

# UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

## FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES



## SISTEMA DE CONTROL II

### ACTIVIDAD PRÁCTICA N 1:

### Representación de sistemas y control PID

DOCENTE: Pucheta Julián

ALUMNO: Tito Ricardo Clemente

MATRICULA: 35308739

## Caso de estudio 1. Sistema de dos variables de estado

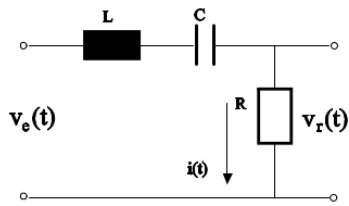


Fig. 1-1. Esquemático del circuito RLC.

Sea el sistema eléctrico de la Fig. 1-1, con las representaciones en variables de estado

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{b} u(t) \quad (1-1)$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) \quad (1-2)$$

donde las matrices contienen a los coeficientes del circuito,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -R/L & -1/L \\ 1/C & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1-3)$$

$$\mathbf{c}^T = [R \quad 0] \quad (1-4)$$

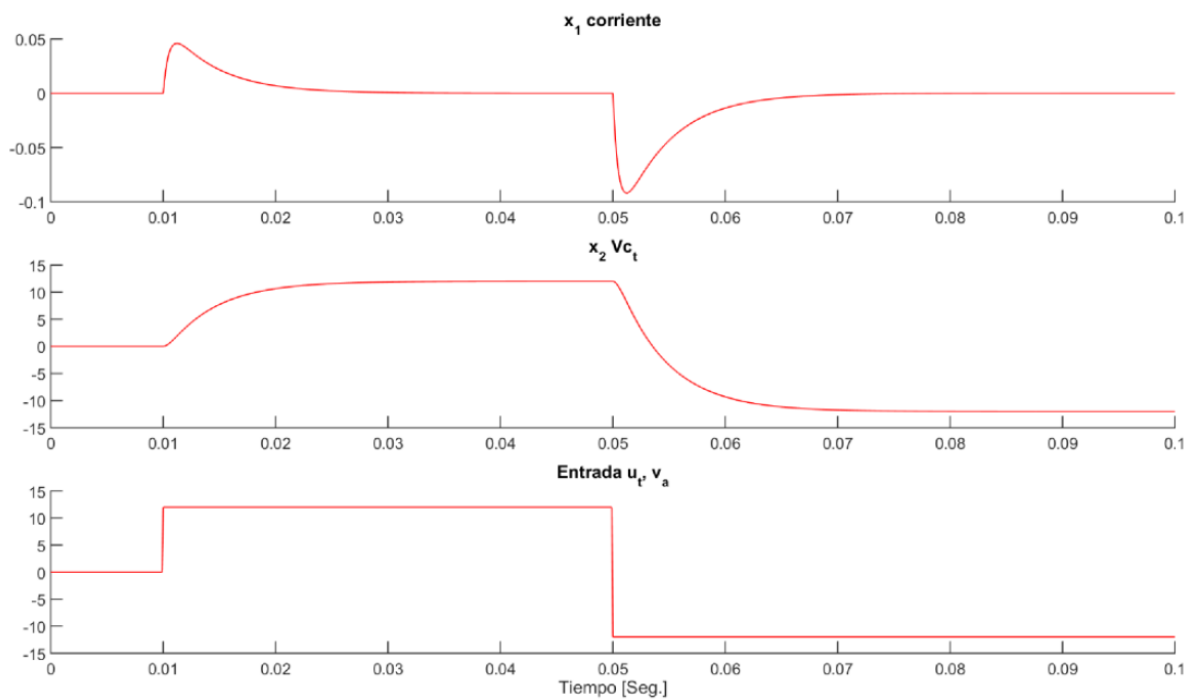


Fig. 1-2. Curvas del circuito RLC para una entrada de 12V.

1. Asignar valores a  $R=4,7$  [K $\Omega$ ],  $L=10$  [Hy], y  $C=100$  [nF]. Obtener simulaciones que permitan estudiar la dinámica del sistema, con una entrada de tensión escalón de 12V, que cada 1ms cambia de signo.

