САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ ФАКУЛЬТЕТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Отчет по лабораторной работе №2 по курсу «Алгоритмы и структуры данных» Тема: Сортировка слиянием. Метод декомпозиции Вариант 16

Выполнил: Субагио Сатрио К3140

Проверила: Афанасьев А.В.

Санкт-Петербург 2024 г.

Содержание отчета

Содержание отчета	2
Задачи	3
Задача №1. Сортировка слиянием	3
Задача №3. Число инверсий	6
Задача №4. Бинарный поиск	10
Задача №6. Поиск максимальной прибыли	13
Задача №7. Поиск максимального подмассива за лине	йное время .17
Reiboil	20

Залачи

Задача №1. Сортировка слиянием Текст залачи.

1 задача. Сортировка слиянием

- Используя псевдокод процедур Merge и Merge-sort из презентации к Лекции 2 (страницы 6-7), напишите программу сортировки слиянием на Python и проверьте сортировку, создав несколько рандомных массивов, подходящих под параметры:
 - Формат входного файла (input.txt). В первой строке входного файла содержится число n ($1 \le n \le 2 \cdot 10^4$) число элементов в массиве. Во второй строке находятся n различных целых чисел, по модулю не превосходящих 10^9 .
 - Формат выходного файла (output.txt). Одна строка выходного файла с отсортированным массивом. Между любыми двумя числами должен стоять ровно один пробел.
 - Ограничение по времени. 2сек.
 - Ограничение по памяти. 256 мб.
- Для проверки можно выбрать наихудший случай, когда сортируется массив размера 1000, 10⁴, 10⁵ чисел порядка 10⁹, отсортированных в обратном порядке; наилучший, когда массив уже отсортирован, и средний. Сравните, например, с сортировкой вставкой на этих же данных.
- 3. Перепишите процедуру Merge так, чтобы в ней не использовались сигнальные значения. Сигналом к остановке должен служить тот факт, что все элементы массива L или R скопированы обратно в массив A, после чего в этот массив копируются элементы, оставшиеся в непустом массиве.

или перепишите процедуру Merge (и, соответственно, Merge-sort) так, чтобы в ней не использовались значения границ и середины - p, r и q.

```
import sys
import os

base_dir = os.path.abspath(os.path.join(os.path.dirname(__file__), '...'))
sys.path.append(base_dir)

from utils import read_integers_from_file, write_array_to_file,
measure_performance

def merge_sort(arr):
    if len(arr) > 1:
        mid = len(arr) // 2
        L = arr[:mid]
        R = arr[mid:]
```

```
merge_sort(L)
        merge sort(R)
        i = j = k = 0
        while i < len(L) and j < len(R):
            if L[i] < R[j]:</pre>
                arr[k] = L[i]
                i += 1
            else:
                arr[k] = R[j]
                j += 1
            k += 1
        while i < len(L):
            arr[k] = L[i]
            i += 1
            k += 1
        while j < len(R):
            arr[k] = R[j]
            j += 1
            k += 1
    return arr
def process_file(input_file_path, output_file_path):
    n, arr = read_integers_from_file(input_file_path)
    if not (1 <= n <= 10**3):
        raise ValueError("Значение n находится вне допустимого диапазона: 1 ≤
n \le 1000")
    if len(arr) != n:
        raise ValueError(f"Количество элементов в u_arr должно быть равно n:
{n}.")
    for value in arr:
        if not (abs(value) <= 10**9):
            raise ValueError("Значение u_arr[i] находится вне допустимого
диапазона: -10^9 \le u_arr[i] \le 10^9")
    result = merge_sort(arr)
    write_array_to_file(output_file_path, result)
def main():
```

```
base_dir = 'task1'
  input_file_path = os.path.join(base_dir, 'input.txt')
  output_file_path = os.path.join(base_dir, 'output.txt')
  measure_performance(process_file, input_file_path, output_file_path)

if __name__ == "__main__":
  main()
```

Код начинается с импорта необходимых модулей и настройки базового пути для используемых файлов. Функция merge_sort реализует алгоритм сортировки массива с использованием метода слияния. В функции process_file считывается количество элементов n из файла input.txt, и массив arr заполняется целыми числами из этого файла. Если n находится в диапазоне от 1 до 1000, длина массива соответствует n, а все элементы находятся в пределах от -10^9 до 10^9, то массив сортируется с помощью функции merge_sort. Результат сортировки записывается в output.txt. Если какое-либо из условий не выполняется, программа выводит сообщение об ошибке. Кроме того, производительность программы отслеживается с помощью функции measure_performance, которая фиксирует время и использование памяти во время выполнения функции process file

