

1. Scrivete un'espressione regolare per il linguaggio formato da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\{0, 1\}$  che, interpretate come numeri in notazione binaria, rappresentano potenze di due.

**Solution:**

$10^*$

2. Scrivete un'espressione regolare per il linguaggio formato da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\{0, 1\}$  che, interpretate come numeri in notazione binaria, *non* rappresentano potenze di 2.

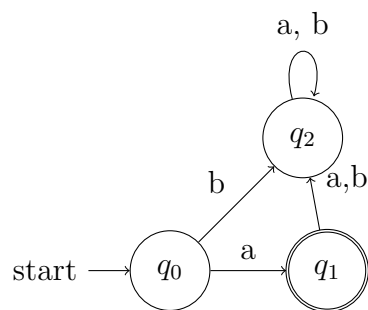
**Solution:**

$(0 + 1(0 + 1)^* 1)$

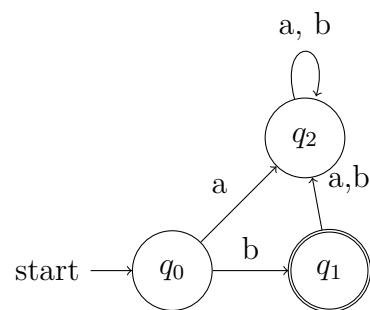
3. Scrivete un'espressione regolare per il linguaggio formato da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\{a, b\}$  in cui le  $a$  e le  $b$  si alternano (come  $abab$ ,  $bab$ ,  $b$ , ecc). Disegnate poi un automa per lo stesso linguaggio.