Considerando la entrada del sistema como la tensión  $v_e(t) = u(t)$  y a la tensión de salida, a partir de la tensión en la resistencia  $R$ ,  $v_r(t)$ . Siendo las variables de estado las que definen la dinámica del sistema a razón del tiempo, tomo la corriente que atraviesa al circuito,  $i(t)$ , y la tensión en el capacitor,  $v_c(t)$ , como las mismas. Planteando las ecuaciones diferenciales:

$$v_e(t) = i(t) \cdot R + \frac{1}{C} \int i(t) \cdot dt + \frac{di(t)}{dt} \cdot L$$

$$v_c(t) = \frac{1}{C} \int i(t) \cdot dt$$

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{1}{L} \cdot v_e(t) - \frac{1}{L} \cdot v_c(t) - \frac{R}{L} \cdot i(t)$$

$$\frac{dv_c(t)}{dt} = \frac{1}{C} \cdot i(t)$$

$$v_r(t) = R \cdot i(t)$$

Matricialmente:

$$\begin{bmatrix} \frac{di(t)}{dt}; \frac{dv_c(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L}; \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i(t); v_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L}; 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_e(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i(t); v_c(t) \end{bmatrix}$$

para poder continuar debemos de calcular los correspondientes polos del sistema, con el fin de conocer el paso de integración para la simulación, esto se realiza mediante el siguiente código en Matlab:

```
% Definición de las Matrices y los valores de Cada Variable
% Variables
R= 4.7e3; % [KOhms]
L= 10e-6; % [uHy]
C= 100e-9; % [nF]
% Matrices
A= [-R/L -1/L; 1/C 0];
b=[1/L; 0];
cT=[R 0];
% Autovalores:
Autovalores_A=eig(A);
%d=[0];
lambda_1=Autovalores_A(1,1);
lambda_2=Autovalores_A(2,1);
```

Esto nos dará los siguientes resultados:

|          |             |
|----------|-------------|
| lambda_1 | -4.7000e+08 |
| lambda_2 | -2.1277e+03 |

Donde debemos de calcular la constante de tiempo a la que le corresponde el 95% de la dinámica más rápida, esto tomando el polo más rápido, y el tiempo de simulación en el cuál prácticamente ya no hay más transitorios correspondiente al 5%, tomando el polo más lento:

```
% constante de tiempo del polo más rápido
tr=log(0.95)/lambda_1;
% constante de tiempo del polo más lento
tl=log(0.05)/lambda_2;
% Tiempo de Integración:
t_I=0.5e-10; % dos veces menos que la constante de tiempo tr
% Tiempo de simulación
t_S=0.0028; % dos veces mas que la constante de tiempo tl
% Pasos de la simulación
pasos=t S/t I;
```

