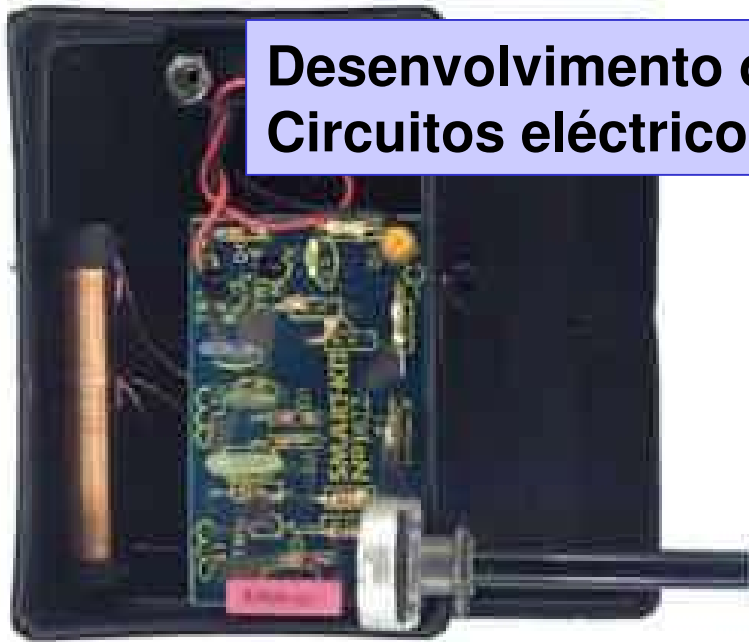


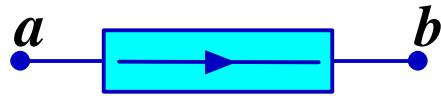
# T. Circuitos

Desenvolvimento de técnicas para análise de Circuitos eléctricos/electrónicos lineares.

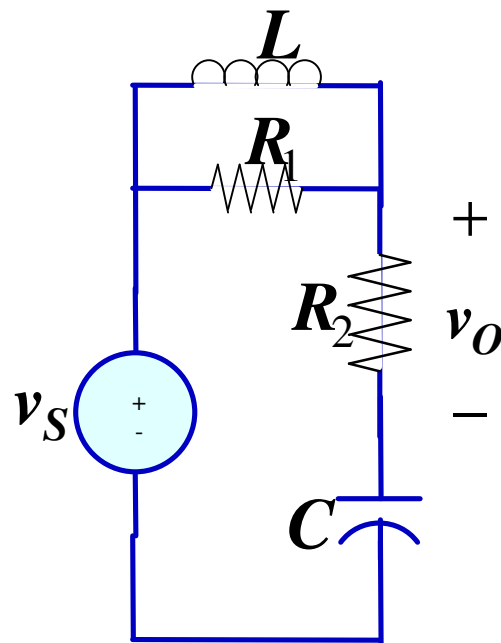
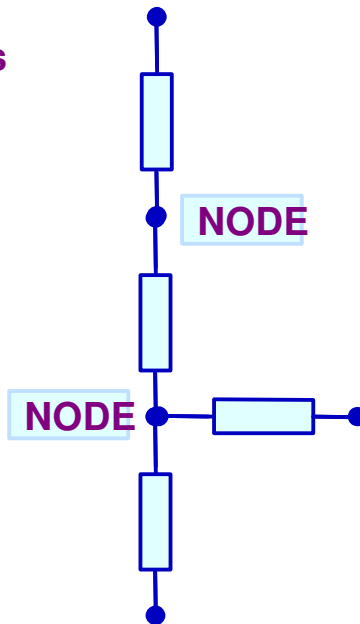


# Circuito Eléctrico: Interligação entre componentes

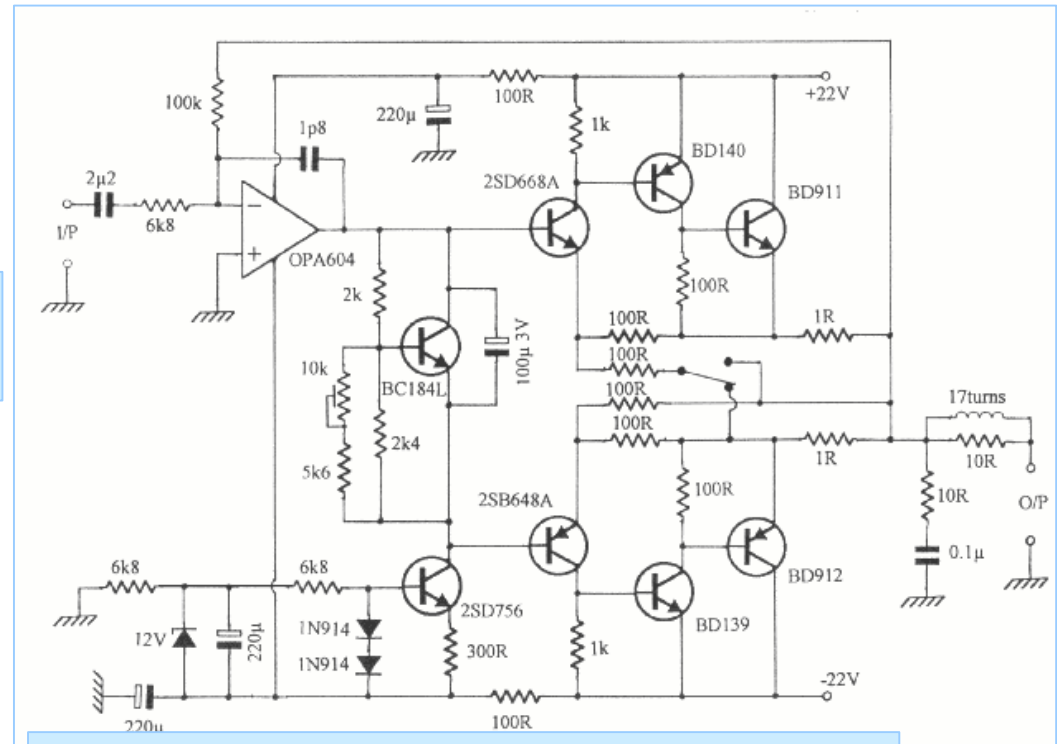
Componentes com 2 terminais



Caracterizado  
Pela corrente que o  
atravessa e pela tensão  
Aos terminais



Circuito linear  
típico



**LOW DISTORTION POWER AMPLIFIER**

T. Circuitos LEIC 02- J.P.Costeira

**ONE AMPERE OF CURRENT CARRIES ONE COULOMB OF CHARGE EVERY SECOND.**

$$A = C \times s$$

$$1 \text{ COULOMB} = 6.28 \times 10^{18} (e)$$

**(e) IS THE CHARGE OF ONE ELECTRON**

**VOLT IS A MEASURE OF ENERGY PER CHARGE.**

**TWO POINTS HAVE A VOLTAGE DIFFERENCE OF ONE VOLT IF ONE COULOMB OF CHARGE GAINS ONE JOULE OF CHARGE WHEN IT IS MOVED FROM ONE POINT TO THE OTHER.**

$$V = \frac{J}{C}$$

**OHM IS A MEASURE OF THE RESISTANCE TO THE FLOW OF CHARGE.**

**THERE IS ONE OHM OF RESISTENCE IF IT IS REQUIRED ONE VOLT OF ELECTROMOTIVE FORCE TO DRIVE THROUGH ONE AMPERE OF CURRENT**

$$\Omega = \frac{V}{A}$$

**IT IS REQUIRED ONE WATT OF POWER TO DRIVE ONE AMPER OF CURRENT AGAINST AN ELECTROMOTIVE DIFFERENCE OF ONE VOLTS**

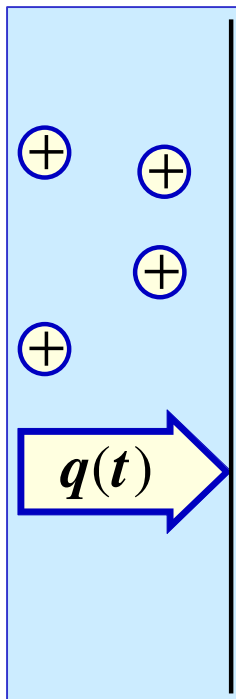
$$W = V \times A$$

**A carga é quantidade elementar num circuito e corrente decorre do movimento destas. No entanto podemos encarar a corrente como uma quantidade básica e calcular a carga**

An electric circuit is essentially a pipeline that facilitates the transfer of charge from one point to another. The time rate of change of charge constitutes an electric *current*. Mathematically, the relationship is expressed as

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad \text{or} \quad q(t) = \int_{-\infty}^t i(x) dx$$

Although we know that current flow in metallic conductors results from electron motion, the conventional current flow, which is universally adopted, represents the movement of positive charges.



**Qual o significado de um valor negativo para  $q(t)$ ?**

**PROBLEM SOLVING TIP**

**SE A CARGA É CONHECIDA DEDUZ A CORRENTE POR DIFERENCIAÇÃO**

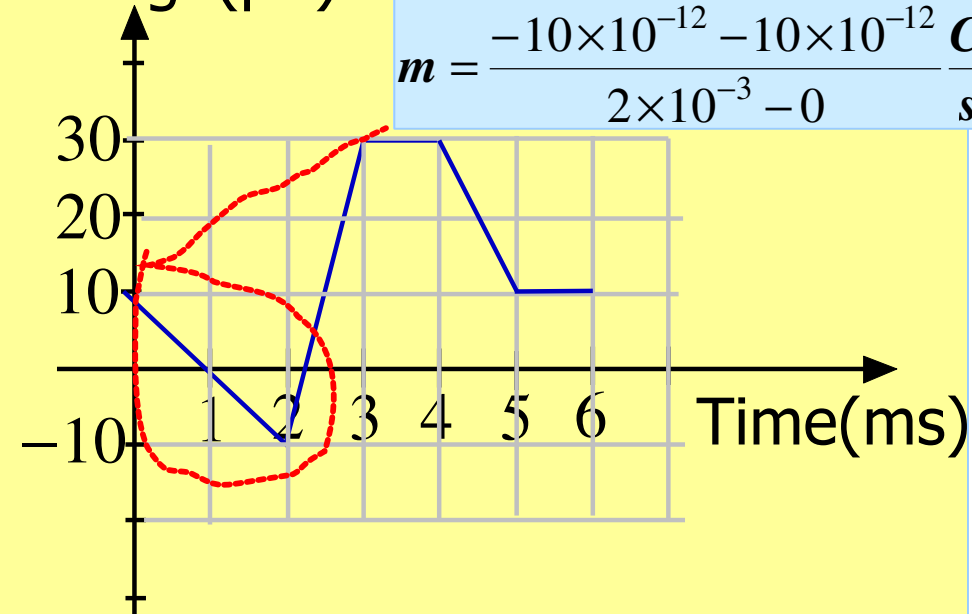
**SE A CORRENTE É CONHECIDA DETERMINA A CARGA POR INTEGRAÇÃO**

**Uma analogia física, é a identificação da corrente com o fluxo de água  
E a carga com as partículas (moléculas)**

## DETERMINE THE CURRENT

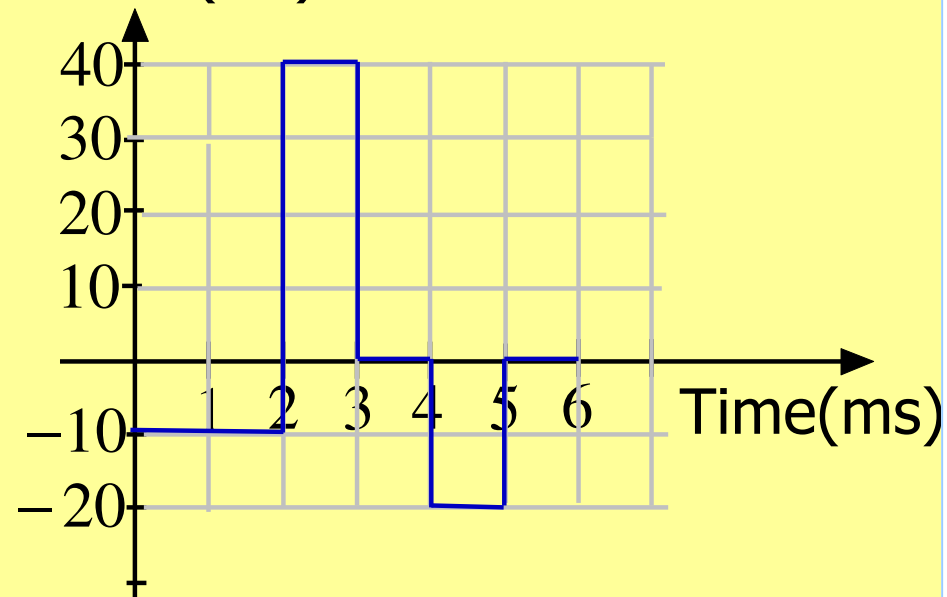
Here we are given the charge flow as function of time.

Charge(pC)



To determine current we must take derivatives.  
**PAY ATTENTION TO UNITS**

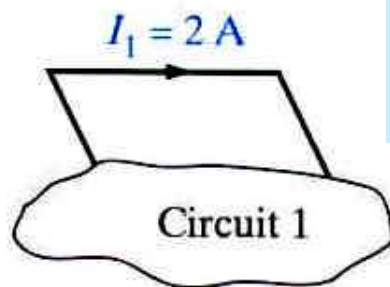
Current(nA)



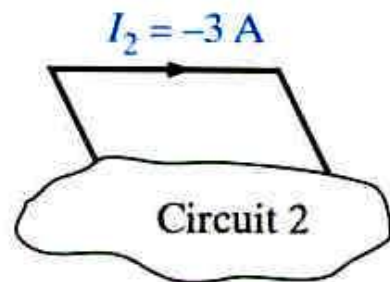
## CONVENÇÃO PARA CORRENTES

É ABSOLUTAMENTE NECESSÁRIO INDICAR A DIRECÇÃO DO MOVIMENTO DAS CARGAS.

A CONVENÇÃO UNIVERSALMENTE ACEITE, É DE QUE A CORRENTE REPRESENTA O FLUXO DE CARGAS POSITIVAS, PELO QUE SE DEFINE A DIRECÇÃO DO FLUXO COMO  
-DIRECÇÃO DE REFERÊNCIA-



UM VALOR POSITIVO PARA A CORRENTE INDICA FLUXO NO SENTIDO DA SETA

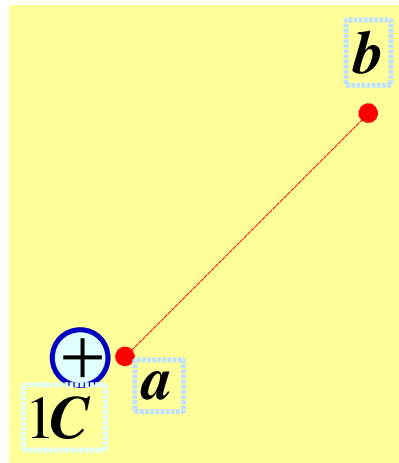


VALOR NEGATIVO INDICA FLUXO NO SENTIDO CONTRÁRIO.

# CONVENÇÃO PARA TENSÃO ELÉCTRICA

## UMA DEFENIÇÃO PARA VOLT

2 PONTOS TÊM UMA DIFERENÇA DE TENSÃO DE UM VOLT SE UM COULOMB DE CARGA GANHA (OU PERDE) UM JOULE DE ENERGIA QUANDO SE MOVIMENTA DE UM PONTO PARA OUTRO



SE A CARGA GANHA ENERGIA AO IR DE a PARA b ENTÃO b TEM MAIOR TENSÃO DO QUE a. Se PERDE, ENTÃO b TEM MENOR TENSÃO DO QUE a.

DIMENSIONALMENTE O VOLT DERIVA DE OUTRAS GRANDEZAS

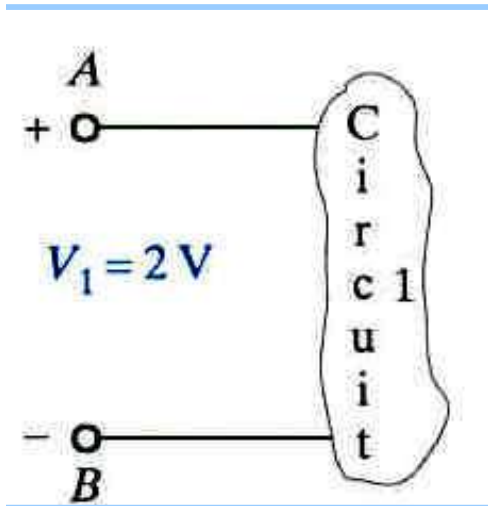
$$\text{VOLT} = \frac{W}{q} = \frac{\text{JOULE}}{\text{COULOMB}} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}}$$

**TENSÃO ELÉCTRICA É UMA GRANDEZA (RELATIVA) ENTRE 2 PONTOS**

É FUNDAMENTAL QUE A NOTAÇÃO ESCLAREÇA QUAL DOS PONTOS TEM MAIOR TENSÃO ELÉCTRICA.

## NOTAÇÃO DE DOIS INDÍCES

O primeiro índice indica a tensão positiva.

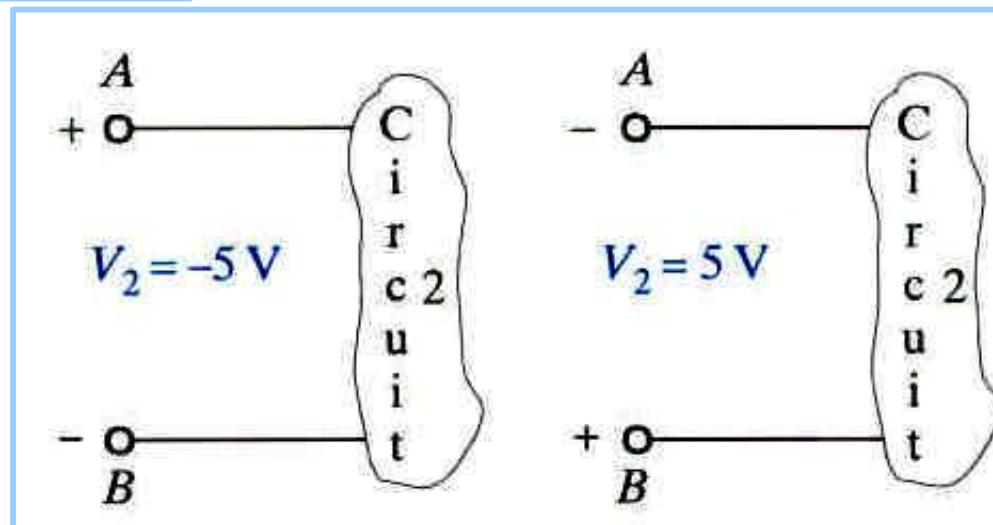


$$V_{AB} = 2V$$

QUAL A ENERGIA NECESSÁRIA PARA MOVER 120C DE B PARA A

$$V = \frac{W}{Q} \Rightarrow W = VQ = 240J$$

CARGAS MOVERAM-SE PARA UM PONTO DE MAIOR TENSÃO –GANHARAM ENERGY



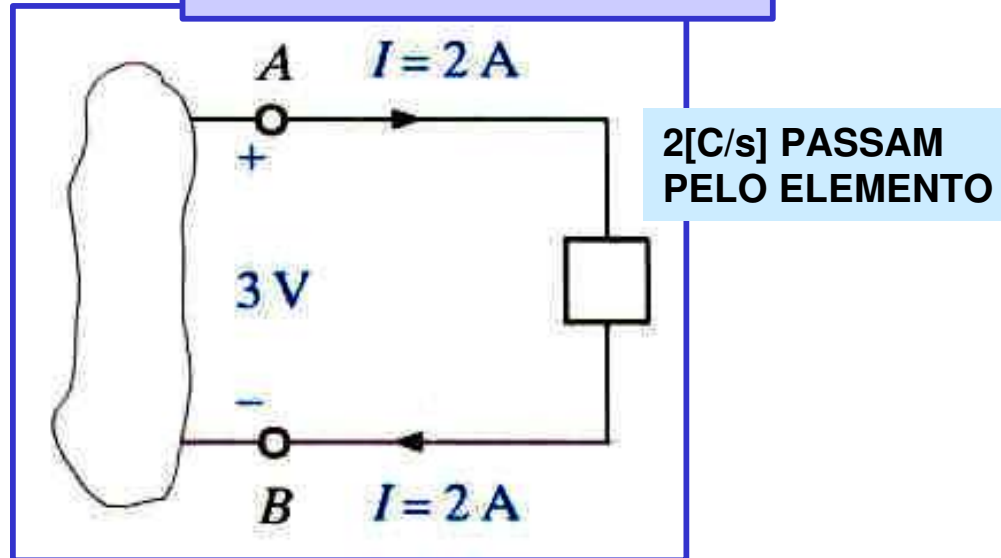
$$V_{AB} = -5V$$

$$V_{AB} = -V_{BA}$$

$$V_{BA} = 5V$$



## ENERGIA E POTÊNCIA



CADA COULOMB DE CARGA PERDE 3[J]  
OU FORNECE 3[J] DE ENERGIA AO ELEMENTO

O ELEMENTO RECEBE ENERGIA À TAXA DE 6[J/s]

A POTÊNCIA ABSORVIDA PELO ELEMENTO É DE 6[W]

IN GENERAL

$$P = VI$$

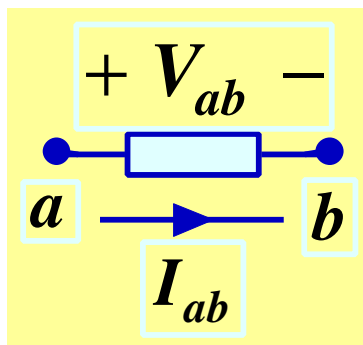
$$w(t_2, t_1) = \int_{t_1}^{t_2} p(x) dx$$

$$vi = \frac{dw}{dq} \frac{dq}{dt} = \frac{dw}{dt} = p$$

COMO SE RECONHECE SE UM ELEMENTO ABSORVE  
OU FORNECE ENERGIA?

# PASSIVE SIGN CONVENTION

POWER RECEIVED IS POSITIVE WHILE POWER SUPPLIED IS CONSIDERED NEGATIVE

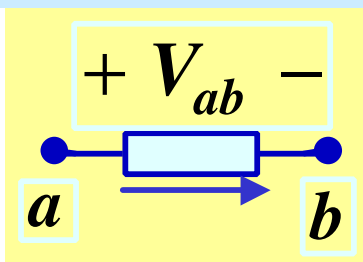


$$P = V_{ab} I_{ab}$$

IF VOLTAGE AND CURRENT ARE BOTH POSITIVE THE CHARGES MOVE FROM HIGH TO LOW VOLTAGE AND THE COMPONENT RECEIVES ENERGY --IT IS A PASSIVE ELEMENT

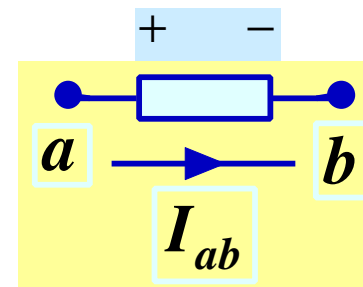
A CONSEQUENCE OF THIS CONVENTION IS THAT THE REFERENCE DIRECTIONS FOR CURRENT AND VOLTAGE ARE NOT INDEPENDENT -- IF WE ASSUME PASSIVE ELEMENTS

GIVEN THE REFERENCE POLARITY



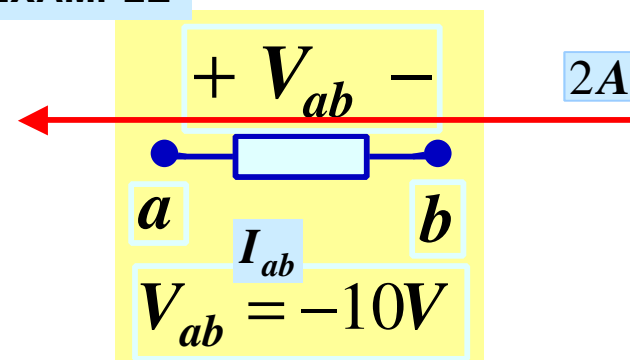
REFERENCE DIRECTION FOR CURRENT

THIS IS THE REFERENCE FOR POLARITY



IF THE REFERENCE DIRECTION FOR CURRENT IS GIVEN

EXAMPLE



THE ELEMENT RECEIVES 20W OF POWER. WHAT IS THE CURRENT?

SELECT REFERENCE DIRECTION BASED ON PASSIVE SIGN CONVENTION

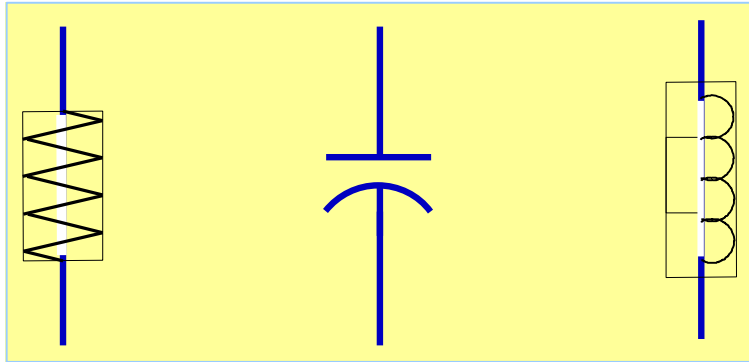
$$20[W] = V_{ab} I_{ab} = (-10V) I_{ab}$$

$$I_{ab} = -2[A]$$

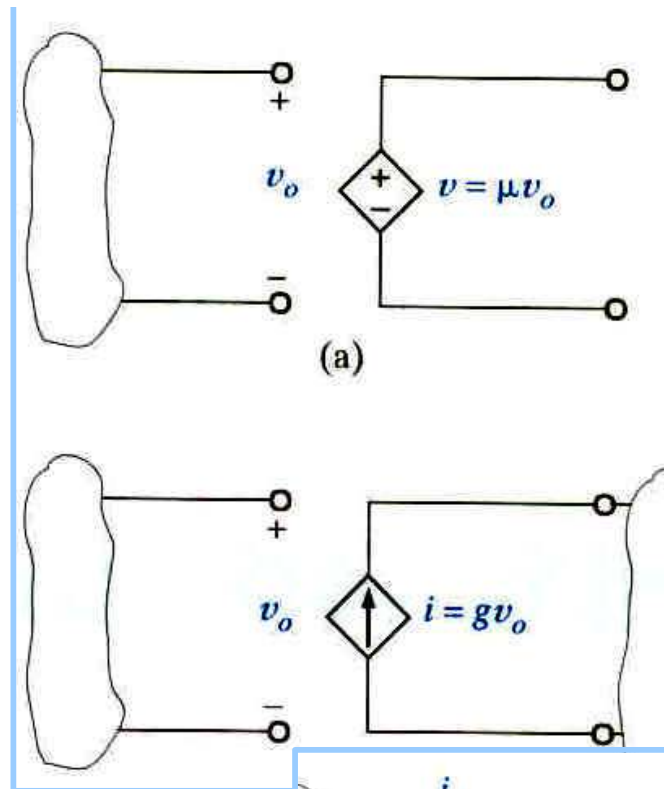
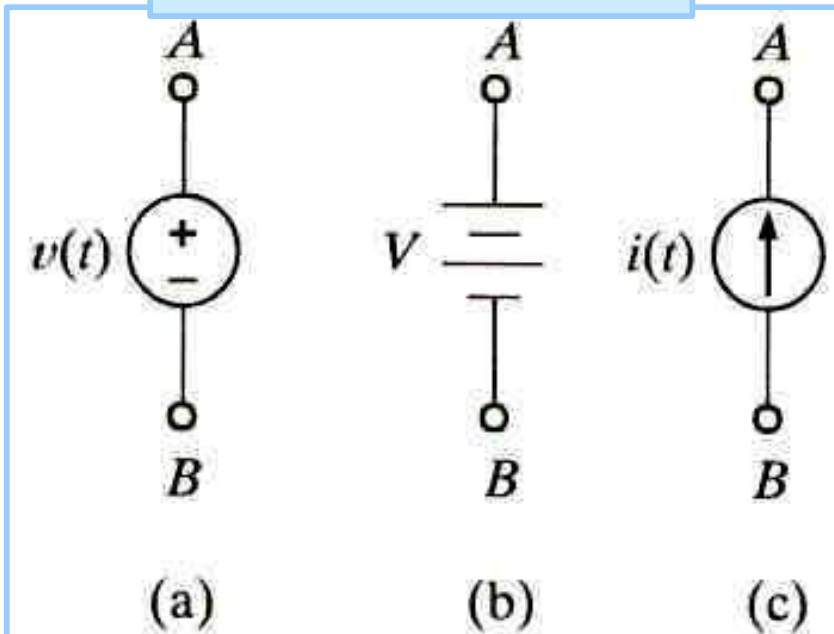
02- J.P.Costeira

# ELEMENTOS DE CIRCUITO

## ELEMENTOS PASSIVOS



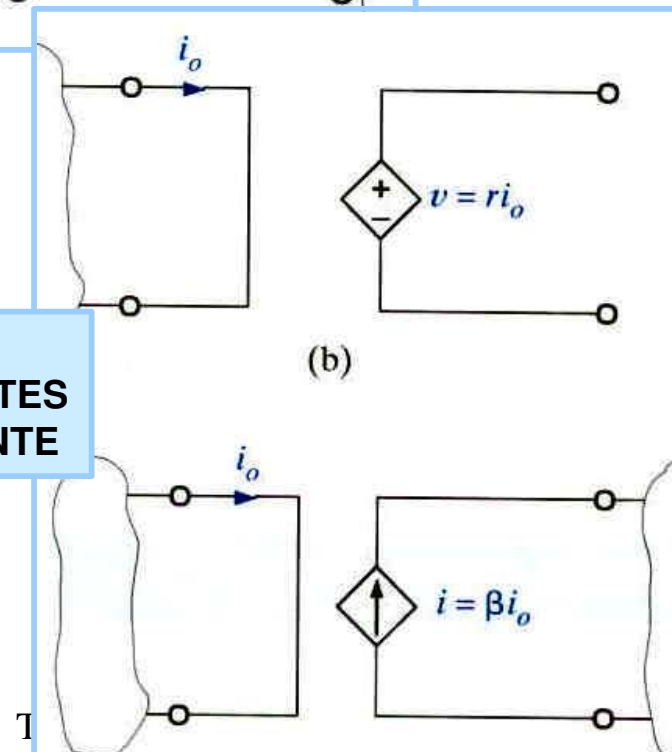
## FONTES INDEPENDENTES



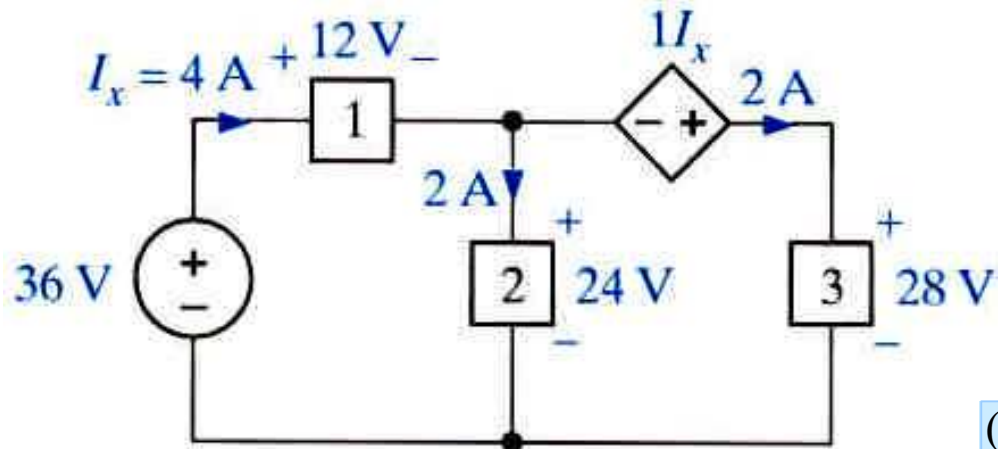
FONTES  
DEPENDENTES  
DE TENSÃO

UNIDADES

FONTES  
DEPENDENTES  
DE CORRENTE



## POWER ABSORBED OR SUPPLIED BY EACH ELEMENT



$$P_1 = (12V)(4A) = 48[W]$$

$$P_2 = (24V)(2A) = 48[W]$$

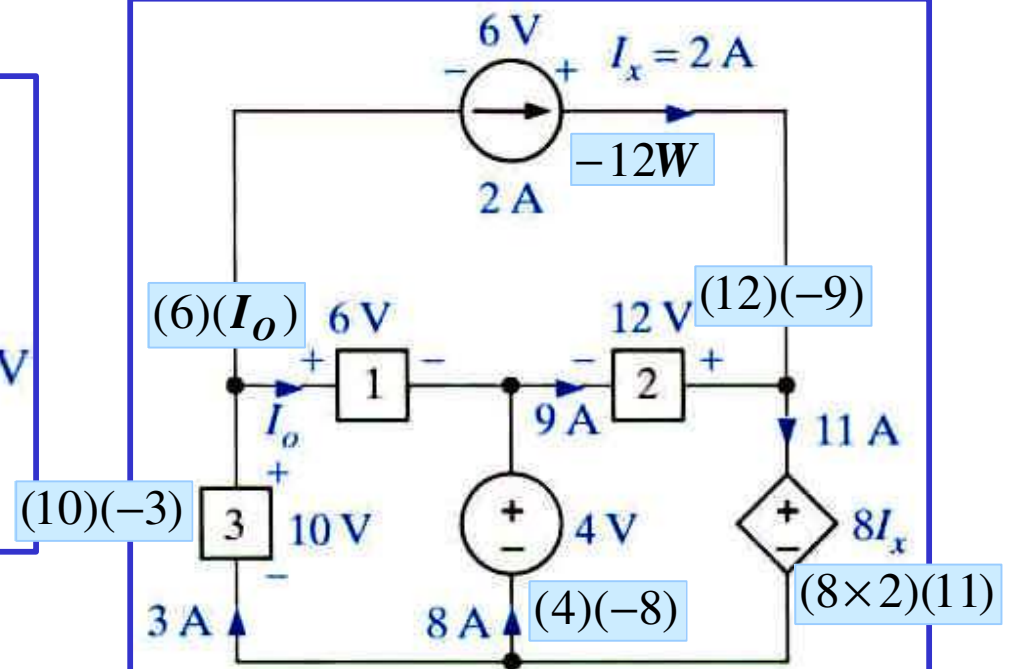
$$P_3 = (28V)(2A) = 56[W]$$

$$P_{DS} = (1I_x)(-2A) = (4V)(-2A) = -8[W]$$

$$P_{36V} = (36V)(-4A) = -144[W]$$

NOTICE THE POWER BALANCE

## USE POWER BALANCE TO COMPUTE $I_o$



$$P_{2A} = (6)(-2) = -12 \text{ W}$$

$$P_1 = (6)(I_o) = 6I_o \text{ W}$$

$$P_2 = (12)(-9) = -108 \text{ W}$$

$$P_3 = (10)(-3) = -30 \text{ W}$$

$$P_{4V} = (4)(-8) = -32 \text{ W}$$

$$P_{DS} = (8I_x)(11) = (16)(11) = 176 \text{ W}$$

POWER BALANCE

$$-12 + 6I_o - 108 - 30 - 32 + 176 = 0$$

$$I_o = 1[A]$$

# CIRCUITOS RESISTIVOS

Leis fundamentais para análise de circuitos: Ohm KCL KVL

O que devemos aprender hoje!!!!!!!!!!

