

# Määrittelydokumentti

Aion toteuttaa matriisilaskimen, joka osaa laskea vähimmillään determinantin, transpoosin, yhteen-, vähennys- ja kertolaskun sekä kertolaskun Strassenin algoritmilla. Strassenin algoritmin etu verrattuna peruskertolaskuun on, että se korvaa yhden kertolaskuoperaation useilla yhteenlaskuoperaatioilla. Koska yhteenlasku on nopeampaa kuin kertolasku, Strassenin algoritmi on nopeampi kuin peruskertolasku. Tämä etu saavutetaan kuitenkin vasta, kun syötteenä oleva  $n \times n$  matriisi on riittävän suuri. Strassenin algoritmin haittapuoli on, että sen tilavaativuus on käytännössä korkeampi kuin tilavaativuus peruskertolaskennassa. (Cormen et al., 2009: 79-82)

Determinantin laskemiseksi on olemassa useita algoritmeja; ensisijainen valintani on Laplacen algoritmi, joka vaikutti toteutuskelpoisimmalta. (Cormen et al., 2009:75-82; Wikipedia, 2014a)

Determinantti lasketaan Laplacen algoritmissä kaavalla  $\det A = \sum_{j=1}^n (-1)^{(i+j)} a_{ij} \det A_{ij}$ , missä  $A_{ij}$  on matriisi joka saadaan poistamalla rivi  $i$  ja sarake  $j$  matriisista  $A$  (Poole, 2011:276-278). Jos aika sallii, olisi toki mielenkiintoista verrata eri algoritmeja. Lisäksi, jos jää aikaa, laskin voisi tarkistaa, onko matriisi kääntyvä, mahdollisesti Gauss-Jordan -algoritmin avulla (Wikipedia, 2014b).

Tietorakenteina tulen käyttämään kaksiulotteisia tauluja. Yritin valita toteutettaviksi algoritmeja, jotka ovat toisaalta sopivan haastavia, mutta toteutettavissa kurssin aikataulun puitteissa.

Taulukko 1 kokoa operaatioiden aika- ja tilavaativuudet.

**Taulukko 1** Operaatioiden aika- ja tilavaativuudet. Wikipedia (2014a) mukaillen.

Operaatio	Syöte	Algoritmi	Aikavaativuus	Tilavaativuus
Yhteen- ja vähennyslasku	Kaksi $n \times m$ matriisia	Perus	$O(nm)$	$O(nm)$
Kertolasku	Yksi $n \times m$ matriisi ja yksi $m \times p$ matriisi	Perus	$O(nmp)$	$O(\max(n \times m, m \times p, n \times p))$
Kertolasku	Kaksi $n \times n$ matriisia	Perus	$O(n^3)$	$O(n^2)$
		Strassen	$O(n^{2.81})$	
Transpoosi	Yksi $n \times m$ matriisi	Perus	$O(nm)$	$O(nm)$
Determinantti	Yksi $n \times n$ matriisi	Laplace	$O(n!)$	$O(n^3)$

Ohjelma tulee toimimaan tekstikäyttöliittymällä. Käyttäjä valitsee haluamansa operaation ja matriisien alkiot syötetään todennäköisesti riveittäin. Käyttöliittymä tarkentuu työn edetessä.

Lähteet:

Cormen, Thomas H., Leiserson, Charles E., Rivest, Ronald L. ja Stein, Clifford.  
*Introduction to algorithms*. 3. painos. Cambridge, MA : MIT Press, 2009.

Poole, David. *Liear Algebra: A Modern Introduction*. 3. painos. Kanada: Brooks/Cole, Cengage Learning, 2011.

Wikipedia (2014a). *Computational complexity of mathematical operations*,  
[http://en.wikipedia.org/w/index.php?  
title=Computational\\_complexity\\_of\\_mathematical\\_operations&oldid=595993721](http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Computational_complexity_of_mathematical_operations&oldid=595993721) [14.5.2014]

Wikipedia (2014b). *Invertible matrix*, [http://en.wikipedia.org/wiki/Invertible\\_matrix](http://en.wikipedia.org/wiki/Invertible_matrix) [15.5.2014]