

# UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES



## SISTEMA DE CONTROL II

TAREA N 1:

DOCENTE: Laboret, Sergio

ALUMNO: Tito, Ricardo Clemente

MATRICULA: 35308739

## **TAREA 1**

Se tiene para cada alumno en un archivo adjunto (PDF) una función de transferencia con polos p1 y p2, probablemente un cero y una ganancia K, además especificaciones de Sobrepaso, tiempo de respuesta 2%, y periodo de muestreo

Alumno	polo1	polo2	cero	ganancia	sobrepaso	tiempo 2%	error	periodo
TITO	-2	-2	-10	5	10	4	0	0,23

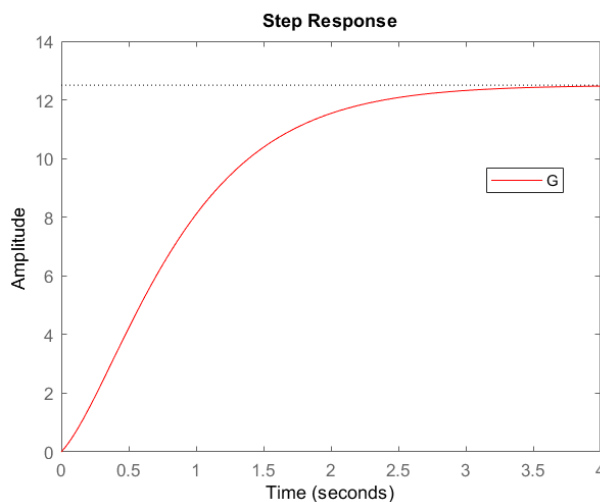
### **A LAZO ABIERTO:**

#### **1. Obtener la función de transferencia continua $G(s)$**

Considerando una entrada unitaria  $u(t) = 1$  y desarrollando el siguiente código de matlab:

```
G=zpk([-10],[-2 -2],5);  
Tm=0.23;  
step(G,'r');
```

Cuya Función de Transferencia y Gráfica es la siguiente:

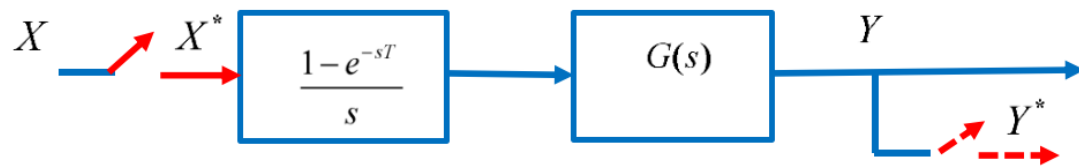


$$G = \frac{5(s+10)}{(s+2)^2}$$

La Función de transferencia resultante se obtiene mediante la aplicación de la función de matlab  $zpk()$  y su gráfica, mediante la utilización de la función  $step()$ . En la primera observamos un doble polo en -2, el cero en -10 y una ganancia de 5.

$$G(s) = \frac{5(s+10)}{(s+2)^2}$$

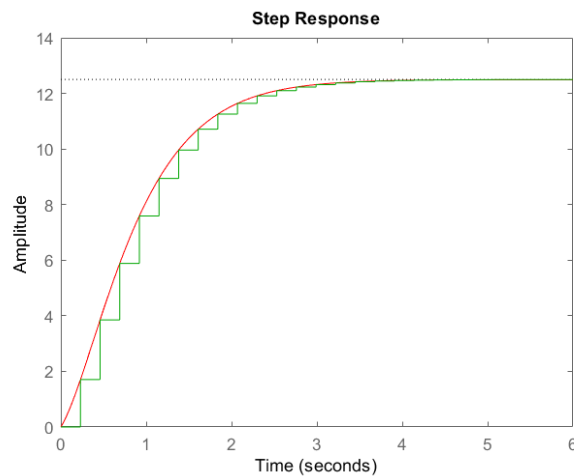
2. Hallar la FT discreta de lazo abierto  $G_D(s)$  del sistema de la figura con ZOH a la entrada y el tiempo de muestreo asignado  $T_m$