- LEI de OHM'S - Define o elemento passivo mais simples: resistência

- LEIS KIRCHHOFF'S - leis fundamentais de conservação- KIRCHHOFF CURRENT (KCL) E KIRCHHOFF VOLTAGE (KVL)

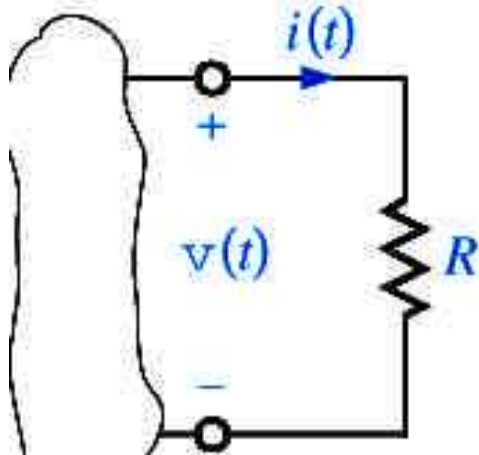
- Aprender a analisar circuitos simples
- Circ c/ 1 malha- Divisor de tensão
- Circ c/ 1 nó - Divisor de corrente

- COMBINAÇÕES SÉRIE/PARALELO - TÉCNICA DE REDUÇÃO DE COMPLEXIDADE EM CIRCUITOS.

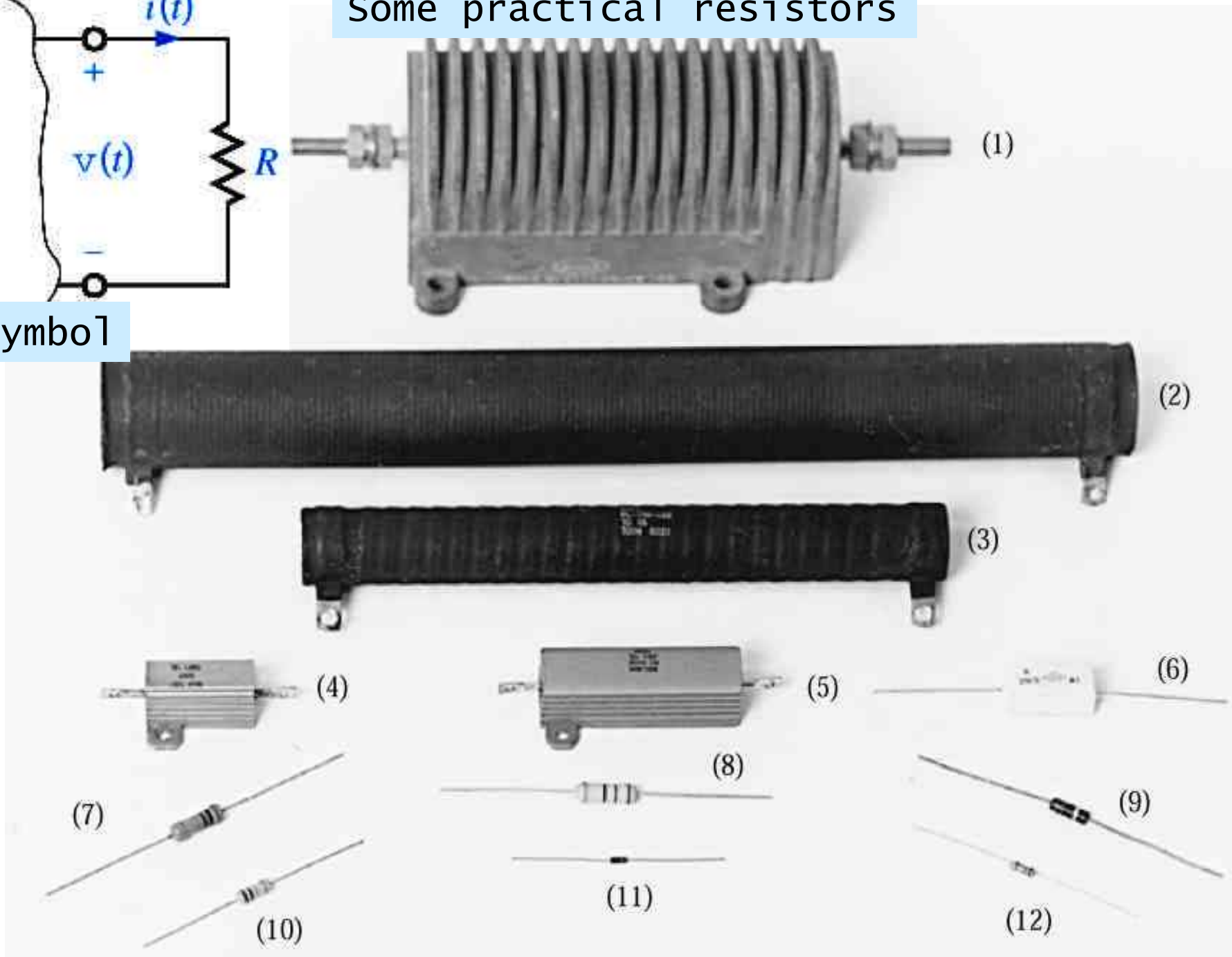
- WYE - DELTA TRANSFORMATION - Técnica de redução de circuitos que não são nem série nem paralelos

- CIRCUITOS COM FONTES DEPENDENTES - (Nada de especial...)

# Some practical resistors



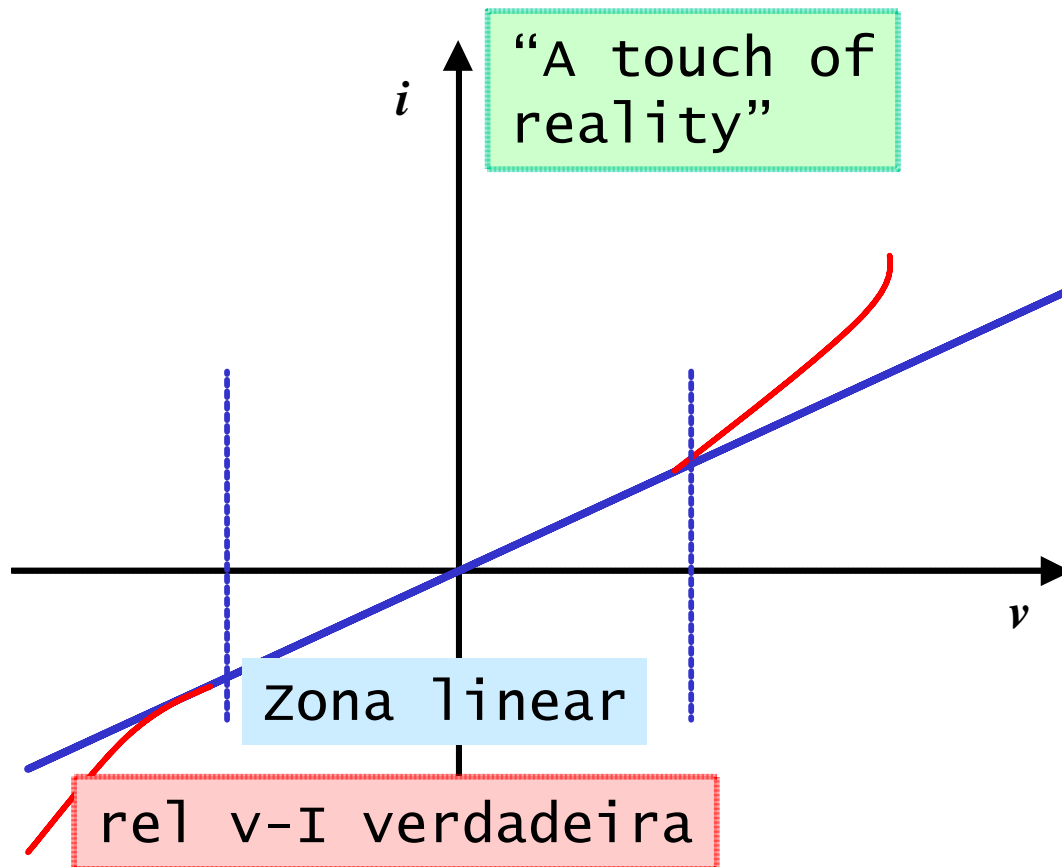
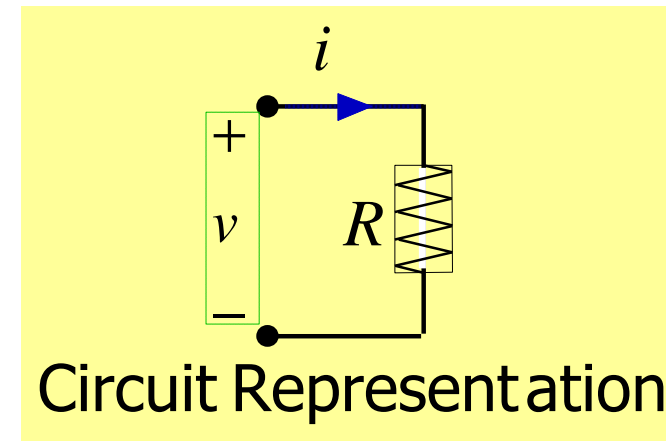
Symbol



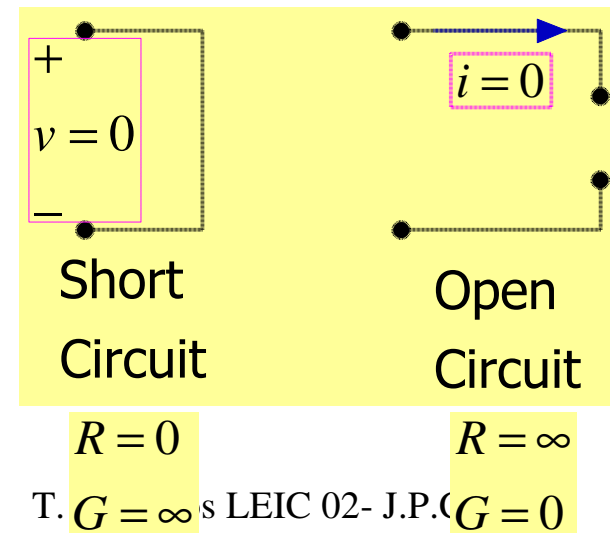
Uma resistência linear obedece à lei de OHM's

$$v(t) = Ri(t)$$

Reparem na convenção



Dois casos especiais



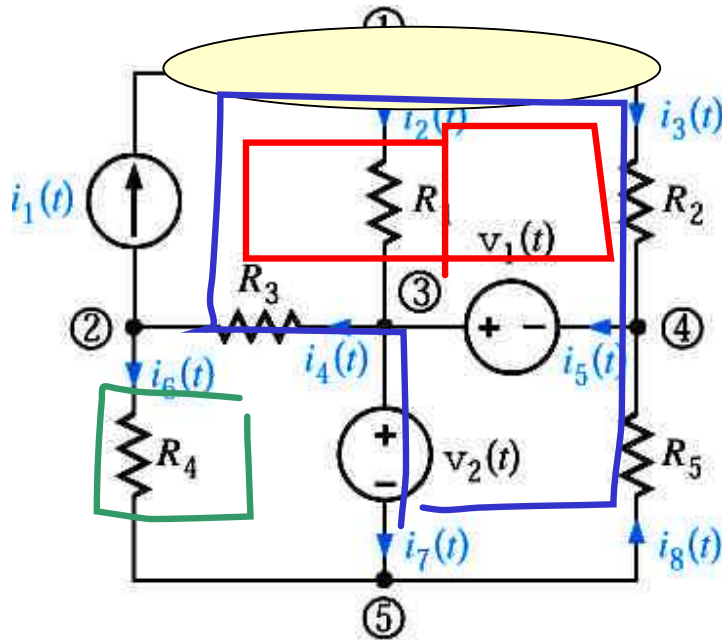
# KIRCHHOFF CURRENT LAW

ONE OF THE FUNDAMENTAL CONSERVATION PRINCIPLES  
IN ELECTRICAL ENGINEERING

“CHARGE CANNOT BE CREATED NOR DESTROYED”



## Nós, Ramos, Malhas



**NÓ:** junção entre 2 ou mais elementos  
(e.g., “big” nó 1)

**MALHA:** um caminho fechado que nunca passa 2 vezes pelo mesmo nó.

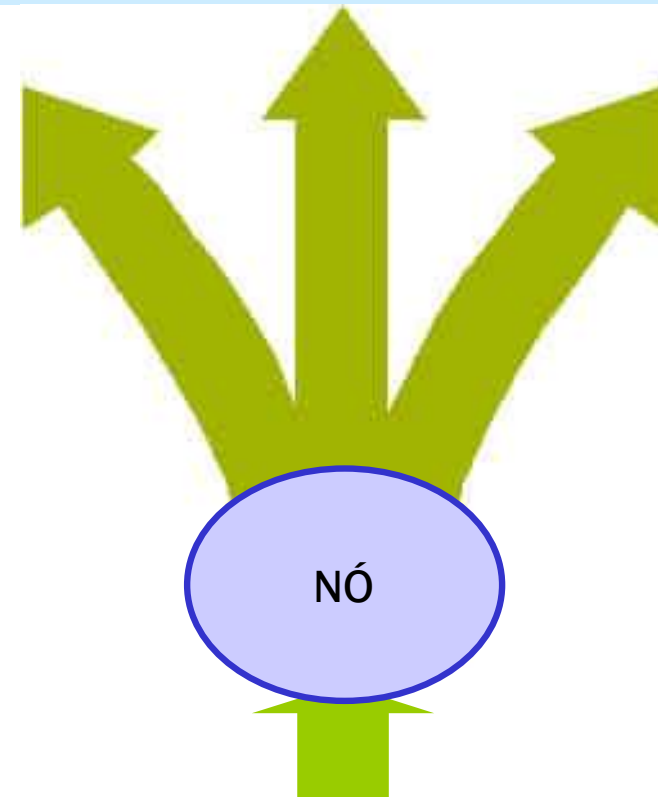
O caminho a vermelho **NÃO** é uma malha

**BRANCH:** Component connected between two nodes (e.g., component  $R_4$ )

UM NÓ LIGA VÁRIOS COMPONENTES MAS NÃO CONCENTRA NENHUMA CARGA.

A CORRENTE TOTAL QUE ENTRA NO NÓ É IGUAL À CORRENTE TOTAL QUE SAI.

(UM PRINCÍPIO DE CONSERVAÇÃO DE CARGA)



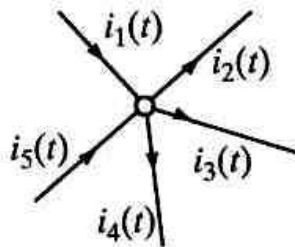
## LEI DE KIRCHHOFF DAS CORRENTES (KCL)

SOMA DAS CORRENTES QUE ENTRAM NUM NÓ É IGUAL À SOMA DAS CORRENTES QUE SAEM DO NÓ

SOMA ALGÉBRICA DAS CORRENTES QUE FLUEM DE UM NÓ É ZERO.

SOMA ALGÉBRICA DAS CORRENTES QUE FLUEM PARA UM NÓ É ZERO.

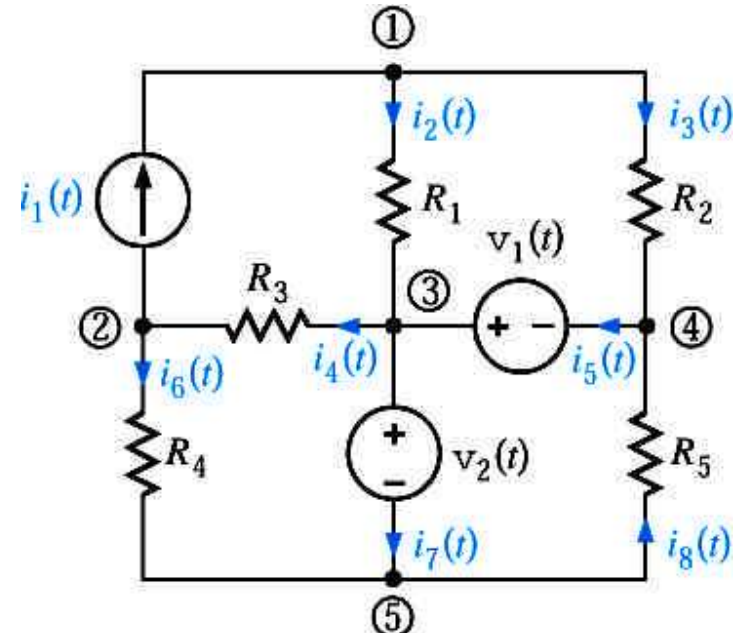
**D2.3** Write the KCL equation for the following node:



$$i_1(t) - i_2(t) - i_3(t) - i_4(t) + i_5(t) = 0$$

NÓ GENERALIZADO É QUALQUER PARTE DO CIRCUITO ONDE NÃO HÁ CONCENTRAÇÃO DE CARGA. KCL É VALIDA EM SUPERFÍCIES.

... TAMBÉM CONHECIDO POR SUPERNÓ



Leaving 2:  $i_1 + i_6 - i_4 = 0$

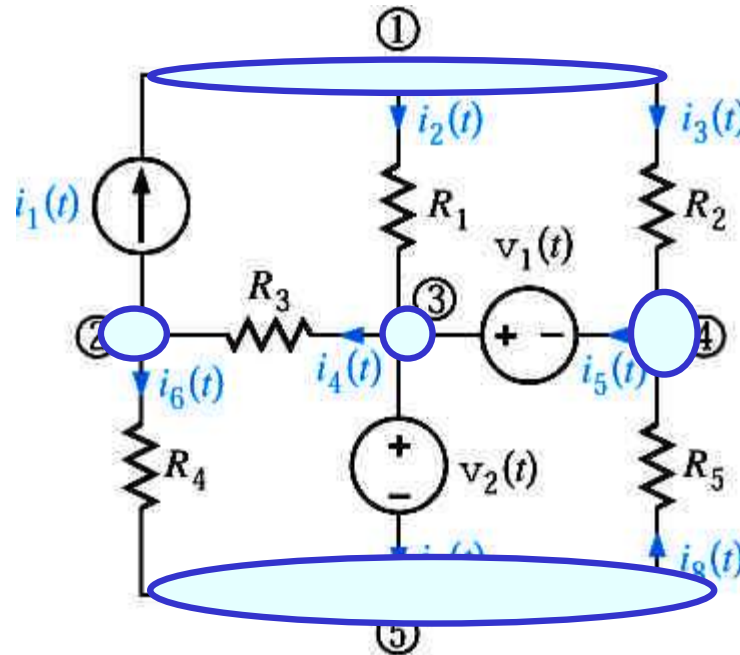
Leaving 3:  $-i_2 + i_4 - i_5 + i_7 = 0$

Adding 2 & 3:  $i_1 - i_2 - i_5 + i_6 + i_7 = 0$

INTERPRETATION: SUM OF CURRENTS LEAVING NODES 2&3 IS ZERO

VISUALIZATION: WE CAN ENCLOSE NODES 2&3 INSIDE A SURFACE THAT IS VIEWED AS A GENERALIZED NODE (OR SUPERNODE)





$$-i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = 0$$

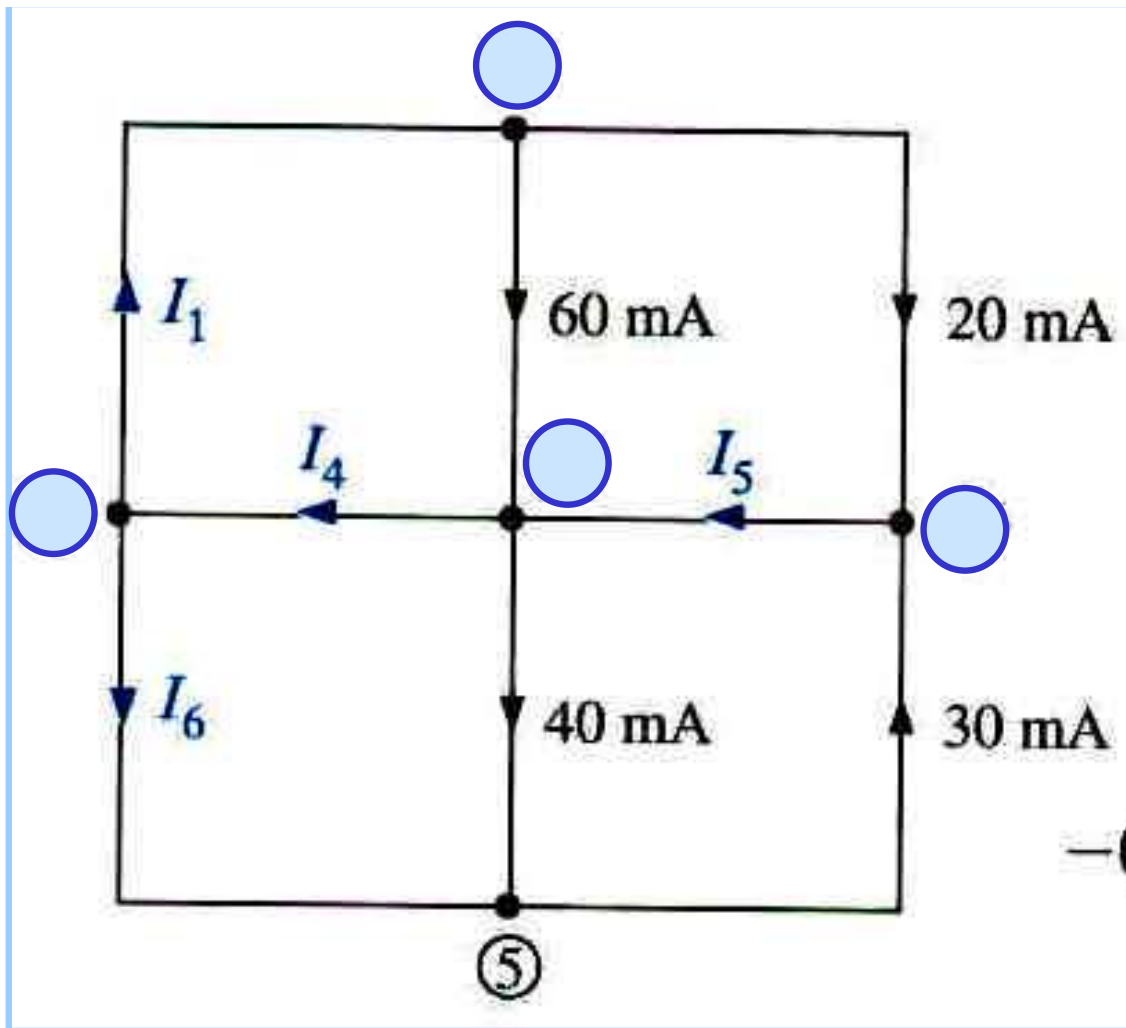
$$i_1(t) - i_4(t) + i_6(t) = 0$$

$$-i_2(t) + i_4(t) - i_5(t) + i_7(t) = 0$$

$$-i_3(t) + i_5(t) - i_8(t) = 0$$

$$-i_6(t) - i_7(t) + i_8(t) = 0$$

EQ REDUNTANTE...  
SOMA DAS 4 ANTERIORES



QUAL VALOR DAS CORRENTES DESCONHECIDAS ?

$$\underline{-I_1} + 0.06 + 0.02 = 0$$

$$I_1 - I_4 + \underline{I_6} = 0$$

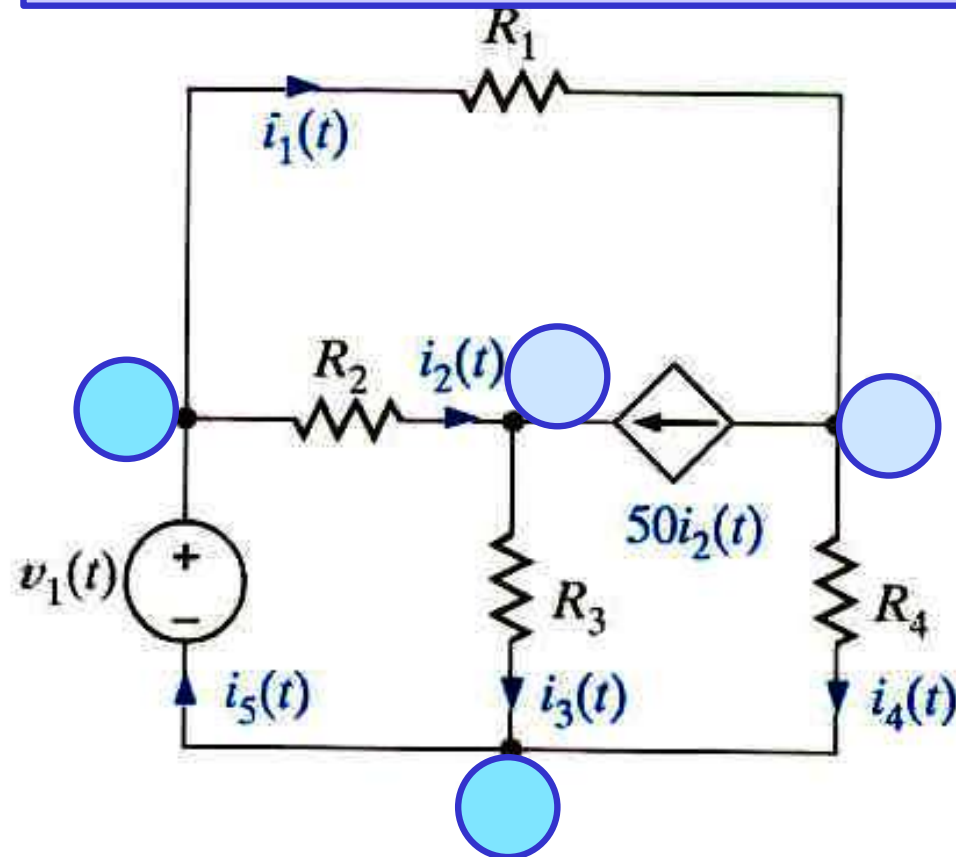
$$-0.06 + \underline{I_4} - I_5 + 0.04 = 0$$

$$-0.02 + \underline{I_5} - 0.03 = 0$$

KCL DEPENDE APENAS DAS LIGAÇÕES. O TIPO DE COMPONENTE É IRRELEVANTE, ISTO É ...

KCL DEPENDE APENAS DA TOPOLOGIA DO CIRCUITO

QUAIS AS EQUAÇÕES KCL DO CIRCUITO ?



$$i_1(t) + i_2(t) - i_5(t) = 0$$

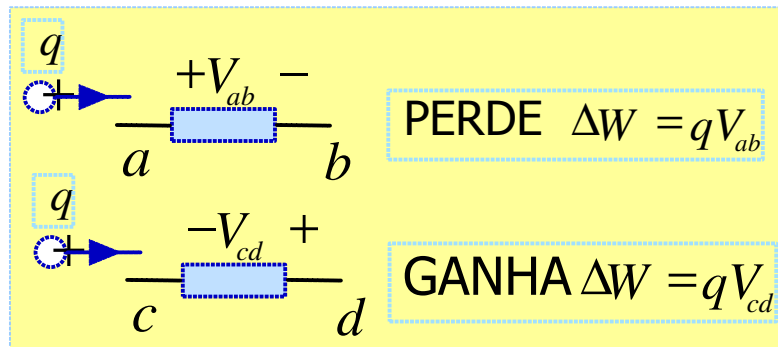
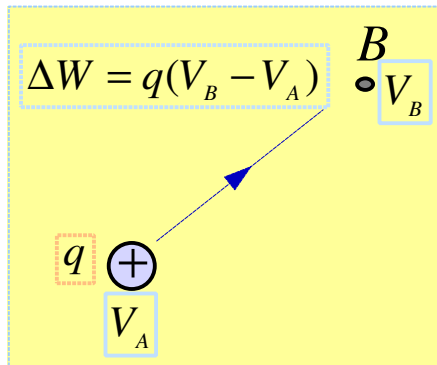
$$-i_2(t) + i_3(t) - 50i_2(t) = 0$$

$$-i_1(t) + 50i_2(t) + i_4(t) = 0$$

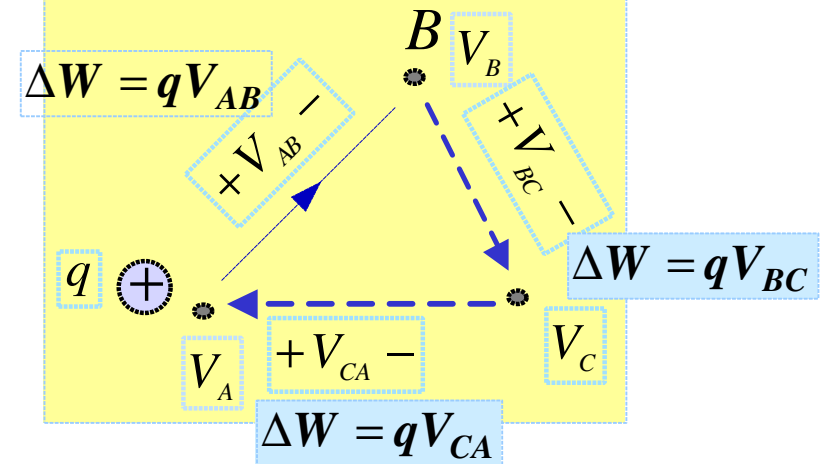
$$i_5(t) - i_3(t) - i_4(t) = 0$$

# LEI DE KIRCHHOFF DAS TENSÕES (KVL)

KVL É UM PRINCIPIO DE CONS. DE ENERGIA



IMAGINEM ...