A partir de estos cálculos podemos definir los tiempos de integración y el de simulación, así como el paso de simulación a razón de las dos variables de estado elegidas y de la salida del sistema.

```
% Matrices de los Datos
t=[pasos]; %tiempo
u=[pasos]; %entrada
il=[pasos]; %corriente
Vc=[pasos]; %capacitor

%Condiciones Iniciales
X=[0;0];
y=[0];

% Datos Onda Cuadrada de Entrada
toc=1e-3; %tiempo de subida de onda cuadrada
Ve=12; %Amplitud máxima de la onda cuadrada
```

```

for ii=0:1:pasos

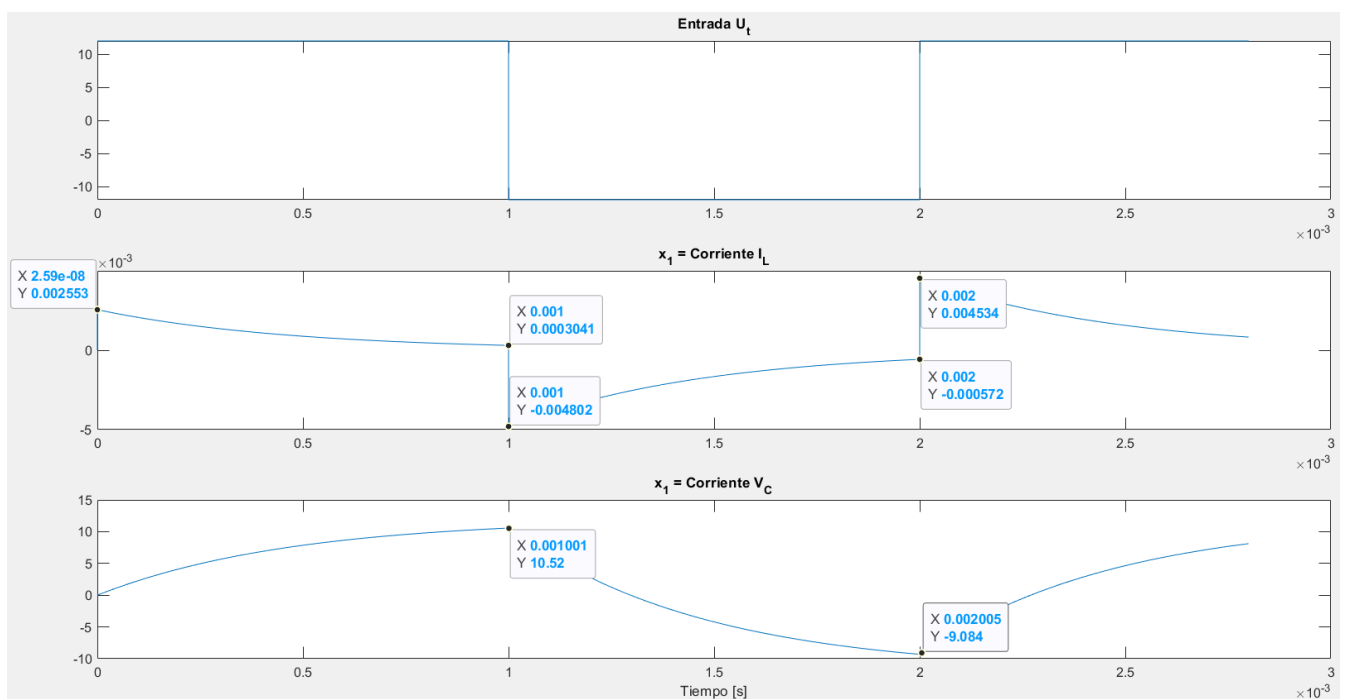
    %tiempo de simulación
    t(ii+1)=ii*t_I;

    % Entrada del sistema
    u(ii+1)=Ve;
    % Prueba para subida o bajada de Onda Cuadrada
    if(t(ii+1)==toc)
        Ve=-1*Ve;
        toc=toc+1e-3;
    end

    %variables de estados
    il(ii+1)=X(1);
    Vc(ii+1)=X(2);
    %Sistema
    X_p=A*X+B*u(ii+1);
    X=X+t_I*X_p;
    Y=cT*X;
end

```

Esta simulación permite tomar los datos en diferentes instantes de tiempo, a partir de las constantes de tiempo simuladas en un principio, guardando los mismos en diferentes matrices de datos para luego tomarlos y graficar las siguientes gráficas. Donde la Entrada  $u(t)$ , representa la onda cuadrada que cada un 1 [ms] torna en 12 y -12 [Voltios], la corriente que circula a través del Inductor  $i_L(t)$ , y finalmente la tensión el capacitor,  $v_c(t)$ :



Con la onda cuadrada de entrada de 12 [V], la corriente en el inductor comienza con 2,6 [mA] y decae con una exponencial decreciente hasta 304 [ $\mu$ A] en 1 [mseg]. Cuando la onda cuadrada cambia de polaridad, comienza con en -4,8 [mA], creciendo en una exponencial creciente hasta los -572 [ $\mu$ A]. Alcanzado los 2 [mseg] cambia nuevamente la polaridad pero esto viene aparejado con un alza de la corriente, comenzando en 4,53 [mA], diferenciándose del principio, esto se debe tener en cuenta para definir los componentes del circuito, ya que aumenta dos veces la corriente del inicio.

## 2. Asignar valores a R=5,6K, L=10Hy, y C=100nF; repetir lo anterior para comparar el resultado y verificar la correcta simulación.

