

The 2019 ICPC Asia Yinchuan Regional Programming Contest Analysis

The Testers

2019 年 11 月 30 日

Problem A. Girls Band Party

- 按照 name 对卡进行分组，每组至多取出一张卡
- $dp_{i,j,k}$ 表示从前 i 组取出 j 张卡使得 bouns 为 $k\%$ 时 power 之和的最大值

Problem B. So Easy

- 假设 $a_{x,y}$ 未知, 取 $x_0 \neq x, y_0 \neq y$
- $a_{x,y} = a_{x,y_0} + a_{x_0,y} - a_{x_0,y_0}$

Problem C. Image Processing

- dp_i 表示划分前 i 个图片的最小代价
- $dp_i = \min_{0 \leq j \leq i-k} (\max(dp_j, \text{diff}(j+1, i)))$
- 其中 $\text{diff}(j+1, i) = \max(v[j+1, i]) - \min(v[j+1, i])$
- 注意到转移有交不会使答案变优, 因此 dp_j 可以改写为 $\min(dp[j, i-k])$
- 于是可以双指针维护最优的 j , 使用单调队列维护计算答案需要的信息即可

Problem D. Easy Problem

- 莫比乌斯反演
- $ans = \sum_{i=1}^{\lfloor m/d \rfloor} \mu(i) (i^k \sum_{j=1}^{\lfloor m/i \rfloor} j^k)^n$
- 注意 $59964251 = 643 \times 93257$

Problem E. XOR Tree

- $(x \oplus y)^2 = \sum_i \sum_j (x_i \oplus y_j) 2^{i+j}$
- 这里 x_i 表示 x 二进制表示下从低到高第 i 位, y_j 同理
- 于是暴力枚举两个二进制位
- 需要计算满足条件的两个二进制位均不同的点对数量
- 长链剖分优化 dp 即可

Problem F. Function!

- 首先有 $f_a^{-1}(x) = \log_a x$
- 当 $a \leq b$ 时, 总有 $\lceil f_b^{-1}(a) \rceil = 1$
- 当 $a \leq \sqrt{n}$ 时, 枚举 $\lfloor f_a^{-1}(b) \rfloor$ 的值进行计算
- 当 $a > \sqrt{n}$ 时, 总有 $\lfloor f_a^{-1}(b) \rfloor = 1$, 对 a 求和即可

Problem G. Pot!!

- 只需要考虑 $p = 2, 3, 5, 7$
- 分别用一棵线段树维护即可

Problem H. Delivery Route

- 第一类边组成的联通块内部跑 Dijkstra
- 第二类边之间维护一个拓扑序

Problem I. Base62

- 模拟进制转换
- 注意 $z = 0$

Problem J. Toad's Travel

- 如果最后回到起点，就是每条环边走一次，每条树边走两次
- 现在可以停在任意点，只需将环边权值取相反数，找一条最长简单路减去即可

Problem K. Largest Common Submatrix

- 由于两个矩阵都是 1 到 nm 的排列，可以先做一个映射使得其中一个矩阵从上往下从左往右依次是 1 到 nm
- 对于另一个矩阵的某个位置，如果左侧比它小 1 ，则认为左侧与它同色，如果上边比它小 m ，则认为上边与它同色
- 悬线法计算最大同色子矩阵即可

Problem L. Xian Xiang

- 状压 dp , 预处理一些信息加速转移

Problem M. Crazy Cake

- 考虑 Burnside 引理，需要对每个 n 的因子 d 计算有 d 个循环环节的方案数
- 不难发现只需要考虑 $d = 1$ 的情况以及 $d \geq 2$ 的情况中的一个循环环节
- 不失一般性，设循环环节长度为 n ，周围一圈边都可连可不连，不妨都连上，方案数乘以 2^n 即可，然后只考虑内部的边
- 枚举与 1 号点有连边的标号 $\in [3, n - 2]$ 的最小的点，可以拆分出两个子问题，得到一个卷积递推 dp
- 计算这两个 dp 的生成函数，可以类似 Catalan 数进一步推导出一个常数阶的递推式
- 更多细节可以参考 OEIS 的 A001003 和 A001850 序列

Problem N. Fibonacci Sequence

■ 1 1 2 3 5

Thank you!