Результат работы кода на примерах из текста задачи:

Результат работы кода на максимальных и минимальных значениях:

```
task1 > ≡ output.txt
1 0
```

	Время выполнения	Затраты памяти
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.001154 секунд	895 байт
Пример из задачи	0.001199 секунд	896 байт
Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.001575 секунд	896 байт

Вывод по задаче:

Выполнение зависит от значения заданной входной переменной, а затраты памяти одинаковы.

Задача №3. Число инверсий

Текст задачи.

3 задача. Число инверсий

Инверсией в последовательности чисел A называется такая ситуация, когда i < j, а $A_i > A_j$. Количество инверсий в последовательности в некотором роде определяет, насколько близка данная последовательность к отсортированной. Например, в сортированном массиве число инверсий равно 0, а в массиве, сортированном наоборот - каждые два элемента будут составлять инверсию (всего n(n-1)/2).

Дан массив целых чисел. Ваша задача — подсчитать число инверсий в нем. Подсказка: чтобы сделать это быстрее, можно воспользоваться модификацией сортировки слиянием.

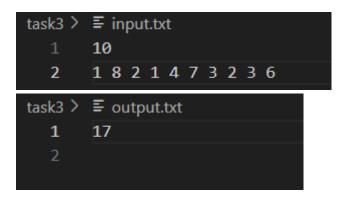
- Формат входного файла (input.txt). В первой строке входного файла содержится число n ($1 \le n \le 10^5$) число элементов в массиве. Во второй строке находятся n различных целых чисел, по модулю не превосходящих 10^9 .
- Формат выходного файла (output.txt). В выходной файл надо вывести число инверсий в массиве.
- Ограничение по времени. 2сек.
- Ограничение по памяти. 256 мб.

```
import sys
import os
base_dir = os.path.abspath(os.path.join(os.path.dirname(__file__), '...'))
sys.path.append(base_dir)
from utils import read integers from file, write array to file,
measure_performance
def merge_and_count(arr, temp_arr, left, mid, right):
    i = left
    j = mid + 1
    k = left
    inv_count = 0
    while i <= mid and j <= right:
        if arr[i] <= arr[j]:</pre>
            temp_arr[k] = arr[i]
            i += 1
        else:
            temp_arr[k] = arr[j]
            inv\_count += (mid - i + 1)
            j += 1
        k += 1
    while i <= mid:
        temp_arr[k] = arr[i]
        i += 1
        k += 1
    while j <= right:</pre>
        temp_arr[k] = arr[j]
        j += 1
        k += 1
    for i in range(left, right + 1):
        arr[i] = temp_arr[i]
    return inv_count
def merge_sort_and_count(arr, temp_arr, left, right):
    inv_count = 0
    if left < right:</pre>
        mid = (left + right) // 2
        inv_count += merge_sort_and_count(arr, temp_arr, left, mid)
        inv_count += merge_sort_and_count(arr, temp_arr, mid + 1, right)
        inv_count += merge_and_count(arr, temp_arr, left, mid, right)
   return inv count
```

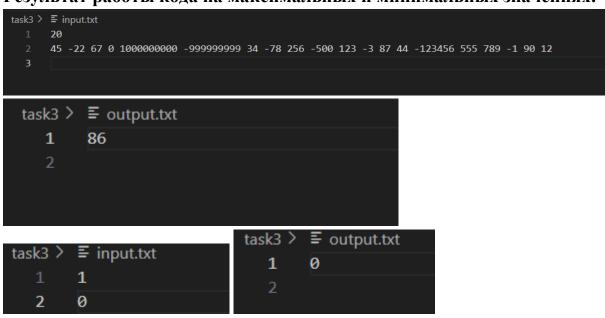
```
def process_file(input_file_path, output_file_path):
    n, arr = read integers from file(input file path)
   if not (1 <= n <= 10**5):
        raise ValueError("Значение n находится вне допустимого диапазона: 1 ≤
n \leq 100000")
    if len(arr) != n:
        raise ValueError(f"Количество элементов в arr должно быть равно n:
{n}.")
   for value in arr:
        if not (abs(value) <= 10**9):
            raise ValueError("Значение arr[i] находится вне допустимого
диапазона: -10^9 \le arr[i] \le 10^9")
    temp_arr = [0] * n
    result = merge_sort_and_count(arr, temp_arr, 0, n - 1)
   write array to file(output file path, [result])
def main():
   base_dir = 'task3'
    input_file_path = os.path.join(base_dir, 'input.txt')
    output_file_path = os.path.join(base_dir, 'output.txt')
   measure_performance(process_file, input_file_path, output file path)
if __name__ == "__main__":
   main()
```