A Partir del tiempo de muestreo, dado por el docente, en  $T_m = 0,26 \text{ seg}$  y usando la función `c2d()` de matlab, se pudo obtener la función de transferencia del conjunto muestreador retentor ZOH/MI, donde el retentor de orden 0 está precedido por un muestreador ideal, y seguido por la función anterior  $G(s)$  en lazo abierto:

```
G=zpk([-10],[-2 -2],5);
Tm=0.23;
Gd=c2d(G,Tm,'zoh');
step(G,'r',Gd,'g');
```

Donde se grafica la señal original y la muestreada una sobre la otra, y se obtiene la siguiente función de transferencia:



Gd =

$$\frac{1.705 (z-0.003315)}{(z-0.6313)^2}$$

La función de transferencia resultante será:

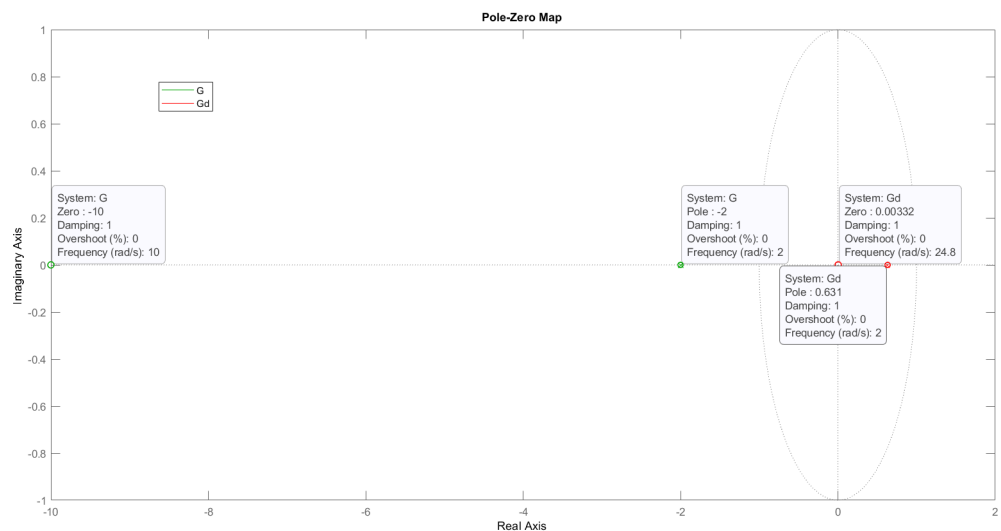
$$G_D(s) = \frac{1,705.(z-0,003315)}{(z-0,6313)^2}$$

### 3. Dibujar el mapa de polos y ceros del sistema continuo y el discreto

Para dibujar el mapa de polos de hizo uso de la función pzmap() dibujando en el diagrama de polos y ceros, de color verde a los de la función de transferencia  $G(s)$  y de rojo a los de la función de transferencia  $G_d(s)$

```
G=zpk([-10],[-2 -2],5);  
Tm=0.23;  
Gd=c2d(G,Tm,'zoh');  
pzmap(G,'g',Gd,'r');
```

EL diagrama de de polos y ceros:



Se tendrán los siguientes polos y ceros en cada función:

$G(s)$ :

$$p_1 = -2 \quad p_2 = -2 \quad z_1 = -10$$

Los polos y ceros se encuentran del lado izquierdo del eje imaginario por lo tanto podemos decir que el sistema es estable.

$G_d(s)$ :

