



1º Exame, 2 Fevereiro 2012, 08:00h Duração: 3 horas
Prova escrita, individual e sem consulta

NOME: _____ NÚMERO: _____

PARTE I - Questões de Escolha Múltipla

Preencha as respostas na tabela (usando apenas letras maiúsculas). Se nenhuma opção servir, escreva **NENHUMA**. Se pretender alterar a sua resposta, risque e escreva ao lado a sua nova opção. Todas as questões de escolha múltipla valem 0.75 valores. As questões de escolha múltipla não respondidas são cotadas com 0 valores, mas por cada resposta errada são descontados 0.75/4 valores.

Questão	1	2	3	4	5	6	7	8
Resposta								

1. Qual das seguintes tabelas pode ser obtida por execução do algoritmo de “união rápida equilibrada com compressão de caminho”?

A. [7 3 8 3 4 5 6 8 8 1]	B. [0 0 0 0 0 0 8 0 8 0]
C. [9 6 2 6 1 4 5 8 8 9]	D. [6 3 8 0 4 5 6 9 8 1]

2. Suponha que se está a ordenar um array com oito inteiros utilizando o algoritmo “Quicksort”, e se obteve o seguinte array após a primeira partição:

[12 15 18 17 19 22 21 20]

Qual das seguintes frases está correcta?

A. O pivot pode ser o 17 ou o 19.	B. O pivot pode ser o 17, mas não o 19.
C. O pivot pode ser o 19, mas não o 17.	D. O pivot não pode ser nem o 17 nem o 19.

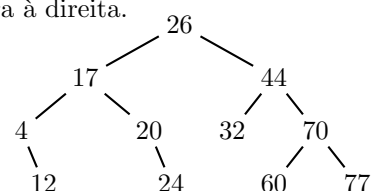
3. Suponha que os seguintes números são introduzidos numa tabela de dispersão (hash table) usando o método dos índices livres: 28, 12, 3, 32, 37, 33. Assuma que a função de dispersão (para indexação na tabela) é a seguinte: $f(x) = x \bmod 10$ (ou seja, o resto da divisão por 10).

Assuma que números repetidos não são armazenados, quando tal é verificado, e que colisões são resolvidas por procura linear. Considere as seguintes opções onde 0 indica vazia. Qual das opções corresponde à tabela que se obtém?

A. [0 0 12 3 32 33 0 37 28 0]	B. [32 33 12 3 0 0 0 37 28 0]
C. [0 0 12 3 0 0 0 37 28 0]	D. [32 0 12 3 33 0 0 37 28 0]

4. Considere a árvore **binária e ordenada** representada na figura à direita.

Assuma que se introduzem quatro números na árvore: 1, 15, 18, 30. Qual das seguintes sequências de inserção implica a necessidade de efetuar uma rotação para repor o balanceamento?



A. [1 15 30 18]	B. [30 1 18 15]	C. [30 15 18 1]	D. [18 1 30 15]
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

5. Assuma que um conjunto de N números inteiros é armazenado numa determinada estrutura de dados: tabela ou lista. Suponha que são executadas da forma mais eficiente operações de inserção, remoção e procura de elementos dado o seu valor.

Indique qual dos seguintes pares (operação, complexidade média) é **verdadeiro** para a estrutura de dados em causa.

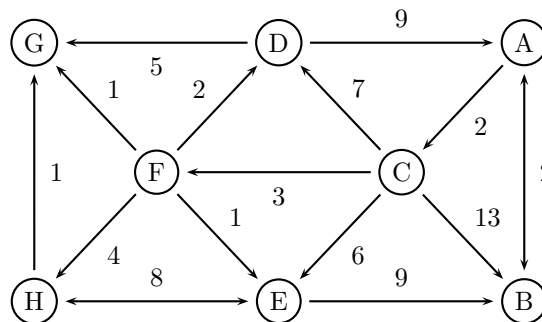
- A. (inserção, $\mathcal{O}(N)$) para uma tabela não ordenada.
 B. (inserção, $\mathcal{O}(N)$) para uma lista ordenada.
 C. (procura, $\mathcal{O}(\lg N)$) para uma tabela ou uma lista, desde que ordenadas.
 D. (remoção, $\mathcal{O}(\lg N)$) para uma tabela ordenada.

6. Considere uma árvore binária que satisfaz a condição de acervo e que possui N números (com N muito grande), em que a prioridade é tanto maior quanto menor for o número. Suponha que é executado um varrimento **pré-fixado**, e que o resultado é armazenado numa tabela.

Complete a seguinte afirmação para que seja **verdadeira**. O número de elementos ordenados por ordem **crescente** da tabela ...

- A. ... pode não ser superior a 2. B. ... é no máximo N .
 C. ... pode ser inferior a $\lg N$. D. ... não pode ser inferior a $N/2$.

7. Considere o grafo direcionado indicado em baixo e suponha que se aplicou ao mesmo o algoritmo de Dijkstra tomando o vértice **A** como o primeiro a entrar na SPT. Admita que a actualização dos nós na franja, em cada passo, é feita por ordem alfabética. Indique qual das seguintes afirmações é **falsa**.



Nota: Tome atenção para o facto de existirem algumas arestas bidireccionais neste grafo.

- A. O quarto nó a entrar na árvore de caminhos mais curtos é o **F**.
 B. O quinto nó a entrar na árvore de caminhos mais curtos é o **E**.
 C. A distância mais curta entre o nó **A** e o nó **D** é 7.
 D. O sexto nó a entrar na árvore de caminhos mais curtos é o **D**.