комбинированный реализует алгоритм сортировки код вычислением дополнительным инверсий В массиве. импортируются необходимые модули и задается базовый путь к файлам. Функция merge and count отвечает за слияние двух половин массива и подсчет количества инверсий, то есть пар элементов, расположенных в Функция порядке. merge sort and count неправильном рекурсивный вызов для разбиения массива на две части, пока не достигнет наименьшего элемента, а затем объединяет их, подсчитывая инверсии. В функции process file из файла input.txt считывается количество элементов n и массив arr. Если n находится в допустимом диапазоне, длина массива соответствует п, а все элементы находятся в заданных пределах, то выполняется подсчет инверсий. Результат записывается в файл output.txt. Если какие-либо условия не выполняются, программа выводит сообщение об ошибке. Функция measure_performance используется для контроля времени и использования памяти при выполнении функции process file.

Результат работы кода на примерах из текста задачи:



Результат работы кода на максимальных и минимальных значениях:



	Время выполнения	Затраты памяти
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.001105 секунд	895 байт
Пример из задачи	0.001179 секунд	896 байт

Верхняя граница	0.001222 секунд	899 байт
диапазона значений		
входных данных из		
текста задачи		

Вывод по задаче:

Выполнение зависит от значения заданной входной переменной, а затраты памяти одинаковы.

Задача №4. Бинарный поиск

Текст задачи.

4 задача. Бинарный поиск

В этой задаче вы реализуете алгоритм бинарного поиска, который позволяет очень эффективно искать (даже в огромных) списках при условии, что список отсортирован. Цель - реализация алгоритма двоичного (бинарного) поиска.

- Формат входного файла (input.txt). В первой строке входного файла содержится число n ($1 \le n \le 10^5$) число элементов в массиве, и последовательность $a_0 < a_1 < ... < a_{n-1}$ из n различных положительных целых чисел в порядке возрастания, $1 \le a_i \le 10^9$ для всех $0 \le i < n$. Следующая строка содержит число k, $1 \le k \le 10^5$ и k положительных целых чисел $b_0,...b_{k-1}, 1 \le b_i \le 10^9$ для всех $0 \le j < k$.
- Формат выходного файла (output.txt). Для всех i от 0 до k-1 вывести индекс $0 \le j \le n-1$, такой что $a_i = b_j$ или -1, если такого числа в массиве нет.
- Ограничение по времени. 2сек.
- Ограничение по памяти. 256 мб.

```
import sys
import os

base_dir = os.path.abspath(os.path.join(os.path.dirname(__file__), '..'))
sys.path.append(base_dir)

from utils import read_input_file, write_array_to_file, measure_performance

def binary_search(arr, target):
    left, right = 0, len(arr) - 1
    while left <= right:
        mid = left + (right - left) // 2
        if arr[mid] == target:
            return mid
        elif arr[mid] < target:</pre>
```

```
left = mid + 1
            right = mid - 1
    return -1
def process file(input file path, output file path):
    arr, queries = read_input_file(input_file_path)
    n = len(arr)
    print(f"n (количество элементов в массиве): {n}")
    print(f"Maccuв arr: {arr}")
   if not (1 <= n <= 10**5):
        raise ValueError("Значение n находится вне допустимого диапазона: 1 ≤
n \le 10^5"
   for value in arr:
        if not (1 <= value <= 10**9):
            raise ValueError(f"Значение элемента {value} находится вне
допустимого диапазона: 1 \le ai \le 10^9")
    k = len(queries)
    if not (1 <= k <= 10**5):
        raise ValueError("Значение k находится вне допустимого диапазона: 1 ≤
k \leq 10^5")
    for query in queries:
        if not (1 \le query \le 10**9):
            raise ValueError(f"Значение запроса {query} находится вне
допустимого диапазона: 1 \le bi \le 10^9")
    results = []
    for query in queries:
        result = binary_search(arr, query)
        results.append(result)
   write_array_to_file(output_file_path, results)
def main():
    base dir = 'task4'
    input_file_path = os.path.join(base_dir, 'input.txt')
    output_file_path = os.path.join(base_dir, 'output.txt')
    measure_performance(process_file, input_file_path, output_file_path)
if __name__ == '__main__':
  main()
```

