



## Processamento Estatístico de Sinais - TI 0124

### Estimação e Detecção - TIP8417

Prof. Charles Casimiro Cavalcante

Período: 2019.2

#### *Lista de Exercícios No. 2: Análise de Momentos de Segunda Ordem*

1. Determine a média e a função de autocorrelação para o processo aleatório

$$x(n) = v(n) + 3v(n-1)$$

em que  $v(n)$  é uma sequência de variáveis aleatórias independentes com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ .  $x(n)$  é estacionário? Justifique.

2. Sejam os processos aleatórios  $x(n)$  e  $y(n)$  definidos por

$$x(n) = v_1(n) + 3v_2(n-1)$$

e

$$y(n) = v_2(n+1) + 3v_1(n-1)$$

em que  $v_1(n)$  e  $v_2(n)$  são processos de ruído branco independentes cada um com variância igual a 0,5.

- (a) Quais são as funções de autocorrelação de  $x$  e de  $y$ ? Os processos são WSS?  
(b) Qual é a função de correlação cruzada  $r_{xy}(n_1, n_0)$ ? Estes processos são conjuntamente estacionários (no sentido amplo)? Justifique.
3. Quais as condições que os elementos de uma matriz

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

devem satisfazer tal que  $\mathbf{R}$  seja uma matriz de autocorrelação válida de

- (a) Um vetor aleatório bidimensional?  
(b) Um processo estocástico estacionário escalar?
4. Assuma que a inversa  $\mathbf{R}_x^{-1}$  da matriz de autocorrelação de um vetor coluna  $N$ -dimensional exista. Mostre que

$$\mathbb{E} \{ \mathbf{x}^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{x} \} = N$$

5. Mostre que as matrizes de correlação e covariância satisfazem as relações abaixo:

- $\mathbf{R}_x = \mathbf{C}_x + \boldsymbol{\mu}_x \boldsymbol{\mu}_x^H$
- $\mathbf{C}_{x+y} = \mathbf{C}_x + \mathbf{C}_{xy} + \mathbf{C}_{yx} + \mathbf{C}_y$ , para  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  descorrelacionados



**6.** Processos aleatórios  $v_1(n)$  e  $v_2(n)$  são independentes e têm a mesma função de correlação

$$r_v(n_1, n_0) = 0.5\delta(n_1 - n_0)$$

(a) Qual é a função de correlação do processo aleatório

$$x(n) = v_1(n) + 2v_1(n+1) + 3v_2(n-1)?$$

Este é um processo WSS? Justifique.

(b) Encontre a a matrix de correlação de um vetor aleatório consistindo de oito amostras consecutivas de  $x(n)$ .

**7.** Um processo não-estacionário  $x(n)$  tem a matriz de correlação

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Quais são as funções de base da Transformada de Karhunen-Loève?