

Sorbonne Université
Master 1 Automatique, Robotique
Parcours Systèmes Avancés et Robotiques

Rapport de Projet universitaire

Robot manipulateur à câbles

Auteurs :

- Tir Abd Elhafid
- Amine El Kharras

Encadrant :

- M. Faiz Ben Amar

Résumé :

Ce rapport s'inscrit dans le cadre d'un projet M1 SAR sur les robots manipulateurs à câbles qui présentent des propriétés intéressantes en termes d'espace de travail et de rapidité d'exécution de tâche.

Après avoir présenté les modélisations géométrique, cinématique, statique et dynamique de ces manipulateurs, une simulation sous Python est proposée. Cela nous permet d'exposer et de visualiser l'évolution de ces robots en fonction de leurs paramètres articulaires et opérationnels et de tracer des courbes d'évolution des différentes variables au cours du temps, ensuite, on a abordé les problèmes liés au nombre de câbles utilisés dans chaque manipulateur et ce que cela entraîne au niveau des performances et capacités d'un système. Ainsi, commander ces robots en contrôlant la vitesse de leur effecteur, et l'application du principe fondamental de la dynamique à la plateforme mobile et suivre son mouvement, dans la nécessité des algorithmes d'optimisation pour la bonne distribution des tensions dans les câbles.

Sommaire

1. Introduction générale.....	5
1.1. Les robots manipulateurs à câbles.....	5
1.2. Avantages et inconvénients	6
1.3. Etat de l'art et application des robots parallèles à câbles.....	7
2. Modélisation.....	9
2.1. Modélisation géométrique.....	9
2.1.1. Représentation et modélisation géométrique d'un robot manipulateur parallèle à câbles RPC.....	9
2.1.2. Modèle géométrique inverse	10
2.1.3. Modèle géométrique direct	10
2.2. Cinématique	11
2.2.1. Jacobienne.....	11
2.2.2. Cinématique inverse.....	12
2.3. Modèle statique	14
2.4. Dynamique	15
3. Espace de travail.....	15
4. Simulation.....	16
4.1. Contrôle vitesse de la plateforme	16
4.2. Le bon équilibre.....	19
4.3. Commande des manipulateurs parallèles à câbles	21
5. Conception	21
5.1. Règle de conception	21
5.2. Précision des mécanismes à câbles augmentés d'un capteur	22
6. Conclusion	24
7. Références.....	25

Table des figures

Figure 1 Les robots manipulateurs à câbles : Le Adept Quattro™s650H, un robot parallèle à bras rigides.	5
Figure 2 Représentation schématique d'un RPC à six degrés de liberté actionné par huit câbles.	5
Figure 3 Représentation schématique d'un RPC suspendu à six DDL actionnés par huit Câbles.	6
Figure 4 Espace de travail de RPC en configuration suspendue, un RPC actionné à huit câbles pour six DDL.	6
Figure 5 Premiers concepts de robots parallèles à câbles	7
Figure 6 : Le SEGESTA	7
Figure 7 Le ROBOCRANE.....	7
Figure 8 Radiotélescope Fast en chine	8
Figure 9 SpiderCam	8
Figure 10 Robot rééducateur (Toyota).....	8
Figure 11 Architecture générale d'un RPC	9
Figure 12 Modélisations d'un RPC (câble en déroulement).....	12
Figure 13 Modélisations d'un RPC (câble en déroulement).....	12
Figure 14 : Configuration à huit câbles.....	16
Figure 15 Configuration à six câbles.....	16
Figure 16 Représentation 3D d'un RPC.....	17
Figure 17 Evolution des vitesses d'enroulement/déroulement des câbles	18
Figure 18 Evolution des longueurs des câbles au cours du temps.....	18
Figure 19 Evolution des tensions d'enroulement/déroulement des câbles	20
Figure 20 Mécanisme FALCON	22
Figure 21 Mécanisme INCA6D.....	22
Figure 22 Capteur d'angle	23
Figure 23 modèle géométrique d'un RPC	23

1. Introduction générale

Les robots manipulateurs à câbles, leurs intérêts ainsi que les difficultés de leur étude sont discutés ici à la section 1.1. La section 1.2 présente les avantages et les inconvénients de ces robots. La section 1.3 présente L'état de l'art ainsi que les applications possibles de ces robots.

1.1. Les robots manipulateurs à câbles

Les chaines cinématiques très particulières des robots parallèles en font une classe à part de la robotique parallèle traditionnelle, tel que le Adept Quattro (s650H) montré à la figure 1. En effet, les robots manipulateurs étudiés dans ce projet ont les éléments mécaniques qui relient la plateforme mobile à la base fixe ne sont pas rigides, mais composé de câbles flexibles enroulés pour transmettre un mouvement et une force. Un câble est un élément de transmission unidirectionnelle qui ne peut agir sur la plateforme qu'en traction.



Figure 1 : Les robots manipulateurs à câbles : Le Adept Quattro™s650H, un robot parallèle à bras rigides.

Le robot Manipulateur à câbles est pourvu de (m) fermetures cinématique, m étant le nombre de câbles.

Chaque câble relie un point de sortie rattaché à une base fixe à un point d'attache situé sur la plateforme, les enrouleurs, fixés sur la base fixe, sont généralement composés de tambours couplés à des moteurs. Les points d'attache des câbles sur la plateforme mobile sont considérés équivalents à des liaisons rotules.

Une représentation schématique d'un robot manipulateur à 8 câbles est donnée à la figure 2.

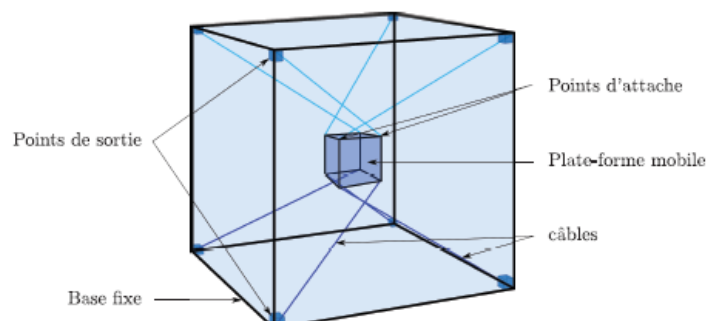


Figure 2 : Représentation schématique d'un RPC à six degrés de liberté actionné par huit câbles.

On observe que le robot présenté dans la figure 2 est attaché à 8 câbles avec 4 points de sortie des câbles situé au-dessus et 4 câbles au-dessous, cette configuration est dite pleinement contrainte.

Une autre configuration partiellement contrainte est illustrée à la figure 3, décrit une géométrie où les points de sortie des câbles sont toujours situés au-dessus de la plateforme, ici la gravité joue un rôle crucial.

Une diverse géométrie possible de points de sortie, de points d'attache et d'arrangements des câbles peut être donné et qui produisent différentes configurations des robots manipulateurs à câbles.