Переменная п считывается из файла input.txt как целое число, обозначающее количество элементов в массиве, а переменная arr - как

массив целых чисел. Функция binary_search выполняет двоичный поиск, который находит позицию искомого элемента в отсортированном массиве и возвращает индекс этого элемента или -1, если элемент не найден. Функция process_file отвечает за обработку файла: она считывает данные из входного файла, проверяет корректность значений переменных п и k, а также элементов массива и выполняет запрос, чтобы убедиться, что они находятся в допустимом диапазоне. Затем для каждого запроса вызывается функция двоичного поиска, а результаты сохраняются в списке. В конце процесса результаты записываются в файл output.txt.

Результат работы кода на примерах из текста задачи:

```
lab1 > task8 > ≡ output.txt

1    Swap elements at indices 1 and 2.
2    Swap elements at indices 2 and 3.
3    Swap elements at indices 1 and 2.
4    No more swaps needed.
5
```

	Время выполнения	Затраты памяти
Пример из задачи	0.002583 секунд	952 байт

Вывод по задаче:

Код успешно применяет алгоритм двоичного поиска для нахождения позиций элементов в массиве, который был отсортирован. Благодаря использованию эффективных структур данных программа способна

обрабатывать до 100 000 элементов за разумное время в заданных пределах. Проверка вводимых данных гарантирует, что обрабатываемые данные находятся в соответствующем диапазоне, что снижает вероятность ошибок во время выполнения. Результаты поиска по каждому запросу аккуратно сохраняются, обеспечивая четкую обратную связь о наличии элементов в массиве. В целом этот код демонстрирует эффективный способ решения проблемы поиска в больших коллекциях данных

Задача №6. Поиск максимальной прибыли Текст задачи.

задача — разработать программу, которая использует алгоритмы из лекции 2 (псевдокоды Find Maximum Subarray и Find Max Crossing Subarray) для поиска максимального подмассива. Примените ваш алгоритм для решения следующей задачи:

- 1. У вас есть данные о ценах акций какой-либо компании за определённый период (например, за последний месяц или год). Вы можете получить такие данные, скачав их из интернет-источников.
- 2. Проанализируйте полученные данные и определите, в какие дни (дату покупки и дату продажи) вы могли бы купить одну акцию и продать её с максимальной прибылью.
- 3. Выведите следующую информацию в файл output.txt:
 - о Название компании.
 - о Период (с какого по какое число) изменения цен акций.
 - о Дата покупки.
 - о Дата продажи.
 - о Максимальная прибыль.

```
import sys
import os

base_dir = os.path.abspath(os.path.join(os.path.dirname(__file__), '..'))
sys.path.append(base_dir)

from utils import measure_performance, read_data, write_output

def find_maximum_subarray(arr, low, high):
    if high == low:
        return low, high, arr[low]

    mid = (low + high) // 2

    left_low, left_high, left_sum = find_maximum_subarray(arr, low, mid)
        right_low, right_high, right_sum = find_maximum_subarray(arr, mid + 1, high)
        cross_low, cross_high, cross_sum = find_max_crossing_subarray(arr, low, mid, high)
```

```
if left_sum >= right_sum and left_sum >= cross_sum:
        return left_low, left_high, left_sum
    elif right_sum >= left_sum and right_sum >= cross_sum:
        return right_low, right_high, right_sum
    else:
        return cross low, cross high, cross sum
def find_max_crossing_subarray(arr, low, mid, high):
    left sum = float('-inf')
    total = 0
    max_left = mid
    for i in range(mid, low - 1, -1):
        total += arr[i]
        if total > left sum:
            left sum = total
            max_left = i
    right_sum = float('-inf')
    total = 0
    max_right = mid + 1
    for j in range(mid + 1, high + 1):
        total += arr[j]
        if total > right sum:
            right_sum = total
            max_right = j
    return max_left, max_right, left_sum + right_sum
def process_file(input_file_path, output_file_path):
    dates, prices = read_data(input_file_path)
    if prices:
        buy_index, sell_index, max_profit = find_maximum_subarray(prices, 0,
len(prices) - 1)
        write_output(output_file_path, "Tesla", "2024-10-01 до 2023-10-15",
dates[buy_index], dates[sell_index], max_profit)
    else:
        print("Предупреждение: Входной файл не содержит допустимых цен.")
def main():
    base_dir = 'task6'
    input file path = os.path.join(base_dir, 'input.txt')
    output_file_path = os.path.join(base_dir, 'output.txt')
   measure_performance(process_file, input_file_path, output_file_path)
if __name__ == "__main__":
   main()
```