SE A CARGA VOLTA AO PONTO DE PARTIDA, O GANHO DE ENERGIA DEVERÁ SER NULO (rede conservativa)

CASO CONTRÁRIO PODERIA ABSORVER OU FORNERCER ENERGIA INFINITA.

$$q(V_{AB} + V_{BC} + V_{CD}) = 0$$

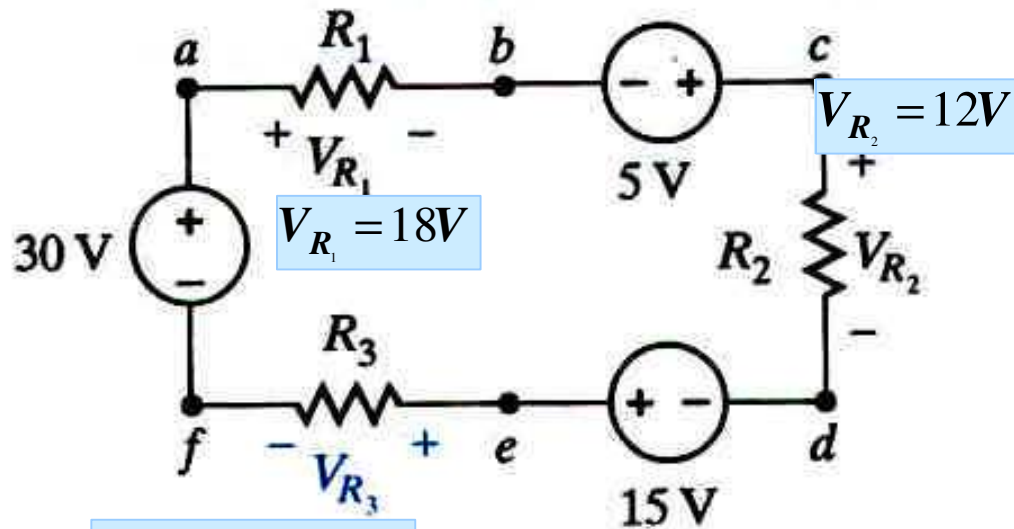
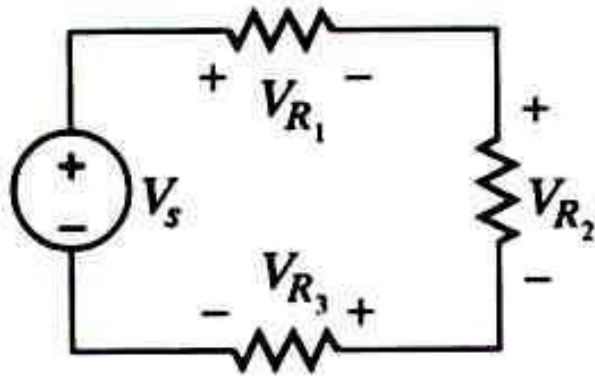
KVL: A SOMA ALGÉBRICA DAS QUEDAS DE TENSÃO NUMA MALHA SÃO ZERO.

$$\begin{matrix} \text{---} V \text{---} \end{matrix} \begin{matrix} A \\ B \end{matrix} \equiv \begin{matrix} \text{---} (-V) \text{---} \end{matrix} \begin{matrix} A \\ B \end{matrix}$$

A VOLTAGE RISE IS  
A NEGATIVE DROP



**D2.4** Write the KVL equation for the following loop, traveling clockwise:

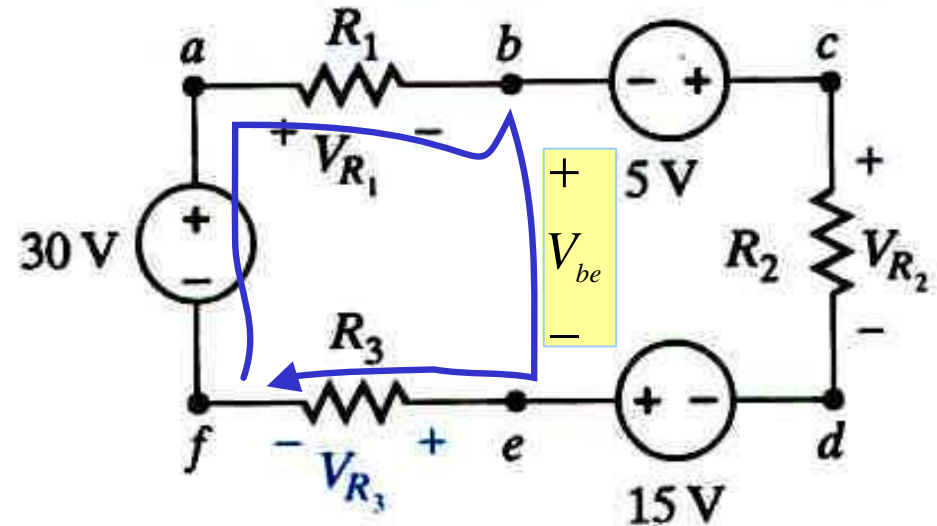


LOOP abcdefa

$$+V_{R_1} - 5 + V_{R_2} - 15 + V_{R_3} - 30 = 0$$

PROBLEM SOLVING TIP: KVL IS USEFUL TO DETERMINE A VOLTAGE - FIND A LOOP INCLUDING THE UNKNOWN VOLTAGE

THE LOOP DOES NOT HAVE TO BE PHYSICAL



EXAMPLE:  $V_{R_1}, V_{R_3}$  ARE KNOWN  
DETERMINE THE VOLTAGE  $V_{be}$

$$V_{R_1} + V_{be} + V_{R_3} - 30[V] = 0$$

NEM TODAS AS EQUAÇÕES KVL SÃO INDEPENDENTES (TAL COMO KCL).

NUMERO DE EQUAÇÕES LINEARMENTE INDEPENDENTES

IN THE CIRCUIT DEFINE

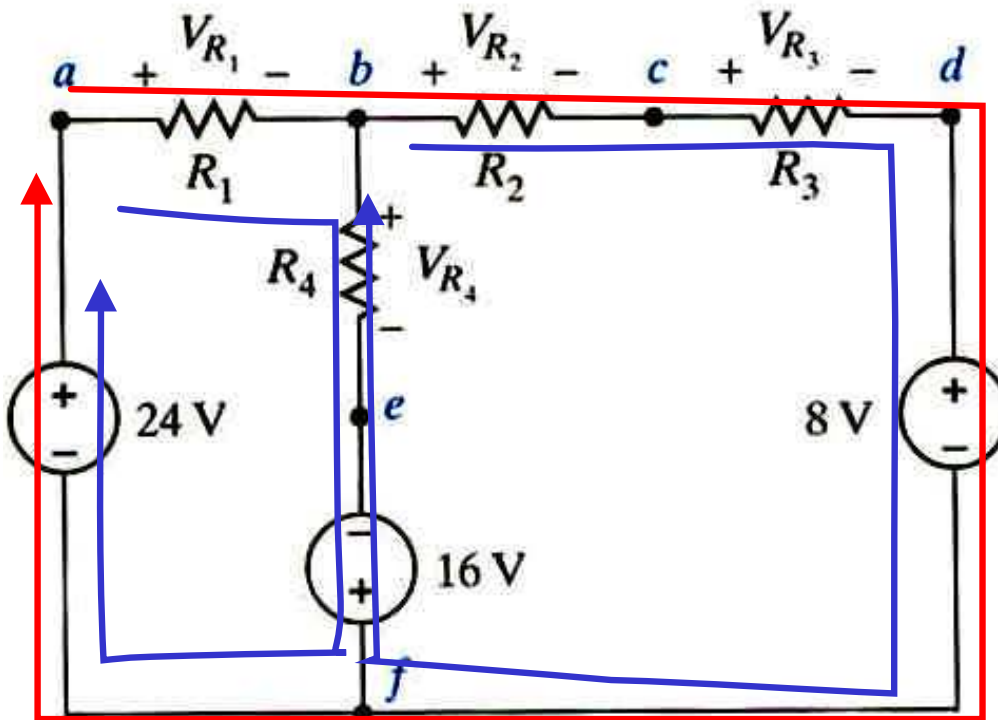
$N$  NUMBER OF NODES

$B$  NUMBER OF BRANCHES

$N - 1$  LINEARLY INDEPENDENT KCL EQUATIONS

$B - (N - 1)$  LINEARLY INDEPENDENT KVL EQUATIONS

EXAMPLE: FOR THE CIRCUIT SHOWN WE HAVE  $N = 6$ ,  $B = 7$ .  
HENCE THERE ARE ONLY TWO INDEPENDENT KVL EQUATIONS



$$V_{R_1} + V_{R_4} - 16 - 24 = 0$$

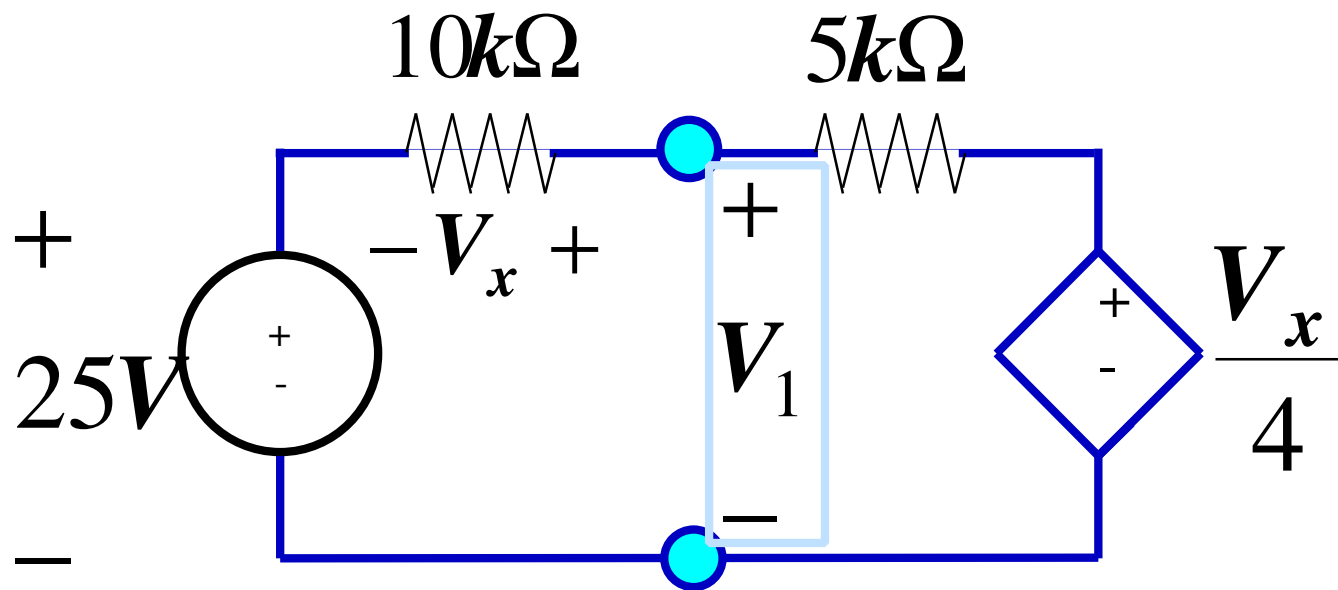
$$V_{R_2} + V_{R_3} + 8 + 16 - V_{R_4} = 0$$

$$V_{R_1} + V_{R_2} + V_{R_3} + 8 - 24 = 0$$

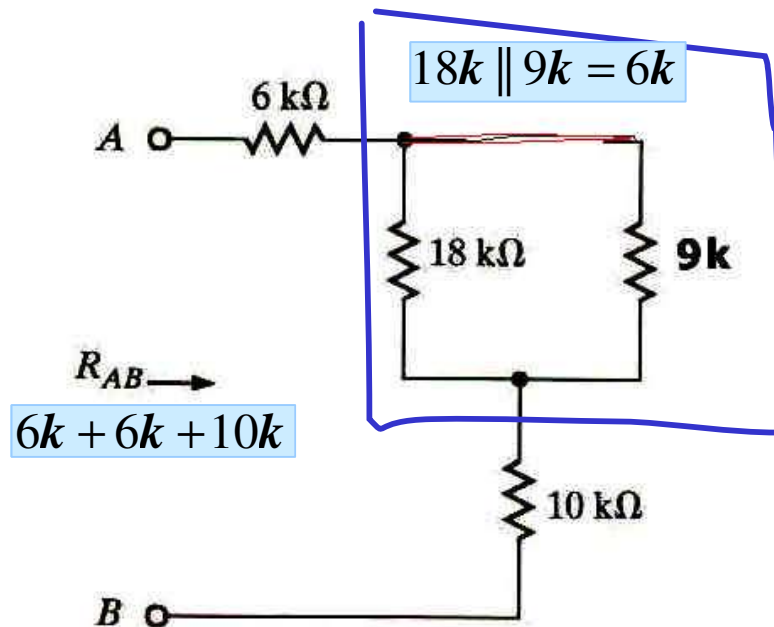
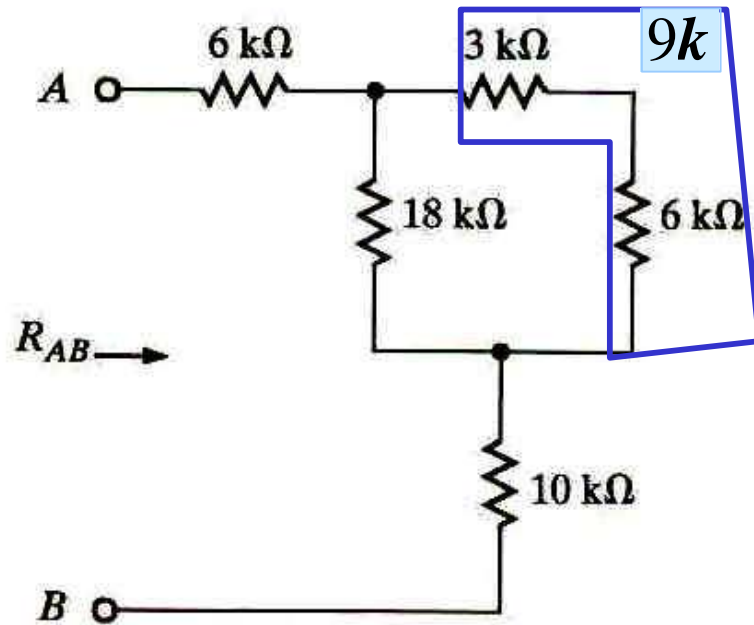
THE THIRD EQUATION IS THE SUM OF THE OTHER TWO!!



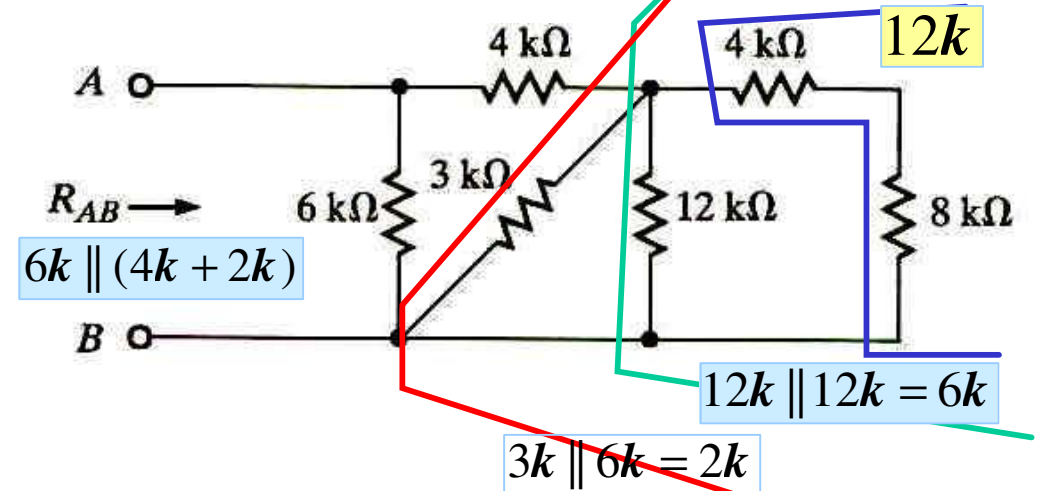
**There are no loops with only one unknown!!!**



## Combinações serie paralelo



## AN EXAMPLE WITHOUT REDRAWING



RESISTORS ARE IN SERIES IF THEY CARRY EXACTLY THE SAME CURRENT

RESISTORS ARE IN PARALLEL IF THEY ARE CONNECTED EXACTLY BETWEEN THE SAME TWO NODES

# Método dos nós e das malhas

objectivos

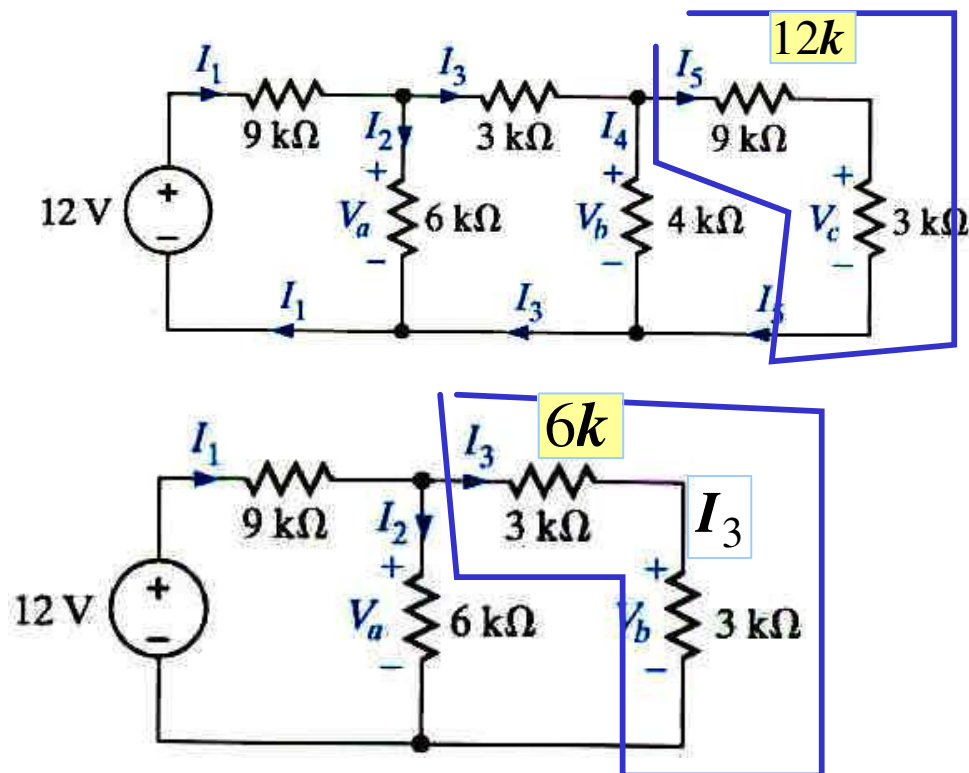
Análise nodal  
Análise nas malhas

Desenvolver técnicas sistemáticas de determinação das Tensões e correntes no circuito.

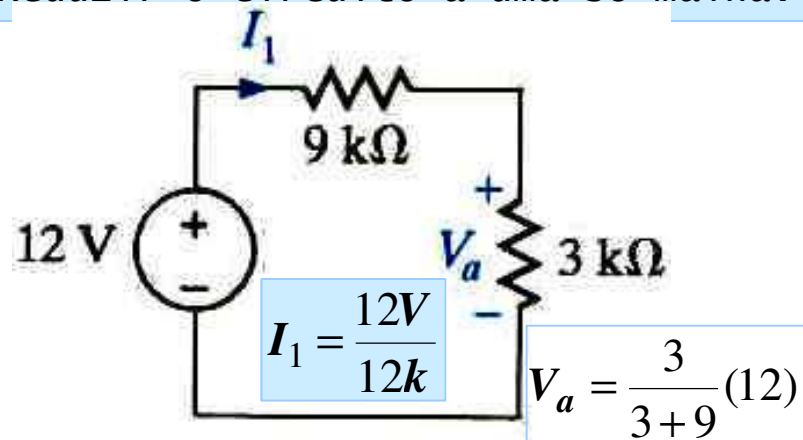
## ANÁLISE NODAL

**As variáveis utilizadas para descrever o circuito são  
As “Tensões Nodais”.  
-- A tensão de cada nó do circuito  
relativamente a um nó de referência.**

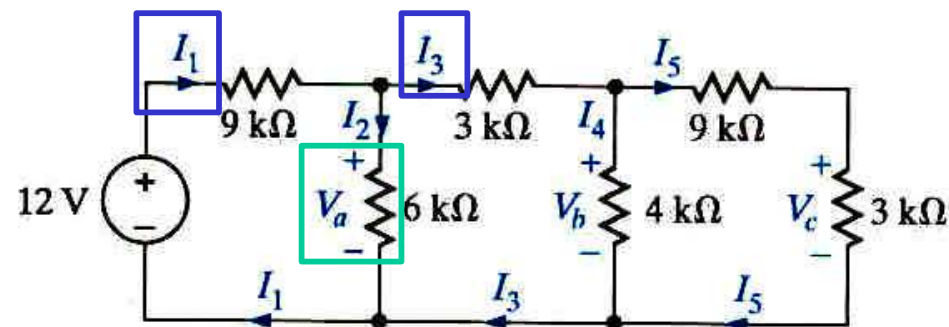
We wish to find all the currents and voltages labeled in the ladder network shown



1 - Reduzir o circuito a uma só malha.



2 - "BACKTRACK" USANDO KVL, KCL OHM'S



$$\text{OHM'S: } I_2 = \frac{V_a}{6k}$$

$$\text{KCL: } I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$\text{OHM'S: } V_b = 3k * I_3$$

...OTHER OPTIONS...

$$I_4 = \frac{12}{4+12} I_3$$

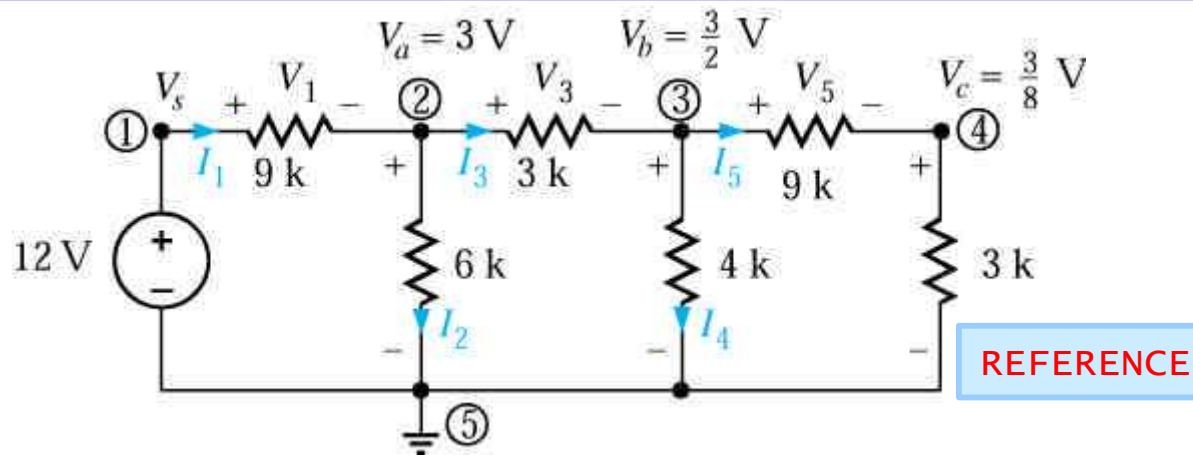
$$V_b = 4k * I_4$$

$$\text{KCL: } I_5 + I_4 - I_3 = 0$$

$$\text{OHM'S: } V_c = 3k * I_5$$

A PERSPECTIVA DA ANÁLISE NODAL: EXPRESSAR TENSÕES NAS RESIST. FUNÇÃO DAS TENSÕES NODAIS

5 NÓS: 1 DE REF. LOGO SOBAM 4 TENSÕES NODAIS POR DETERMINAR.



REFERENCE

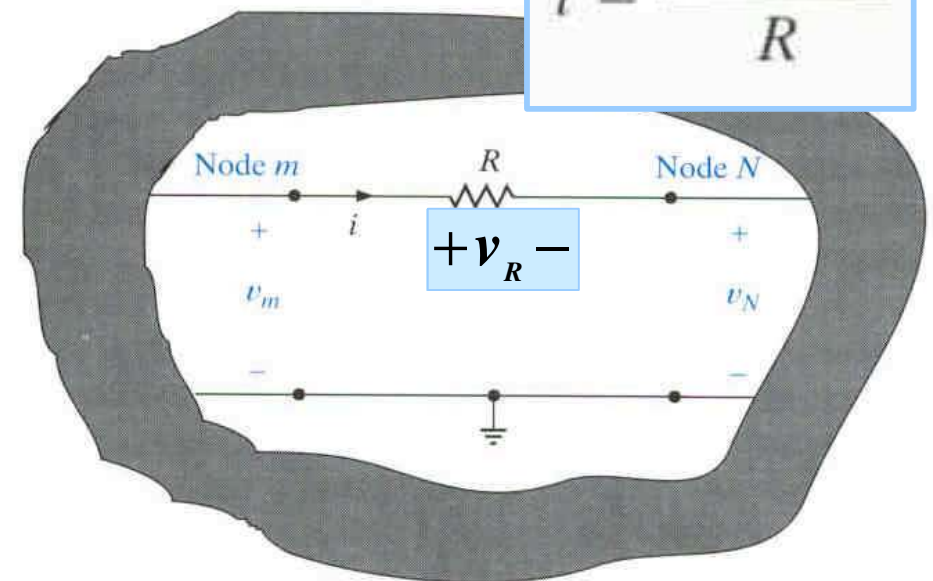
$$\begin{aligned} V_1 &= V_s - V_a \\ -V_s + V_1 + V_a &= 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} V_3 &= V_a - V_b \\ -V_a + V_3 + V_b &= 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} V_5 &= V_b - V_c \\ -V_c - V_5 + V_b &= 0 \end{aligned}$$

SABENDO AS TENSÕES CALCULAM-SE AS CORRENTES RECORRENDO À LEI DE OHM'S

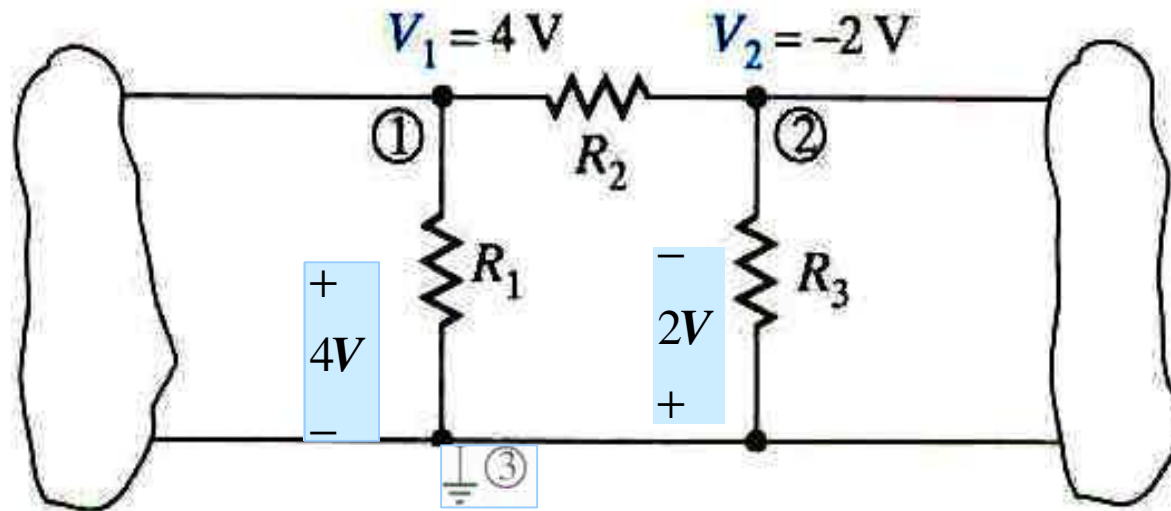
$$v_R = v_m - v_N$$

$$i = \frac{v_m - v_N}{R}$$

TEOREMA: SE AS TENSÕES DOS NÓS RELATIVAMENTE A UM NÓ REFERÊNCIA SÃO CONHECIDAS ... PODE SABER-SE TUDO SOBRE O CIRCUITO



DEFINIR O NÓ DE REFERÊNCIA É VITAL



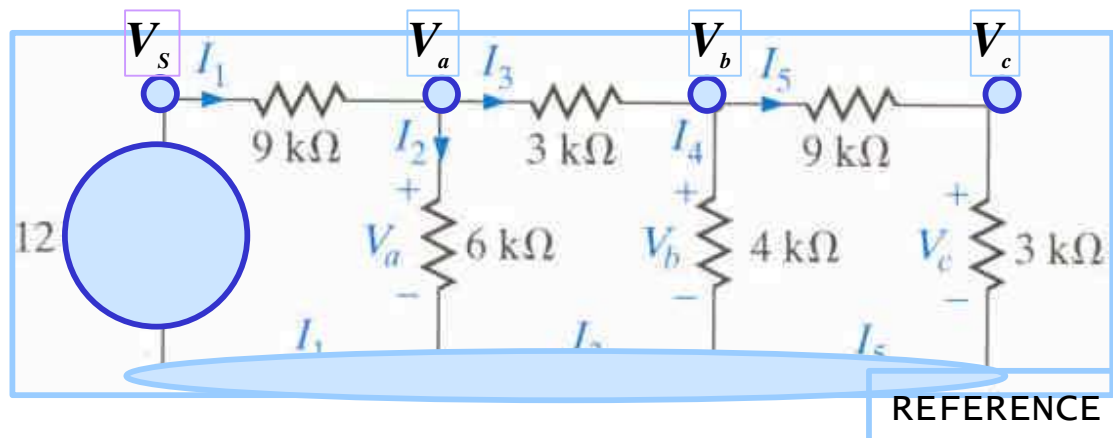
DIZER QUE  $V_1=4V$  É DISPARATE. . . .

ATÉ QUE SE DEFINA O PONTO DE REFERÊNCIA!