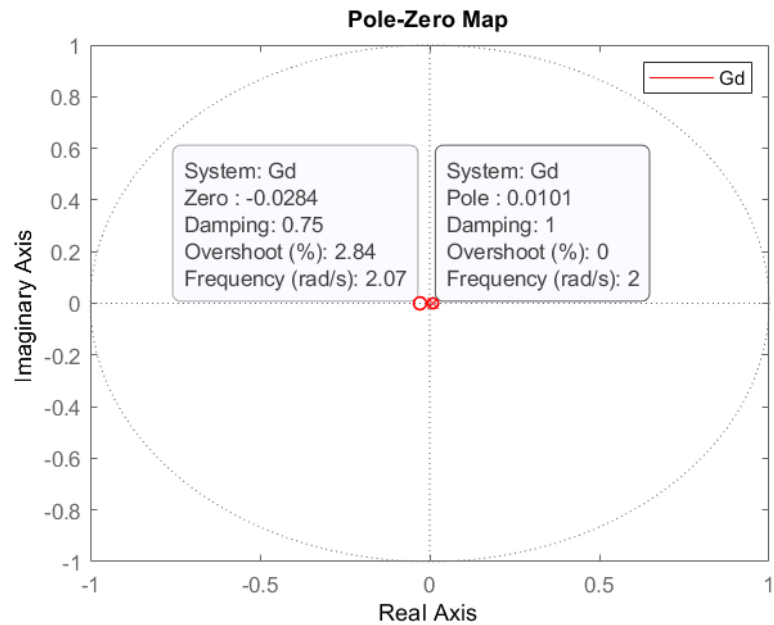
$$p_1 = 0,6313 \quad p_2 = 0,6313 \quad z_1 = 0,00332$$

Los polos y ceros se encuentran dentro del círculo unitario.

### 4. ¿Qué ocurre con el mapa si se multiplica por 10 el periodo de muestreo?

Multiplicando el tiempo de muestreo por 10, podemos observar que se modifica la posición de los polos y ceros, dando como resultado el siguiente diagrama, correspondiente al código:

```
G=zpk([-10], [-2 -2], 5);
Tm=0.23*10;
Gd=c2d(G, Tm, 'zoh');
pzmap(Gd, 'r');
```



Comparando los resultados con los ceros y polos anteriores:

$G_D(s)$	$p_1$	$p_2$	$z_1$
$T_m$	0,6313	0,6313	0,00332
$10.T_m$	0,0101	0,0101	- 0,0284

Podemos ver que los polos se desplazan 60 veces a la izquierda, acercándose al eje imaginaria y el cero se desplaza hacia la izquierda tomando un valor negativo. Todo ello sin salir del círculo unitario. Resultando en la siguiente función de Transferencia:

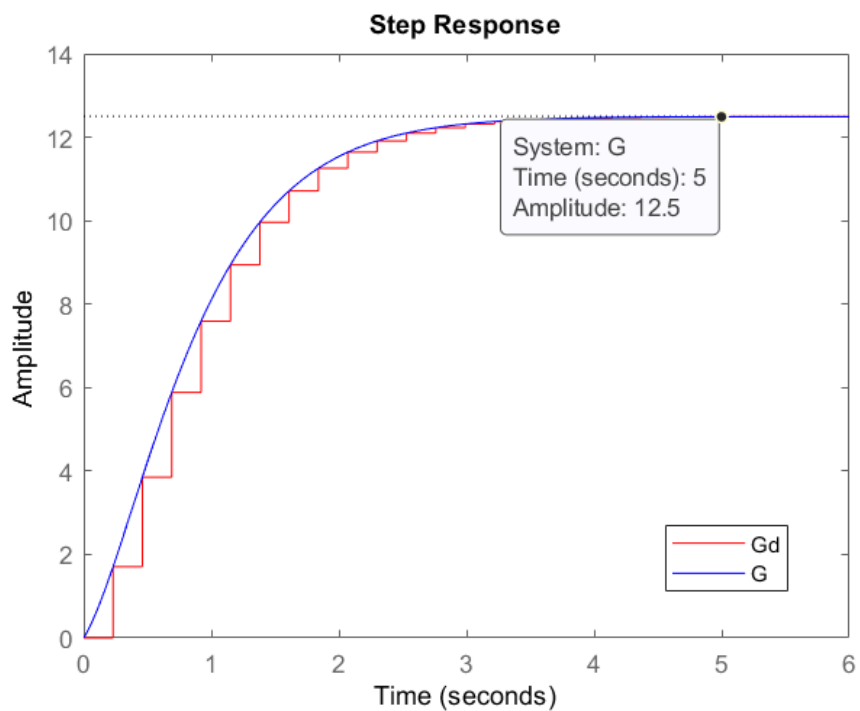
$$G_D(s) = \frac{11,912.(z+0,02837)}{(z-0,01005)^2}$$

## 5. Obtener la respuesta al escalón del sistema discreto y determinar si es estable

A partir del siguiente código de Matlab:

```
G=zpk([-10],[-2 -2],5);  
Tm=0.23;  
Gd=c2d(G,Tm,'zoh');  
step(Gd,'r',G,'b');
```

Se obtiene el siguiente gráfico a la respuesta al escalón::



La función de transferencia se estabiliza en 12,5 en aproximadamente 5 segundos.

