Guía Semana 5

Ejercicios

1. Calcule las siguientes primitivas, en la variable x:

(a) $\int x^\alpha$.

(b) $\int \frac{1}{x}$.

(c) $\int \operatorname{sen}(ax)$.

(d) $\int \cos(ax)$.

(e) $\int be^{ax}$.

(f) $\int (ax)^\alpha$.

(g) $\int \frac{1}{ax}$.

(h) $\int \operatorname{senh}(ax)$.

(i) $\int \cosh(ax)$.

(j) $\int \frac{1}{1+x^2}$.

(k) $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

(l) $\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$.

(m) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$.

(n) $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$.

(ñ) $\int \frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}}$.

(o) $\int \frac{1}{a^2-x^2}$.

(p) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}$.

2. Justifique en detalle el cálculo, hecho en la tutoría, de las primitivas:

(a) $\int \sec x dx$.

(b) $\int \operatorname{cosec} x dx$.

3. Aplicar un cambio de variable para calcular las siguientes primitivas, en la variable x:

(a) $\int \frac{x+1}{x^2+x}$.

(b) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-a^2}}$.

(c) $\int \frac{1}{x\ln(x)(\ln^2(x)+1)}$.

(d) $\int \frac{\tan(x)}{\ln(\operatorname{sen}(x))}$.

(e) $\int \frac{\operatorname{sen}(x)\cos(x)}{\sqrt{1+\operatorname{sen}(x)}}$.

(f) $\int e^{-\sqrt{x}}$.

(g) $\int e^x\sqrt{1+e^x}$.

(h) $\int \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$.

(i) $\int \sqrt{x^2-a^2}$.

(j) $\int \sqrt{x^2+a^2}$.

Problemas

P1. Calcule las siguientes primitivas:

(a) $\int \frac{\operatorname{sen} x \cos x}{\sqrt{1+\operatorname{sen} x}} dx$.

(b) $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+\sqrt{x}}} dx$.

Nota: Más problemas que se aplican a los contenidos de esta semana, se encuentran en la guía de la semana 6.

(c) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{1+x^2+(\sqrt{1+x^2})^3}}dx.$

P2. Sean f, g, h funciones tales que $f(x) = g(x)+h(x)g'(x)$. Usando la definición de primitiva muestre que

$$\int f(x)e^{h(x)}dx = e^{h(x)}g(x) + c.$$

P3. Sea $f\colon \quad \to \quad _+$ derivable y $g\colon \quad \to \quad$ continua tales que $f'(x)+g(x)f(x) = 0$. Usando la definición de primitiva muestre que

$$\int g(x)dx = -\ln f(x) + c$$

P4. Sea $f\colon \quad \to \quad _+$ derivable y tal que $\int f(x)dx = f(x)$.

a) Muestre que $\frac{f'(x)}{f(x)} = 1$ y deduzca que $\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = x + c$.

b) Concluya que $f(x) = e^{x+c}$.