8. Considere a seguinte recorrência

$$C_N = 2C_{N/2} + 3N$$

Qual dos seguintes conjuntos representa a complexidade temporal associada com a recorrência dada?

- A. $\mathcal{O}(N \log(N))$ B. $\mathcal{O}(3N)$ C. $\mathcal{O}(N^2 \log(N))$ D. $\mathcal{O}(N \log^2(3N))$

PARTE II - Questões de Desenvolvimento

Responda a cada uma das questões de desenvolvimento em folhas de exame separadas e devidamente identificadas com nome e número.

[4.25]

9. Considere o seguinte problema: é-lhe dada uma tabela, v , com dimensão N , de inteiros distintos e tal que para um dado índice p ($0 \leq p \leq N - 1$) os valores da tabela crescem até à posição p e depois decrescem até à posição $N - 1$. Pretende-se desenvolver uma solução eficiente para, dado v , determinar o valor do seu máximo, $v[p]$ (note que o máximo pode estar num dos extremos da tabela). Para resolver este problema foi proposta a seguinte solução:

```
int findMaxUniM(int *v, int N) {
    int i, max = v[0];

    for(i = 1; i < N; i++) {
        if (max > v[i])
            break;
        max = v[i];
    }
    return max;
}
```

[1.25]

- a) Indique, como função de N , a complexidade computacional da solução proposta. Para ser considerada completa, a sua resposta deve ser devidamente fundamentada e justificada.

[2.5]

- b) Desenvolva em C uma solução mais eficiente para o mesmo problema.

Nota: a sua solução tem de ter uma complexidade assintótica melhor que a apresentada!

Sugestão: Pense neste exercício como um problema de procura de um elemento numa tabela e nas soluções eficientes que estudou para esse caso.

[0.5]

- c) Como função de N , determine a complexidade computacional da solução apresentada em 9-b). Tal como na alínea a), a sua análise de complexidade terá de ser acompanhada da devida justificação.

[4.0]

10. Considere de novo o grafo do problema 7 e assuma agora que todas as arestas são **bidirecionais**.

[2.5]

- a) Tomando o vértice **B** como ponto de partida, determine a Árvore Mínima de Suporte (“MST”) usando o algoritmo adequado para cálculo de “MST” com **vértice de partida**. Admita que, em cada passo, a actualização da franja de procura é feita por ordem alfabética. No entanto, a entrada de cada vértice na árvore final deve ser feita de acordo com os princípios de construção de uma “MST”.

Indique justificadamente todos os passos que executar e descreva em detalhe os cálculos realizados. Ou seja, indique a distância de cada vértice à árvore de cada vez que for feita a actualização da franja.

[0.75]

- b) Indique que algoritmo usou e que outro(s) algoritmo(s) conhece para resolver o mesmo problema. Relativamente ao algoritmo que usou, indique em que categoria de procura se enquadra: DFS, BFS, ou GS?

[0.75]

- c) Suponha que existe incerteza no peso de apenas uma das arestas, conhecendo-se o intervalo de valores que pode assumir. Por exemplo para o grafo da Questão 7, assuma que apenas se sabe que o peso da aresta E-F é um qualquer valor real compreendido entre 7 e 9 e que os pesos das restantes arestas são os que estão indicados na figura. Ser-lhe-ia possível calcular a “MST” para esse grafo? Porquê? É capaz de indicar um outro intervalo de incerteza para a mesma aresta tal que a sua resposta seja diferente?

- [3.0] 11. Considere uma tabela de dispersão em que o volume de dados a guardar, N , é desconhecido, pelo que se tem de recorrer a um valor da dimensão da tabela, M , potencialmente menor que N .
- [1.0] a) Suponha que opta por resolver colisões separando os elementos a quem é dado o mesmo índice numa estrutura associada a esse índice. No entanto, em vez de escolher uma lista como é usual nestas condições, escolhe uma árvore ordenada sem balanceamento (o índice da tabela aponta para a raiz da árvore).
Assumindo que a função de dispersão assegura uma distribuição uniforme pela tabela, indique como função de N e M qual a complexidade da procura com e sem sucesso em termos de pior caso.
- [1.0] b) Uma outra opção ao seu dispor é a resolução de colisões por separação em árvore ordenada AVL. Nestas circunstâncias, e continuando a assumir que a função de dispersão garante uma distribuição uniforme pela tabela, qual a complexidade da procura com e sem sucesso? Como na alínea anterior, faça apenas a análise de pior caso e explicita os seus resultados como função de N e M .
- [1.0] c) Ainda sobre árvores ordenadas, de entre os vários mecanismos de varrimento que estudou, qual lhe permite converter uma árvore ordenada numa tabela ordenada? Porquê?
- [2.75] 12. Considere a seguinte tabela de inteiros:

[123 17 19 130 1120 178 1300 18 113 198 121 1009]

- [2.0] a) Aplique o algoritmo shellsort a esta tabela, indicando os passos intermédios e o raciocínio que determina cada comparação e troca, quando tal tiver que acontecer. Utilize a seguinte sequência de valores de h : 7, 3, 1.
- [0.75] b) Classifique o algoritmo shellsort relativamente a estabilidade. Justifique adequadamente a sua resposta. Se entender útil ilustre a sua justificação com exemplos.