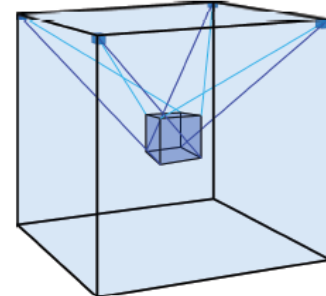


Figure 3 : Représentation schématique d'un RPC suspendu à six DDL actionnés par huit câbles.

1.2. Avantages et inconvénients

Les robots manipulateurs offrent un certain nombre d'avantages par rapport au robots parallèles conventionnels représenté à la figure 1, grâce aux câbles qui sont des éléments flexibles et offre un très grand espace de travail qui permet de répondre à différentes applications à grand échelle, par exemple, l'espace de travail d'un robot manipulateur suspendu à 8 câbles et 6 DDL, représente plus de 75% du volume total occupé par le robot, cet espace est illustré par la figure 4 dont les couleurs représentent la tension du câble pour chaque pose en équilibre statique. En comparaison, l'espace de travail du robot parallèle rigide représente seulement 31% de volume total occupé par le robot.

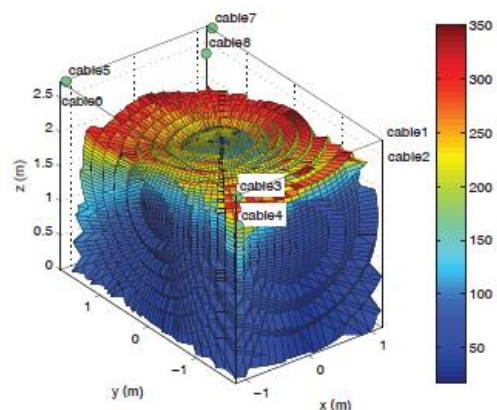


Figure 4 : Espace de travail de RPC en configuration suspendue, un RPC actionné à huit câbles pour six DDL.

Les masses et les inerties des élément mobiles d'un RPC sont réduites, on néglige souvent la masse des câbles devant celle de la plateforme mobile, cela a un impact direct sur la consommation énergétique des robots, ce qui leur permette d'être plus performant dynamiquement.

En revanche, utiliser des câbles pose quelques complications lors de la commande des RPC. Certaines applications entraînent des erreurs de positionnement de la plateforme dues aux déformations des câbles. Aussi l'espace de travail est limité par l'unilatéralité de l'actionnement, ainsi par les collisions des câbles entre eux, avec la plateforme ou avec l'environnement.

1.3. Etat de l'art et application des robots parallèles à câbles

L'idée de remplacer des éléments rigides par des câbles a été proposée pour objectif de déplacement des charges lourdes dans des grands espace de travail, comme pour la construction de bâtiment, les premiers travaux ont été publiés en 1989 par Dagalakis et al. D'où la figure 5 est issue. Ces travaux ont donné naissance aux premiers prototypes de RPC suspendu, Le ROBOCRANE illustré dans la figure 6, et Le SEGESTA développé à l'université de Duisburg-Essen (Figure 7).

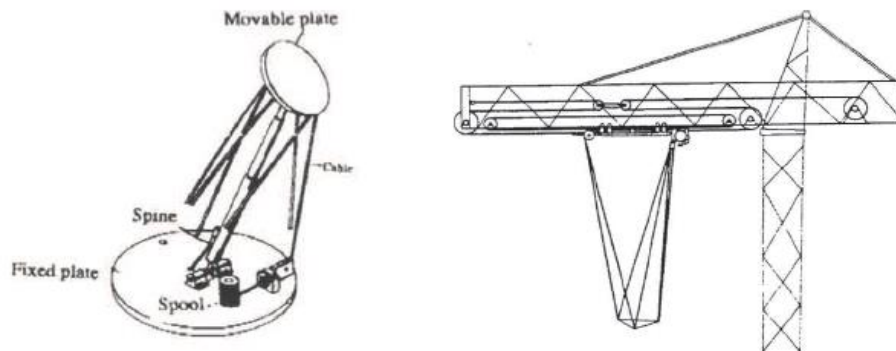


Figure 5 : Premiers concepts de robots parallèles à câbles



Figure 6 : Le ROBOCRANE



Figure 7 : Le SEGESTA

De nombreux projets, comme le NIMs3D, ont eu pour objectif d'utiliser la plateforme mobile d'un RPC comme un capteur, en intégrant une caméra, d'un récepteur. Ces projets sont encore actifs, où ils utilisent un RPC pour guider le récepteur d'un radiotélescope géant (figure 8).

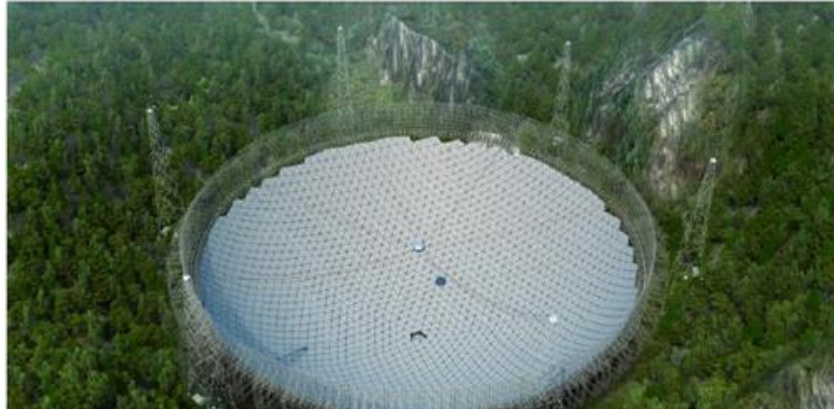


Figure 8 : Radiotélescope Fast en chine

De plus, plusieurs caméras intégrées à ces RPC sont commercialisées depuis des années, qui permettent de filmer des événements sportifs en déplaçant la caméra dans un très grand volume comme le montre la figure 9.



Figure 9 : SpiderCam

Ces mécanismes parallèles à câbles sont aussi utilisés à la rééducation qui permettent de soulager le patient du poids lors d'exercices, par exemple RPC pour la rééducation de la marche, du bras ou encore de la jambe (figure 10).



Figure 10 : Robot rééducateur (Toyota)

2. Modélisation

Ce chapitre donne des éléments de modélisation géométrique, cinématique, statique et dynamique d'un robot parallèle manipulateur à câbles RPC. La section 2.1 présente la modélisation géométrique direct/indirect d'un RPC. La modélisation cinématique est détaillée à la section 2.2. Le modèle statique présenté dans la section 2.3. Le modèle dynamique dans la section 2.4.

Dans ce chapitre, les hypothèses suivantes sont posées :

- Les câbles seront supposés indéformables et de masse négligeable.
- Les robots étudiés sont suspendus. La plateforme mobile possède six degrés de liberté et actionnée par huit câbles.