POR CONVENÇÃO O SÍMBOLO DE TERRA (MASSA)  
INDICA O PONTO DE REFERÊNCIA (NÓ)

TODAS AS TENSÕES SÃO RELATIVAS AO PONTO DE REFERÊNCIA

## ESTRATÉGIA PARA ANÁLISE NODAL



1. IDENTIFIQUE TODOS OS NÓS E ESCOLHA O DE REFERÊNCIA.

2. IDENTIFIQUE TENSÕES CONHECIDAS

3. EM CADA NÓ (C/V DESCONHECIDO) ESCREVA A EQ. KCL EQUATION (e.g., SOMA CORRENTES SAEM = 0)

4. SUBSTITUA CORRENTES POR TENSÕES DOS NÓS ATRAVÉS LEI DE OHM.

OBTÉM-SE CONJUNTO DE EQUAÇÕES ALGÉBRICAS NAS TENSÕES DOS NÓS ... RESOLVER USANDO QQ. MÉTODO!

$$@V_a: -I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$\frac{V_a - V_s}{9k} + \frac{V_a}{6k} + \frac{V_a - V_b}{3k} = 0$$

$$@V_b: -I_3 + I_4 + I_5 = 0$$

$$\frac{V_b - V_a}{3k} + \frac{V_b}{4k} + \frac{V_b - V_c}{9k} = 0$$

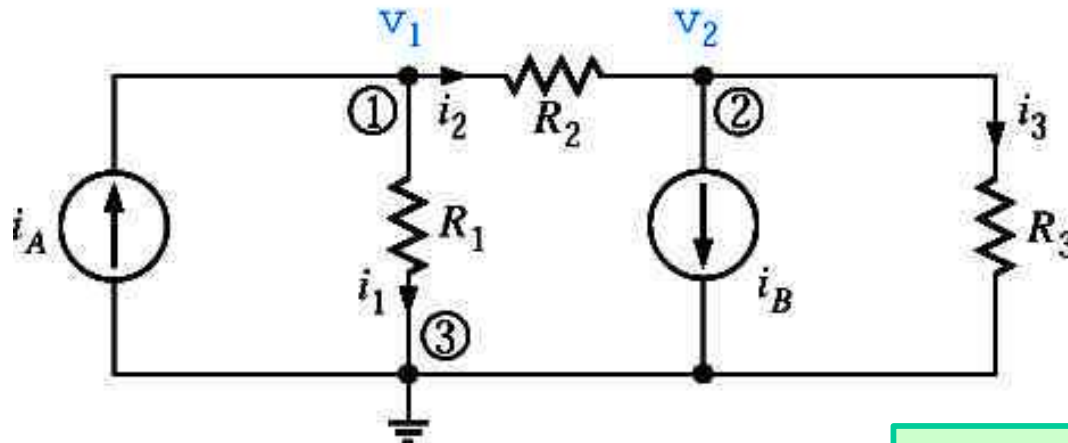
$$@V_c: -I_5 + I_6 = 0$$

$$\frac{V_c - V_b}{9k} + \frac{V_c}{3k} = 0$$

SHORTCUT: ESTAS EQ. SÓ PRECISAM DE EXISTIR NA SUA CABEÇA...

TREINE ESCRIVENDO ESTAS DIRECTAMENTE.

# CIRCUITOS APENAS COM FONTES DE CORRENTE INDEPENDENTES.



@ NODE 1

CONSELHO: A NOTAÇÃO FICA MAIS CLARA SE UTILIZARMOS CONDUTÂNCIAS EM VEZ DE RESISTÊNCIAS.

REORDERING TERMS

$$(G_1 + G_2)v_1 - G_2v_2 = i_A$$

@ NODE 2

REORDERING TERMS

$$-G_2v_1 + (G_2 + G_3)v_2 = -i_B$$

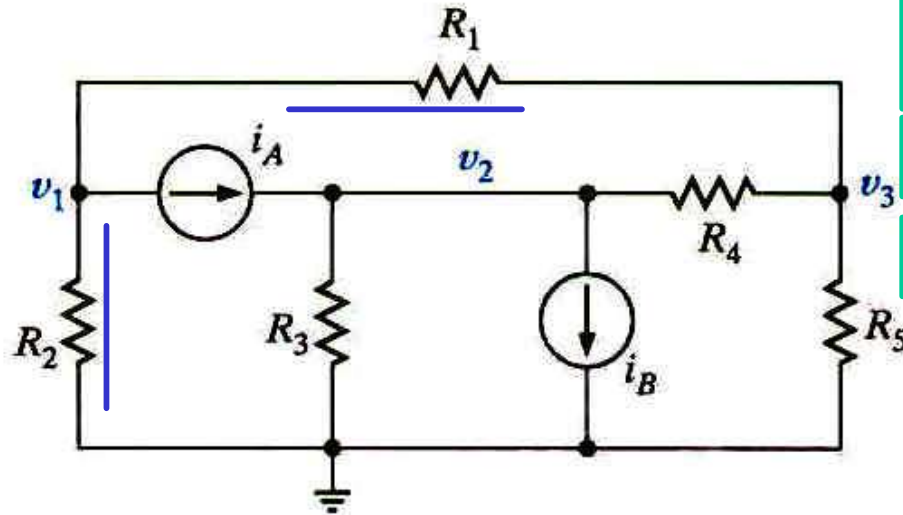
O MODELO PARA O CIRCUITO É UM CONJUNTO DE EQ. ALGÉBRICAS.

$$\begin{aligned} (G_1 + G_2)v_1 - G_2v_2 &= i_A \\ -G_2v_1 + (G_2 + G_3)v_2 &= -i_B \end{aligned}$$

SISTEMAS DE EQUAÇÕES ALGÉBRICAS SÃO EFICIENTEMENTE TRATADAS UTILIZANDO ÁLGEBRA DE MATRIZES...



# MANEIRA EXPEDITA DE ESCREVER EQ.



CIRCUITOS APENAS COM FONTES INDEPENDENTES A MATRIZ É SIMÉTRICA

ELEMENTOS DA DIAGONAL SÃO POSITIVOS

ELEMENTOS FORA DA DIAGONAL SÃO NEGATIVOS

Conductances connected to node 1

Conductances between 1 and 2

Conductances between 1 and 3

Conductances between 2 and 3

$$v_1 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - v_2 (0) - v_3 \left( \frac{1}{R_1} \right) = -i_A$$

$$-v_1 (0) + v_2 \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) - v_3 \left( \frac{1}{R_4} \right) = i_A - i_B$$

$$-v_1 \left( \frac{1}{R_1} \right) - v_2 \left( \frac{1}{R_4} \right) + v_3 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) = 0$$

VÁLIDO PARA CIRCUITOS SEM FONTES DEPENDENTES

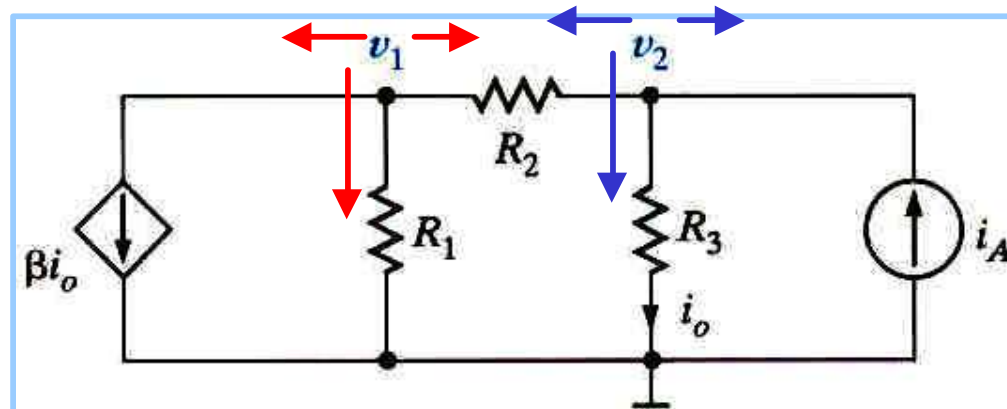
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & 0 & -\frac{1}{R_1} \\ 0 & \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_4} \\ -\frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_A \\ i_A - i_B \\ 0 \end{bmatrix}$$

## CIRCUITOS COM FONTES DEPENDENTES

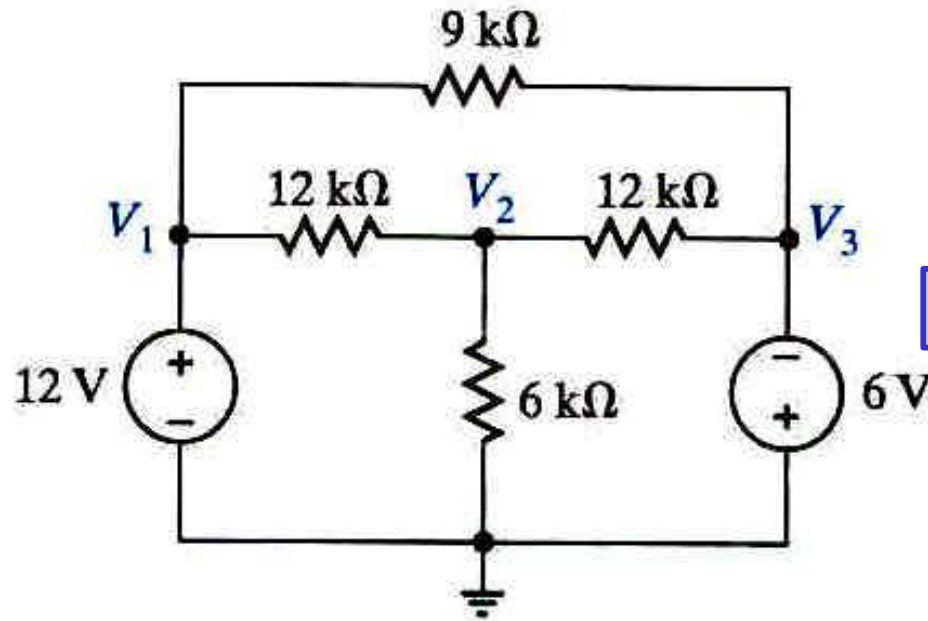
CIRCUITOS COM FONTES DEPENDENTES NÃO SE PODE USAR O MÉTODO EXPEDITO... A SIMETRIA É PERDIDA.

### PROCEDIMENTO

- ESCREVER AS EQUAÇÕES DOS NÓS TRATANDO AS FONTES DEPENDENTES COMO SE FOSSEM INDEPENDENTES.
- POR CADA FONTE DEPENDENTE, ESCREVE-SE UMA EQ. EXTRA COM A EQUAÇÃO DE CONTROLO DA FONTE EM FUNÇÃO DAS TENSÕES NODAIS

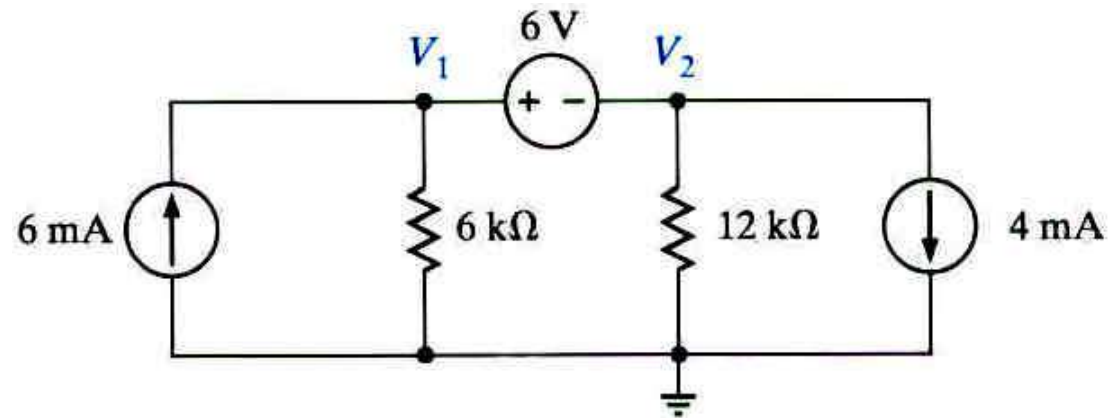


## CIRCUITOS COM FONTES INDEPENDENTES DE TENSÃO



SÓ É NECESSÁRIO 1 KCL

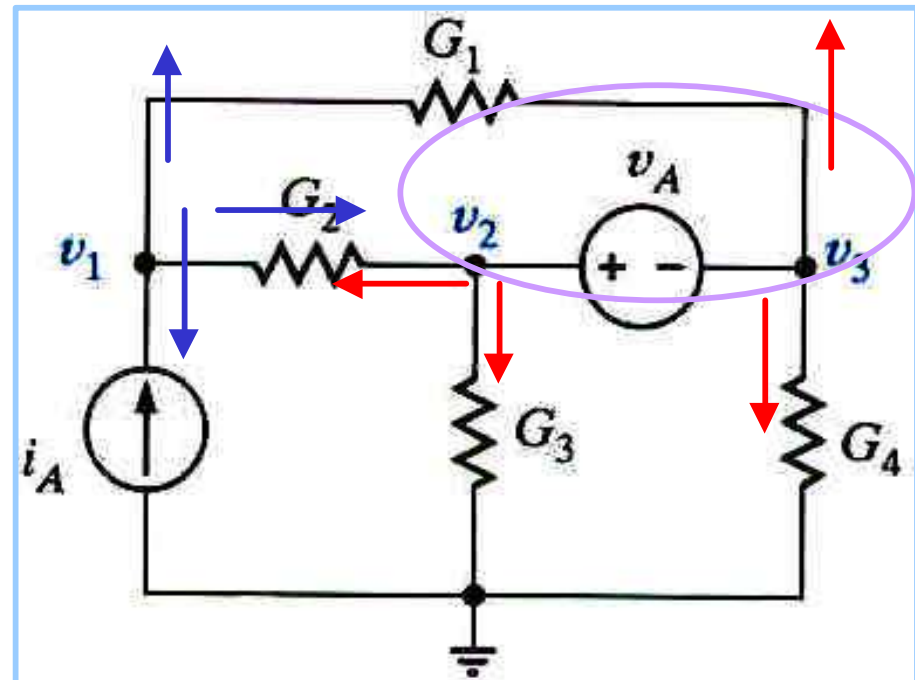
## A TÉCNICA DO SUPERNÓ



## The supernode technique

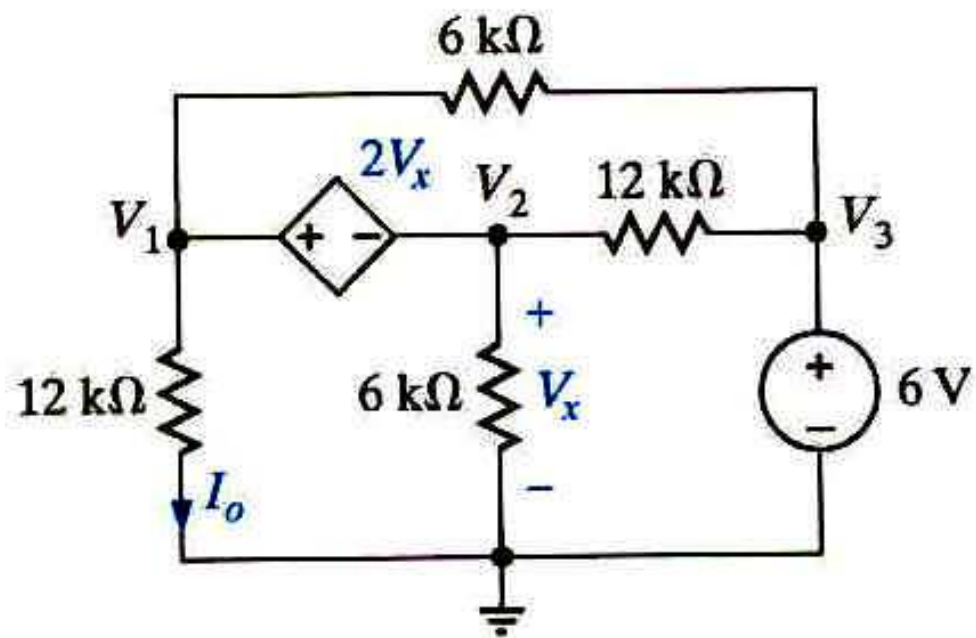
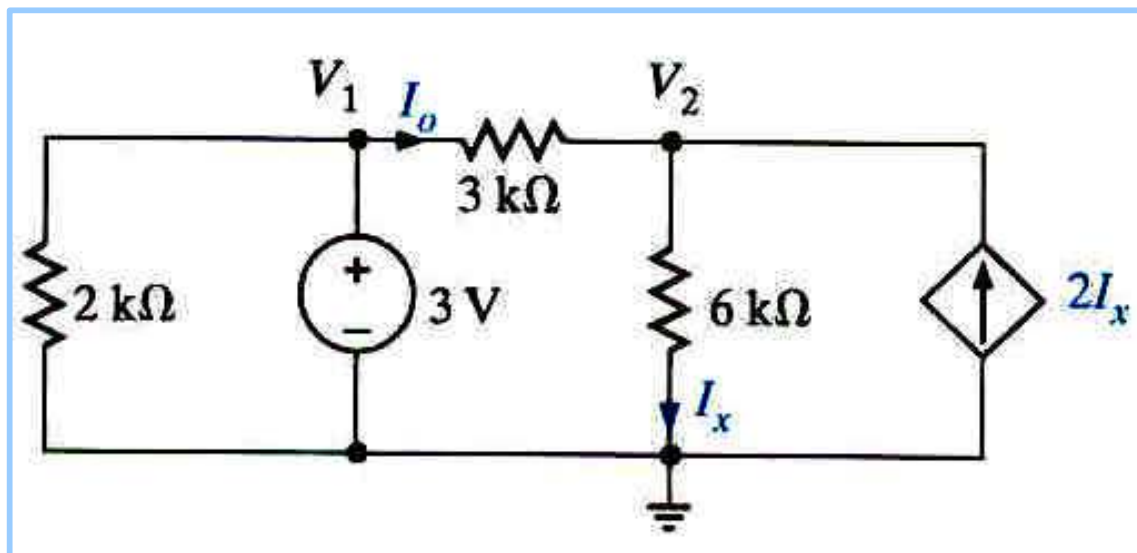
- Used when a branch between two nonreference nodes contains a voltage source.
- First encircle the voltage source and the two connecting nodes to form the supernode.
- Write the equation that defines the voltage relationship between the two nonreference nodes as a result of the presence of the voltage source. @  $v_1$
- Write the KCL equation for the supernode.
- If the voltage source is dependent, then the controlling equation for the dependent source is also needed.

WRITE THE NODE EQUATIONS



CIRCUITS WITH DEPENDENT SOURCES  
PRESENT NO SIGNIFICANT ADDITIONAL  
COMPLEXITY. THE DEPENDENT SOURCES  
ARE TREATED AS REGULAR SOURCES

WE MUST ADD ONE EQUATION FOR EACH  
CONTROLLING VARIABLE



## MÉTODO DAS MALHAS

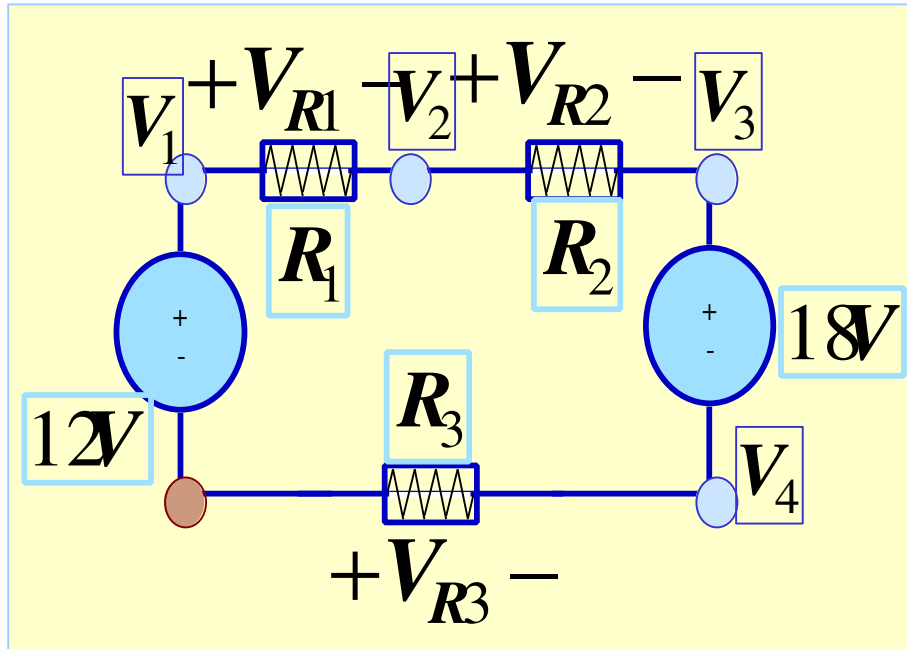
A segunda técnica sistemática de determinação de  $V$ 's e  $I$ 's...

– também a que permite criatividade

**IT IS DUAL TO NODE ANALYSIS - IT FIRST DETERMINES ALL CURRENTS IN A CIRCUIT AND THEN IT USES OHM'S LAW TO COMPUTE NECESSARY VOLTAGES**

**THERE ARE SITUATION WHERE NODE ANALYSIS IS NOT AN EFFICIENT TECHNIQUE AND WHERE THE NUMBER OF EQUATIONS REQUIRED BY THIS NEW METHOD IS SIGNIFICANTLY SMALLER**

## PELO MÉTODO DOS NÓS . . .



4 NÓS

1 SUPERNÓ

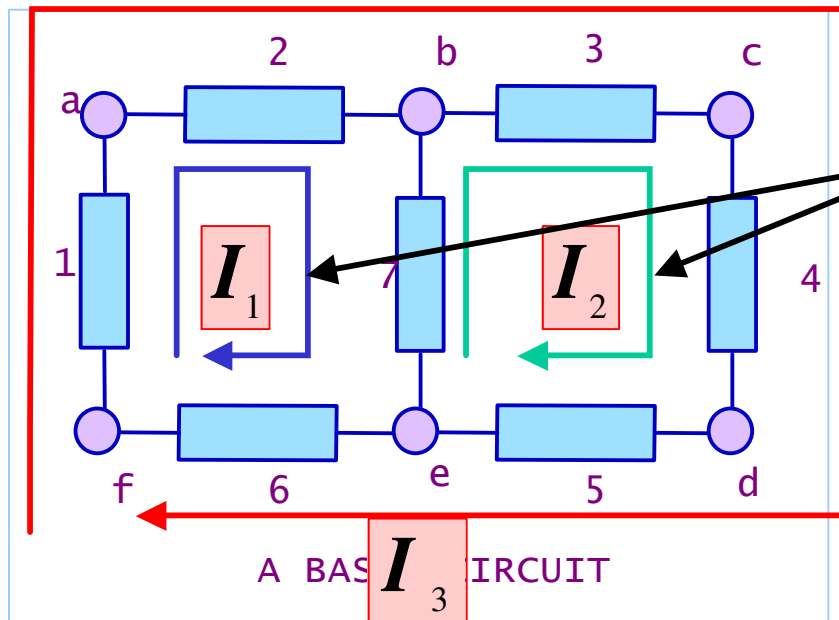
1 FONTE DE TENSÃO LIGADA A MASSA

MÉTODO DOS NÓS = 3 EQUAÇÕES

... MAS SÓ HA UMA ÚNICA CORRENTE QUE FLUI POR TODOS OS COMPONENTES.  
SE FICAR DETERMINADA SABEMOS TODAS AS TENSÕES

APLICANDO KVL...





MALHA: CAMINHO FECHADO QUE NÃO PASSA 2 VEZES PELO MESMO NÓ.

MALHAS INTERIORES SÃO CIRCULAÇÕES SEM ELEMENTOS NO SEU INTERIOR

CORRENTE DE MALHA: CORRENTE FICTÍCIA QUE FLUI (À VOLTA) NUMA MALHA.

$I_1, I_2, I_3$  SÃO CORRENTES DE MALHA

AFIRMAÇÃO ! IN NUM CIRCUITO AS CORRENTES PODEM SER EXPRESSAS ATRAVÉS DAS CORRENTES DE MALHA. - A SUA DIRECÇÃO É RELEVANTE -

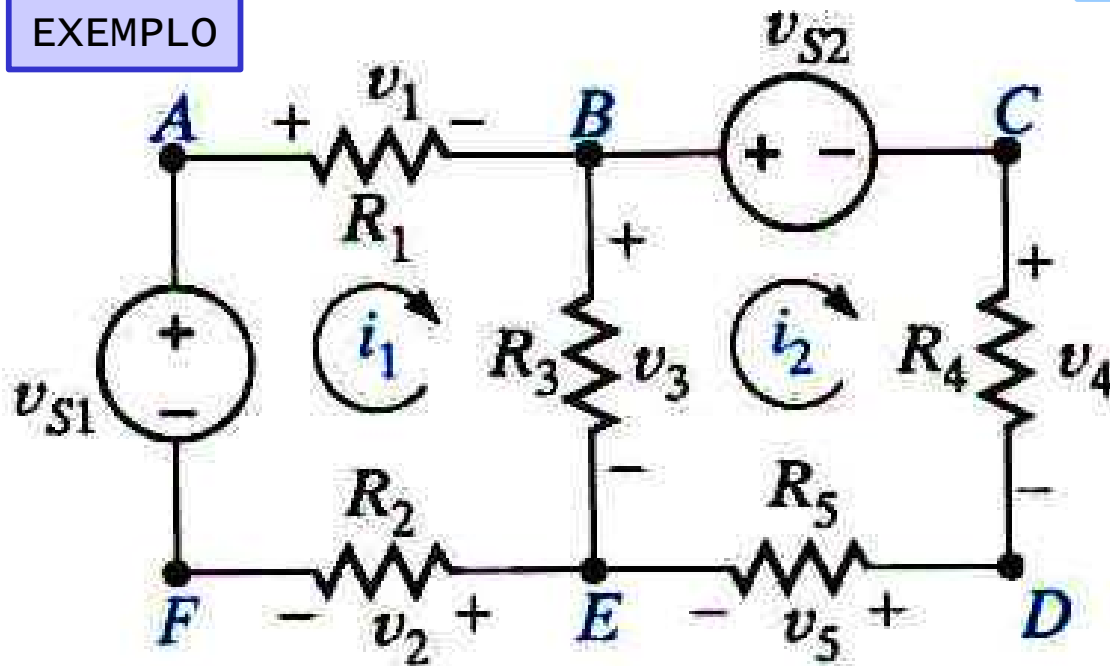
B      NÚMERO DE RAMOS  
N      NÚMERO DE NÓS

NÚMERO MÍNIMO DE CORRENTES DE MALHA NECESSÁRIAS É:

$$L = B - (N - 1)$$

CORRENTES DAS MALHAS INTERIORES SÃO SEMPRE INDEPENDENTES.

EXEMPLO



$$B = 7$$

$$N = 6$$

$$L = 7 - (6 - 1) = 2$$

SÃO NECESSÁRIAS 2  
CORRENTES DE MALHA.

MÉTODO DAS MALHAS:

ESCOLHER MALHAS INTERIORES E SENTIDO DAS CORRENTES DAS MALHAS todas c/mesmo sentido.

KVL NAS MALHAS - 1 EQ P/MALHA

LEI DE OHM - SUBST. V P/ I MALHA

RESOLVER SISTEMAS DE EQUAÇÕES ALG.

EXPLICAR MÉTODO EXPEDITO.

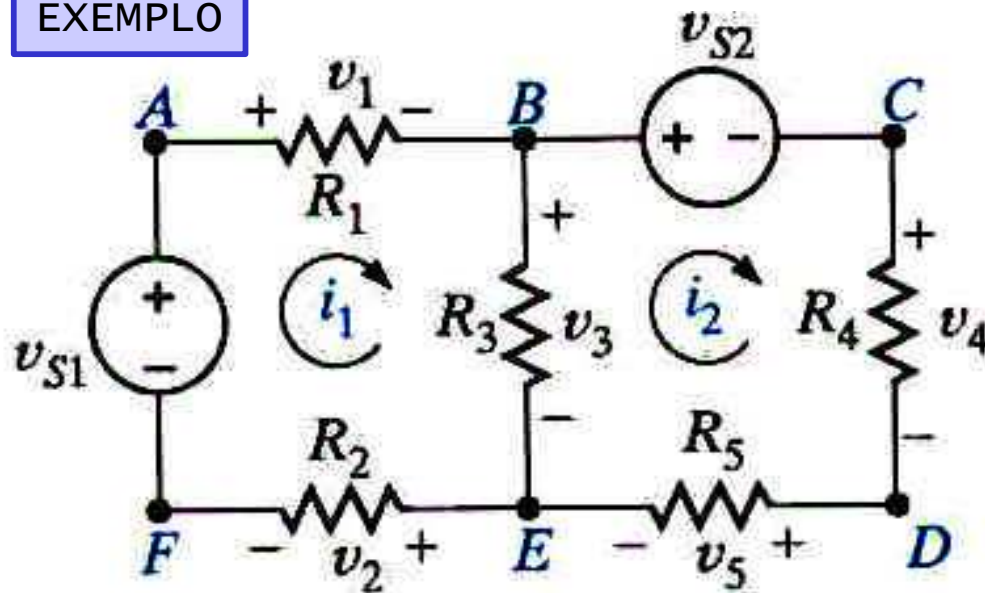
B NÚMERO DE RAMOS  
N NÚMERO DE NÓS

NÚMERO MÍNIMO DE CORRENTES DE MALHA NECESSÁRIAS É:

$$L = B - (N - 1)$$

CORRENTES DAS MALHAS INTERIORES SÃO SEMPRE INDEPENDENTES.

### EXEMPLO



$$B = 7$$

$$N = 6$$

$$L = 7 - (6 - 1) = 2$$

SÃO NECESSÁRIAS 2  
CORRENTES DE MALHA.

