$$1 + x + x^2 + \ldots + x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$$

Caso base : $n = 0 \Rightarrow \sum_{i=0}^{0} x^i = 1$

$$\frac{x^{0+1} - 1}{x - 1} = \frac{x - 1}{x - 1} = 1$$

O caso base está provado

Passo indutivo: (Assumindo que a proposição é verdadeira)

$$\sum_{i=0}^{n+1} x^i = \sum_{i=0}^{n} x^i + x^{n+1} =$$

$$= \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1} + x^{n-1} =$$

$$= \frac{x^{n+1} - 1 + (x - 1)\,x^{n-1}}{x - 1} =$$

$$= \frac{x^{n+1} - 1 + x^{n+2} - x^{n-1}}{x - 1} = \frac{x^{n+2} - 1}{x - 1}$$

que é a expressão $\frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$ para $n + 1$

Logo, está provado que $\sum_{i=0}^{n} x^i = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$