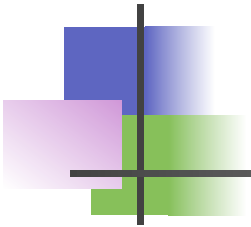
Unidad 4: Algebra y Cálculo Relacional

- Introducción
- Algebra Relacional
- ➡ ■ Cálculo Relacional
- Poder expresivo del Algebra y Cálculo Relacional



Cálculo Relacional

- Es un lenguaje **declarativo**, es decir, especifica qué se quiere recuperar y no cómo.
- Existen dos variantes del CR:
 - Cálculo Relacional de Tuplas (CRT)
 - Cálculo Relacional de Dominios (CRD)



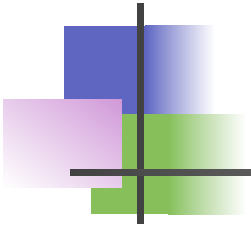
Cálculo Relacional de Tuplas

- Una variable tupla es una variable que adopta como valores las tuplas de una relación.
- Es decir, cualquier asignación de valores a una variable tupla tiene el mismo número y tipo de atributos
- Ejemplo: Consideremos la relación PACIENTE:

ID	NOMBRE	ISAPRE
94587123	Jacinto Romero	Fonasa

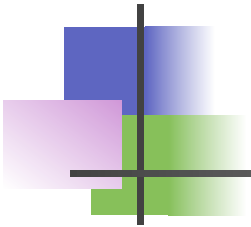
- Si **T** es una variable de tipo tupla entonces le podemos asignar la tupla en PACIENTE, luego tenemos:

$T.ID = 94587123$, $T.NOMBRE = \text{"Jacinto Romero"}$, $T.ISAPRE = \text{"Fonasa"}$



Cálculo Relacional de Tuplas

- Una consulta en CRT sencilla tiene la siguiente forma:
 - $\{T \mid P(T)\}$
 - Donde T es una variable de la tupla y $P(T)$ es una fórmula que describe T .
- El resultado de esta consulta es el conjunto de todas las tuplas t para las cuales la expresión $P(T)$ se evalúa como verdadera con $T = t$



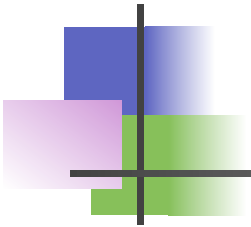
Cálculo Relacional de Tuplas

- Ejercicio: PACIENTE

ID	NOMBRE	ISAPRE	EDAD
1111111	Javier Arias	Fonasa	50
2222222	Ester López	Consalud	28
3333333	Ana Gajardo	Mas Vida	49
4444444	Luis Peña	Fonasa	35
5555555	Armando Perez	Banmédica	39

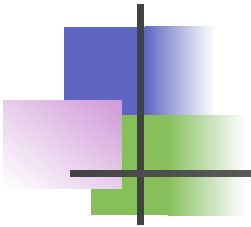
- La consulta: "Encontrar los nombre de los pacientes de Fonasa"

$\{t \mid t \in \text{PACIENTE} \wedge t.\text{Isapre} = \text{"Fonasa"}\}$



Cálculo Relacional de Tuplas

- Sintaxis de las consultas en CRT
 - Sean Rel el nombre de una relación, R, S variables tuplas con atributos a, b respectivamente, i.e. R.a, S.b
 - Y sea **op** uno de los siguientes operadores: ($<$, $>$, $=$, $>=$, $<=$, \neq)
 - Una **fórmula atómica** es:
 - $R \in \text{Rel}$, $x \in \text{PACIENTE}$
 - $R.a \text{ op } S.b$, $x.EDAD = y.EDAD$
 - $R.a \text{ op } c$, con c constante, $x.EDAD > 30$
 - $c \text{ op } R.a$, con c constante, $25 < x.EDAD$



Cálculo Relacional de Tuplas

- Sintaxis de las consultas en CRT
 - Una fórmula se define **recursivamente** de la siguiente manera:
 - Toda fórmula atómica p es una fórmula
 - Si p y q son fórmulas, también lo son:
 - $\neg p$,
 - $(p \wedge q)$,
 - $(p \vee q)$,
 - $(p \rightarrow q)$
 - $\exists R(p(R))$, donde R es una variable tupla
 - $\forall R(p(R))$, donde R es una variable tupla
 - Los cuantificadores \exists, \forall limitan la variable R
 - Una **variable es libre** en una fórmula (o subfórmula) si la (sub)fórmula no contiene ninguna ocurrencia de cuantificadores que la limiten.
 - En una consulta en CRT de la forma: $\{T \mid p(T)\}$, T es la única variable libre