2.1. Modélisation géométrique

2.1.1. Représentation et modélisation géométrique d'un robot manipulateur parallèle à câbles RPC

On modélise un RPC à m câbles figure 11. Avec m points de sortie des câbles, notés A_i sur la base fixe, et m point d'attache des câbles sur la plateforme mobile noté B_i , $i \in [1, \dots, m]$, les coordonnées de ces points sont regroupées respectivement dans le vecteur a_i et b_i . On exprime a_i dans le repère fixe R_b du robot, tel que : $R_b = \{O, X, Y, Z\}$, et b_i exprimé dans le repère mobile R_p de la plateforme $R_p = \{P, X_p, Y_p, Z_p\}$. Le vecteur p donne la position cartésienne de la plateforme de centre géométrique P , avec : $p = [x \ y \ z]^T \in R_b$. On définit la matrice de rotation du repère R_p par rapport repère R_b par Q qui est la matrice orthogonale de rotation. La longueur du câble i est noté l_i , en notant e_i un vecteur unitaire.

On écrit :

1

$$\overrightarrow{A_i B_i} = l_i e_i$$

On définit la matrice de rotation Q :

2

$$Q(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & -c_\theta s_\psi & s_\theta \\ c_\phi s_\psi + s_\phi s_\theta c_\psi & c_\phi c_\psi - s_\phi s_\theta s_\psi & -s_\phi c_\theta \\ s_\phi s_\psi - c_\phi s_\theta c_\psi & s_\phi c_\psi + c_\phi s_\theta s_\psi & c_\phi c_\theta \end{bmatrix}$$

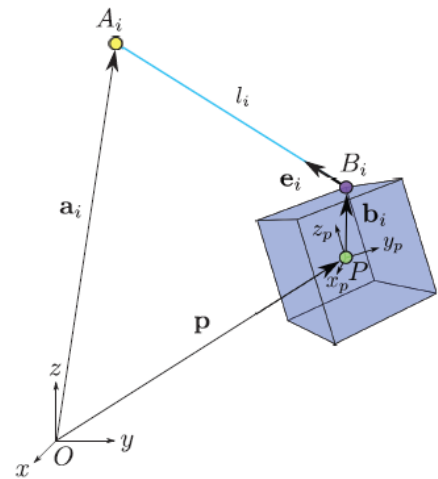


Figure 11 : Architecture générale d'un RPC

Où ϕ, θ, ψ sont les trois angles d'Euler successifs issus de la convention X-Y-Z des angles d'Euler.

La position p du point P et l'orientation w de la plateforme, exprimés en angles d'Euler dans le repère R_b , décrivent la pose de la plateforme :

$x=[p^T w^T]^T=[x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T \in \mathbb{R}^6$, finalement on exprime la matrice de transformation homogène qui transforme le repère R_b et R_p telle que :

3

$${}^bT_p = \begin{bmatrix} Q_{3 \times 3} & p_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}$$

2.1.2. Modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse MGI relie les coordonnées articulaires l_i du robot aux coordonnées opérationnelles x de la plateforme, c'est-à-dire cela permet de calculer $l = [l_1 \ l_2 \ \dots l_m]$ connaissant la pose $x=[p^T w^T]^T=[x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T \in \mathbb{R}^6$ de la plateforme.

tel que :

4

$$l = f(x)$$

La chaîne cinématique qui relie la base à la plateforme est très simple. Seuls les m Câbles qui relient la plate-forme à la base fixe du robot (s'agissant d'un robot parallèle, il y a m fermetures cinématiques), on peut écrire :

5

$$l_i = \|\overrightarrow{A_i B_i}\| = \|(p + Qb_i - a_i)\|, \ i \in [1, 2, \dots, m]$$

2.1.3. Modèle géométrique direct

À l'inverse du MGI, le Modèle Géométrique Direct (MGD) détermine la pose x de la plateforme connaissant les coordonnées articulaires l_i .

Supposons que vous ayez des caméras qui observent le robot et qui vous permettent d'estimer les longueurs des câbles. Pouvons-nous, à partir de ces mesures, retrouver la position de la charge ? C'est ce que les roboticiens appellent résoudre le modèle géométrique direct.

Comme ces longueurs sont connues, il faut donc résoudre ce système de 8 équations à 6 inconnues.

La relation du MGD s'écrit :

6

$$x = f^1(l)$$

La solution de ce modèle donne plusieurs solutions possibles, avec plusieurs positions différentes de la plateforme mobile, ce n'est que dans les années 2000 que l'on a vu apparaître des méthodes numériques efficaces pour calculer effectivement les solutions dans un temps relativement faible (de l'ordre de quelques secondes) ! Toutefois, toutes les solutions ne sont pas valides : en effet, n'oublions pas que seules les solutions avec les câbles en tension sont correctes. De plus, avoir des câbles en tension est nécessaire, mais n'est pas suffisant : une solution peut être stable ou instable (dans ce cas, à la moindre perturbation, la charge va aller vers une autre solution). Il est donc nécessaire de passer par une commande des câbles en tensions.

En supposant tous les câbles tendus, le MGD est équivalent à celui d'un robot parallèle classique de type plate-forme de Gough-Stewart. Plusieurs méthodes ont été proposées pour résoudre le MGD des robots parallèles. La possibilité de déterminer une forme explicite dépend des mécanismes pris au cas par cas. On utilise principalement des méthodes numériques, qui donnent une solution particulière locale. Citons les méthodes de Newton-Raphson, le modèle différentiel inverse et la descente de gradient. Le MGD d'un robot parallèle à redondance d'actionnement admet plusieurs solutions. L'analyse par intervalles permet de toutes les déterminer. Des travaux ont été publiés sur ce sujet. Trouver toutes les solutions et en sélectionner une admissible pour le système, avec une contrainte temps-réel, est un problème encore ouvert aujourd'hui.

2.2. Cinématique

2.2.1. Jacobienne

On note $J(x)$ la matrice Jacobienne dont on rappelle la définition.

Définition 2.1. Soit une fonction vectorielle f d'une variable vectorielle x . On appelle Jacobienne de f la matrice

7

$$J(x) = \left[\frac{\delta f_i(x)}{\delta x_j} \right] \quad i \in [1, 2, \dots, m], \quad j \in [1, 2, \dots, n]$$

Les lignes de la matrice Jacobienne sont donc formées des gradients des composantes l_i de l . En supposant les câbles tendus, d'après $l = f(x)$, et dans le cas d'un robot à six DDL, J s'exprime :

8

$$J(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{l_1} (p + Qb_1 - a_1)^T & \frac{1}{l_1} (Qb_1 \times (p - a_1))^T \\ \vdots & \vdots \\ \frac{1}{l_m} (p + Qb_m - a_m)^T & \frac{1}{l_m} (Qb_m \times (p - a_m))^T \end{bmatrix}$$

2.2.2. Cinématique inverse

Il s'agit de calculer la dérivée de la longueur des câbles à partir de la vitesse (en translation et rotation) de la plateforme mobile. Il s'agit du modèle dérivé du modèle géométrique $l = f(x)$. Pour cela nous allons considérer les points A_i fixes dans R_b , ce qui nous permet d'écrire que la vitesse de déroulement du câble est égale au projeté orthogonal sur le câble de la vitesse de son point d'accroche. Soit :

$i \in [1, 2, \dots, m]$:

9

$$\begin{aligned} \dot{l}_i &= \vec{u}_i \cdot \vec{V}_{B_i} \\ \text{avec : } \vec{u}_i &= \frac{\vec{l}_i}{l_i} \quad : \text{vecteur unitaire de la direction du câble} \\ \vec{V}_{B_i} &= \vec{V}_S + \vec{\Omega} \times \vec{b}_i \end{aligned}$$

b_i = position de point d'attache sur robot sur repère mobile R_b

Il y'a bien un accroissement de longueur de câble positif quand $(\vec{V}_{B_i}, \vec{u}_i) < \pi/2$ (voir figure 12)

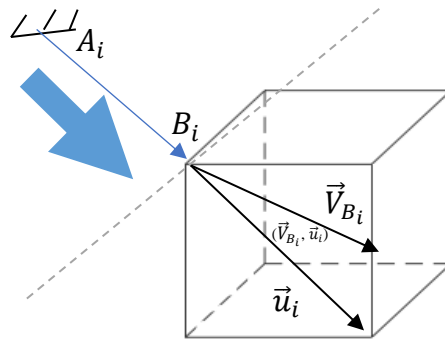


Figure 12 : Modélisations d'un RPC (câble en déroulement)

Dans le cas de décroissement du câble $(\vec{V}_{B_i}, \vec{u}_i) > \pi/2$ (voir figure 13)

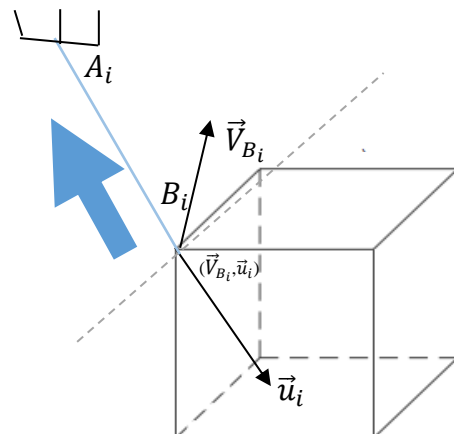


Figure 13 : Modélisations d'un RPC (câble en enroulement)

En remplaçant \vec{V}_{B_i} dans équation-9 on obtient :

10

$$\dot{l}_i = \vec{u}_i \cdot \vec{V}_s + \vec{u}_i \cdot (\vec{\Omega} \times \vec{b}_i)$$

On effectue une permutation circulaire sur le produit mixte :

11

$$\dot{l}_i = \vec{u}_i \cdot \vec{V}_s + \vec{\Omega} \cdot (\vec{b}_i \times \vec{u}_i)$$

Cette équation se met aisément sous forme matricielle :

12

$$\begin{pmatrix} \dot{l}_1 \\ \vdots \\ \dot{l}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\vec{u}_1)^\top & (\vec{b}_1 \times \vec{u}_1)^\top \\ \vdots & \vdots \\ (\vec{u}_m)^\top & (\vec{b}_m \times \vec{u}_m)^\top \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{V}_s \\ \vec{\Omega} \end{pmatrix}$$

Qui s'écrit également :

13

$$\begin{pmatrix} \dot{l}_1 \\ \vdots \\ \dot{l}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{u}_1 & \vec{u}_m \\ \vdots & \vdots \\ \vec{b}_1 \times \vec{u}_1 & \vec{b}_m \times \vec{u}_m \end{pmatrix}^\top \cdot \begin{pmatrix} \vec{V}_s \\ \vec{\Omega} \end{pmatrix}$$

En posant :

$$P = \begin{pmatrix} \vec{u}_1 & \vec{u}_m \\ \vdots & \vdots \\ \vec{b}_1 \times \vec{u}_1 & \vec{b}_m \times \vec{u}_m \end{pmatrix}, \quad l = \begin{pmatrix} \dot{l}_1 \\ \vdots \\ \dot{l}_m \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \vec{V}_s \\ \vec{\Omega} \end{pmatrix}$$

Ce qui nous donne :

14

$$\dot{l}_i = P^T \cdot \dot{\mathbf{x}}$$

La matrice P^T de dimension $(n \times m)$, avec n = nombre de degré de liberté et m = nombre de câbles, est la matrice pseudo-jacobienne de l'application $l = f(x)$.

Cependant, classiquement cette matrice P^T serait appelée la matrice jacobienne inverse du manipulateur, et notée J^{-1} , faisant référence au modèle géométrique direct.

2.3. Modèle statique

On note le torseur des actions mécanique des câbles sur plateforme :

15

$$\{\mathcal{T}_{c \rightarrow OT}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{F_{c \rightarrow OT}} \\ \overrightarrow{M_{c \rightarrow OT,S}} \end{array} \right\}_S$$

Avec :

16

$$\begin{aligned} \overrightarrow{F_{OT \rightarrow c}} &= \sum_{i=1}^m T_i \cdot \vec{u}_i \\ \overrightarrow{F_{c \rightarrow OT}} &= - \sum_{i=1}^m T_i \cdot \vec{u}_i \\ \text{et que :} \\ \overrightarrow{M_{OT \rightarrow c}} &= \sum_{i=1}^m T_i \cdot \vec{b}_i \times \vec{u}_i \\ \overrightarrow{M_{c \rightarrow OT}} &= - \sum_{i=1}^m T_i \cdot \vec{b}_i \times \vec{u}_i \end{aligned}$$

On peut l'écrire sous forme matricielle :

17

$$\begin{pmatrix} \overrightarrow{F_{c \rightarrow OT}} \\ \overrightarrow{M_{c \rightarrow OT}} \end{pmatrix} = - \begin{bmatrix} \vec{u}_1 & \dots & \vec{u}_n \\ \vec{b}_1 \times \vec{u}_1 & \dots & \vec{b}_n \times \vec{u}_n \end{bmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ \vdots \\ T_m \end{pmatrix}$$

On retrouve la matrice P précédemment trouvé qui est la jacobienne inverse de dimension $(n \times m)$

⇒ Sous forme matricielle le principe fondamental de la statique appliqué à la plateforme

18

$$\begin{pmatrix} \overrightarrow{F_{ext \rightarrow OT}} \\ \overrightarrow{M_{ext \rightarrow OT,S}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \vec{Pd} \\ \vec{SG} \times \vec{Pd} \end{pmatrix} - P \cdot T = 0$$

\vec{Pd} = Poids de la plateforme mobile

$\begin{pmatrix} \overrightarrow{F_{ext \rightarrow OT}} \\ \overrightarrow{M_{ext \rightarrow OT,S}} \end{pmatrix}$ = Les efforts extérieurs appliqué à la plateforme autres que la gravité et les efforts transmis par les câbles.

S = Point pris pour positionnement de la plateforme dans la base fixe

G = Centre d'inertie.