Modificando los valores correspondientes:

```
% Variables
R= 5.6e3; % [KOhms]
L= 10e-6; % [uHy]
C= 100e-9; % [nF]
```

Se procedió a recalcular los autovalores de la nueva matriz y se procedió como en el primer punto:

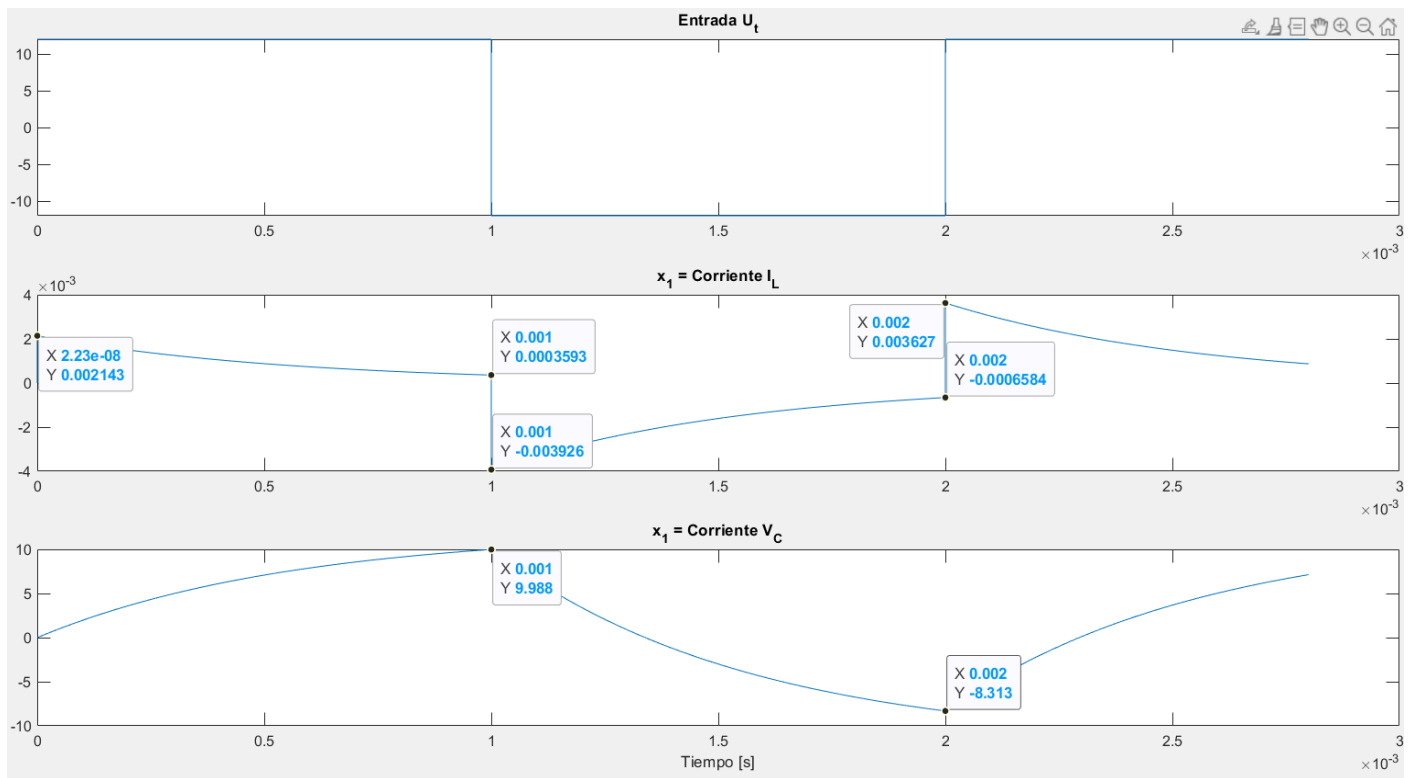
|          |             |
|----------|-------------|
| lambda_1 | -5.6000e+08 |
| lambda_2 | -1.7857e+03 |

Definiendo el polo más rápido y el más lento:

```
% constante de tiempo del polo más rápido
tr=log(0.95)/lambda_1;
% constante de tiempo del polo más lento
tl=log(0.05)/lambda_2;
% Tiempo de Integración:
t_I=0.5e-10; % dos veces menos que la constante de tiempo tr
% Tiempo de simulación
t_S=0.0028; % dos veces mas que la constante de tiempo tl
% Pasos de la simulación
pasos=t_S/t_I;
```

Como ambos tiempos son similares en cuanto a su valor de constante de tiempo de integración y simulación, con respecto al punto anterior se repitió los valores anteriores. Por lo tanto el paso de simulación es el mismo.