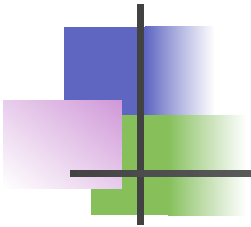
Cálculo Relacional de Tuplas

- Semántica de las consultas en CRT
 - La semántica de las consultas nos permite saber cual es el conjunto respuesta para una consulta de la forma $\{T \mid p(T)\}$
 - La respuesta a una consulta expresada en CRT es el conjunto de todas las tuplas t para las cuales la fórmula $p(T)$ es verdadera cuando a la variable T se le asigna el valor de t
 - Aquí surgen algunas preguntas:
 - ¿Qué significa asignar valores a una variable?
 - ¿Cuáles son los posibles valores a asignar?



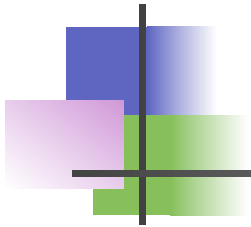
Cálculo Relacional de Tuplas

- Semántica de las consultas en CRT
 - Cada consulta se evalúa sobre una instancia de la BD
 - Supongamos que cada variable libre de la fórmula $F = p(T)$ está ligada a un valor tupla
 - Para una asignación dada de tuplas a variables con respecto a la instancia de BD, F se evalúa como verdadera si se cumple alguna de las siguientes condiciones:
 - F es la fórmula atómica **$R \in Rel$** y a R se le asigna una tupla de la relación R
 - F es una comparación del tipo **$R.a \text{ op } S.b, R.a \text{ op } c, c \text{ op } R.a$** , con c constante y las tuplas asignadas a R y S tienen los valores de $R.a$ y $S.b$ que hacen que la comparación sea verdadera



Cálculo Relacional de Tuplas

- Semántica de las consultas en CRT
 - F es de la forma:
 - $\neg p$ y p no es verdadera
 - $p \wedge q$ y ambas p y q son verdaderas
 - $p \vee q$ y al menos una de ellas es verdadera
 - $p \rightarrow q$ y q es verdadera siempre que p es verdadera
 - F es de la forma $\exists R(p(R))$ y hay alguna asignación de tuplas a las variables libres de $p(R)$, incluyendo la variable R, que hace que la fórmula sea verdadera
 - F es de la forma $\forall R(p(R))$ y existe alguna asignación de tuplas a las variables libres de $p(R)$ que hace que la fórmula $p(R)$ sea verdadera independiente de la tupla que se asigne a R (para todas las tuplas)



Cálculo Relacional de Tuplas

- Ejemplo consultas de CRT, dado el siguiente esquema e instancia de BD:

CUR	
IDC	NOMBREC
1	<i>BD1</i>
2	<i>BD2</i>

INS		
ID	IDC	NOTA
10	1	70
10	2	85
11	2	80

ALUMNOS			
ID	NOMBRE	EDAD	CIUDAD
10	<i>luis</i>	20	<i>concepcion</i>
11	<i>pedro</i>	21	<i>chillan</i>
12	<i>antonio</i>	23	<i>concepcion</i>



Cálculo Relacional de Tuplas

- Esquema: ALUMNOS(ID,NOMBRE, EDAD,CIUDAD),
CUR(IDC,NOMBREC), INS(ID,IDC,NOTA)
- Q1: Encontrar el nombre y la edad de los alumnos que viven en Concepción
$$\{x \mid \exists y \in \text{ALUMNOS } (y.\text{CIUDAD} = \text{"concepcion"} \wedge \\ x.\text{NOMBRE} = y.\text{NOMBRE} \wedge x.\text{EDAD} = y.\text{EDAD})\}$$
 - x es una variable tupla con dos atributos NOMBRE y EDAD, ya que son los únicos campos de x mencionados en la consulta
- Resultado de Q1:

NOMBRE	EDAD
<i>luis</i>	20
<i>antonio</i>	23



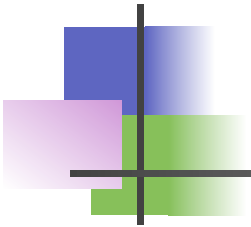
Cálculo Relacional de Tuplas

- Esquema: ALUMNOS(ID,NOMBRE, EDAD,CIUDAD),
CUR(IDC,NOMBREC), INS(ID,IDC,NOTA)
- Q2: Encontrar el nombre de los alumnos, id del curso y nota obtenida por los alumnos

$$\{x \mid \exists y \in \text{ALUMNOS} \exists z \in \text{INS} (y.\text{ID} = z.\text{ID} \wedge x.\text{IDC} = z.\text{IDC} \wedge x.\text{NOMBRE} = y.\text{NOMBRE} \wedge x.\text{NOTA} = z.\text{NOTA})\}$$

- Resultado de Q2:

NOMBRE	IDC	NOTA
<i>luis</i>	1	70
<i>luis</i>	2	85
<i>pedro</i>	2	80



Cálculo Relacional de Tuplas

- Esquema: ALUMNOS(ID,NOMBRE, EDAD,CIUDAD),
CUR(IDC,NOMBREC), INS(ID,IDC,NOTA)
- Q3: Encontrar el nombre de los alumnos que inscribieron el curso
con IDC = 1

$$\{x \mid \exists y \in \text{ALUMNOS} \exists z \in \text{INS} (y.\text{ID} = z.\text{ID} \wedge z.\text{IDC} = 1 \\ \wedge x.\text{NOMBRE} = y.\text{NOMBRE})\}$$

- Resultado de Q3?



Cálculo Relacional de Tuplas

- Esquema: ALUMNOS(ID,NOMBRE, EDAD,CIUDAD),
CUR(IDC,NOMBREC), INS(ID,IDC,NOTA)
- Q4: Encontrar el nombre de los alumnos que inscribieron el curso BD2
- Consulta?:

$$\{x \mid \exists y \in \text{ALUMNOS} \exists z \in \text{INS} \exists w \in \text{CUR} (y.\text{ID} = z.\text{ID} \wedge \\ z.\text{IDC} = w.\text{IDC} \wedge w.\text{NOMBREC} = \text{"BD2"} \wedge \\ x.\text{NOMBRE} = y.\text{NOMBRE})\}$$

- Resultado de Q4?



Cálculo Relacional de Tuplas

- Esquema: ALUMNOS(ID,NOMBRE, EDAD,CIUDAD),
CUR(IDC,NOMBREC), INS(ID,IDC,NOTA)
- Q5: Encontrar el nombre de los alumnos que inscribieron al menos dos cursos
- Consulta?:

$$\{x \mid \exists y \in \text{ALUMNOS} \exists z \in \text{INS} \exists w \in \text{INS} (y.\text{ID} = z.\text{ID} \wedge z.\text{ID} = w.\text{ID} \wedge z.\text{IDC} \neq w.\text{IDC} \wedge x.\text{NOMBRE} = y.\text{NOMBRE})\}$$

- Resultado de Q5?

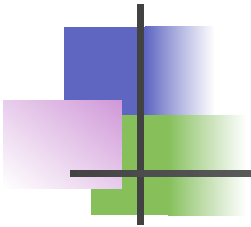


Cálculo Relacional de Tuplas

- Esquema: ALUMNOS(ID,NOMBRE, EDAD,CIUDAD),
CUR(IDC,NOMBREC), INS(ID,IDC,NOTA)
- Q6: Encontrar el nombre de los alumnos que inscribieron todos los cursos
- Consulta?:

$$\{x \mid \exists y \in \text{ALUMNOS} \forall z \in \text{CUR} (\exists w \in \text{INS} (y.\text{ID} = w.\text{ID} \wedge w.\text{IDC} = z.\text{IDC} \wedge x.\text{NOMBRE} = y.\text{NOMBRE}))\}$$

- Resultado de Q6?