2.4. Dynamique

Les équations de Newton-Euler s'écrivent sous la forme matricielle telle que :

19

$$\begin{pmatrix} \Sigma F \\ \Sigma \tau \end{pmatrix} = M(x)\ddot{x} + C(x, \dot{x})\dot{x}$$

Où :

- ΣF Est la somme des forces exercés au centre de gravité
- $\Sigma \tau$ Est la somme des moments exercés au centre de gravité
- \dot{x} Désigne le vecteur vitesse de la plateforme
- \ddot{x} Désigne le vecteur accélération de la plateforme
- M Est la matrice $n \times n$ symétrique définie positive d'inertie du corps considéré
- C Est la matrice $n \times n$ des efforts de Coriolis et des forces centrifuges appliqués sur le corps considéré

3. Espace de travail

Définition : un ensemble de position et orientation de la plateforme mobile qui peut atteindre dans le volume du robot sans collisions entre ses câbles, câble–plateforme ou câble–environnement, pour laquelle le robot est en équilibre statique, et ses câbles peuvent équilibrer tout torseur d'efforts d'un ensemble donné T de torseurs avec des tensions admissibles, qui dépend de plusieurs paramètres :

- Cordonnées des points de sortie des câbles
- Cordonnées des points d'attache des câbles
- L'arrangement des câbles.
- Tension maximal et minimal des câbles

A titre d'exemple, on compare le volume atteignable de robots, l'un suspendu avec 6 câbles (figure 14) et l'autre avec 8 câbles (figure 15), on remarque un espace de travail plus grand pour le robot actionné par 8 câbles (jusqu'à 80%) par rapport à celui de 6 câbles (23%) du volume total.

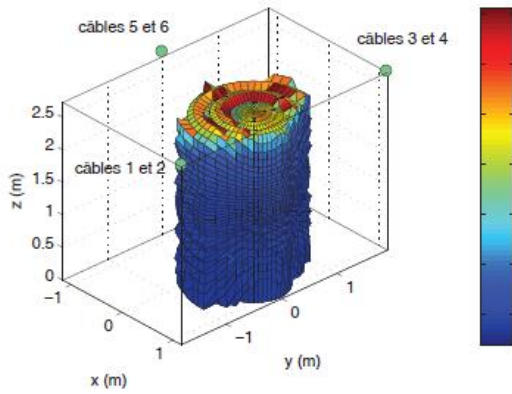


Figure 14 : Configuration à six câbles

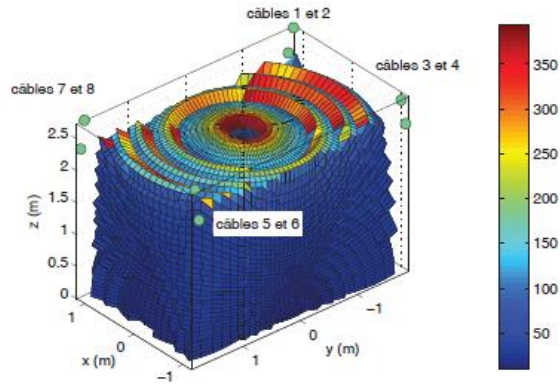


Figure 15 : Configuration à huit câbles

4. Simulation

4.1. Contrôle vitesse de la plateforme

On a implémenté un algorithme sous langage Python pour simuler notre robot suspendu à 8 câbles (6 DDL). On peut contrôler les vitesses opérationnelles (vitesse linéaire et angulaire) de la plateforme mobile à l'aide d'une équation trouvée par le modèle cinématique indirecte : $\dot{l}_i = J^{-1} \cdot \dot{x}$

On a défini d'abord : les vitesses opérationnelles désirés et en connaissant la matrice jacobienne inverse trouvée précédemment on trouve les vitesses linéaires des câbles selon cette équation :

20

$$\dot{l}_i = J_{i1}^{-1} \dot{x} + J_{i2}^{-1} \dot{y} + J_{i3}^{-1} \dot{z} + J_{i4}^{-1} \dot{\phi} + J_{i5}^{-1} \dot{\theta} + J_{i6}^{-1} \dot{\psi}$$

Avec : $i \in [1, 2, \dots, m]$

A l'aide des vitesses articulaires trouvées on simule notre système et on trace la courbe d'évolution de vitesse d'enroulement linéaire d'un câble i en fonction du temps.

Par exemple, on définit l'équation paramétrique d'un cube selon l'axe X, Y, Z selon :

21

$$x(t) = \frac{v \cdot (x_2 - x_1) \cdot t}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}} + x_1 \quad \text{avec : } \begin{array}{l} x_1 = \text{position initial selon axe X et } x_2 \text{ position} \\ \text{final.} \end{array}$$

22

$$y(t) = \frac{v \cdot (y_2 - y_1) \cdot t}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}} + y_1 \quad y_1 = \text{position initial selon axe Y et } y_2 \text{ position final.}$$

$$z(t) = \frac{v \cdot (z_2 - z_1) \cdot t}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}} + z_1$$

z_1 = position initial selon axe Z et z_2 position final

v = vitesse à définir

⇒ Et on choisit les valeurs suivantes :

$x_1 = 10$ et $x_2 = 5$

$y_1 = 10$ et $y_2 = 15$

$z_1 = 10$ et $z_2 = 10$

$v = 80$

Donc on effectue une translation selon l'axe X et Y, et une rotation nulle (figure 16)

(lien vers l'animation : <https://media.giphy.com/media/Tbkf7MITHtHetNNb4L/giphy.gif>)

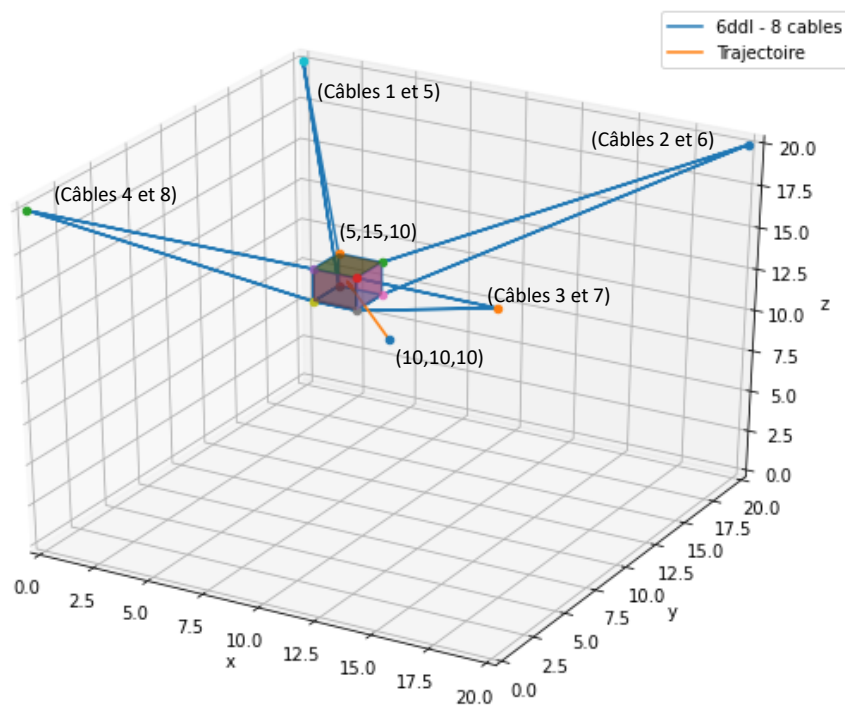


Figure 16 : Représentation 3D d'un RPC

Ensuite, on trace la courbe d'évolution de la vitesse d'enroulement et déroulement des câbles (figure17).