## PARA EL SISTEMA DISCRETO:

### 1. Determinar el tipo de sistema

Según La Función de Transferencia resultante:

$$G(s) = \frac{5.(s+10)}{(s+2)^2}$$

podemos observar el grado del polinomio del denominador y decir que es un sistema de segundo orden.

### 2. Determinar la constante de error de posición $K_p$ y el error ante un escalón y verificar mediante respuesta al escalón de lazo cerrado del sistema discreto como se muestra

Para determinar la posición  $K_p$  fue necesario usar el siguiente código:

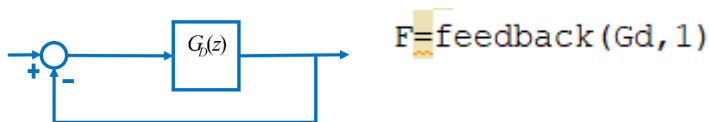
```
kp=dcgain(Gd)
```

Este utiliza la función `dcgain(Gd)` para obtener la constante de error de posición, dando el siguiente resultado:

```
kp =
```

```
12.5000
```

para comprobar este valor gráficamente se define al sistema en una realimentación unitaria, esto se realiza mediante la utilización de la función `feedback(Gd, 1)`:

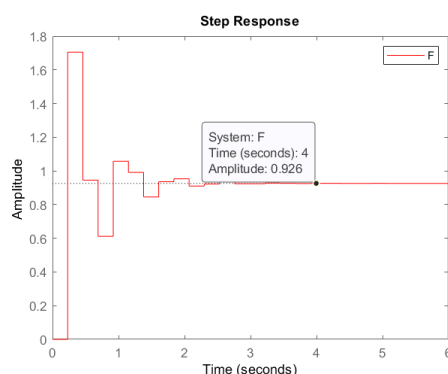


El resultado del mismo, muestra la siguiente función de transferencia:

F =

$$\frac{1.705 (z-0.003315)}{(z^2 + 0.4425z + 0.3929)}$$

Esta función se grafica mediante la función `step()` mostrando el siguiente gráfico:



Esta función muestra un punto de establecimiento en 0,926 en aproximadamente 4 segundos, antes de ello muestra una oscilación que posee un punto pico en 1,71 en aproximadamente 0,23 segundos.

### 3. Verificar error ante una rampa de entrada, ¿converge o diverge? Explique la causa

Para generar la función rampa se definió la siguiente variable:

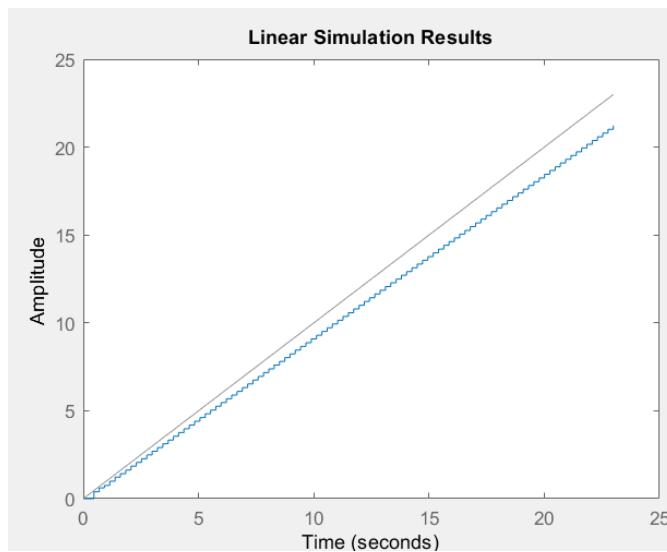
```
t=0:Tm:(100*Tm);
```

La cual define 100 veces el tiempo de muestreo con escalas de crecimiento del mismo, o sea crece en intervalos de tiempo de muestreo, dándonos 100 puntos.