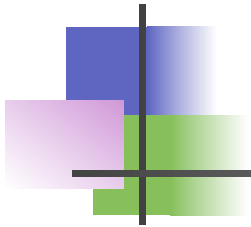


Cálculo Relacional de Dominios

- Una **variable de dominio** es una variable que toma valores del dominio de algún atributo
- Una consulta en CRD es de la forma:

$$\{\langle x_1, \dots, x_n \rangle \mid p(x_1, \dots, x_n)\}$$

- donde:
 - cada x_i es una variable de dominio o una constante y
 - $p(x_1, \dots, x_n)$ es una fórmula del CRD cuyas únicas variables libres son aquellas en x_1, \dots, x_n
- El resultado una consulta en CRD es el conjunto de todas las tuplas $\langle x_1, \dots, x_n \rangle$ para las que la fórmula $p(x_1, \dots, x_n)$ se evalúa como verdadera



Cálculo Relacional de Dominios

- Ejemplo:

Dada la relación ALUMNOS:

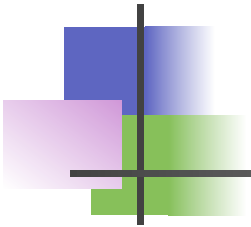
ALUMNOS			
ID	NOMBRE	EDAD	CIUDAD
10	<i>luis</i>	20	<i>concepcion</i>
11	<i>pedro</i>	21	<i>chillan</i>
12	<i>antonio</i>	23	<i>concepcion</i>

La consulta: **Listar el ID y NOMBRE de los alumnos** se expresa por:

$$\{\langle x, y \rangle \mid \exists z, w (\langle x, y, z, w \rangle \in \text{Alumnos})\}$$

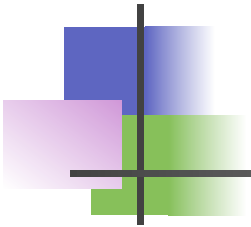
El resultado de esta consulta es:

ID	NOMBRE
10	<i>luis</i>
11	<i>pedro</i>
12	<i>antonio</i>



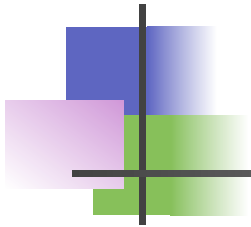
Cálculo Relacional de Dominios

- Sintaxis de consultas CRD
- Una fórmula CRD se define de manera muy similar a una fórmula en CRT, pero ahora se trabaja con variables de dominio
- Dada una relación Rel con n atributos, las variables de tipo dominio X,Y y sea op uno de los siguientes operadores:
($<$, $>$, $=$, $>=$, $<=$, \neq)
- Son fórmulas atómicas en CRD:
 - $\langle x_1, \dots, x_n \rangle \in \text{Rel}$ con cada x_i siendo una variable o una constante
 - $X \text{ op } Y$
 - $X \text{ op } c$, o $c \text{ op } X$, con c constante



Cálculo Relacional de Dominios

- Sintaxis de consultas CRD
- Una fórmula se define recursivamente de la siguiente manera:
 - Toda fórmula atómica p es una fórmula
 - Si p y q son fórmulas, también lo son $\neg p$, $(p \wedge q)$, $(p \vee q)$, $(p \rightarrow q)$
 - $\exists X(p(X))$, donde X es una variable de dominio
 - $\forall X(p(X))$, donde X es una variable de dominio
- Los cuantificadores \exists , \forall limitan la variable X
- En una consulta CRD $\{\langle x_1, \dots, x_n \rangle \mid p(x_1, \dots, x_n)\}$, las variables x_i para $1 \leq i \leq n$ son las únicas variables libres



Cálculo Relacional de Dominios

- Ejemplo consultas de CRD, dado el siguiente esquema e instancia de BD:

CUR	
IDC	NOMBREC
1	<i>BD1</i>
2	<i>BD2</i>

INS		
ID	IDC	NOTA
10	1	70
10	2	85
11	2	80

ALUMNOS			
ID	NOMBRE	EDAD	CIUDAD
10	<i>luis</i>	20	<i>concepcion</i>
11	<i>pedro</i>	21	<i>chillan</i>
12	<i>antonio</i>	23	<i>concepcion</i>



Cálculo Relacional de Dominios

- Esquema: ALUMNOS(ID,NOMBRE, EDAD,CIUDAD),
CUR(IDC,NOMBREC), INS(ID,IDC,NOTA)
- Q1: Encontrar el nombre y la edad de los alumnos que viven en Concepción

$$\{\langle y,z \rangle \mid \exists x,w (\langle x,y,z,w \rangle \in \text{ALUMNOS} \wedge w.\text{CIUDAD} = \text{"concepcion"})\}$$