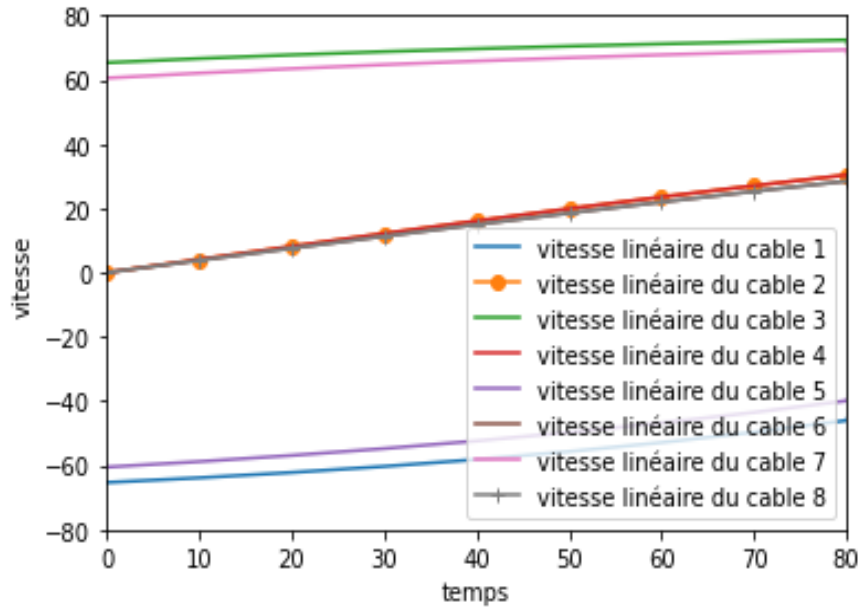


Figure 17 : Evolution des vitesses d'enroulement/déroulement des câbles

Les valeurs de vitesse changent au cours du temps, la vitesse des câbles 1 et 5 prend des valeurs négatives car ils sont en plein traction (enroulement des deux câbles) dans le sens contraire de la direction du vecteur unitaire le long du câble \vec{u}_i (voir figure 13), leurs vitesses diminuent au cours du temps, cependant les vitesses de déroulement des câbles 2, 3, 4, 6, 7 et 8 augmentent au cours du temps (voir figure 12), jusqu'à atteindre la position désirée.

Et on trace l'évolution des longueurs des huit câbles en fonctions du temps (Figure 18)

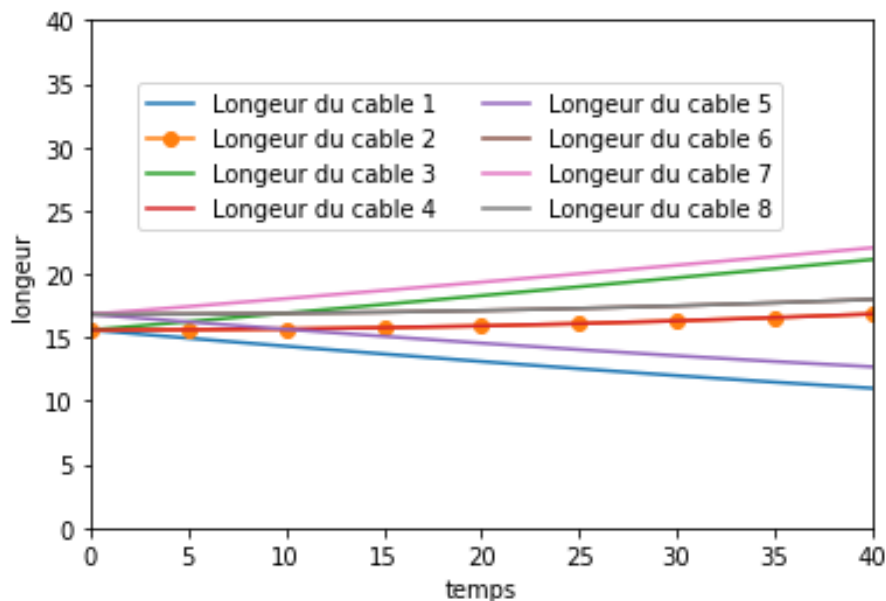


Figure 18 : Evolution des longueurs des câbles au cours du temps

4.2. Le bon équilibre

On a trouvé précédemment une relation entre vitesse articulaire et opérationnelle du notre robot grâce au jacobienne, il existe aussi une dualité entre le vecteur des tensions des câbles et le vecteur d'efforts selon cette loi :

24

$$F = W(x). T$$

Avec :

25

$$W(x) = - J^T$$

Qui représente la matrice des torseurs qui permet de transformer le vecteur des tensions T en vecteur des efforts (force et moment) appliqué par les câbles sur la plateforme F . Un câble ne peut que transmettre des efforts de traction, une action de compression est impossible.

Par définition de la matrice de torseur et le vecteur des efforts appliqué sur la plateforme (en ajoutant une force de gravité selon Axe Z), et à l'aide de solution moindre carré on obtient notre vecteur de tension T (voir code annexe).

Solution moindre carré :

On se trouve dans système linéaire matricielle avec 6 équations d'équilibre et 8 inconnus T_i avec :

$$i \in [1, 2, \dots, m]$$

Pour résoudre ce système, on utilise la méthode des moindres carrés

26

$$F = W(x).T$$

En multipliant par $W(x)^T$, pour obtenir une matrice de dimension (8,8) qui peut être résolue par l'algorithme de solution moindre carrée et d'optimisation :

27

$$W(x)^T.W(x).T = W(x)^T.F$$

On utilisant la fonction de bibliothèque numpy linalg lstsq() qui renvoie le moindre carré solution d'une équation linéaire on trouve une solution particulière de vecteur de tension T parmi plusieurs solutions possibles.

Remarque : ces équations linéaires donnent une infinité de solution, par conséquent, la distribution de tension optimale ne peut être obtenue que par des méthodes d'optimisation.

Comparé aux robots parallèles à membres rigides, les câbles d'un RPC ne peuvent pas pousser sur la plate-forme. Par conséquent, les composantes du vecteur T doivent rester strictement non-négatives.

En l'absence d'algorithme de distribution des tensions, le vecteur T , calculé à partir de l'équation précédente, peut avoir des composantes négatives. Il est alors impossible, partant d'une pose initiale x_1 d'atteindre la pose finale x_2 désirée. Afin d'éviter que la commande ne demande à un câble de pousser la plate-forme, il faut établir une stratégie de distribution admissible des tensions. Définissons la notion d'admissibilité, une distribution des tensions T est dite admissible si chacune de ses composantes vérifie les conditions d'admissibilité :

$$0 \leq t_{i_{\min}} \leq t_i \leq t_{i_{\max}}, i = \{0, \dots, m\}$$

La question suivante : si un torseur d'efforts f appliqués à la plateforme doit être équilibré à l'aide des câbles, connaissant la matrice des torseurs de la pose courante, comment choisir une distribution admissible des tensions dans les câbles garantissant la commandabilité du système ? Pour y répondre, nous chercherons une solution admissible au problème de la distribution des tensions des câbles. Pour cela on a utilisé le module d'optimisation `scipy.optimize` qui consiste à trouver les entrées d'une fonction objective qui aboutissent à la sortie minimale de la fonction (voir code annexe).