Usando este tiempo como parámetro de la función *lsim(sys, u, t)*, la cual representará una respuesta en el tiempo simulada de un sistema dinámico para entradas arbitrarias, en este caso la rampa:

```
lsim(F,t,t);
```

La cual resulta en la siguiente gráfica:



Tenemos la rampa de color verde y la función realimentada de azul, con lo cual vemos que la misma, no está siguiendo a la rampa, por lo tanto se puede decir que el sistema diverge y que el sistema no es estable. Esto se debe a que el sistema es de tipo 0,  $K_v \neq \infty$  resultado que se condice de que  $F(z)$  no posee por lo menos dos polos en 1.



## A LAZO CERRADO CON REALIMENTACIÓN UNITARIA:

1. Graficar el lugar de raíces del sistema continuo  $G(s)$  y del discreto  $G_d(s)$  indicando las ganancias críticas de estabilidad (si las hubiera)

Definiendo el nuevo sistema realimentado:

```
G=zpk([-10],[-2 -2],5);  
Tm=0.23;  
Gd=c2d(G,Tm,'zoh');  
F=feedback(Gd,1) % sistema discreto realimentado  
% Calculo de Polos y Ceros  
pole(F)  
zero(F)  
%defino mi nueva función de transferencia  
k=1.705;  
p=[-0.2212 + 0.5864i -0.2212 - 0.5864i];  
z=[0.0033];  
Gn=zpk(z,p,k)
```

Mi nueva función de transferencia es:

Gn =

$$1.705 (s-0.0033)$$

$$\frac{1.705 (s-0.0033)}{(s^2 + 0.4424s + 0.3928)}$$

cuyos polos son:

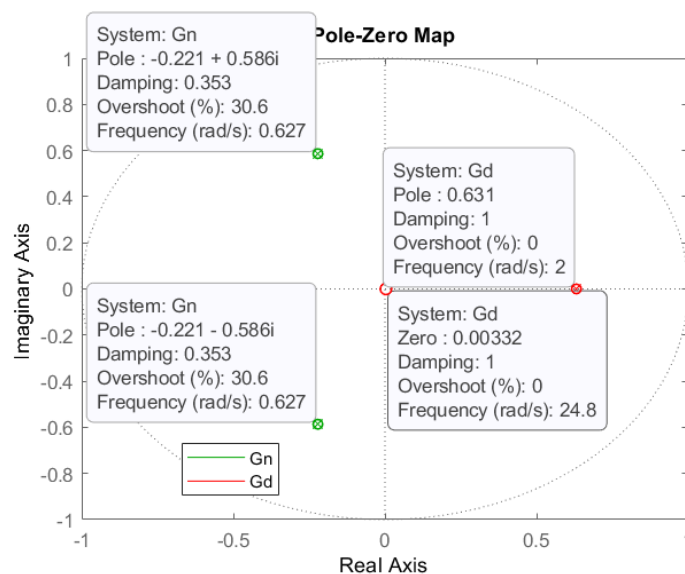
$$-0.2212 + 0.5864i$$

$$-0.2212 - 0.5864i$$

y ceros:

$$0.0033$$

Graficando el lugar de raíces de la nueva función como su discretización:



El sistema realimentado tiene ambos polos en el semieje negativo por lo cual podemos considerar al sistema estable, además de encontrarse en la función discreta dentro del círculo unitario, lo cual termina de definir al sistema como estable ante una realimentación unitaria.

## 2. ¿Qué ocurre con la estabilidad relativa si se aumenta 10 veces el tiempo de muestreo original?

Desarrollando nuevamente la función de transferencia realimentada, con su correspondiente función de transferencia discretizada:

```
G=zpk([-10],[-2 -2],5);
Tm=0.23*10;
Gd=c2d(G,Tm,'zoh');
F=feedback(Gd,1) % sistema discreto realimentado
% Calculo de Polos y Ceros
pole(F)
zero(F)
%defino mi nueva función de transferencia
k=1.705;
p=[-0.0285 -11.8634];
z=[-0.0284];
Gn=zpk(z,p,k)
subplot(2,1,1);
pzmap(Gn,'g');title('G_n Ceros y Polos')
Gnd=c2d(Gn,Tm,'zoh');
subplot(2,1,2);
pzmap(Gnd,'r');title('G_nd Ceros y Polos')
```