Cálculo Relacional de Dominios

- Esquema: ALUMNOS(ID,NOMBRE, EDAD,CIUDAD),
CUR(IDC,NOMBREC), INS(ID,IDC,NOTA)
- Q2: Encontrar el nombre de los alumnos, id del curso y nota obtenida por los alumnos

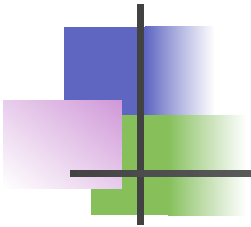
$$\{\langle x_2, y_2, y_3 \rangle \mid \exists x_1 x_3 x_4 y_1 (\langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle \in \text{ALUMNOS} \wedge \langle y_1, y_2, y_3 \rangle \in \text{INS} \wedge x_1 = y_1)$$



Cálculo Relacional de Dominios

- Esquema: ALUMNOS(ID,NOMBRE, EDAD,CIUDAD),
CUR(IDC,NOMBREC), INS(ID,IDC,NOTA)
- Q3: Encontrar el nombre de los alumnos que inscribieron el curso
con IDC = 1

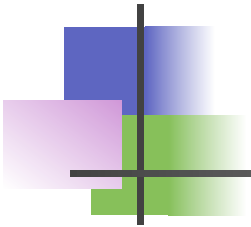
$$\{\langle x_2 \rangle \mid \exists x_1 x_3 x_4 y_1 y_2 y_3 (\langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle \in \text{ALUMNOS} \wedge \\ \langle y_1, y_2, y_3 \rangle \in \text{INS} \wedge x_1 = y_1 \wedge y_1 = 1) \}$$



Cálculo Relacional de Dominios

- Esquema: ALUMNOS(ID,NOMBRE, EDAD,CIUDAD),
CUR(IDC,NOMBREC), INS(ID,IDC,NOTA)
- Q4: Encontrar el nombre de los alumnos que inscribieron el curso BD2
- Consulta?:

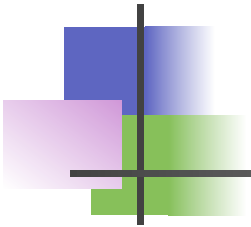
$$\{\langle x_2 \rangle \mid \exists x_1 x_3 x_4 y_1 y_2 y_3 z_1 z_2 (\langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle \in \text{ALUMNOS} \wedge \langle y_1, y_2, y_3 \rangle \in \text{INS} \wedge \langle z_1, z_2 \rangle \in \text{CUR} \wedge x_1 = y_1 \wedge y_2 = z_1 \wedge z_2 = \text{"BD2"}) \}$$



Cálculo Relacional de Dominios

- Esquema: ALUMNOS(ID,NOMBRE, EDAD,CIUDAD),
CUR(IDC,NOMBREC), INS(ID,IDC,NOTA)
- Q5: Encontrar el nombre de los alumnos que inscribieron al menos dos cursos
- Consulta?:

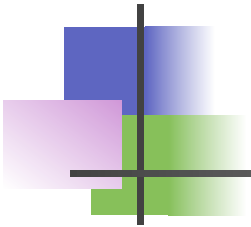
$$\{ \langle x_2 \rangle \mid \exists x_1 x_3 x_4 y_2 y_3 y_3 z_2 z_3 (\langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle \in \text{ALUMNOS} \wedge \langle x_1, y_2, y_3 \rangle \in \text{INS} \wedge \langle x_1, z_2, z_3 \rangle \in \text{INS} \wedge y_2 \neq z_2) \}$$



Cálculo Relacional de Dominios

- Esquema: ALUMNOS(ID,NOMBRE, EDAD,CIUDAD),
CUR(IDC,NOMBREC), INS(ID,IDC,NOTA)
- Q6: Encontrar el nombre de los alumnos que inscribieron todos los cursos
- Consulta?:

$$\{\langle x_2 \rangle \mid \exists x_1 x_3 x_4 (\langle x_1, x_2, x_3, x_4 \rangle \in \text{ALUMNOS} \wedge \forall z_1, z_2 \langle z_1, z_2 \rangle \in \text{CUR} \\ (\exists y_1, y_2, y_3 \langle y_1, y_2, y_3 \rangle \in \text{INS} \wedge y_1 = x_1 \wedge y_2 = z_1))\}$$



Cálculo Relacional de Dominios

- El AR y el CR tienen el mismo poder de expresividad
- Toda consulta expresada en AR puede ser expresada en CR