Pour résoudre on doit d'abord définir une fonction objective à minimiser qui est la norme du vecteur de tension, et définir les fonctions contraintes qui sont les huit équations obtenus avec l'équation 27, ainsi les tensions minimales $t_{i_{\min}}$ et maximale $t_{i_{\max}}$, et on obtient la solution optimale de la distribution des tensions dans les câbles.

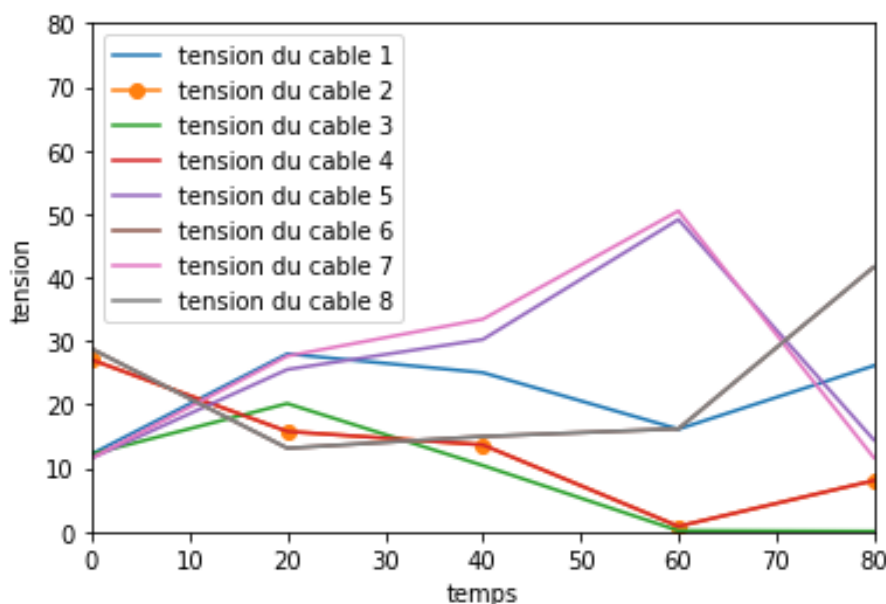


Figure 19 : évolution des tensions dans les câbles

Sa résolution doit pouvoir être intégrée aux schémas de commande des RPC et ainsi être compatible avec des systèmes temps-réels. Il existe d'autres méthodes par exemple (fmincon).

Conclusion : Le problème essentiel de la détermination de la tension des câbles dans les robots parallèles suspendus à câbles est d'identifier la solution optimale dans l'ensemble des solutions positives des équations sous-déterminées. De nombreuses études se sont concentrées sur la proposition de divers objectifs d'optimisation pour équilibrer les tensions minimales et la rigidité du mécanisme, et sur le développement de stratégies de solution pour améliorer l'efficacité des calculs. Actuellement, il n'existe pas de critère objectif pour lequel les tensions optimales peuvent être exprimées par une fonction explicite.

4.3. Commande des manipulateurs parallèles à câbles

Il est impossible de commander en position un manipulateur parallèle à (m) Câbles en pilotant la longueur des m câbles. En effet, du fait des erreurs du modèle géométrique $l = f(x)$, certains câbles risquent de se trouver détendus, ce qui entraîne chocs et vibrations. Il est donc nécessaire de passer par une commande des câbles en tensions.

La façon de procéder est de commander pour chaque moteur une tension (un couple) proportionnelle à l'erreur de longueur, plus un terme dérivé et un terme arbitraire constant pour permettre au système d'assurer une force interne.

La gestion des cordonnées de tension nécessite un algorithme de minimisation tel que : $\|T_{opt} - T\|$, avec T_{opt} étant la tension que nous jugeons optimale pour le comportement du système.

5. Conception

5.1. Règle de conception

Il existe quelques règles simples de conception de l'architecture géométrique des manipulateurs parallèles à câbles qui permettent d'agrandir l'espace de leurs travail pratique et aussi éviter toute singularité du système, tel que :

- Découpler les degrés qui rend possible l'utilisation de câbles et moteurs différents.
- La réunion des câbles aux points d'attache pour éviter qu'ils se croisent et augmente ainsi l'espace de travail pratique.
- Minimiser le nombre de points d'attache sur la plateforme mobile pour limiter le nombre de câbles pouvant se trouver alignés et donc inopérants.

5.2. Précision des mécanismes à câbles augmentés d'un capteur

Traditionnellement, les robots parallèles à câbles utilisent des encodeurs au niveau de leurs enrôleurs, qui sont souvent connectés à l'arbre moteur ou à l'arbre de la poulie pour prendre des mesures de longueurs des câbles, par exemple le mécanisme FALCON (figure 20) dont les mesures sont munis d'encodeurs, le mécanisme INCA6D (figure 21) dont les poulies sont munis d'encodeurs, ainsi le mécanisme ReelAx qui utilise des encodeurs relatifs sur des moteurs à entraînement direct. Ces mécanismes permettent de mesurer les longueurs des câbles de façon simple. Il existe d'autres capteurs qui mesurent l'angle (figure 22) de départ d'un câble (figure 23) qui est une opération avec plus grande de complexité, ces capteurs n'agissent pas sur le comportement des câbles.



Figure 20 : Mécanisme FALCON

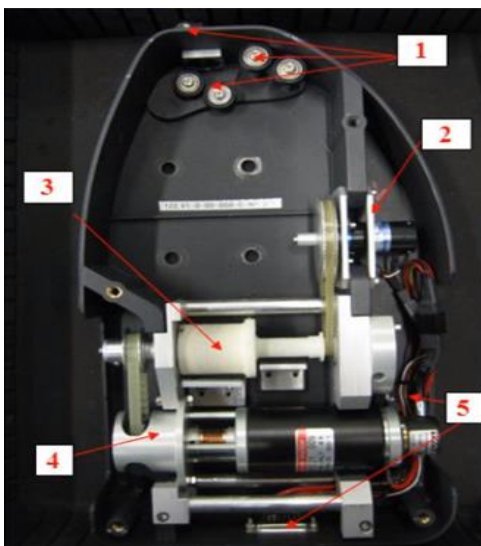
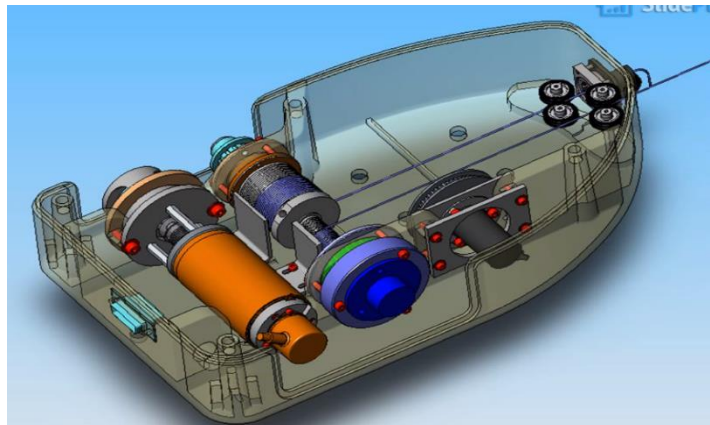