### DETERMINAÇÃO DAS CORRENTES DE MALHA

#### KVL NA MALHA 1

$$-v_1 + v_3 + v_2 - v_{S1} = 0$$

#### KVL NA MALHA 2

$$+v_{S2} + v_4 + v_5 - v_3 = 0$$

#### LEI DE OHM

$$v_1 = i_1 R_1, v_2 = i_1 R_2, v_3 = (i_1 - i_2) R_3$$

$$v_4 = i_2 R_4, \text{ and } v_5 = i_2 R_5$$

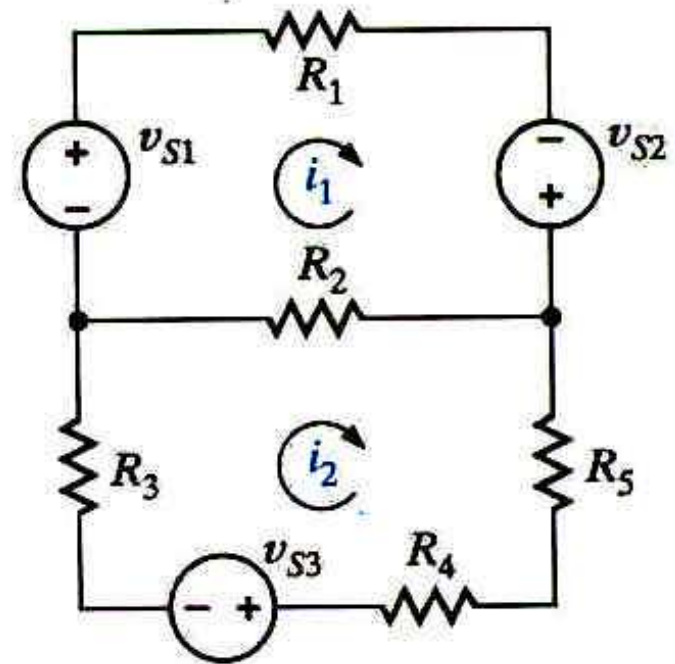
#### SUBSTITUINDO E REARRANJANDO.

$$\begin{aligned} i_1(R_1 + R_2 + R_3) - i_2(R_3) &= v_{S1} \\ -i_1(R_3) + i_2(R_3 + R_4 + R_5) &= -v_{S2} \end{aligned}$$

#### FORMA MATRICIAL

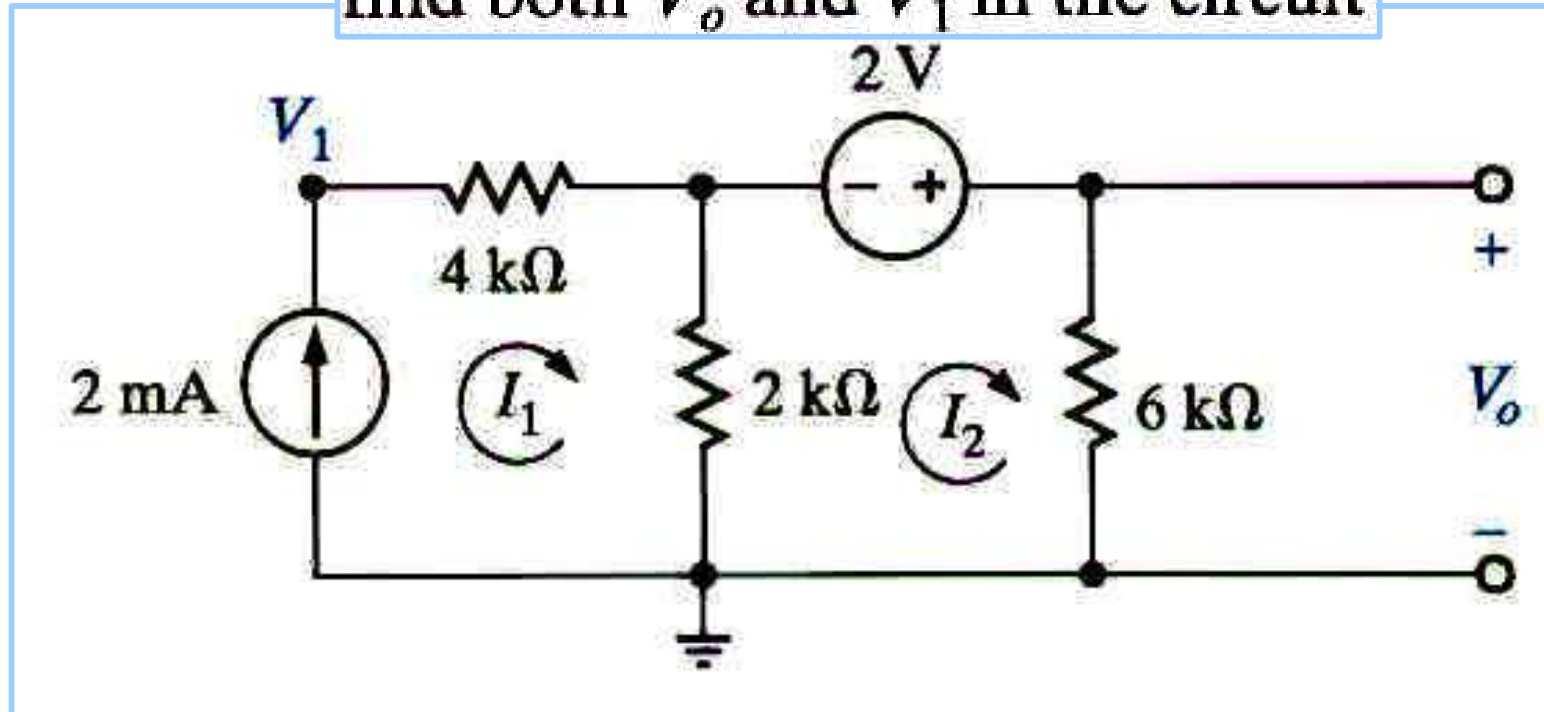
$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_3 + R_4 + R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{S1} \\ -v_{S2} \end{bmatrix}$$

#### EQUAÇÕES DAS MALHAS PARA O CIRCUITO



## CIRCUITOS COM FONTES INDEPENDENTES DE CORRENTE

find both  $V_o$  and  $V_1$  in the circuit



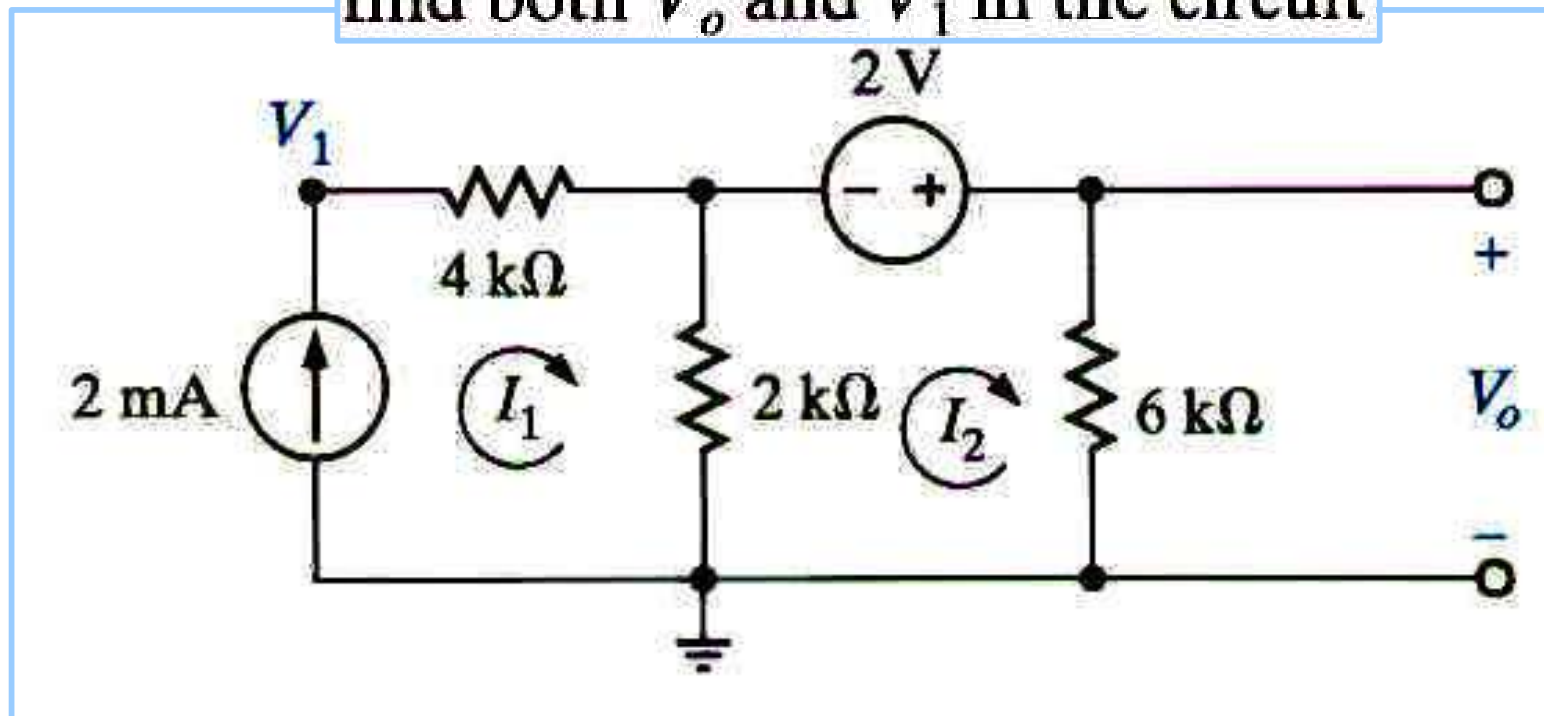
MALHA 1

MALHA 2

FONTES DE CORRENTE QUE NÃO SÃO PARTILHADAS POR OUTRAS MALHAS DEFINEM IMEDIATAMENTE O VALOR DA CORRENTE NA MALHA.

# CIRCUITOS COM FONTES INDEPENDENTES DE CORRENTE

find both  $V_o$  and  $V_1$  in the circuit



FONTES DE CORRENTE QUE NÃO SÃO PARTILHADAS POR OUTRAS MALHAS DEFINEM IMEDIATAMENTE O VALOR DA CORRENTE NA MALHA.

MESH 1 EQUATION  $I_1 = 2mA$

MESH 2  $2k(I_2 - I_1) - 2 + 6kI_2 = 0$

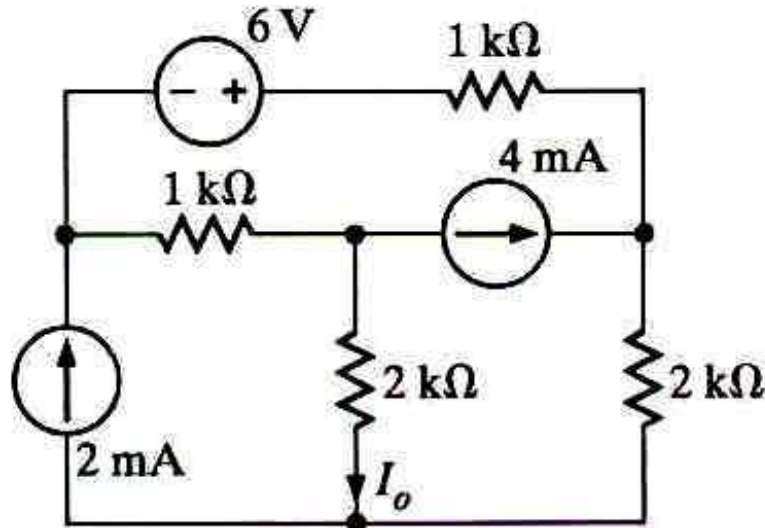
“BY INSPECTION”  $-2kI_1 + 8kI_2 = 2V$

$$I_2 = \frac{2k \times (2mA) + 2V}{8k} = \frac{3}{4}mA \Rightarrow V_o = 6kI_2 = \frac{9}{2}[V]$$

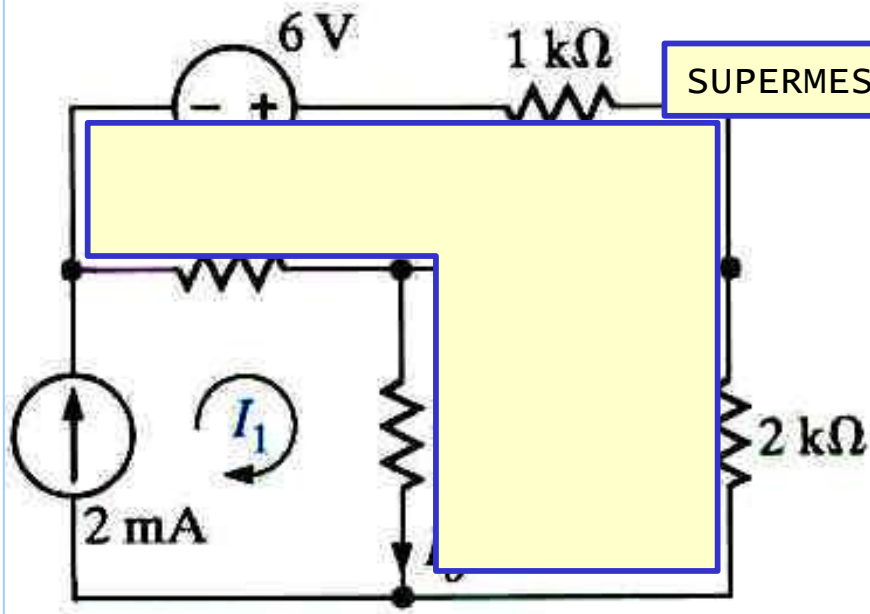
TO OBTAIN  $V_1$  APPLY KVL TO ANY CLOSED PATH THAT INCLUDES  $V_1$

$$-V_1 + 4kI_1 - 2 + 6kI_2 = 0$$

## FONTES DE CORRENTE PARTILHADA P/2 MALHAS – A SUPERMALHA!



1. ESCOLHER CORRENTES NAS MALHAS



2. ESCREVER A EQUAÇÃO DE PARTILHA DA FONTE PELAS DUAS CORRENTES.

$$I_2 - I_3 = 4mA$$

3. ESCREVER AS EQUAÇÕES DAS OUTRAS MALHAS

$$I_1 = 2mA$$

4. DEFINE A SUPERMALHA REMOVENDO (MENTALMENTE) A FONTE DE CORRENTE.

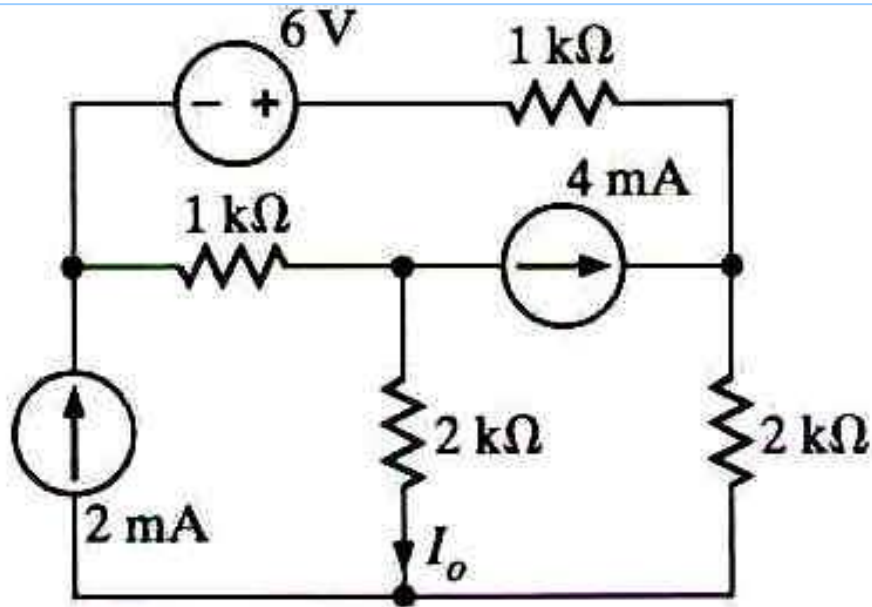
5. ESCREVER KVL NA SUPERMALHA

$$-6 + 1kI_3 + 2kI_2 + 2k(I_2 - I_1) + 1k(I_3 - I_1) = 0$$

3 EQUAÇÕES A 3 INCÓGNITAS...

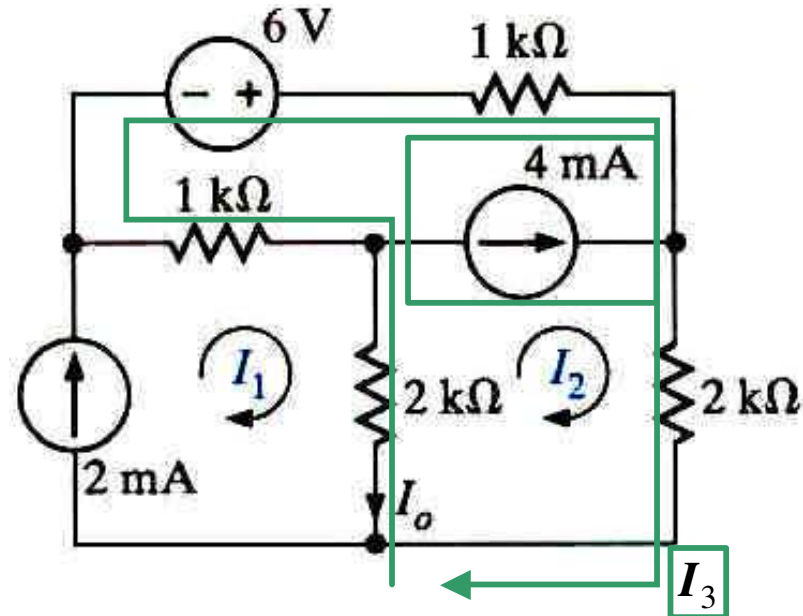
MODELO COMPLETO

# FONTES DE CORRENTE PARTILHADAS POR MALHAS – CIRCULAÇÃO ESPECIAL



ESTRATÉGIA – DEFINIR MALHAS QUE NÃO PARTILHAM FONTES DE CORRENTE.

MESMO QUE ISSO SIGNIFIQUE UTILIZAR MALHAS NÃO-INTERIORES.



EQUAÇÕES SÃO:

**MALHA 1-**  $I_1 = 2mA$

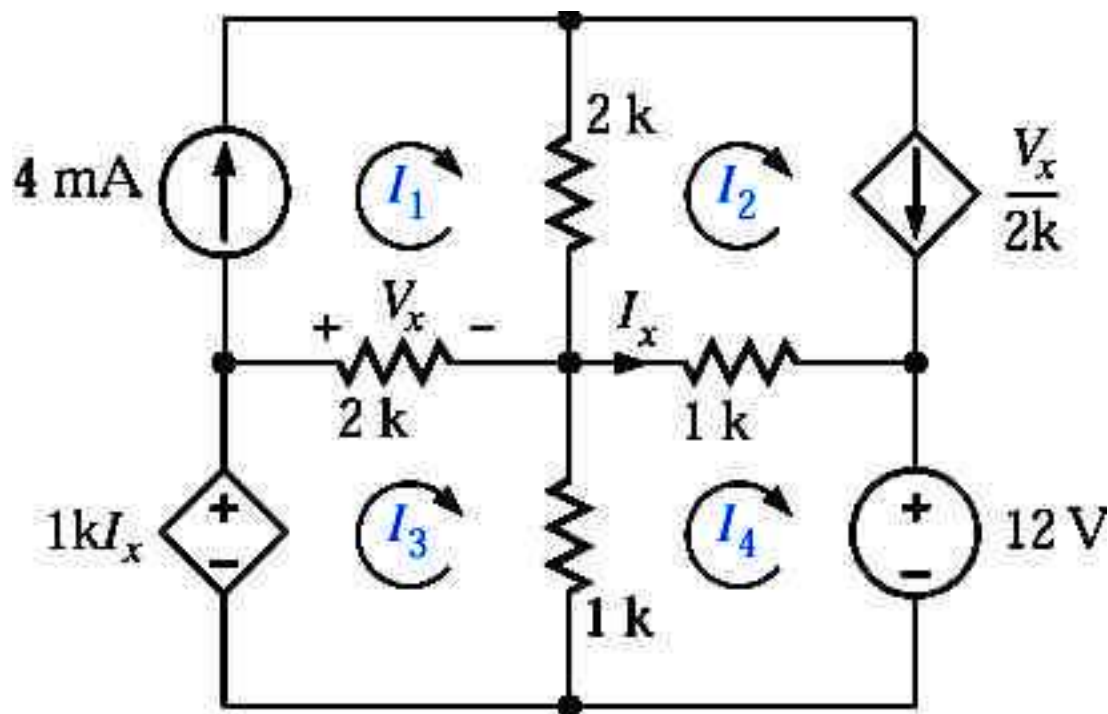
**MALHA 2-**  $I_2 = 4mA$

EQUAÇÃO PARA A MALHA EXTERIOR.

$$-6[V] + 1kI_3 + 2k(I_3 + I_2) + 2k(I_3 + I_2 - I_1) + 1k(I_3 - I_1) = 0$$



## CIRCUITOS COM FONTES DEPENDENTES



Trata-se a fonte dependente como se fosse independente.

Junta-se mais uma equação (eq. da fonte) que relaciona o parâmetro de controlo com correntes das malhas.

$$I_1 = 4mA$$

$$I_2 = \frac{V_x}{2k}$$

$$\text{MESH 3: } -1kI_x + 2k(I_3 - I_1) + 1k(I_3 - I_4) = 0$$

$$\text{MESH 4: } 1k(I_4 - I_3) + 1k(I_4 - I_2) + 12V = 0$$

### VARIÁVEIS DE CONTROLO

$$I_x = I_4 - I_2 \quad V_x = 2k(I_3 - I_1)$$

**NÃO ESQUECER:**

**método das malhas:**

**KVL + Ohm  $\rightarrow$  determina correntes nas malhas.**

**método dos nós:**

**KCL+Ohm  $\rightarrow$  determina tensões nós.**

# **OUTRAS TÉCNICAS DE ANÁLISE**

(as mais importantes p/ pequenos circuitos)

## **OBJECTIVOS**

**Propriedade da Linearidade –**

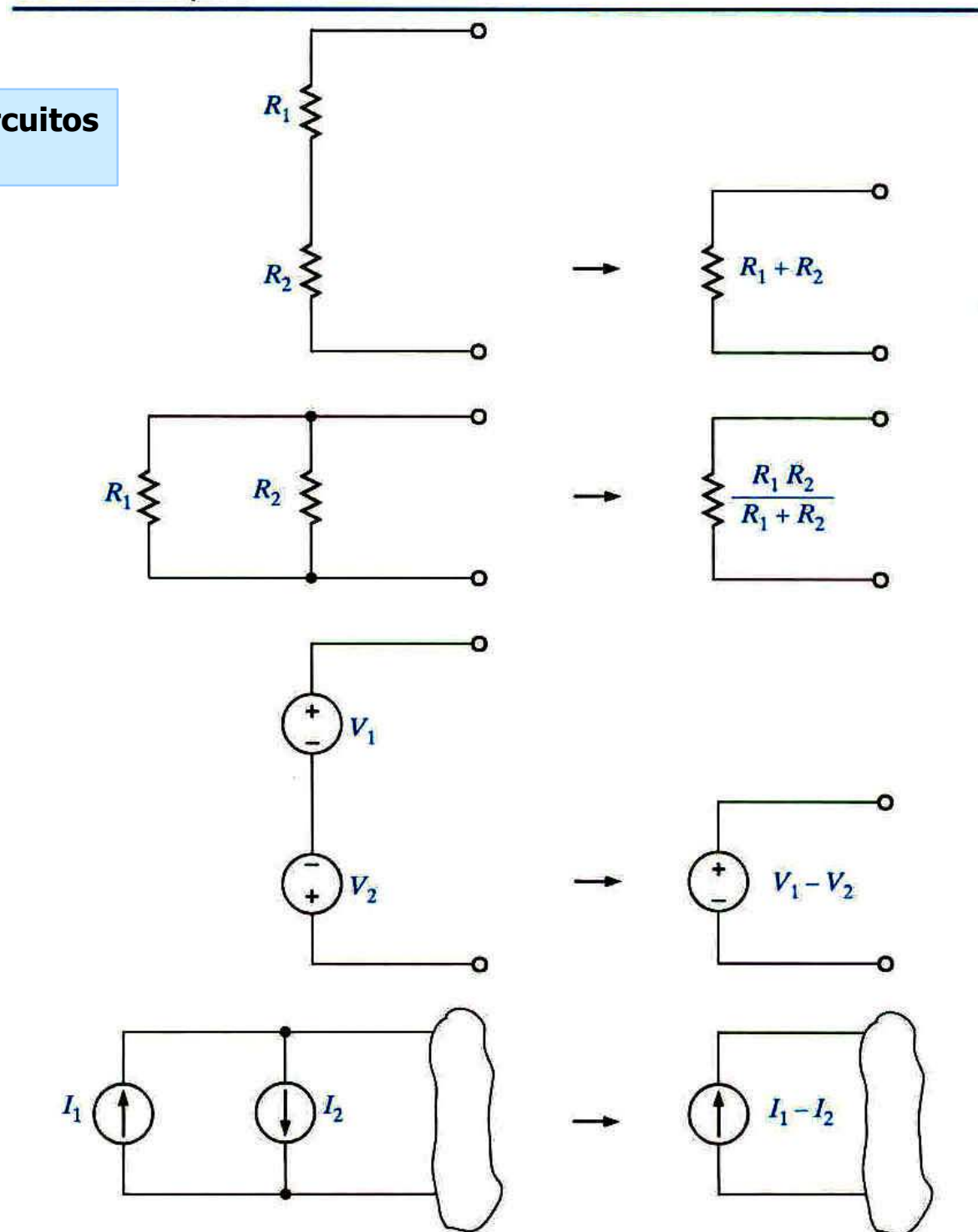
**Aplicar sobreposição  
Utilizar este princípio para resolver circuitos-**

### **TEOREMAS DE THEVENIN E NORTON**

**Importantes teoremas que ajudam a esconder a complexidade e a  
Focar na parte do circuito em que estamos interessados.**

### **MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA**

**Exemplos de circuitos  
Equivalentes.**



# LINEARIDADE

**OS MODELOS UTILIZADOS. MATEMATICAMENTE SIGNIFICA QUE OBEDECEM AO PRINCÍPIO DA SOBREPOSIÇÃO**

**UM MODELO  $y = Tu$  É LINEAR SSE**

$$T(\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2) = \alpha_1 T u_1 + \alpha_2 T u_2$$

para todos os pares de entrada possíveis  $u_1, u_2$   
e todos os escalares possíveis  $\alpha_1, \alpha_2$

Recorrendo ao método dos nós obtém-se uma Equação do tipo.

$$Av = f$$

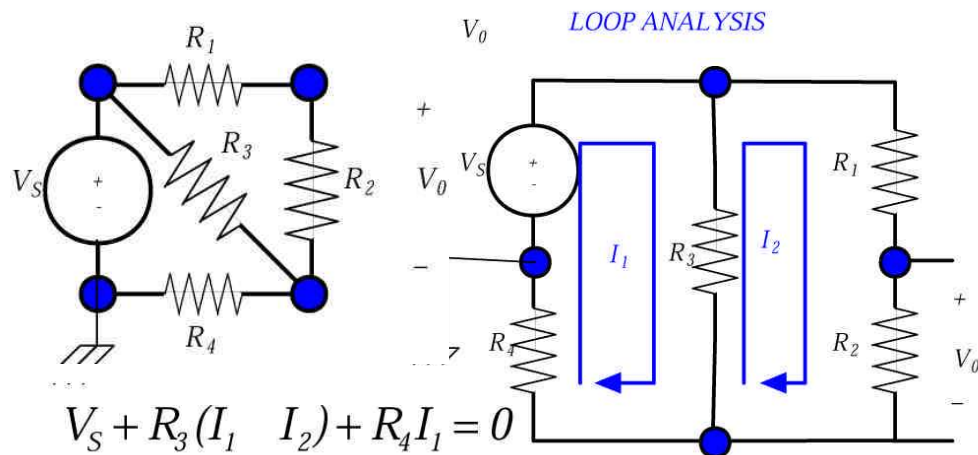
**$v$  É UM VECTOR COM AS TENSÕES DOS NÓS E  
 $f$  É UM VECTOR DEPENDENTE APENAS DAS  
FONTES INDEPENDENTES.**

**OU. . . ALTERNATIVAMENTE**

**O MODELO  $y = Tu$  É LINEAR SSE**

**1.  $T(u_1 + u_2) = Tu_1 + Tu_2, \forall u_1, u_2$  aditividade**

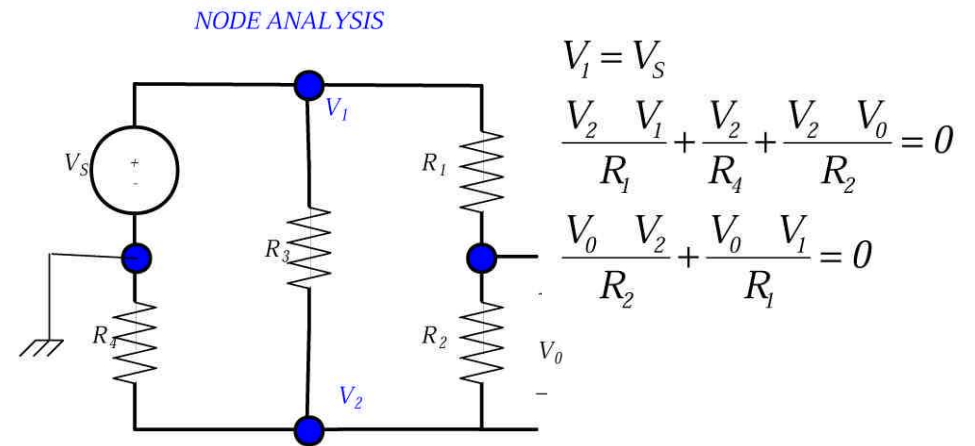
**2.  $T(\alpha u) = \alpha Tu, \forall \alpha, \forall u$  homogeneidade**



$$V_S + R_3(I_1 - I_2) + R_4 I_1 = 0$$

$$R_3(I_2 - I_1) + (R_1 + R_2)I_2 = 0$$

$$V_0 = R_2 I_2$$

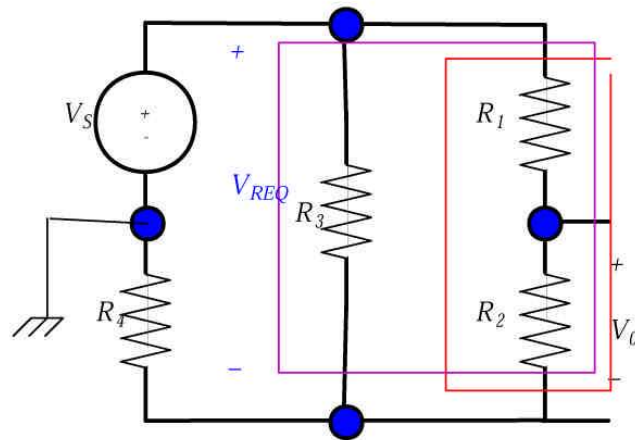


$$V_1 = V_S$$

$$\frac{V_2 - V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_4} + \frac{V_2 - V_0}{R_2} = 0$$

$$\frac{V_0 - V_2}{R_2} + \frac{V_0 - V_1}{R_1} = 0$$

#### COMBINATION SERIES/PARALLEL



$$R_{EQ} = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

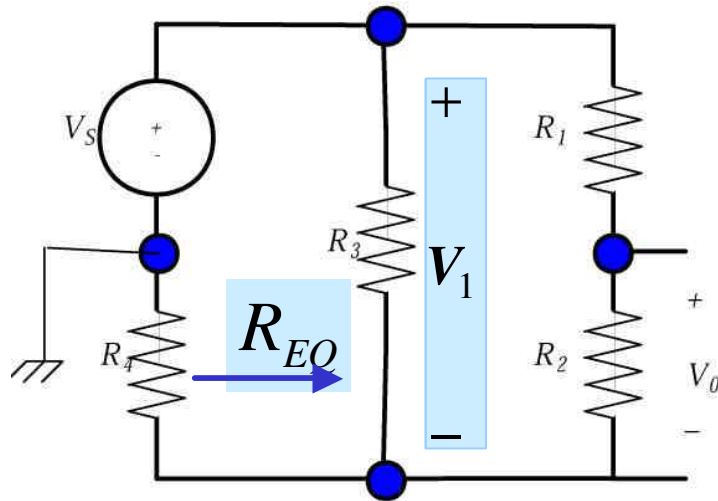
$$R_{EQ} = \parallel R_3, (R_1 + R_2) \parallel$$

$$V_{REQ} = \frac{R_{EQ}}{R_{EQ} + R_4} V_S$$

VOLTAGE DIVIDER

$$V_0 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} V_{REQ}$$

## USANDO A HOMOGENEIDADE



Assume that the answer is known. Can we Compute the input in a very easy way ?!!