La cual posee los siguientes polos:

-0.0285  
-11.8634

y los siguientes ceros:

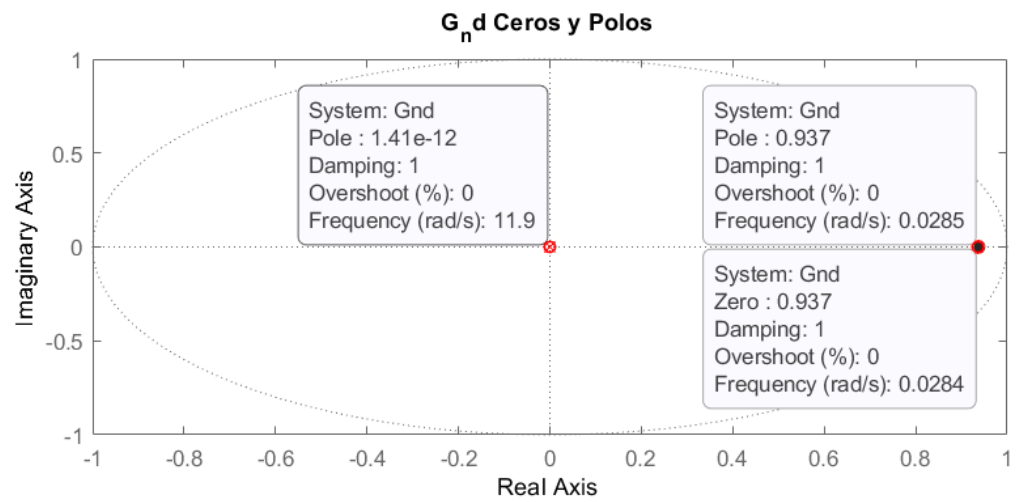
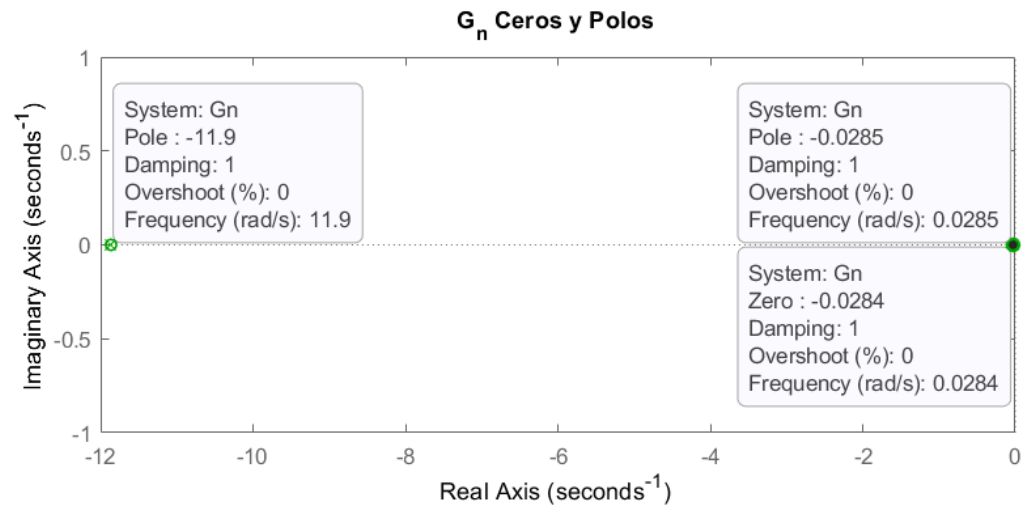
-0.0284

Definiendo la siguiente función de transferencia:

$G_n =$

$$\frac{1.705 (s+0.0284)}{(s+0.0285) (s+11.86)}$$

A partir de la misma se la discretizo y grafico el lugar de raíces de ambas:



Mostrando los polos y ceros en el semieje negativo, con lo cual se puede definir que es estable, pero que además posee su función discretizada con polos y ceros dentro del círculo unitario.