Tiralabra loppukesä 2013
Ilkka Vähämaa
013581244
ilkka.vahamaa@helsinki.fi
https://github.com/Ikriva/TiraLabra

Määrittelydokumentti Matriisi-laskin

1 Ratkaistavat ongelmat

1. Matriisin kertominen skalaarilla
2. Matriisien yhteenlasku
3. Matriisin kertominen toisella matriisilla
4. Matriisin determinantin määrittäminen.

2 Käytetyt algoritmit ja tietorakenteet

Matriisin determinantin määrittämiseen käytetään matriisin LU-dekompositiota ja siihen soveltuvaa Doolittlen algoritmia, minkä avulla matriisi voidaan jakaa kahden kolmiomatriisin tuloon, mistä voidaan määrittää determinantti diagonaalisten tulojen avulla.

Tietorakenteena käytetään ainoastaan liukuluvun taulukkoa eikä siten erillisiä tietorakenteita ole ohjelmoituna.

Tiralabra loppukesä 2013
Ilkka Vähämaa
013581244
ilkka.vahamaa@helsinki.fi
https://github.com/Ikriva/TiraLabra

3 Käyttöohjeet

Ohjelmaan on talletettuna esimerkkimatriiseja tai niitä voi syöttää lisää käyttöliittymän kautta. Ensin valitaan laskutoimitus, sen jälkeen käytettävät matriisit, jonka jälkeen ohjelma tulostaa tuloksen.

4 Aika- ja tilavaativuudet

4.1 Matriisin kertominen skalaarilla

Jokainen matriisin alkio käydään kerran läpi ja kerrotaan skalaarilla (vakiolla) eli aikavaativuus on O(n) ja tilavaativuus O(1) muuttujina talletetaan ainoastaan skalaari.

4.2 Matriisien yhteenlasku

Aikavaativuus O(n), koska matriiseja yhteenlaskiessa tyyppien ollessa samat, lasketaan yhteen vain matriisien alkiot alkio kerrallaan. Tilavaativuus on O(1), koska apumuuttujia ei tarvita.

4.3 Matriisin kertominen toisella matriisilla

Jokaiseen tulona syntyvään alkioon vaaditaan ensimmäisen matriisin leveyden m verran kertolaskuja ja tulona syntyvässä matriisissa on rivejä yhtä monta kuin kertovalla matriisilla on sarakkeita (a) ja yhtä monta saraketta kuin kerrottavalla matriisilla on rivejä (b). Syntyy siis a x b matriisi, jonka jokainen alkio käydään läpi ja jokaiselle suoritetaan suoritetaan a kertolaskua. Aikavaativuus on tällöin neliöllinen eli O(n^2). Laskenta tarvitsee vakiomäärän apumuuttujia, jos syntyvää matriisia ei lasketa. Tällöin tilavaativuus on O(1).

4.4 Matriisin determinantin määrittäminen

Doolittlen algoritmi hajottaa matriisin kahdeksi kolmiomatriisiksi käyden läpi alkioita yhtä paljon kuin alkuperäisessä matriisissa. Syntyvien kahden matriisin tekijöihin vaaditaan korkeimmillaan matriisin leveyden x verran vakioaikaisia laskutoimituksia. Tällöin LU-dekomposition aikavaativuus on pahimmillaan neliöllinen alkioiden lukumäärään nähden eli O(n^2). Determinantti saadaan laskemalla kummankin matriisin diagonaalin tulo ja kertomalla ne keskenään. Tällöin aikavaativuus on aina vähemmän kuin alkioiden lukumäärä O(n). Kokonaisuudessaan aikavaativuus on siis O(n^2 + n) eli O(n^2). Tilaa vaaditaan iteroidulla algoritmilla ainoastaan vakiomäärä muuttujia O(1).

5 Lähteet

Introduction to Algorithms Third edition 2009 (Thomas H. Cormen etc.)