If  $V_0$  is given then  $V_1$  can be computed using an inverse voltage divider.

$$V_1 = \frac{R_1 + R_2}{R_2} V_0$$

... And  $V_S$  using a second voltage divider

$$V_S = \frac{R_4 + R_{EQ}}{R_{EQ}} V_1 = \frac{R_4 + R_{EQ}}{R_{EQ}} \frac{R_1 + R_2}{R_2} V_0$$

Solve now for the variable  $V_0$

The procedure can be made entirely algorithmic

1. Give to  $V_0$  any arbitrary value (e.g.,  $V'_0 = 1$ )

2. Compute the resulting source value and call it  $V'_S$

3. Use linearity.  $V'_S \rightarrow V'_0 \Rightarrow kV'_S \rightarrow kV'_0, \forall k$

4. The given value of the source ( $V_S$ ) corresponds to

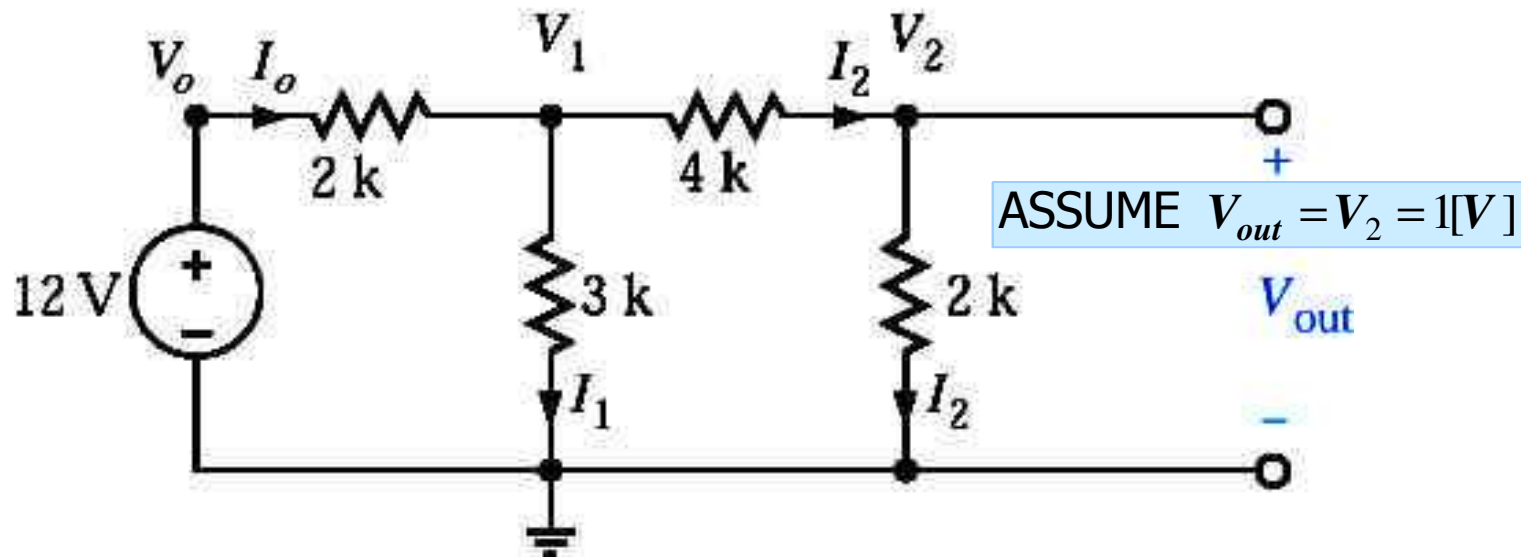
$$k = \frac{V_S}{V'_S}$$

Hence the desired output value is

$$V_0 = kV'_0 = \frac{V_S}{V'_S} V'_0$$

This is a nice little tool for special problems. Normally when there is only one source and when in our judgement solving the problem backwards is actually easier

## UTILIZEMOS A HOMOGENEIDADE



$$I_2 = \frac{V_2}{2k} = 0.5 \text{ mA}$$

$$V_1 = 4kI_2 + V_2 = 3 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{V_1}{3k} = 1 \text{ mA}$$

$$I_o = I_1 + I_2 = 1.5 \text{ mA}$$

$$V_o$$

$$V_o = 2kI_o + V_1 = 6 \text{ V}$$

NOW USE HOMOGENEITY

$$V_o = 6[V] \rightarrow V_{out} = 1[V]$$

$$V_o = 12[V] \rightarrow V_{out} = 2[V]$$



# **SOBREPOSIÇÃO DE FONTES**

É uma aplicação directa da linearidade.

**É útil quando o circuito tem poucas fontes.**

Exemplo c/ 2 fontes

Pela linearidade

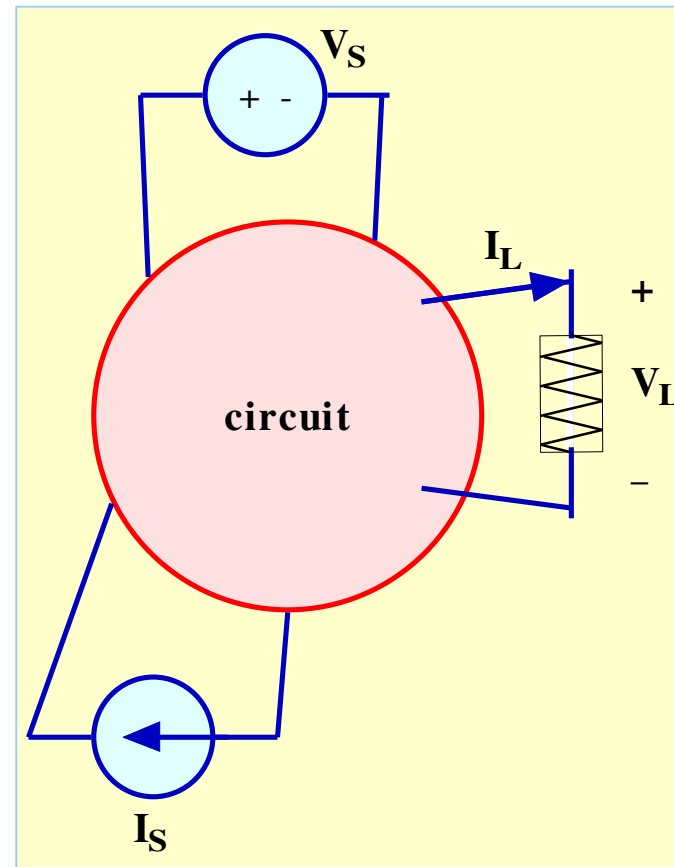
$$V_L = a_1 V_S + a_2 I_S$$

CONTRIBUTION BY  $V_S$

$V_L^1$

CONTRIBUTION BY  $I_S$

$V_L^2$



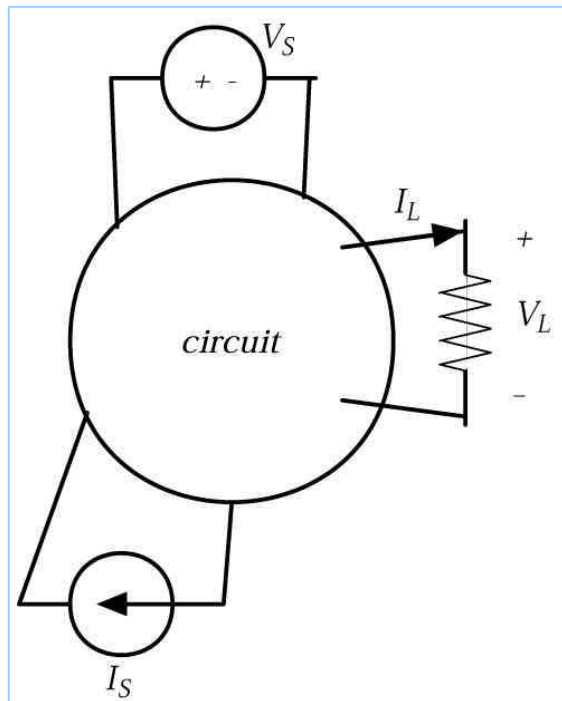
$V_L^1$

Pode ser calculada anulando a fonte de corrente

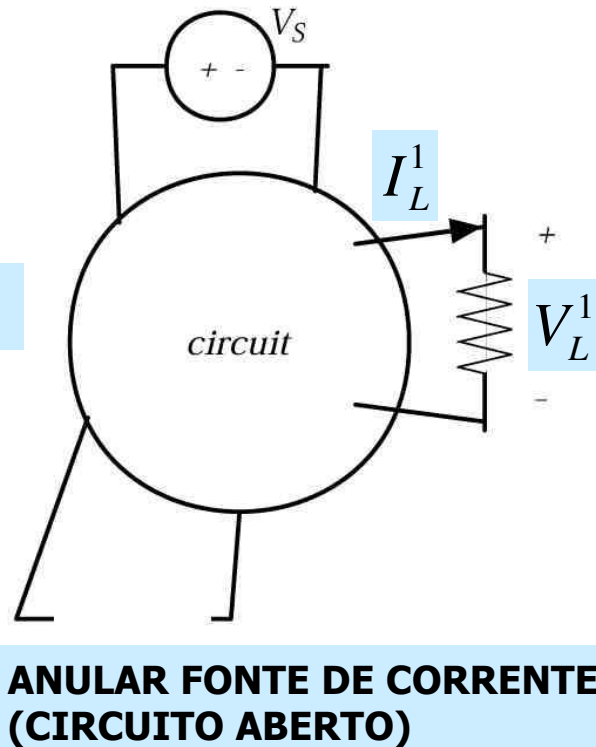
$V_L^2$

Pode ser calculada anulando a fonte de tensão

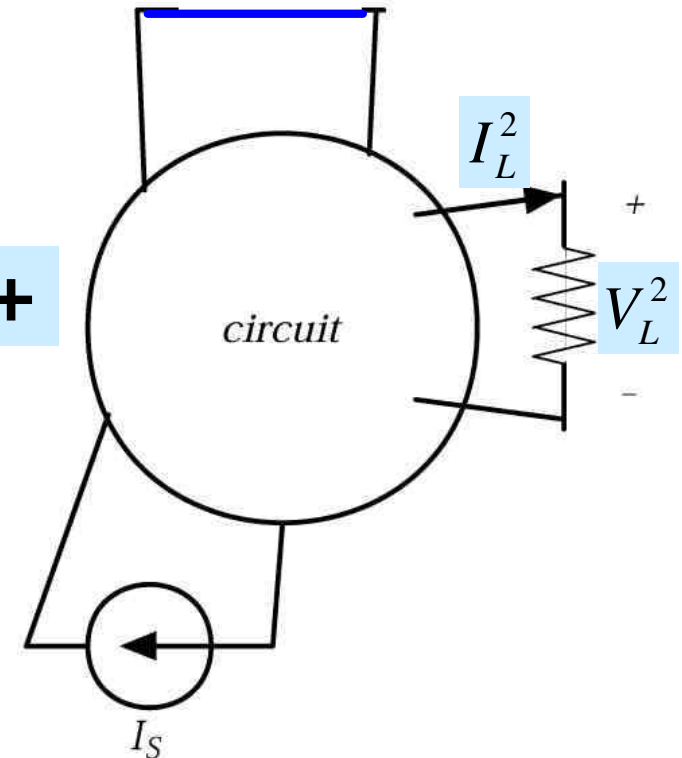
## SOBREPOSIÇÃO DE FONTES



=



+



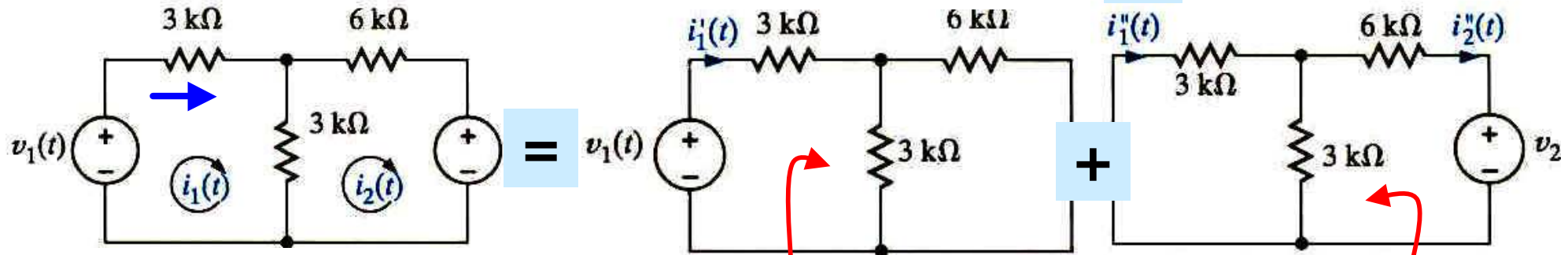
**PELA LINEARIDADE DO CIRCUITO DEVEMOS TER**

$$I_L = I_L^1 + I_L^2 \quad V_L = V_L^1 + V_L^2$$

**Princípio da sobreposição**

## EXEMPLO

PRETENDE-SE CALCULAR A CORRENTE  $i_1$



$$6ki_1(t) - 3ki_2(t) = v_1(t)$$

$$-3ki_1(t) + 9ki_2(t) = -v_2(t)$$

EQUAÇÕES DAS MALHAS

$$R_{eq} = 3 + 3 \parallel 6 [k]$$

$$i_1'(t) = \frac{v_1(t)}{3k + \frac{(3k)(6k)}{3k + 6k}}$$

$$= \frac{v_1(t)}{5k}$$

CONTRIBUIÇÃO DE  $v_1$

$$R_{eq} = 6 + (3 \parallel 3) [k]$$

$$i_2'' = \frac{v_2}{R_{eq}}$$

$$i_1''(t) = \frac{-2v_2(t)}{15k} \left( \frac{3k}{3k + 3k} \right)$$

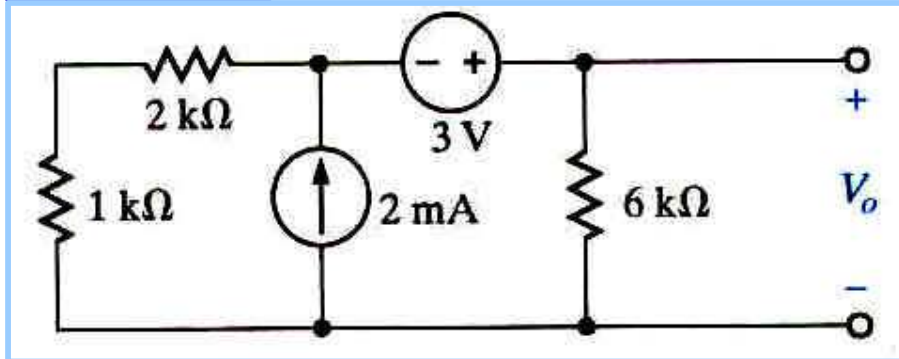
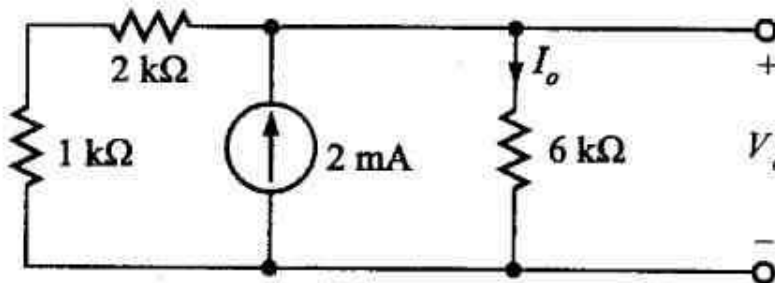
$$= \frac{-v_2(t)}{15k}$$

CONTRIBUIÇÃO DE  $v_2$

CONHECIDOS OS CIRCUITOS PARCIAIS

DEVERÃO SER RESOLVIDOS COM EFICIÊNCIA, OUSEJA:

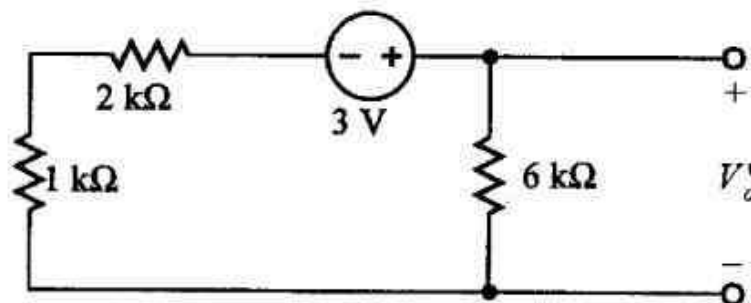
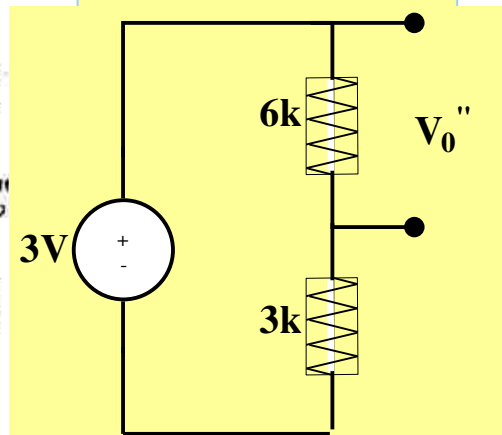
SABER MUITO BEM ASSOCIAR RESISTÊNCIAS ....☺

**EXEMPLO****CALCULE  $V_0$  USANDO SOBREPOSIÇÃO DE FONTES****ANULAR FONTE DE TENSÃO**

$$I_o = (2 \times 10^{-3}) \left( \frac{1k + 2k}{1k + 2k + 6k} \right)$$

**Divisor de corrente**

$$V'_0 = I_o(6k) = 4 \text{ V}$$

**Lei Ohm****Anular fonte de corrente****Divisor de tensão**

$$V''_0 = 3 \left( \frac{3k}{6k + 3k} \right) = 2[V]$$

$$V_0 = V'_0 + V''_0 = 6[V]$$

## SUMÁRIO

1. Num circuito com múltiplas fontes independentes, cada fonte é aplicada independentemente anulando as outras fontes
2. Para anular uma fonte independente de tensão substituímo-la por um curto circuito e para anular uma de corrente por um circuito aberto.
3. Aplicar todas as técnicas e leis aprendidas (kvl,kcl,divisores V el, nós, malhas) para calcular a variável de interesse.
4. Somar **ALGEBRICAMENTE** as contribuições de cada fonte para obter a solução final.

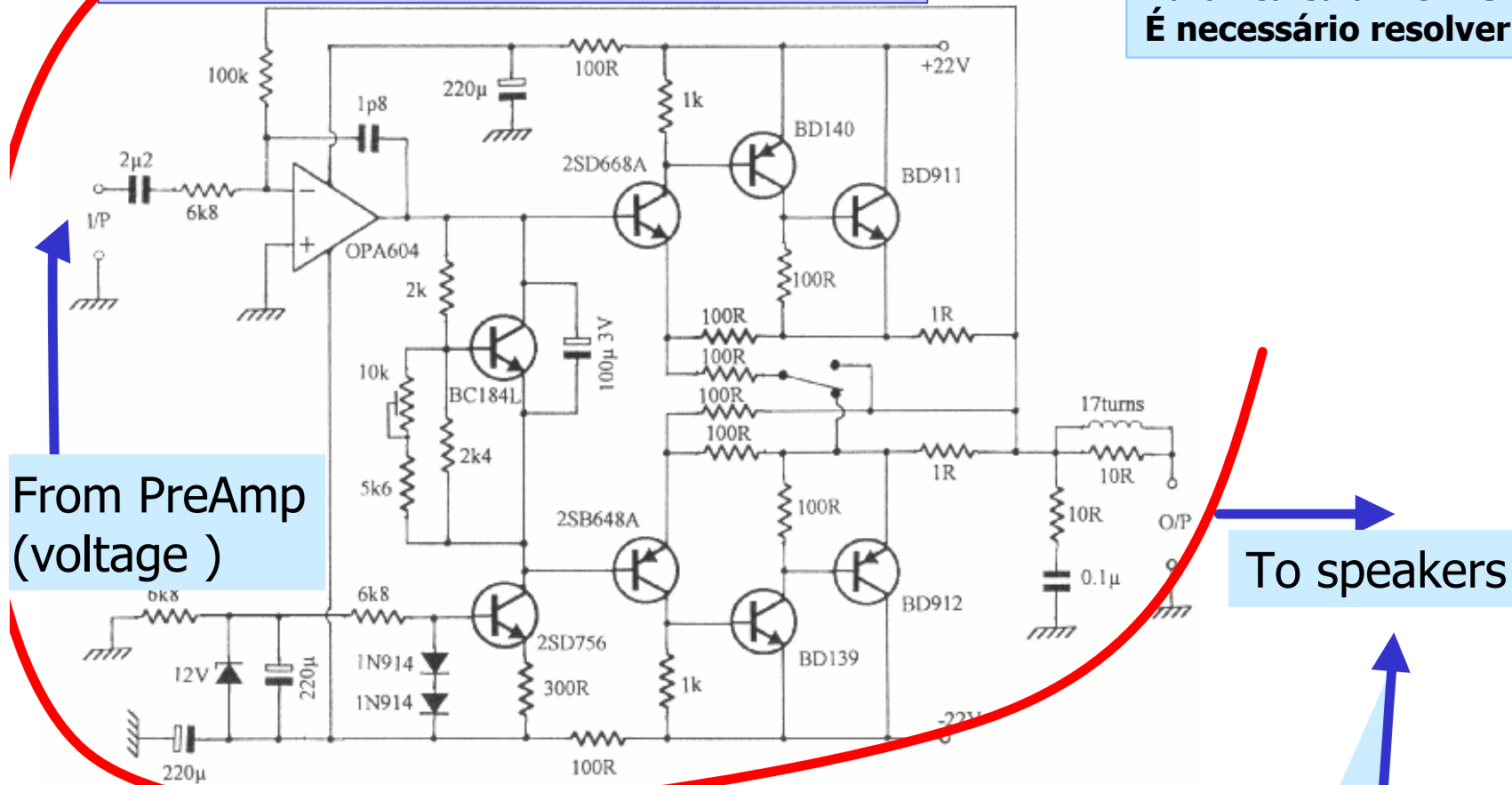
# TEOREMAS DE THEVENIN E NORTON

UM DOS RESULTADOS MAIS  
IMPORTANTE NA ANÁLISE DE  
CIRCUITOS.

Permite esconder a complexidade  
recorrendo a uma “síntese” de um  
circuito.

## Low distortion audio power amplifier

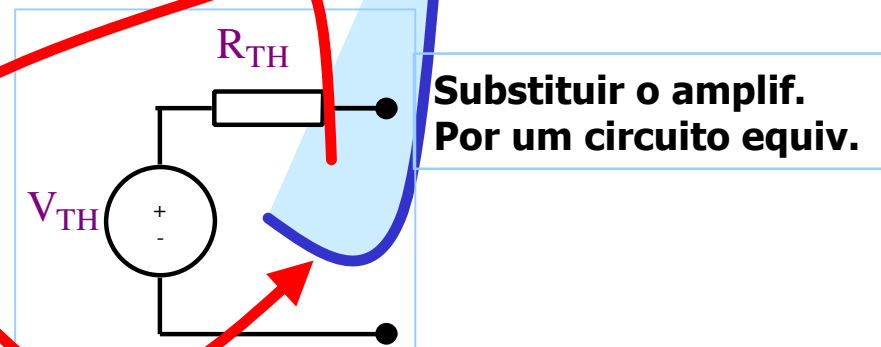
Para "calcular" o melhor altifalante  
É necessário resolver o circuito.



Courtesy of M.J. Renardson

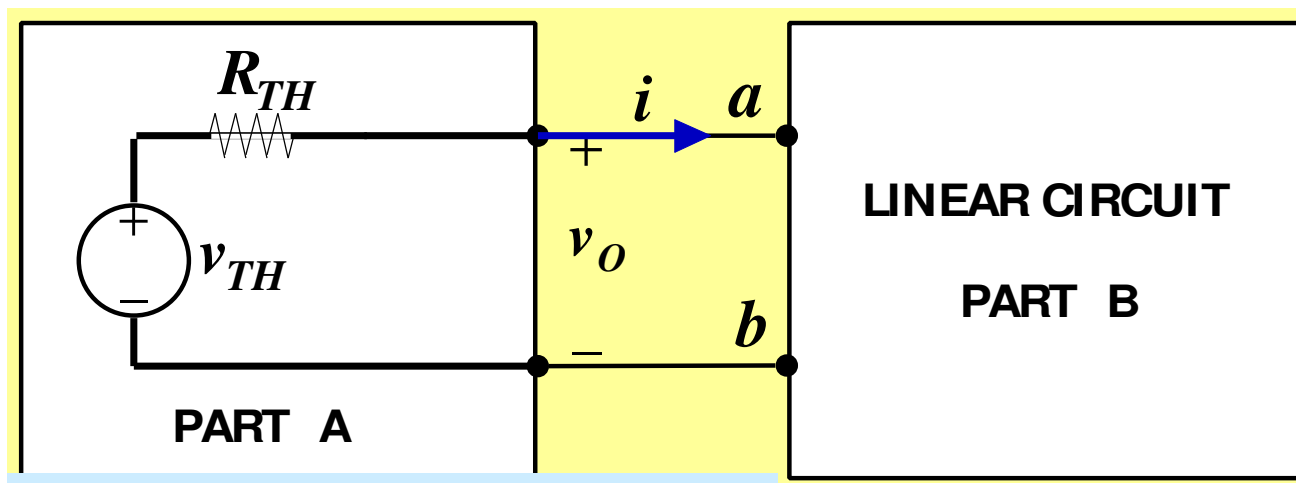
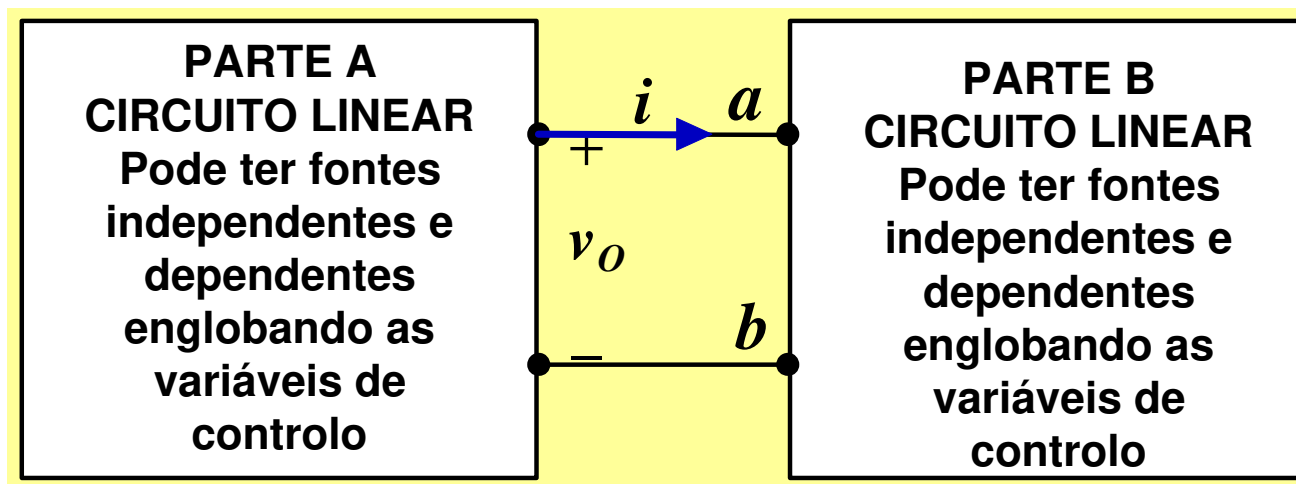
<http://angelfire.com/ab3/mjramp/index.html>

Para ajustar os speakers ao amplificador  
É muito mais simples se utilizar o modelo  
simplificado!





# TEOREMA DE EQUIVALÊNCIA DE THEVENIN



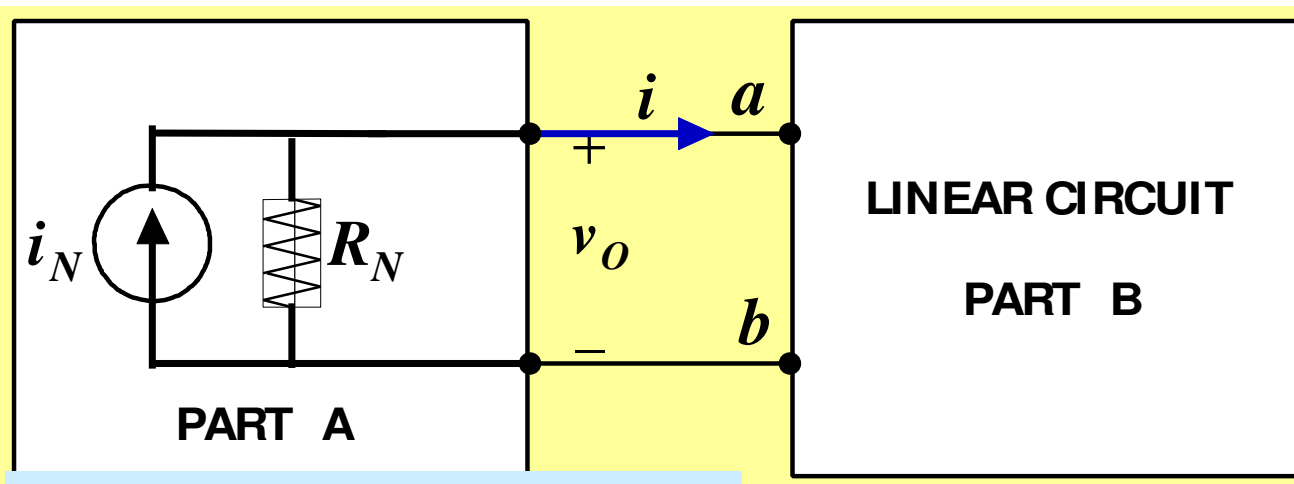
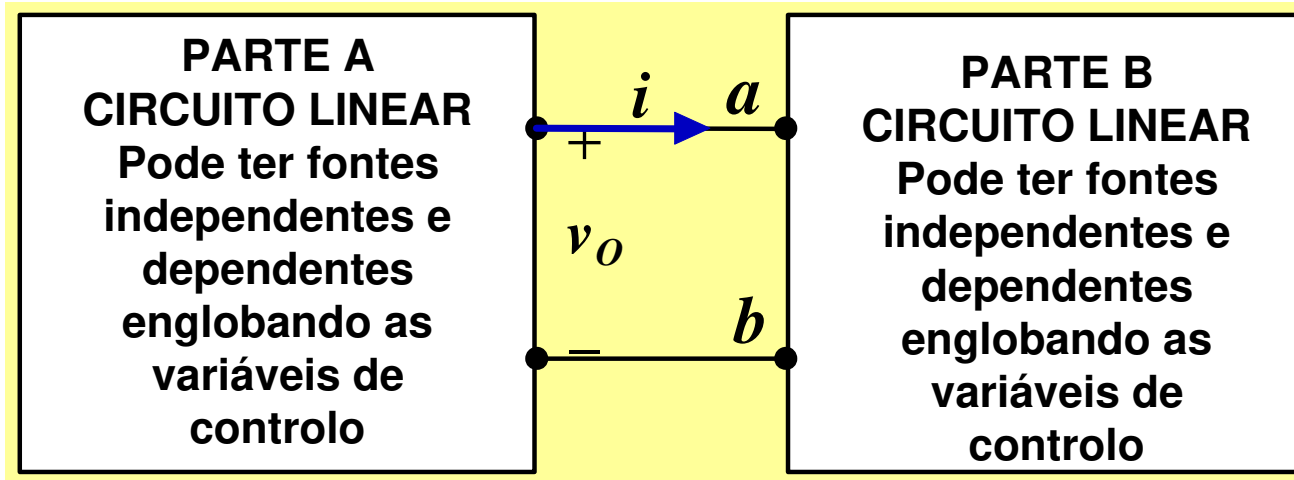
**Circuito equivalente de Thevenin**