Figure 21 : Mécanisme INCA6D



- (1) Un étage de gestion des câbles en sortie comprenant des poulies folles qui guident les câbles de façon à éviter les problèmes d'enroulements.
- (2) Un étage positionnement comprenant une poulie dentée de 60 dents et un potentiomètre multi-tours (10 tours).
- (3) Un étage d'enroulement des câbles comprenant une poulie dentée de 14 dents pour recevoir le couple de l'étage moteur, une zone d'enroulement du câble partant vers l'effecteur, une zone d'enroulement du câble d'équilibrage partant vers le ressort de rappel, une petite poulie dentée de 14 dents pour la synchronisation de l'étage d'enroulement et celui de l'étage de positionnement.

- (4) Un étage moteur comprenant un moteur RE40, un codeur 3600 pts et une poulie dentée de 14 dents. Il est aussi composé d'un connecteur et d'un faisceau de câbles (5) permettant de faire transiter les différents signaux du contrôleur vers le moteur (et vice-versa).

Ces capteurs d'angles ont été utilisés sur des mécanismes parallèles pour permettre une solution symbolique au problème géométrique direct, ainsi, ils ont fait leurs preuves dans l'industrie comme étant des solutions robustes.

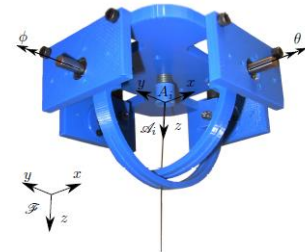


Figure 22 : Capteur d'angle

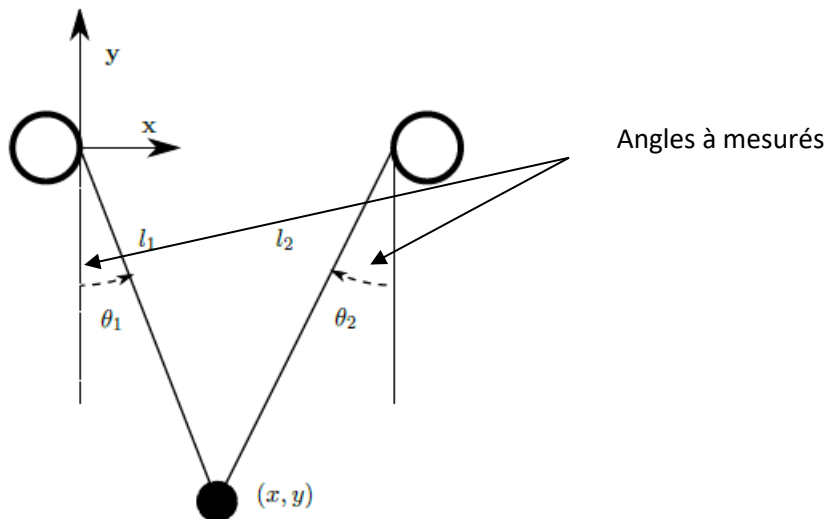


Figure 23 : modèle géométrique d'un RPC

6. Conclusion

On pourrait penser intuitivement d'après les résultats obtenus durant notre recherche sur les robots parallèle suspendus à câbles qu'en mettant un plus grand nombre de câbles on pourrait :

- Augmenter le volume de l'espace de travail
- Mieux répartir les tensions dans les câbles

Les roboticiens utilisent le mot de redondance pour caractériser le fait que l'on dispose de plus de variables de contrôle que nécessaire notant toutefois qu'il y a un obstacle à la multiplication des câbles : le risque de collision entre eux.

Cependant, la possibilité d'utiliser la redondance pour mieux répartir la tension entre les câbles fait encore débat.

Si le principe des robots parallèles à câbles est séduisant par sa simplicité apparente et par la richesse des applications potentielles, on a pu se rendre compte que de redoutables problèmes mathématiques se cachaient derrière cette simplicité. Ils peuvent être détournés en utilisant des géométries particulières (qui sont utilisées dans la très grande majorité des robots qui fonctionnent actuellement) ou tout simplement ignorés au détriment de la sécurité, pourtant essentielle pour des applications comme l'aide à la personne.

7. Références

- [1] M. Pascal LAFOURCADE, “Etude des manipulateurs parallèles à câbles, conception d’une suspension active pour soufflerie, thèse.”https://depozit.isae.fr/theses/2004/2004_Lafourcade_Pascal.pdf, 2004.
- [2] M. Alexis Fortin-Coté, “Développement d’un mécanisme parallèle entraîné par câbles utilisé comme interface à retour haptique visant la réadaptation physique en environnement immersif, thèse “https://robot.gmc.ulaval.ca/fileadmin/documents/Theses/alexis_fortin-cote.pdf, 2017.
- [3] M. NATHANIEL ZOSO, “https://robot.gmc.ulaval.ca/fileadmin/documents/Memoires/nathaniel_zoso.pdf”, 2011.
- [4] M. Younes Mohamed BOUKRAA, MODÉLISATION ET COMMANDE D'UN ROBOT PARALLÈLE À CÂBLES POUR LA RÉÉDUCATION DES MEMBRES INFÉRIEURS, “https://espace.etsmtl.ca/2434/1/BOUKRAA_Younes_Mohamed.pdf”, 2019.
- [5] M. HOUAMED Noureddine, Contribution a la modélisation et a la commande d’un robot parallèle contraint à 4d.d.l,<http://bib.univoeb.dz:8080/jspui/bitstream/123456789/7706/1/m%C3%A9moire%20HOUAMED%202017.pdf> ,juin 2017.
- [6] M. Ali Aflakiyan, Hassan Bayani, Mehdi Tale Masouleh, Computed Torque Control of a Cable Suspended ParallelRobot,“https://www.lirmm.fr/~chemori/Temp/Weiyu/Articles/Computed_torque_Control_Cable_robots.pdf”,October 7-9,2015.
- [7] M. Benchora abdelilah, M. Metchat aissa abdeldjalil, Calibrage géométrique d’un robot parallèle, http://thesis.essatlemcen.dz/bitstream/handle/STDB_UNAM/138/Master.pdf?sequence=1&isAllowed=y, mémoire de fin détude, 2019/2020.
- [8] M. Alessandro Berti, Kinematics and statics of cable-driven parallel robots by interval-analysis-based methods, <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01516606/file/2015NICE4018.pdf>, HAL open science, 02/05/2017.
- [9] Robot parallèle à câbles, <https://www.mccours.net/cours/memoires/ahm3clic77.pdf>, CliCours.com.
- [10] RoboGrok, <http://www.robogrok.com/index.html>.