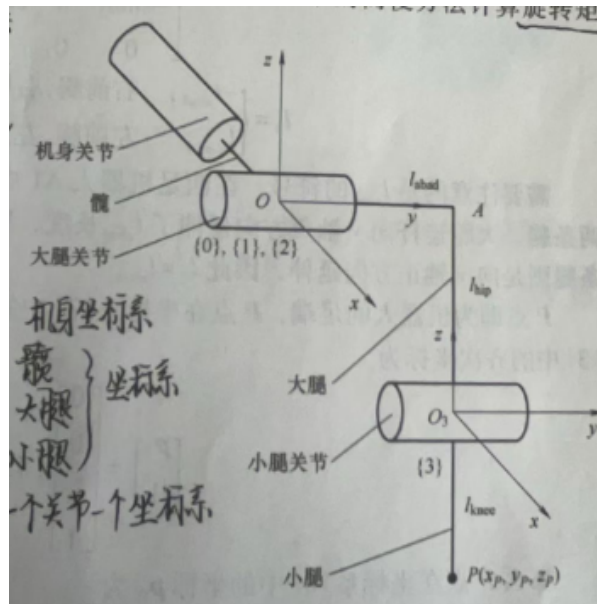


四足机器人运动学&逆运动学作业

一. 足式机器人运动学公式

1.1 单腿运动学公式



$$\begin{bmatrix} p_0 \\ 1 \end{bmatrix} = T_{01}T_{12}T_{23} \begin{bmatrix} p_3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) + l_2 \sin \theta_2 \\ -l_3 \sin \theta_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) + l_1 \cos \theta_1 - l_2 \cos \theta_2 \sin \theta_1 \\ l_3 \cos \theta_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) + l_1 \sin \theta_1 + l_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$l_1 = \begin{cases} -l_{\text{thigh}} & \text{右前腿, 右后腿} \\ l_{\text{thigh}} & \text{左前腿, 左后腿} \end{cases}$$

$$l_2 = -l_{\text{shank}}$$

$$l_3 = -l_{\text{knee}}$$

在上述公式中:

坐标系{0}: 机身坐标系

坐标系{1}: 髋关节坐标系

坐标系{2}: 大腿关节坐标系

坐标系{3}: 小腿关节坐标系

p_0 : 坐标系{0}下的足端位置

p_3 : 坐标系{3}下的足端位置

T_{xy} : 坐标系{y}相对于坐标系{x}的齐次变换矩阵

p_3 : 坐标系{3}下的足端位置

θ_1 : 髋关节旋转角度

θ_2 : 大腿关节旋转角度

θ_3 : 小腿关节旋转角度

1.2 四足机器人运动学公式

$$p_{bi} = T_{bs} * p_{si} = T_{sb}^{-1} * p_{si}, i = 0, 1, 2, 3$$

在上述公式中:

坐标系 $\{s\}$: 世界坐标系

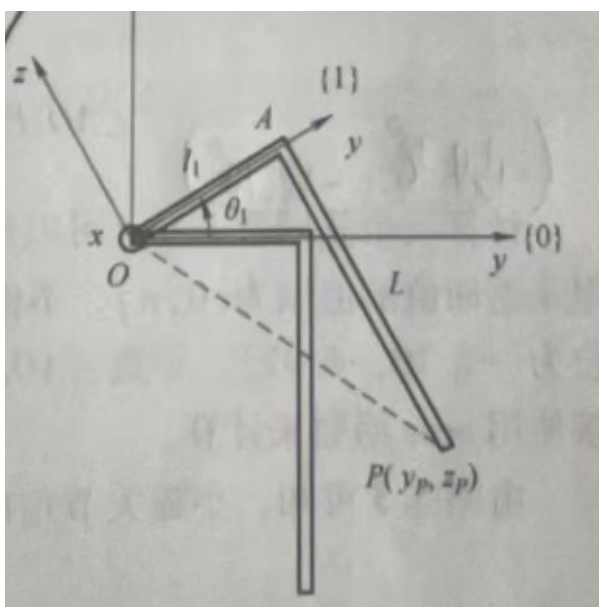
坐标系 $\{b\}$: 机身坐标系

p_{si} : 世界坐标系下的足端 i 位置

p_{bi} : 机身坐标系下的足端 i 位置

二. 足式机器人逆运动学公式

2.1 求髋关节角



$$\theta_1 = \text{atan2}(z_p l_1 + y_p L, y_p l_1 - z_p L)$$

$$l_1 = \begin{cases} -l_{thigh} & \text{右前腿, 右后腿} \\ l_{thigh} & \text{左前腿, 左后腿} \end{cases}$$

$$L = \sqrt{y_p^2 + z_p^2 - l_1^2}$$

在上述公式中:

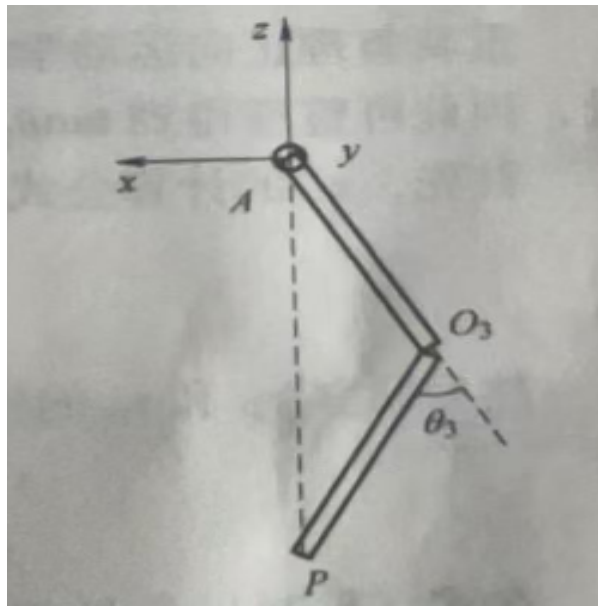
θ_1 : 髋关节角度

x_p : 髋关节坐标系下足端x轴坐标

y_p : 髋关节坐标系下足端y轴坐标

z_p : 髋关节坐标系下足端z轴坐标

2.2 求小腿关节角



2.3 求大腿关节角

$$\theta_2 = \text{atan2}(a_1 m_1 + a_2 m_2, a_2 m_1 - a_1 m_2)$$

$$\begin{cases} a_1 = y_p \sin \theta_1 - z_p \cos \theta_1, \\ a_2 = x_p, \\ m_1 = l_3 \sin \theta_3, \\ m_2 = l_3 \cos \theta_3 + l_2 \end{cases}$$

$$l_2 = -l_{\text{shank}}$$

$$l_3 = -l_{\text{knee}}$$

在上述公式中:

θ_1 : 髋关节角度

θ_2 : 大腿关节角度

θ_3 : 小腿关节角度

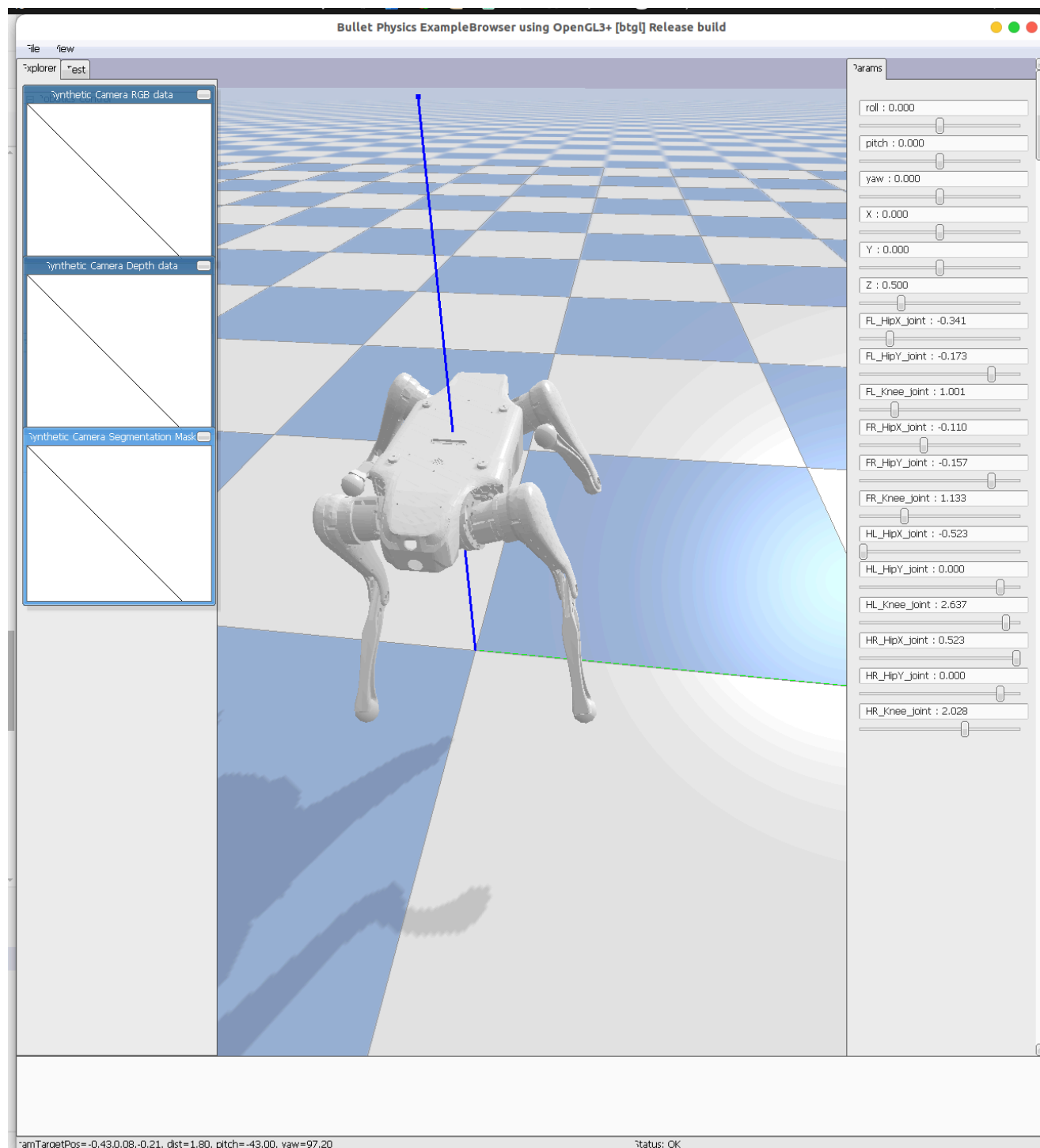
x_p : 髋关节坐标系下足端x轴坐标

y_p : 髋关节坐标系下足端y轴坐标

z_p : 髋关节坐标系下足端z轴坐标

三. 正确运行仿真的截图

正确运行仿真的截图如下所示：



四. 代码运行的结果

[illegible]

leg	2	IK	inv&obs:	[[0.215 -0.77 2.386]]		[[0.215 -0.77 2.386]]
leg	2	FK	sim&cal:	[[-0.104 0.129 0.348]]		[[-0.104 0.129 0.348]]
leg	2	IK	inv&obs:	[[0.215 -0.77 2.386]]		[[0.215 -0.77 2.386]]
leg	2	FK	sim&cal:	[[-0.104 0.129 0.348]]		[[-0.104 0.129 0.348]]
leg	2	IK	inv&obs:	[[0.215 -0.77 2.386]]		[[0.215 -0.77 2.386]]
leg	2	FK	sim&cal:	[[-0.104 0.129 0.348]]		[[-0.104 0.129 0.348]]
leg	2	IK	inv&obs:	[[0.215 -0.77 2.386]]		[[0.215 -0.77 2.386]]
leg	2	FK	sim&cal:	[[-0.104 0.129 0.348]]		[[-0.104 0.129 0.348]]
leg	2	IK	inv&obs:	[[0.215 -0.77 2.386]]		[[0.215 -0.77 2.386]]
leg	2	FK	sim&cal:	[[-0.104 0.129 0.348]]		[[-0.104 0.129 0.348]]
leg	2	IK	inv&obs:	[[0.215 -0.77 2.386]]		[[0.215 -0.77 2.386]]
leg	2	FK	sim&cal:	[[-0.104 0.129 0.348]]		[[-0.104 0.129 0.348]]
leg	2	IK	inv&obs:	[[0.215 -0.77 2.386]]		[[0.215 -0.77 2.386]]
leg	2	FK	sim&cal:	[[-0.104 0.129 0.348]]		[[-0.104 0.129 0.348]]

leg 3	FK	sim&cal:	[[-0.28 -0.164 0.496]]		[[0.069 -0.164 0.496]]
leg 3	IK	inv&obs:	[[0.275 -2.67 2.601]]		[[0.275 -2.67 2.601]]
leg 3	FK	sim&cal:	[[-0.28 -0.164 0.496]]		[[0.069 -0.164 0.496]]
leg 3	IK	inv&obs:	[[0.275 -2.67 2.601]]		[[0.275 -2.67 2.601]]
leg 3	FK	sim&cal:	[[-0.28 -0.164 0.496]]		[[0.069 -0.164 0.496]]
leg 3	IK	inv&obs:	[[0.275 -2.67 2.601]]		[[0.275 -2.67 2.601]]
leg 3	FK	sim&cal:	[[-0.28 -0.164 0.496]]		[[0.069 -0.164 0.496]]
leg 3	IK	inv&obs:	[[0.275 -2.67 2.601]]		[[0.275 -2.67 2.601]]
leg 3	FK	sim&cal:	[[-0.28 -0.164 0.496]]		[[0.069 -0.164 0.496]]
leg 3	IK	inv&obs:	[[0.275 -2.67 2.601]]		[[0.275 -2.67 2.601]]
leg 3	FK	sim&cal:	[[-0.28 -0.164 0.496]]		[[0.069 -0.164 0.496]]
leg 3	IK	inv&obs:	[[0.275 -2.67 2.601]]		[[0.275 -2.67 2.601]]