**Para a PARTE A**

$v_{TH}$  Fonte equivalente de Thevenin

$R_{TH}$  Resistencia equivalente de Thevenin

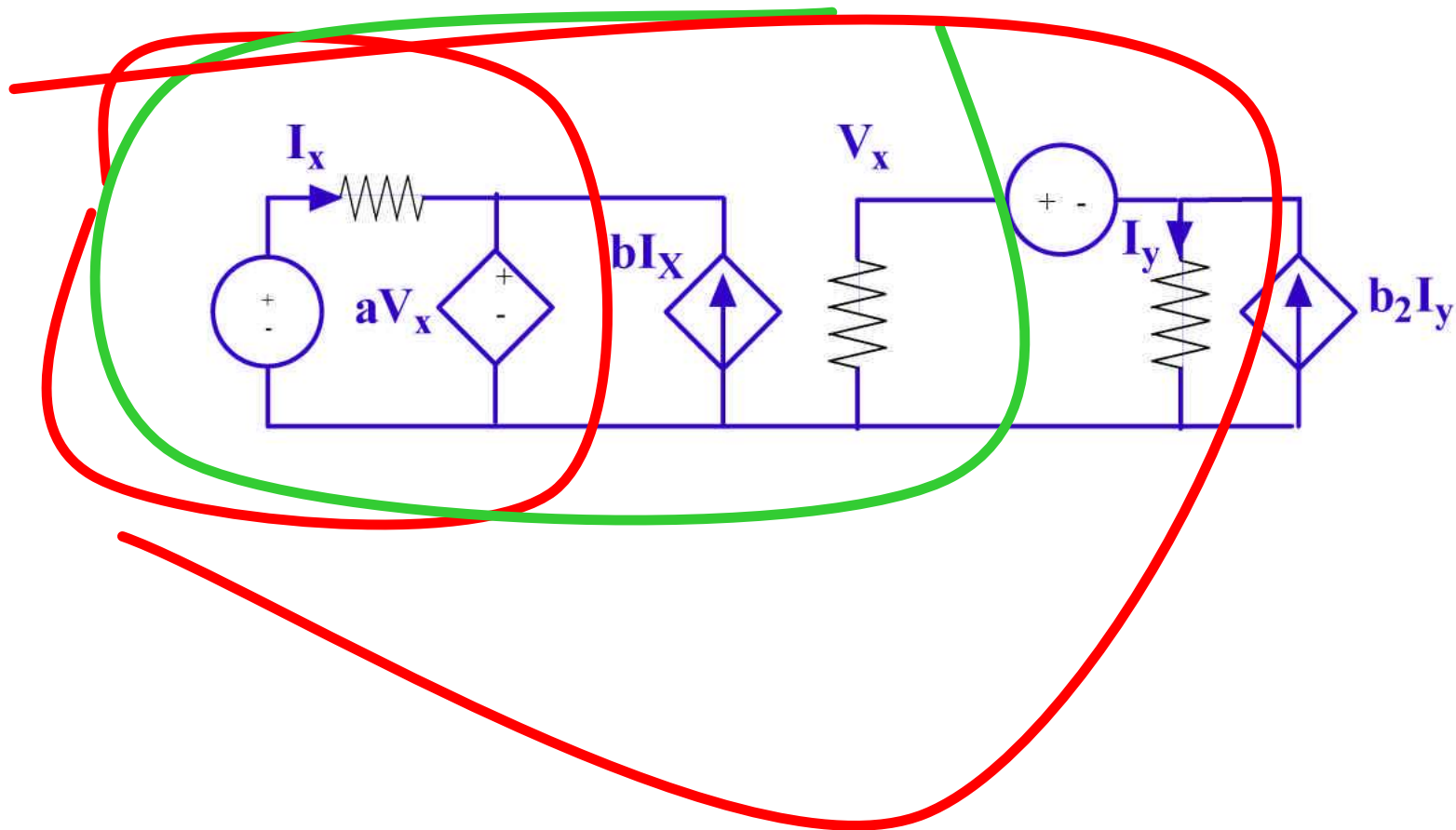
# TEOREMA DA EQUIVALÊNCIA NORTON



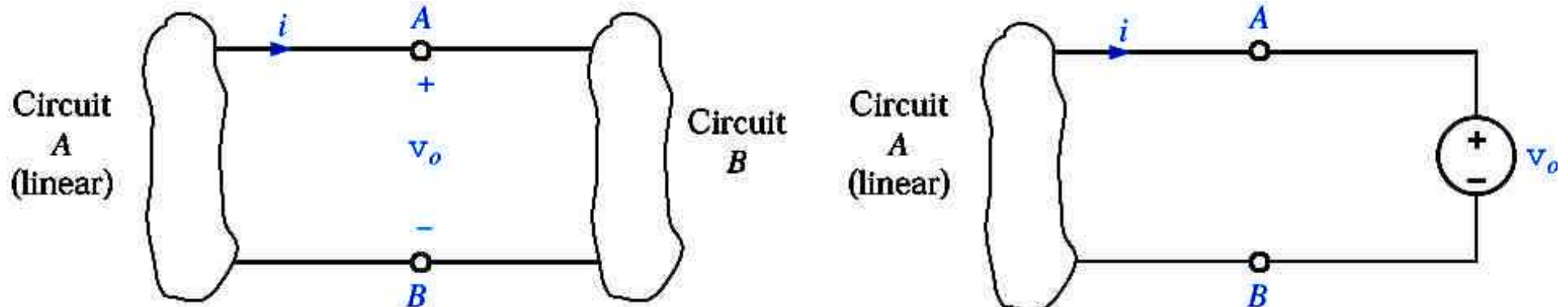
**Circuito Equivalente de Norton  
Para a PARTE A**

$i_N$  Fonte equivalente de Norton  
 $R_N$  Resistencia Equivalente de Norton

## Exemplos de Partições Válidas e Inválidas

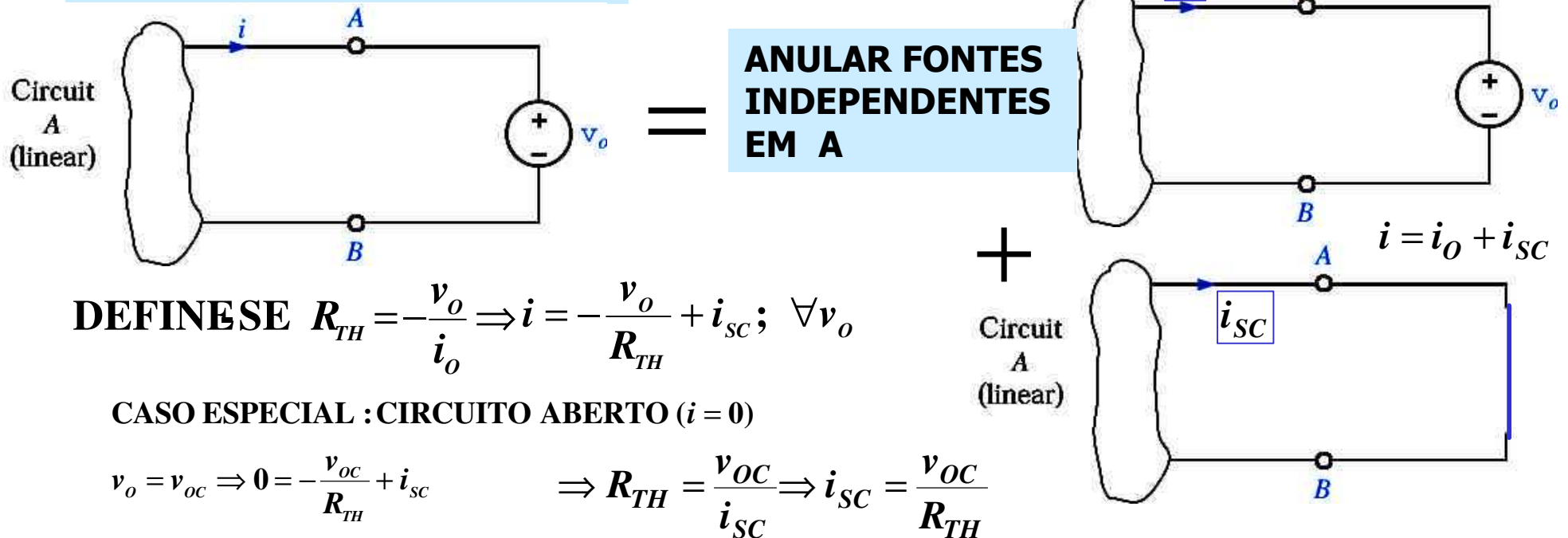


## COMO ??? - version 1



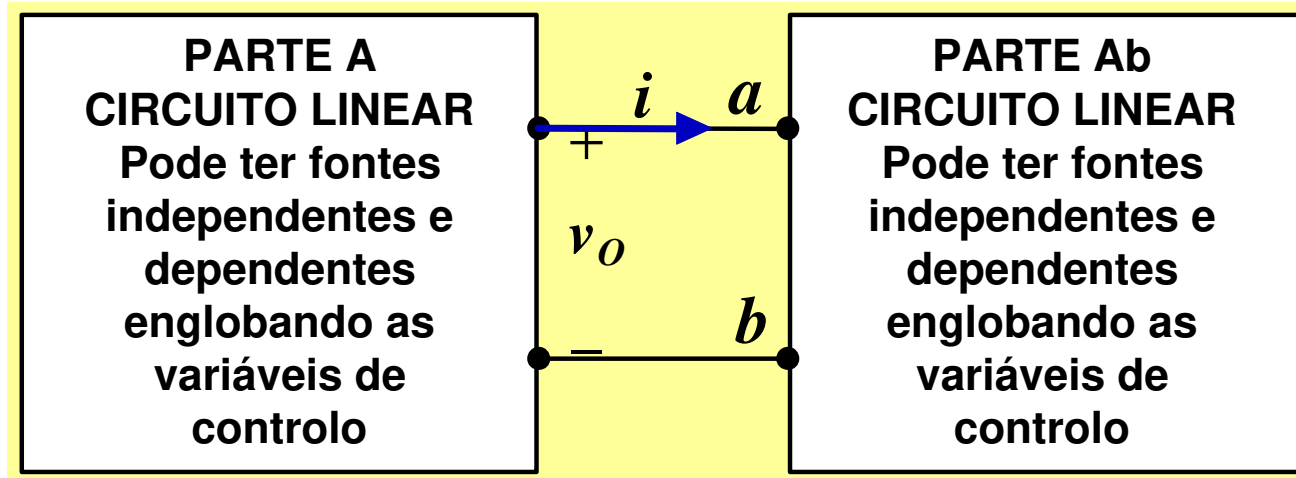
Se o circuito A não é alterado a corrente é a mesma qualquer que seja  $V_o$

## TEOREMA DA SOBREPOSIÇÃO



**COMO SE INTERPRETA O RESULTADO ?**

## OUTLINE OF PROOF - version 2



1. POR SEREM CIRCUITOS LINEARES, QUALQUER QUE SEJA A FORMA DO CIRCTUI B,  $v_o$  E  $i$  RELACIONAM-SE POR:

$$v_o = m * i + n$$

2. O resultado é verdadeiro para qualquer circ. B que se imagine

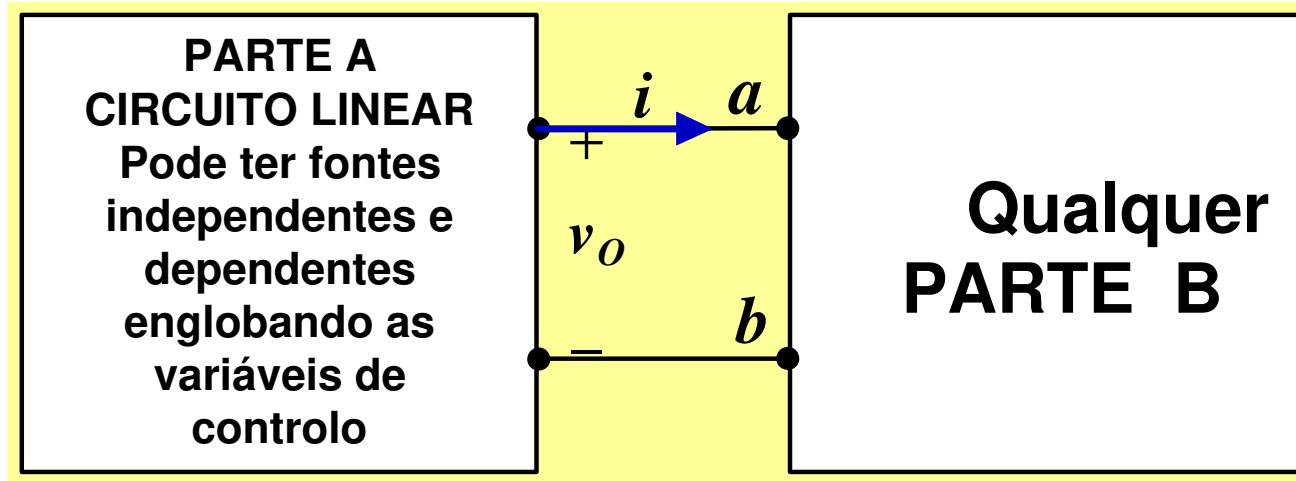
3. SE B for um circuito aberto, então  $i=0$  , e  $n = v_{oc}$

4. Se B for um curto-circuito,  $v_o=0$ . Então ...

$$0 = m * i_{sc} + v_{oc} \Rightarrow m = -\frac{v_{oc}}{i_{sc}} = -R_{TH}$$

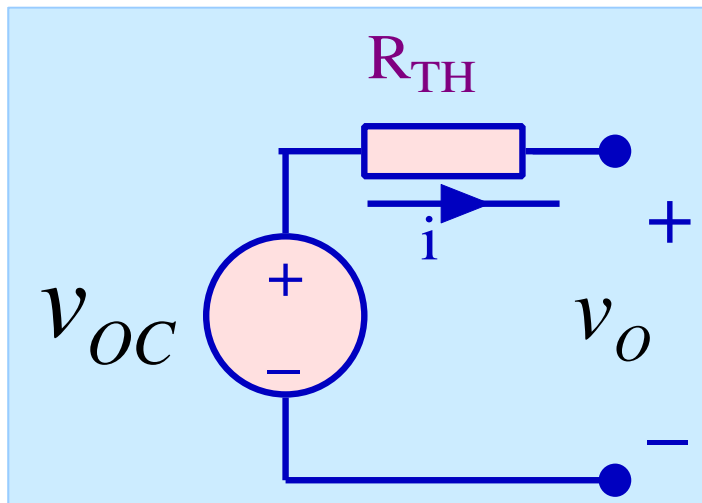
$$v_o = -R_{TH} i + v_{oc}$$

## EQUIVALENTE DE THEVENIN



$$v_O = -R_{TH}i + v_{OC}$$

Qualquer que seja o circuito B



EQUIVALENTE DE THEVENIN PARA A PARTE A DO CIRCUITO

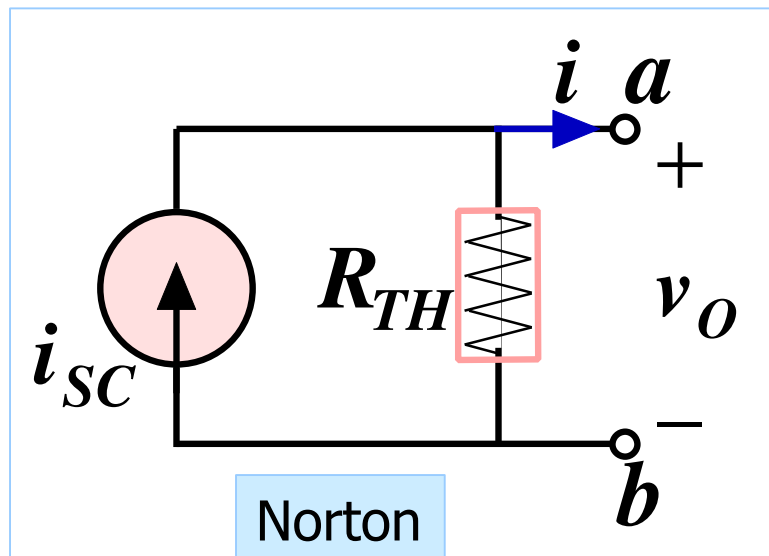
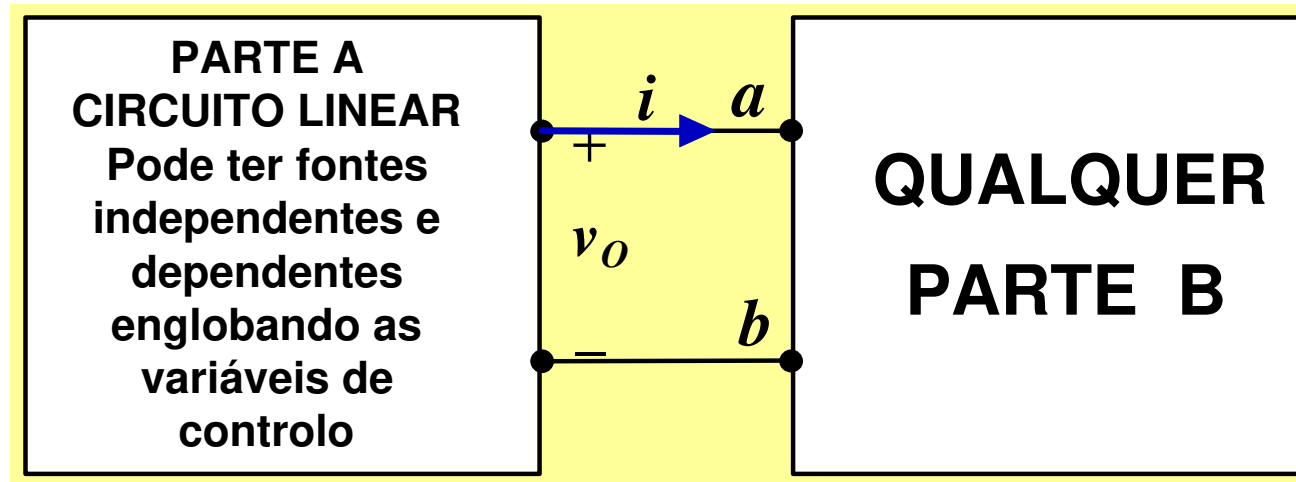
A fonte de tensão chama-se FONTE EQUIVALENTE DE THEVENIN

A resistência chama-se a RESISTÊNCIA EQUIVALENTE DE THEVENIN

# Equivalente Norton

$$v_O = v_{OC} - R_{TH}i \Rightarrow i = \frac{v_{OC}}{R_{TH}} - \frac{v_O}{R_{TH}}$$

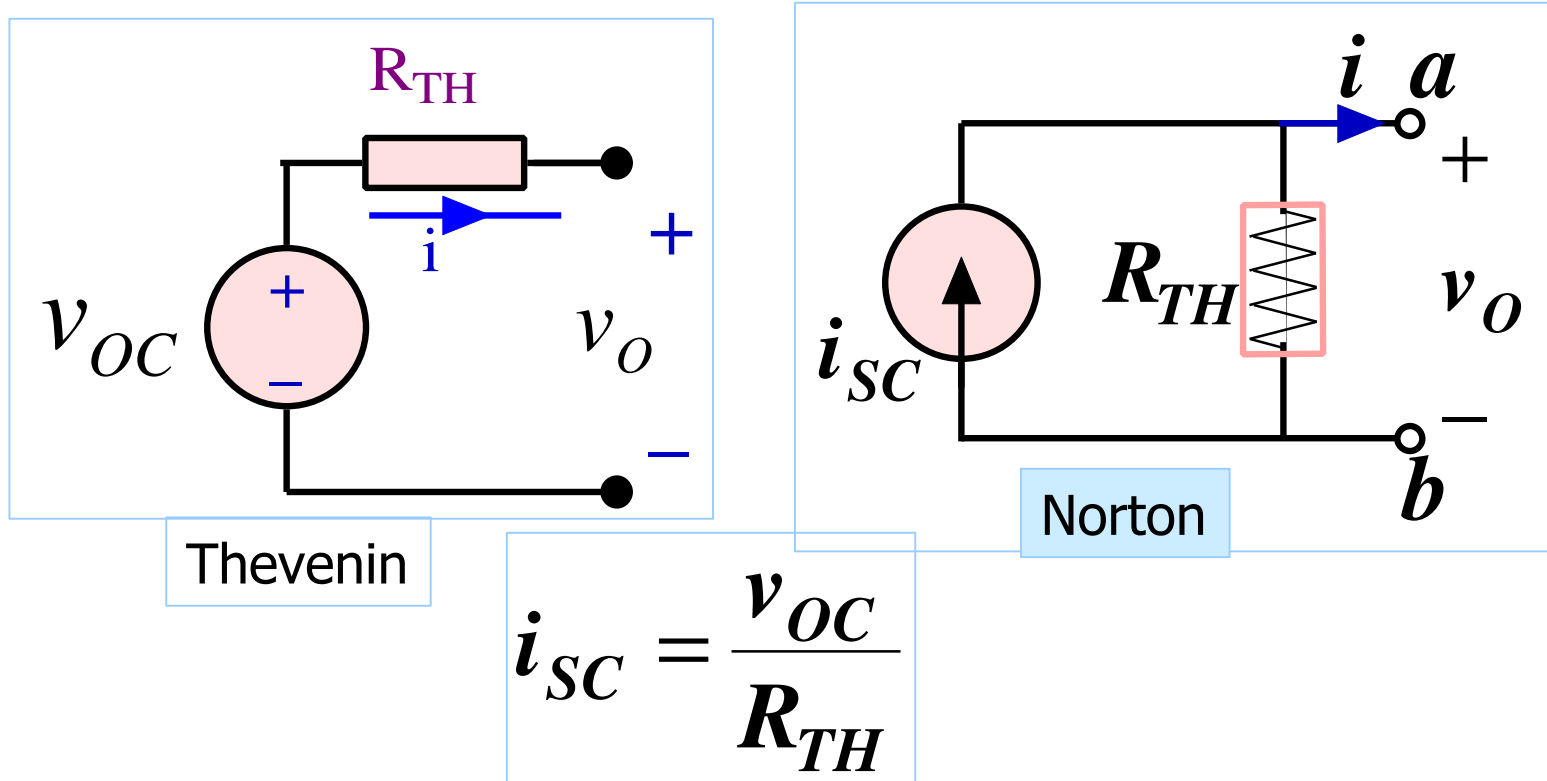
$$\frac{v_{OC}}{R_{TH}} = i_{SC}$$



**Equivalente de Norton**  
**Representação para o circ. A**

$i_{SC}$  Fonte equivalente de Norton

## OUTRO PONTO DE VISTA SOBRE OS TEOREMAS THEVENIN E NORTON

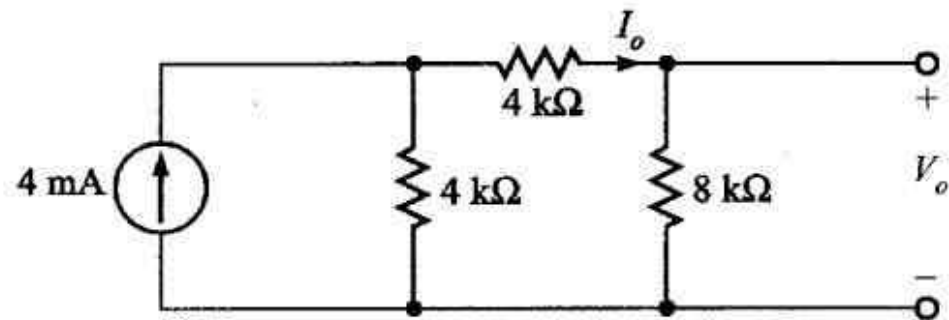
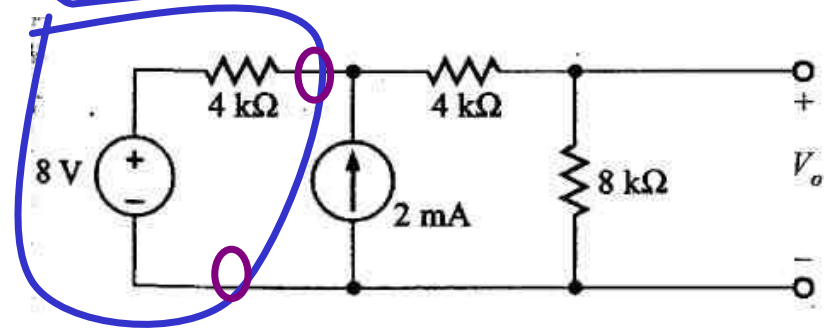
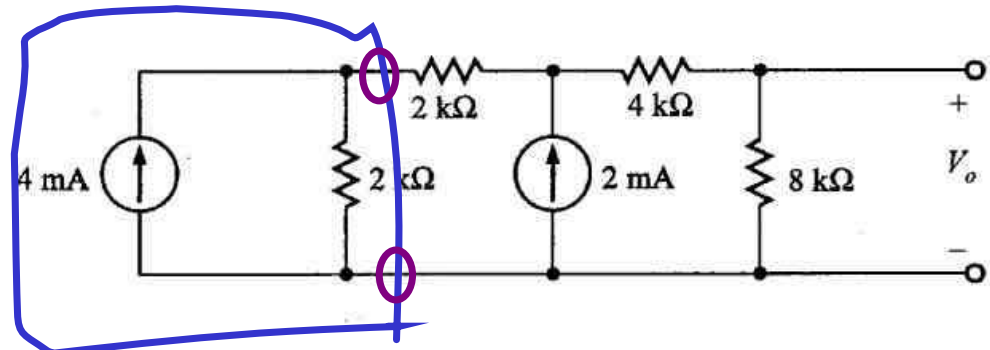
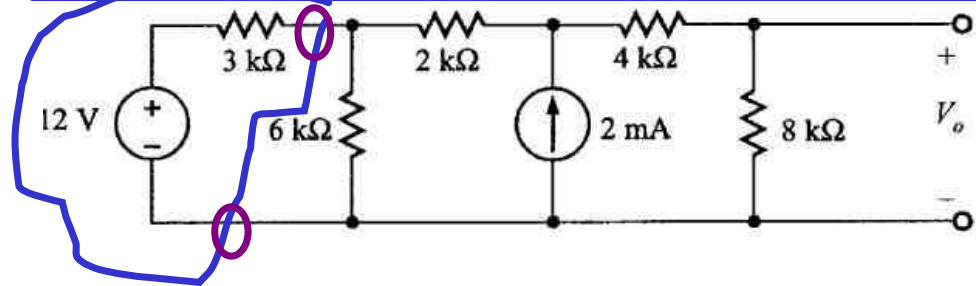


A equivalência pode ser vista como um modo de transformar fontes: Uma fonte de tensão em série com uma resistência, numa fonte de corrente com uma resistência em paralelo

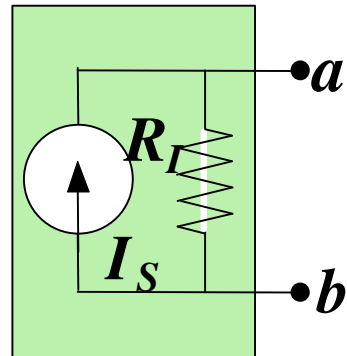
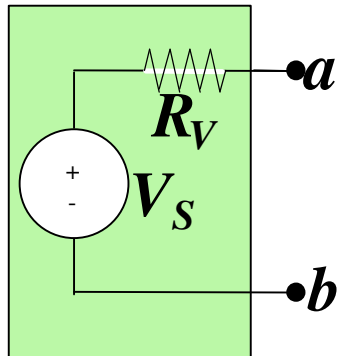
**Equivalentes são ferramentas importantes para reduzir complexidade**



**EXEMPLO: RESOLUÇÃO UTILIZANDO TRANSF. FONTES**



## RESUMO: TRANSF. DE FONTES



OS MODELOS SÃO EQUIVALENTES QUANDO:

$$R_v = R_I = R$$

$$V_s = R I_s$$

# PROCEDIMENTO GERAL PARA DETERMINAR EQUIV. THEVENIN

$v_{TH}$  Tensão de circuito - aberto  
tensão em a - b retirando a parte B

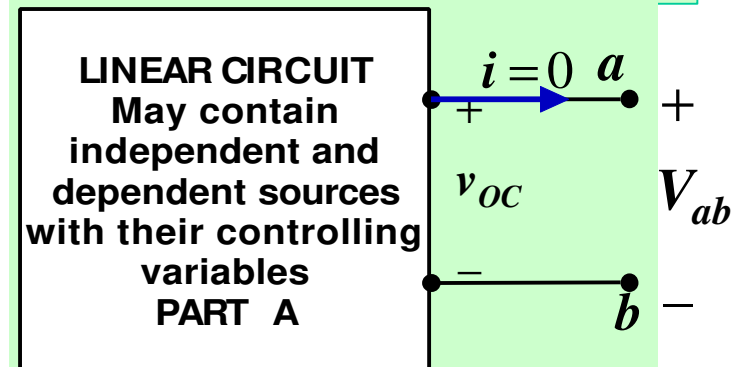
$i_{SC}$  Corrente de curto - circuito  
corrente em a - b quando se substitui B  
por um curto - circuito