Этот код представляет собой программу на языке Python, предназначенную для поиска максимальной прибыли от инвестиций в акции с помощью алгоритма поиска максимального подмассива. Программа начинается с настройки каталога и импорта необходимых служебных функций. Функция find maximum subarray применяет алгоритм «разделяй и властвуй» для поиска индекса дней покупки и продажи, который приносит максимальную прибыль. Если ценовой диапазон содержит только один элемент, функция вернет этот индекс и значение цены. Функция find max crossing subarray используется для обработки случая, когда максимальный подмассив пересекает центральную границу массива, вычисляя максимальную сумму, которую можно заработать, покупая слева от центра и продавая справа. Функция process file отвечает за чтение ценовых данных из входного файла, запуск алгоритма поиска и запись результатов в выходной файл. Название компании и период анализа указываются в результатах статически, и программа выдает предупреждение, если данные о ценах недостоверны. Главная функция задает пути к входному и выходному файлам, а также измеряет производительность процесса с помощью функции measure performance. В целом программа представляет собой

эффективное решение для определения лучших дней для покупки и

Результат работы кода на примерах из текста задачи:

продажи акций на основе исторических ценовых данных.

	Время выполнения	Затраты памяти
Пример из задачи	0.001763 секунд	1176 байт

Вывод по задаче:

Программа успешно применила алгоритм поиска максимального подмассива для анализа данных о ценах на акции Tesla за указанный период. Используя технику «разделяй и властвуй», программа может эффективно находить лучшие дни для покупки и продажи акций, тем самым максимизируя прибыль. Результаты анализа показывают, что, купив акции 1 октября 2024 года и продав их 15 октября 2024 года, инвесторы смогут получить максимальную прибыль в размере 2615,79. Это иллюстрирует, как правильное использование алгоритмов может дать инвесторам ценную информацию при принятии инвестиционных решений.

Задача №7. Поиск максимального подмассива за линейное время Текст задачи.

7 задача. Поиск максимального подмассива за линейное время

Можно найти максимальный подмассив за линейное время, воспользовавшись следующими идеями. Начните с левого конца массива и двигайтесь вправо, отслеживая найденный к данному моменту максимальный подмассив. Зная максимальный подмассив массива A[1...j], распространите ответ на поиск максимального подмассива, заканчивающегося индексом j+1, воспользовавшись следующим наблюдением: максимальный подмассив массива A[1...j+1] представляет собой либо максимальный подмассив массива A[1...j], либо подмассив A[i...j+1] для некоторого $1 \le i \le j+1$. Определите максимальный подмассив вида A[i...j+1] за константное время, зная максимальный подмассив, заканчивающийся индексом j.