**Solution:**

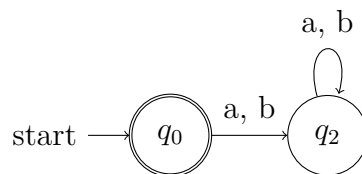
$(b + \epsilon)(ab)^* (a + \epsilon)$



(a) Automa completo per  $a$

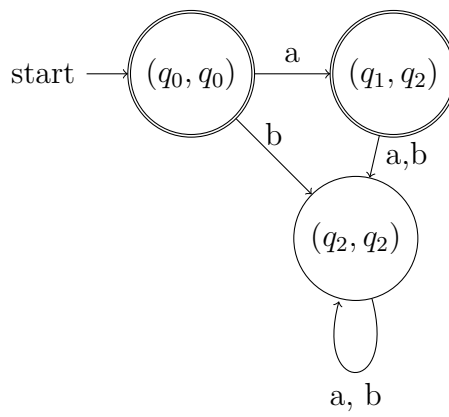


(b) Automa completo per  $b$

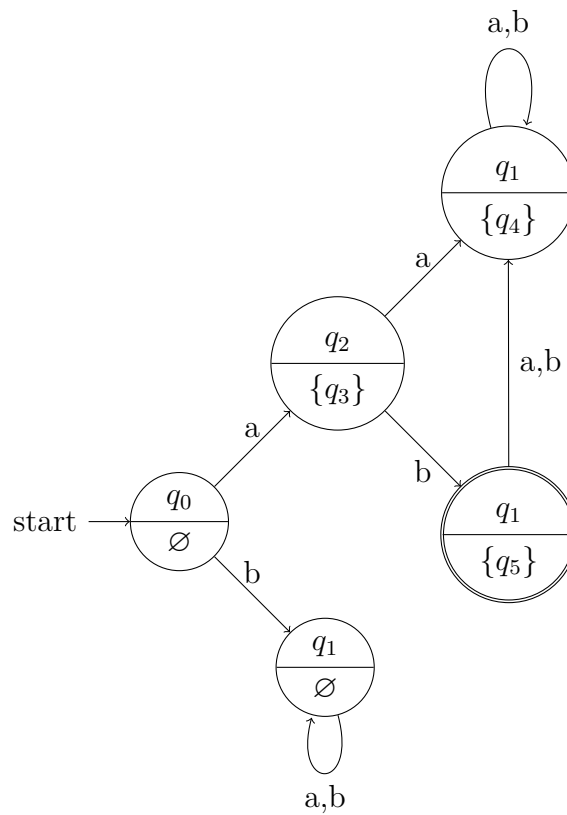


(c) Automa completo per  $\epsilon$

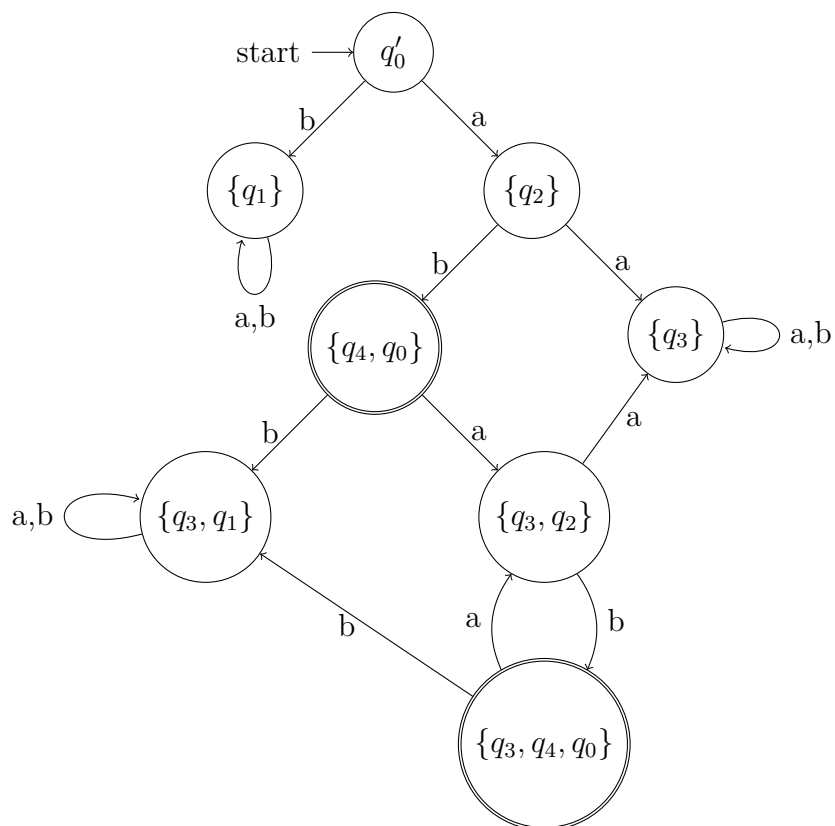
Da questi possiamo provare a costruire i vari componenti dell'automa corrispondente. Iniziando con  $a + \epsilon$  – e similmente  $b + \epsilon$  – otteniamo



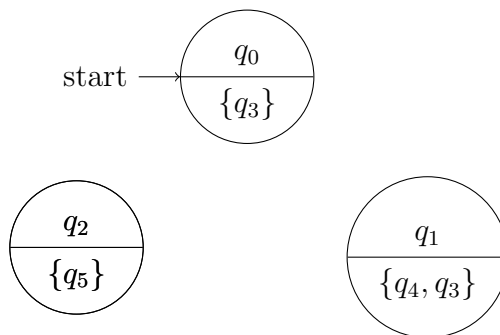
Poi costruiamo l'automa per  $ab$



E l'automa per  $(ab)^*$



Ed infine l'automa per la concatenazione  $(b + \epsilon)(ab)^*$



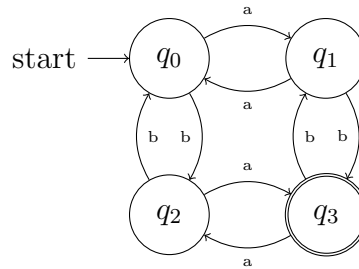
4. Scrivete un'espressione regolare per il linguaggio formato da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\{a, b\}$  nelle quali ogni  $a$  è seguita immediatamente da una  $b$ .

**Solution:**

$$b * (abb^*) * b^*$$

5. Scrivete un'espressione regolare per il linguaggio formato da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\{a, b\}$  che contengono un numero di  $a$  pari e un numero di  $b$  pari. *Suggerimento: se avete difficoltà nell'ottenere direttamente l'espressione, potete costruire prima un automa a stati finiti e, successivamente, ricavare l'espressione regolare servendovi di una delle trasformazioni da automi ad espressioni regolari presentate a lezione.*

**Solution:** Prima costruiamo l'automa



Da questo ricaviamo il sistema

$$\begin{cases} X_0 = aX_1 + bX_2 + \epsilon \\ X_1 = aX_0 + bX_3 \\ X_2 = bX_0 + aX_3 \\ X_3 = bX_1 + aX_2 \end{cases}$$