$R_{TH} = \frac{v_{TH}}{i_{SC}}$  Resistência equivalente de Thevenin

1. Determinar a  
Tensão de THEVENIN

Retirar a parte B  
e calcular a tensão  
CIRC. ABERTO  $V_{ab}$

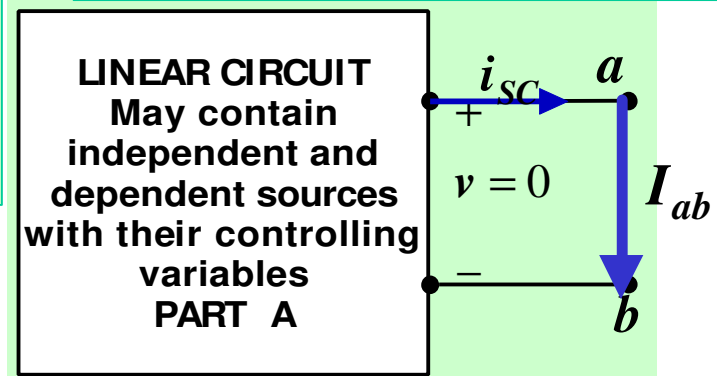
## UM CIRC. A RESOLVER



2. Determinar a  
CORRENTE DE  
CURTO-CIRCUITO

Retirar o circ B e calcular  
A CORRENTE DE CURTO  
CIRCUITO  $I_{ab}$

## OUTRO CIRC. A RESOLVER

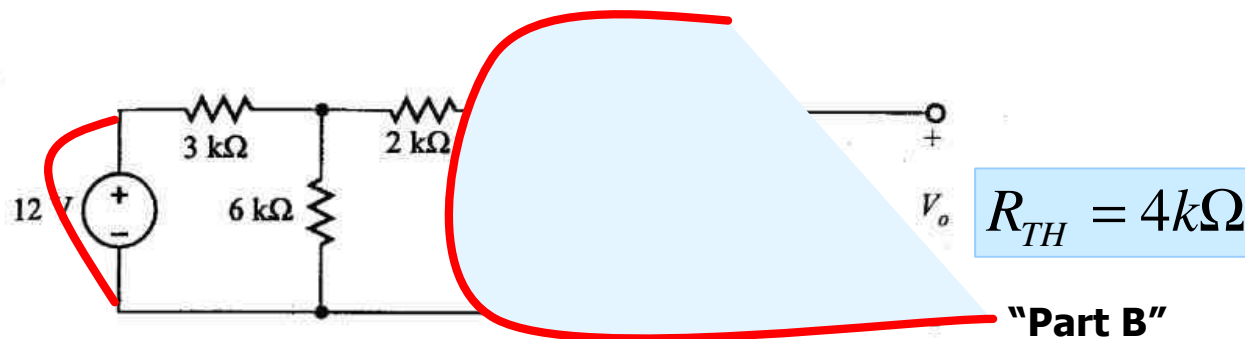
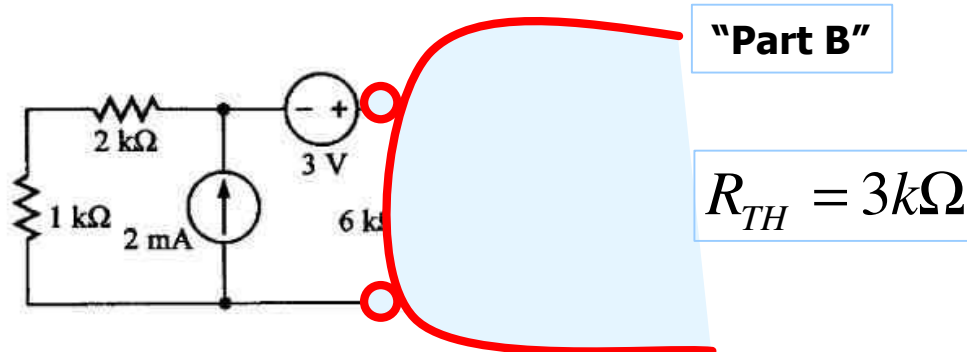
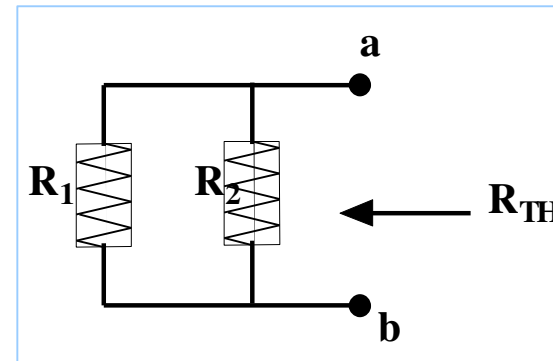
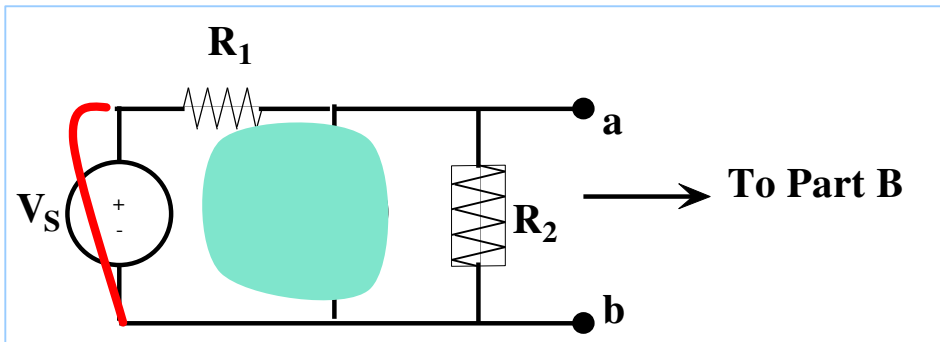


$$v_{TH} = v_{OC}, R_{TH} = \frac{v_{OC}}{i_{SC}}$$

# EQUIVALENTE DE THEVENIN , SÓ COM FONTES INDEPENDENTES

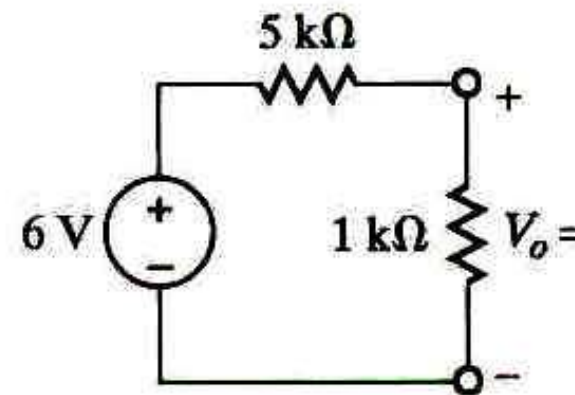
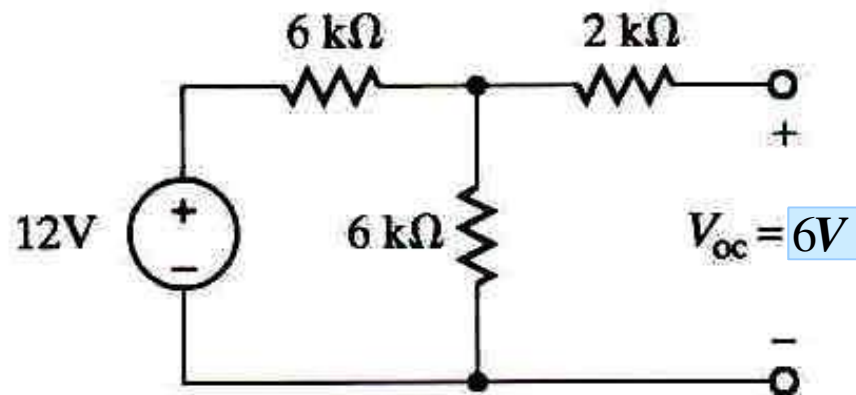
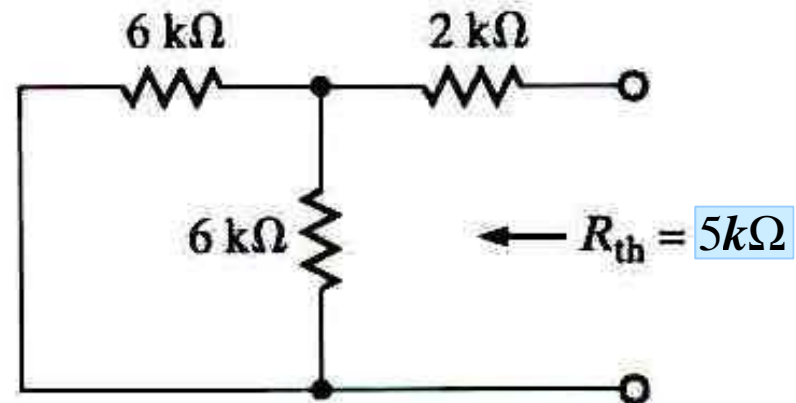
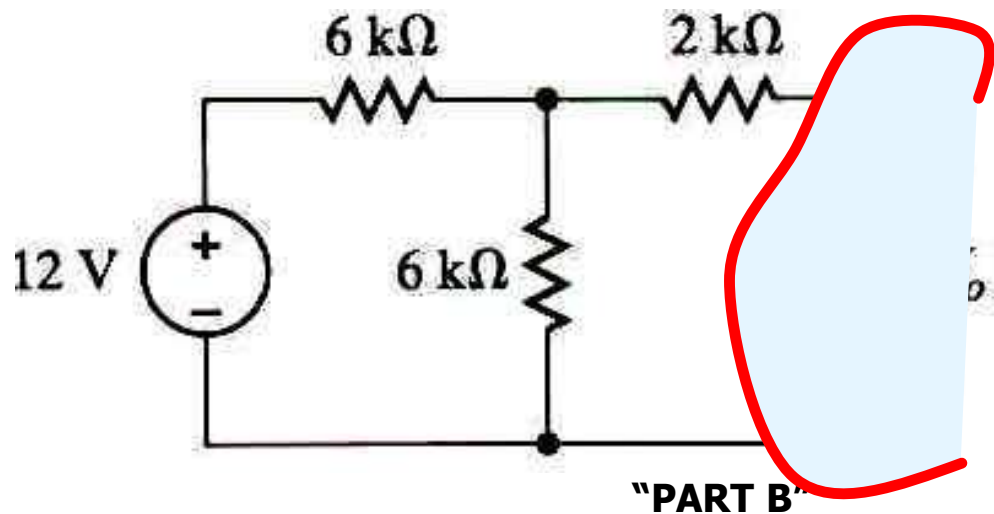
$V_{th} = V$  CIRCUITO ABERTO

RESISTÊNCIA DE THEVENIN É A RESISTÊNCIA EM a-b ANULANDO TODAS AS FONTES .....



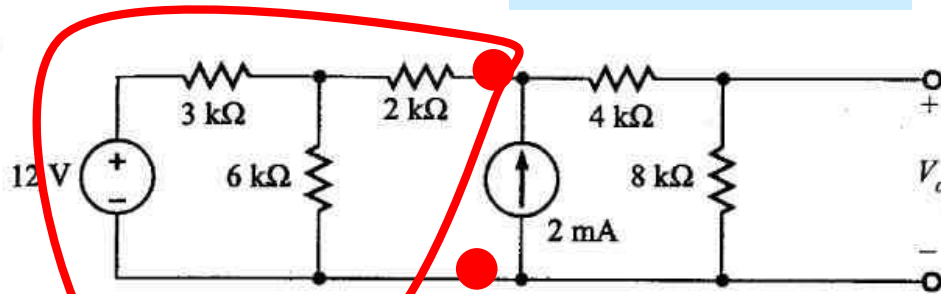
Find  $V_o$  in the following network using Thévenin's theorem.

# LEARNING BY DOING



$$V_o = \frac{1k}{1k + 5k} (6V) = 1[V]$$

## DETERMINAR $V_o$

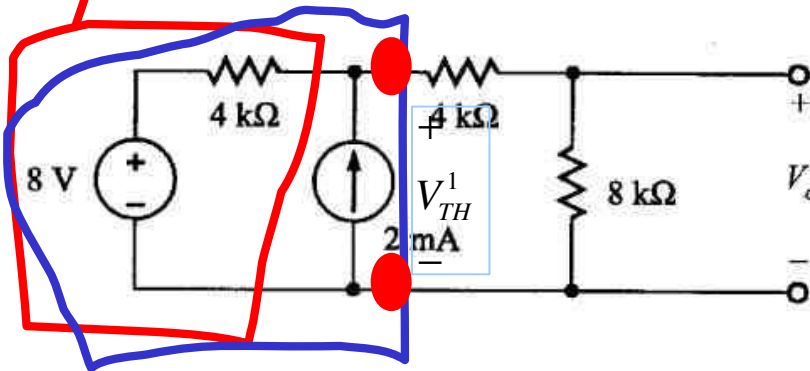


$$R_{TH} = 4k\Omega$$

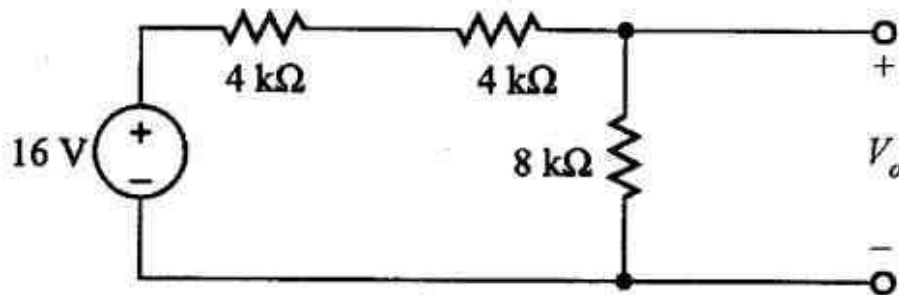
$$V_{TH} = \frac{6}{3+6} 12[V] = 8[V]$$

**VOC – UTILIZA-SE KVL**

$$V_{TH}^1 = 4k * 2mA + 8V = 16V$$



$$R_{TH}^1 = 4k\Omega$$



$$V_o = \frac{8}{8+8} 16[V] = 8V$$

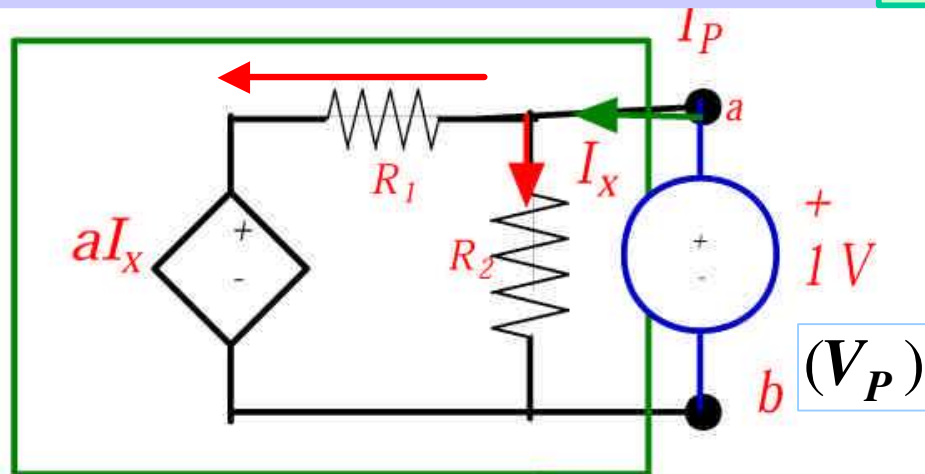
## **CIRCUITOS SÓ COM FONTES DEPENDENTES**

**Só tem resistência equivalente !!!**

**Só que ...  $i_{sc}=0$ ,  $v_{oc}=0 \Rightarrow R_{th}$  é indeterminado.**

**CIRC. SÓ COM FONTES DEPENDENTES  
UTILIZA-SE TENSÃO DE "TESTE"...**

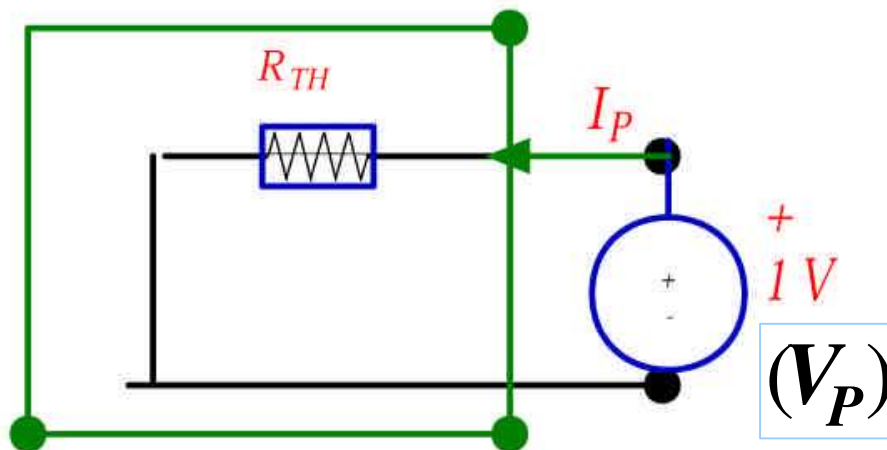
**...E CALCULA-SE A CORRENTE FORNECIDA AO  
CIRCUITO**



$$I_P = I_X + \frac{V_P - aI_X}{R_1}$$

$$I_X = \frac{V_P}{R_2}$$

$$I_P = \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} - \frac{a}{R_1 R_2} \right) V_P$$



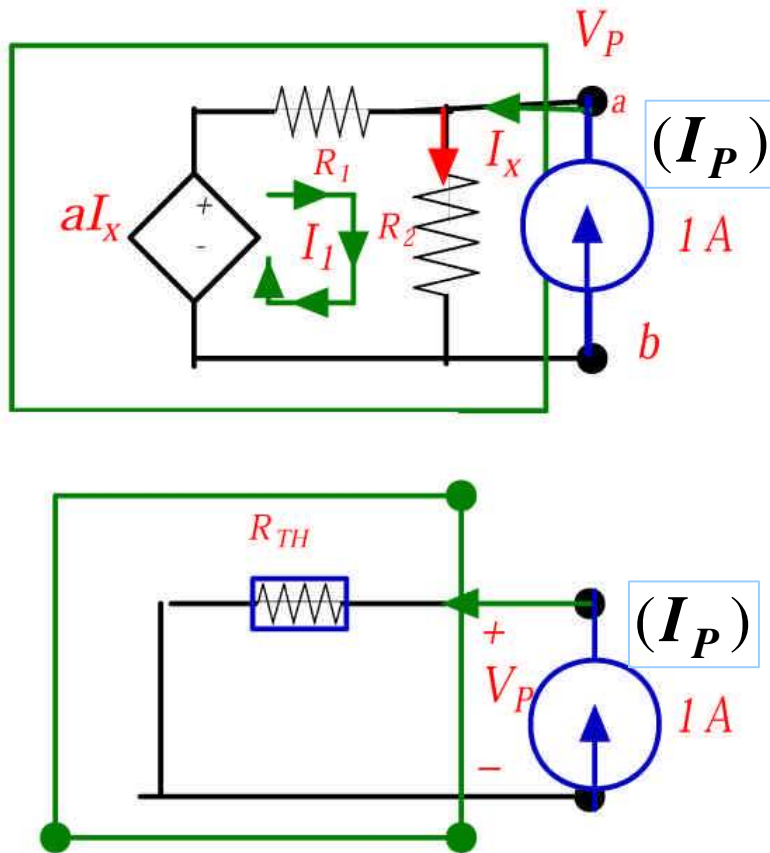
$$R_{TH} = \frac{V_P}{I_P}$$

$$R_{TH} = \frac{V_P}{\left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} - \frac{a}{R_1 R_2} \right) V_P}$$

**O valor da fonte de teste é irrelevante.  
Por exemplo 1V .**



## USANDO FONTE AUXILIAR DE CORRENTE



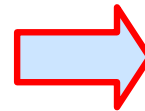
## É NECESSÁRIO CALC. TENSÃO NÓ $V_P$

**KCL**

$$\frac{V_P}{R_2} + \frac{V_P - aI_x}{R_1} - I_P = 0$$

$$I_x = \frac{V_P}{R_2}$$

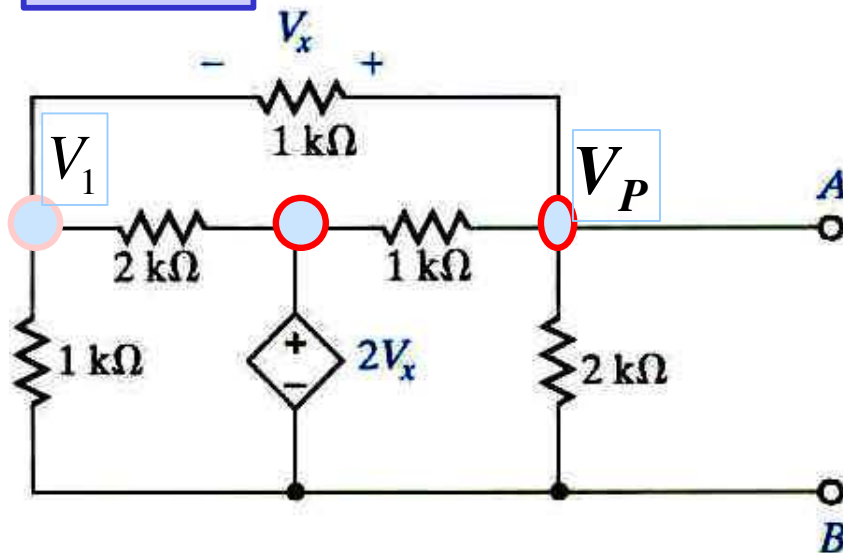
$$\left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} - \frac{a}{R_1 R_2} \right) V_P = I_P$$



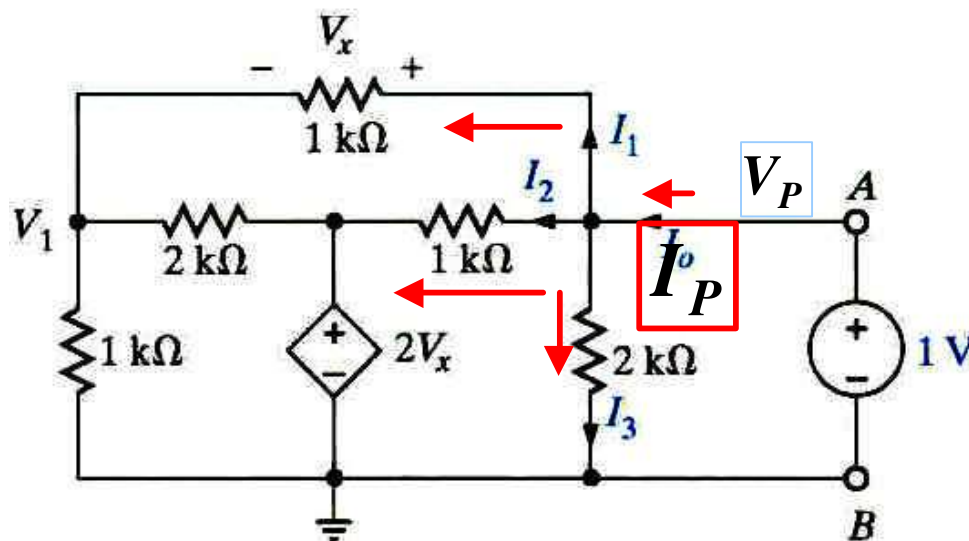
$$R_{TH} = \frac{V_P}{I_P}$$

**O valor da corrente de teste também é irrelevante**

### Exemplo



**Pomos uma fonte de corrente ou de tensão?**  
**Usando o método dos nós só ha um nó!!!!!!**

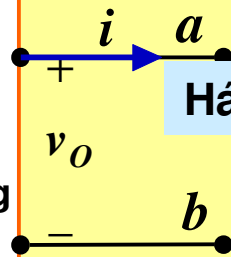


$$R_{TH} = \frac{V_P}{I_P} = \frac{14}{15} k\Omega$$

# Equivalente de Thevenin

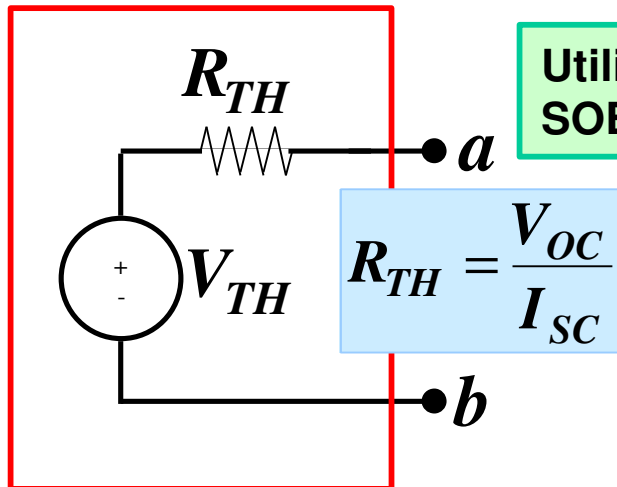
## circuitos com fontes dependentes e independentes

**LINEAR CIRCUIT**  
May contain  
independent and  
dependent sources  
with their controlling  
variables  
**PART A**



Há que calcular a corrente de c.c. e tensão c. a.

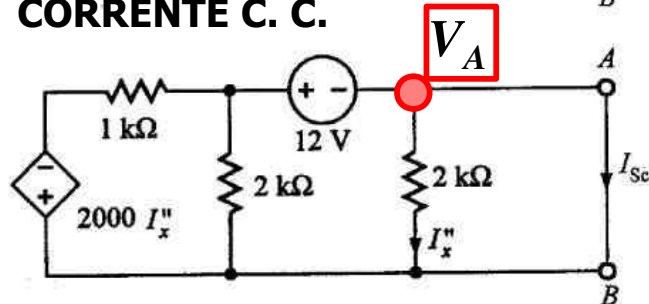
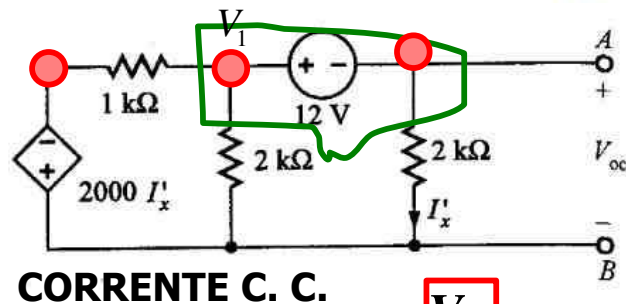
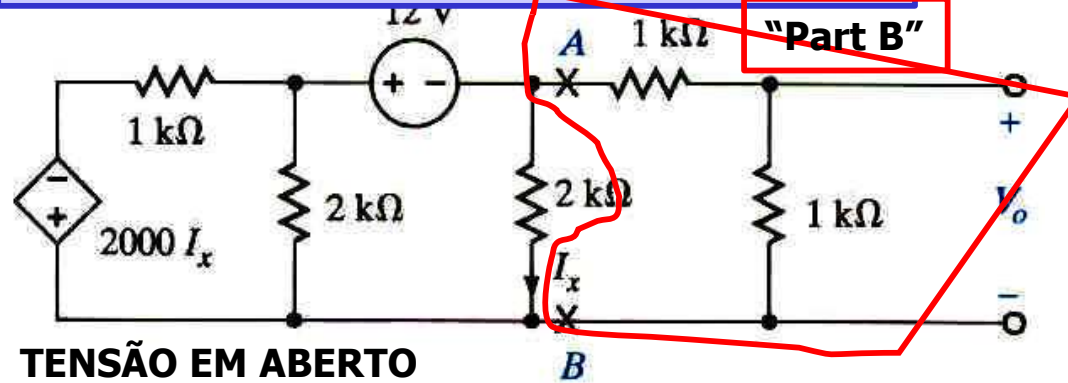
Para cada equivalente há que resolver 2 circuitos !!!



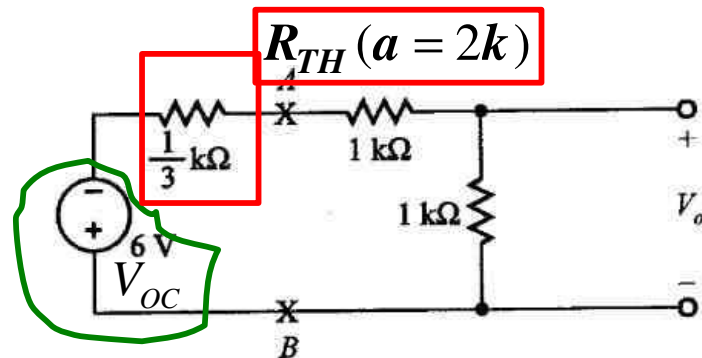
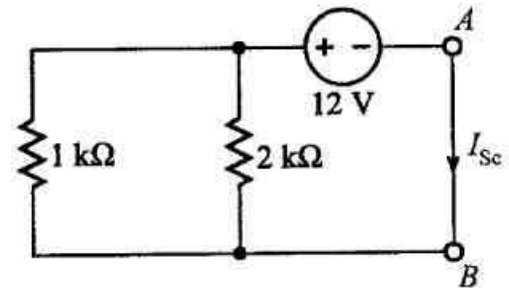
Utiliza-se a “artilharia” toda : KVL, KCL, NÓS, MALHAS, ASS. RES. SOBREPOSIÇÃO, HOMOGENEIDADE ... ETC

$$V_{TH} = V_{OC}$$

# EXAMPLE Use Thevenin to determine Vo



$$I''_X = \frac{V_A}{2k} = 0$$

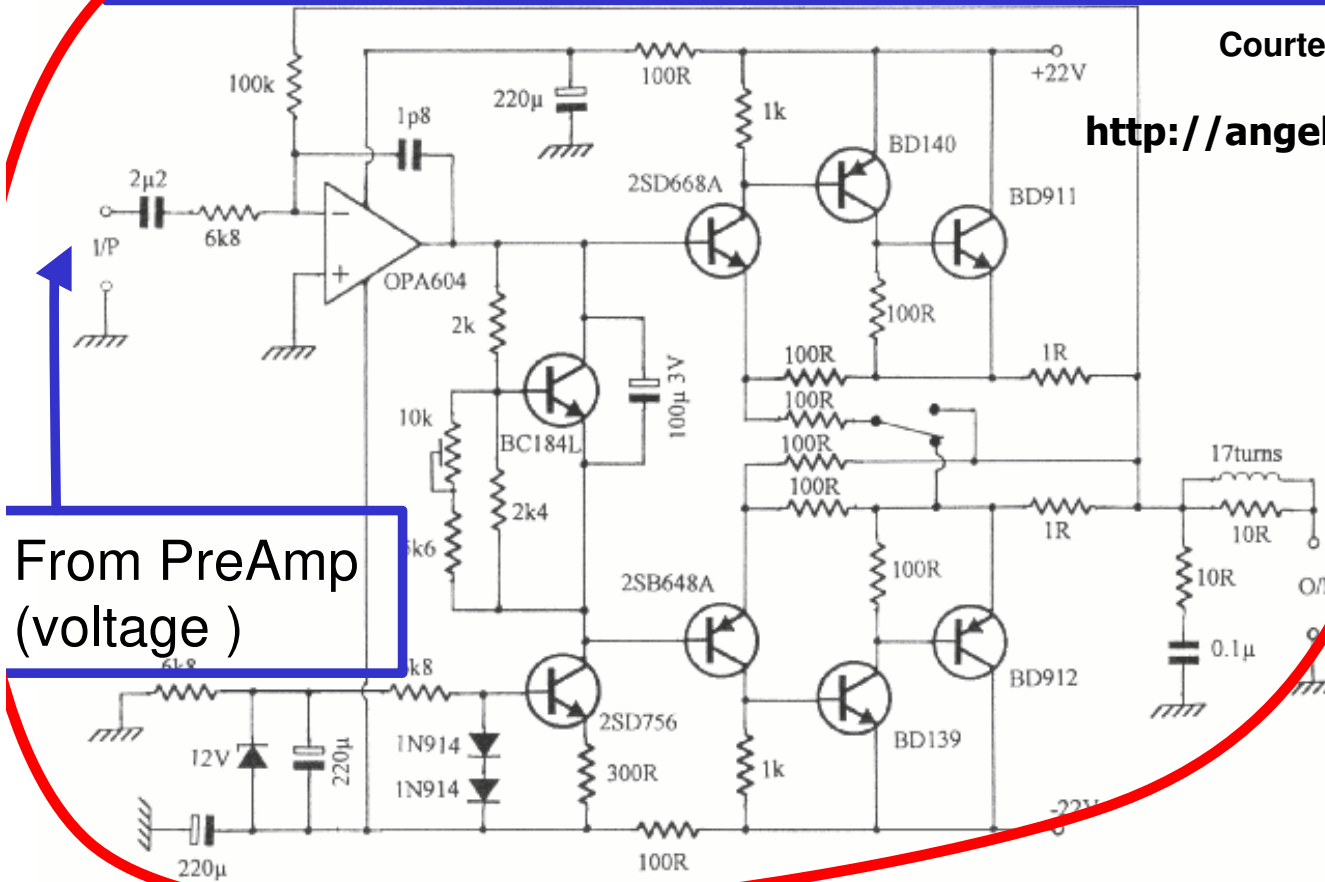


$$V_0 = \frac{1k}{1k + 1k + R_{TH}} V_{TH}$$

# MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA

Courtesy of M.J. Renardson

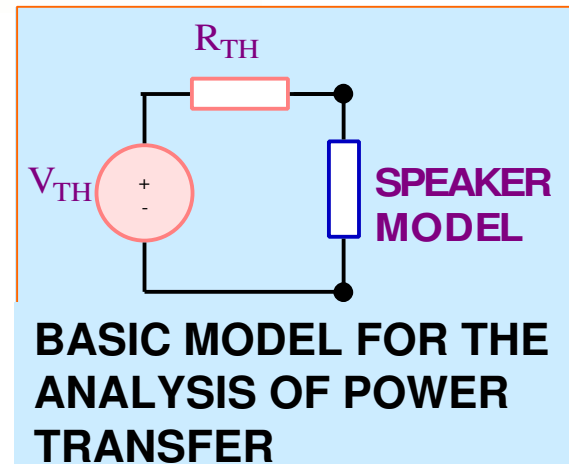
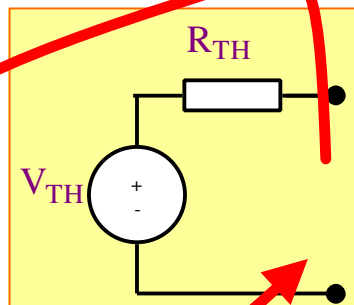
<http://angelfire.com/ab3/mjramp/index.html>



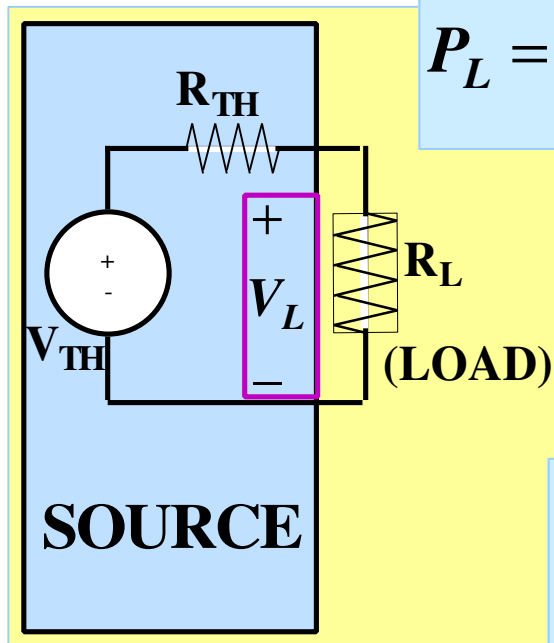
From PreAmp  
(voltage)

To speakers

The simplest model for a speaker is a resistance...



# TEOREMA DA MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA



$$P_L = \frac{V_L^2}{R_L}; V_L = \frac{R_L}{R_{TH} + R_L} V_{TH}$$

$$P_L = \frac{R_L}{(R_{TH} + R_L)^2} V_{TH}^2$$

$$\frac{dP_L}{dR_L} = V_{TH}^2 \left( \frac{(R_{TH} + R_L)^2 - 2R_L(R_{TH} + R_L)}{(R_{TH} + R_L)^4 - 3} \right) = 0$$

$$R_{TH} + R_L - 2R_L = 0 \Rightarrow R_L^* = R_{TH}$$

**A CARGA QUE MAXIMIZA A TRANSF. DE POTÊNCIA É IGUAL À RESIST. EQUIVALENTE DE THEVENIN.**

$$P_L(\text{max}) = \frac{V_{TH}^2}{4R_{TH}}$$