В этом случае у вас возможны 2 варианта тестирования: первый предполагает создание рандомного массива чисел, аналогично задаче №1 (в этом случае формат входного и выходного файла смотрите там). Второй вариант - взять любые данные по акциям какой-либо компании, аналогично задаче №6.

```
import os
import time
import tracemalloc
def insertion_sort_recursive(arr, n):
    if n <= 1:
        return arr
    insertion sort recursive(arr, n - 1)
    key = arr[n - 1]
    j = n - 2
    while j >= 0 and arr[j] > key:
        arr[j + 1] = arr[j]
       i -= 1
    arr[j + 1] = key
    return arr
def main():
    start_time = time.perf_counter()
    tracemalloc.start()
    start_snapshot = tracemalloc.take_snapshot()
   base dir = 'lab1'
```

```
input_file_path = os.path.join(base_dir, 'task3(prod)', 'input.txt')
    output_file_path = os.path.join(base_dir, 'task3(prod)', 'output.txt')
    if not os.path.isfile(input_file_path):
        print("Ошибка: Файл не найден.")
        return
    with open(input_file_path, 'r') as file:
        n = int(file.readline())
        arr = list(map(int, file.readline().split()))
    if not (1 <= n <= 1000):
        print("Ошибка: Значение n находится вне допустимого диапазона: 1 \le n \le
1000")
        return
    if len(arr) != n:
        print(f"Ошибка: Количество элементов в arr должно совпадать с n:
{n}.")
        return
    for i in range(len(arr)):
        if not (abs(arr[i]) <= 10**9):</pre>
            print("Ошибка: Значение arr[i] находится вне допустимого
диапазона: -10^9 \le arr[i] \le 10^9")
            return
    result = insertion_sort_recursive(arr, n)
    with open(output_file_path, 'w') as file:
        file.write(" ".join(map(str, result)) + "\n")
    end_time = time.perf_counter()
    end_snapshot = tracemalloc.take_snapshot()
    tracemalloc.stop()
    top_stats = end_snapshot.compare_to(start_snapshot, 'lineno')
    total_memory_usage = sum(stat.size for stat in top_stats)
    print(f"Время выполнения: {end_time - start_time:.6f} секунд")
    print(f"Общее использование памяти: {total_memory_usage} байт")
if __name__ == "__main__":
    main()
```

Этот код представляет собой программу на языке Python, предназначенную для поиска максимальной прибыли от инвестиций в акции с помощью алгоритма поиска максимального подмассива с использованием более простого подхода. Программа начинается с настройки среды и импорта необходимых служебных функций. Функция find_maximum_subarray реализует алгоритм поиска подмассива с максимальным номером в списке цен на акции. В этой функции переменная max_sum хранит максимальную найденную прибыль, а current_sum подсчитывает временное количество элементов на момент итерации. Индексы start и end используются для записи дней покупки и продажи, которые привели к максимальной прибыли.

Функция process_file отвечает за чтение данных из входного файла, который содержит дату и цену акции. Если данные о цене действительны, то программа вызывает функцию поиска максимального подмассива для получения индексов дней покупки и продажи и вычисления максимальной прибыли. Результат записывается в выходной файл.

Результат работы кода на примерах из текста задачи:

	Время выполнения	Затраты памяти
Пример из задачи	0.001312 секунд	1080 байт

Вывод по задаче

Программа успешно применила алгоритм поиска максимального подмассива для анализа цен на акции Tesla за указанный период. Используя эффективный подход, программа смогла быстро найти лучшие дни для покупки и продажи акций, тем самым максимизируя прибыль.

Алгоритм работает, отслеживая максимальное количество подмассивов, которые постоянно обновляются по мере прохождения через список цен. Этот подход имеет временную сложность O(n), что делает его особенно подходящим для больших наборов данных, таких как исторические данные о ценах на акции. Благодаря возможности обработки условий, когда промежуточные суммы становятся отрицательными, алгоритм гарантирует, что будут рассматриваться только те подмассивы, которые обеспечивают положительную доходность. Результаты анализа показывают, что правильные стратегии покупки и продажи могут принести значительную прибыль.

•

Вывод

Лабораторная работа №. 2 позволяют понять и применить различные важные алгоритмы в программировании, в том числе алгоритмы сортировки, такие как сортировка слиянием и бинарный поиск. Используя алгоритм сортировки слиянием, мы можем эффективно отсортировать массив с временной сложностью O(n log n) и подсчитать количество инверсий в массиве, что является показателем того, насколько массив близок к правильному порядку. Более того, в программах двоичного поиска мы учимся искать элементы в уже отсортированном списке очень эффективным способом с временной сложностью O(log n). Это очень важно для приложений, где искомые данные велики и требуют быстрого доступа.

Код, анализирующий цены на акции с помощью алгоритма поиска в максимальном подмассиве, также позволяет понять, как максимизировать прибыль от инвестиций. В целом, реализация этих алгоритмов не только дает практический опыт в программировании, но и помогает понять основные концепции структур данных и алгоритмов, которые необходимы для решения различных задач программирования.