El resto del código de matlab no se modificó, entonces procedí a verificar los resultados mostrados en los correspondientes gráficos:



Este muestra resultados similares al anterior en cuanto a valores máximos y mínimos:

| $i_L(t)$      | <b>R1 = 4,7 [kΩ]</b> | <b>R2 = 5,6 [kΩ]</b> |
|---------------|----------------------|----------------------|
| <b>Máximo</b> | 4,53 [mA]            | 3,6 [mA]             |
| <b>Mínimo</b> | -4,8 [mA]            | -3,92 [mA]           |

| $v_c(t)$      | <b>R1 = 4,7 [kΩ]</b> | <b>R2 = 5,6 [kΩ]</b> |
|---------------|----------------------|----------------------|
| <b>Máximo</b> | 10,52 [V]            | 9,99 [V]             |
| <b>Mínimo</b> | -9,08 [V]            | -8,31 [V]            |

Relacionando los cambios presentados podemos observar que el cambio es mínimo en ambas variables, ante el aumento de la Resistencia:

$$\frac{R_2}{R_1} = 1,1915 \quad \frac{i_{Lmax2}(t)}{i_{Lmax1}(t)} = 1,2583 \quad \frac{v_{Cmax2}(t)}{v_{Cmax1}(t)} = 1,0531$$

De donde vemos que el mayor cambio es en la corriente que se ve disminuido ante el aumento de la resistencia.

- En el archivo “Curvas\_Medidas\_RLC.xls” (datos en la hoja 1 y etiquetas en la hoja 2) encontrarán las series de datos que deberían emplear para deducir los valores de R, L y C del circuito. Emplear el método de la respuesta al escalón, tomando como salida la tensión en el capacitor.

Partiendo los datos entregados por el archivo .xls adjunto a la tarea procedi a cargarlo en tres variables correspondientes al tiempo, la corriente en el inductor y la tensión en el capacitor:

`%Cargar Datos`

```
datos_ex= xlsread('Curvas_Medidas_RLC.xls','Hoja1');
% guardo los datos del excel en una variable
tiempo = xlsread('Curvas_Medidas_RLC.xls','Hoja1','A:A');
corriente_L=xlsread('Curvas_Medidas_RLC.xls','Hoja1','B:B');
tension_C=xlsread('Curvas_Medidas_RLC.xls','Hoja1','C:C');
```

Para esto procedemos a emplear el método “Identificación de sistemas de segundo orden basada en la respuesta al escalón”. Partiendo de acá se supone un sistema de  $n$  polos y  $n - 1$  ceros, valiéndose de un sistema de segundo orden, 2 polos y 1 cero, con lo cual se puede definir tres constantes de tiempo:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = K \frac{T_3 s + 1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

esto define tres constantes de tiempo a definir  $T_1, T_2$  y  $T_3$ . Así mismo se tendrá una constante K que se definirá a partir del Teorema del Valor Final:

$$\lim_{s \rightarrow 0} s.Y(s) = K \quad \text{siendo} \quad U = 1$$

Considerando una entrada escalón, y su correspondiente transformada de Laplace, el sistema final se reescribe:

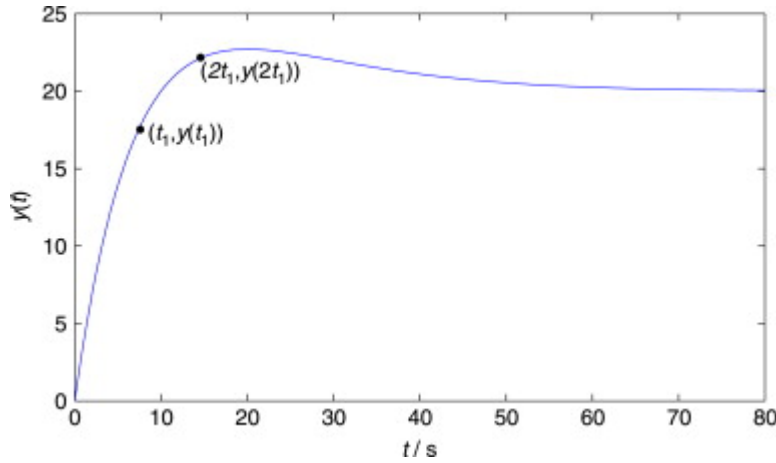
$$Y(s) = K \frac{T_3 s + 1}{s.(T_1 s + 1).(T_2 s + 1)}$$

Desarrollando el mismo en el dominio del tiempo:

$$y(t) = K \left[ 1 - \left( \frac{T_3 - T_1}{T_1 - T_2} \right) \cdot e^{\left( -\frac{t}{T_1} \right)} - \left( \frac{T_3 - T_2}{T_1 - T_2} \right) \cdot e^{\left( -\frac{t}{T_2} \right)} \right]$$

Luego se procedió, siguiendo el método, muestrear la respuesta temporal en valores equidistantes, denominados  $\{t_1, 2.t_1\}$ , de donde se obtienen los pares  $(x, y)$ , como  $(t_1, y(t_1))$ ,  $(2.t_1, y(2.t_1))$ . Esto se desarrolla con el fin de evitar la ecuación trascendental que no tiene solución algebraica.





Donde estos puntos definen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} y(t_1) = K \left[ 1 + \frac{T_3 - T_1}{T_1 - T_2} e^{-t_1/T_1} - \frac{T_3 - T_2}{T_1 - T_2} e^{-t_1/T_2} \right], \\ y(2t_1) = K \left[ 1 + \frac{T_3 - T_1}{T_1 - T_2} e^{-2t_1/T_1} - \frac{T_3 - T_2}{T_1 - T_2} e^{-2t_1/T_2} \right], \\ y(3t_1) = K \left[ 1 + \frac{T_3 - T_1}{T_1 - T_2} e^{-3t_1/T_1} - \frac{T_3 - T_2}{T_1 - T_2} e^{-3t_1/T_2} \right]. \end{cases}$$

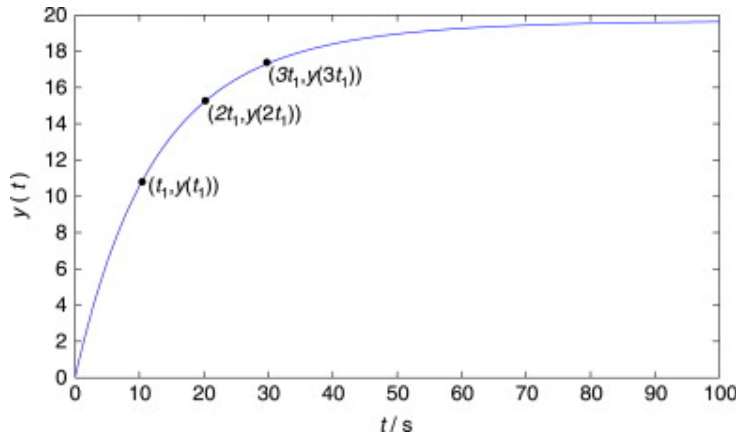
Donde

$$\alpha_1 := \exp(-t_1/T_1), \quad \alpha_2 := \exp(-t_1/T_2), \quad \beta := \frac{T_3 - T_1}{T_1 - T_2}.$$

tomando esto obtuve:

$$\begin{cases} y(t_1) = K [1 + \beta \alpha_1 - (1 + \beta) \alpha_2], \\ y(2t_1) = K [1 + \beta \alpha_1^2 - (1 + \beta) \alpha_2^2], \\ y(3t_1) = K [1 + \beta \alpha_1^3 - (1 + \beta) \alpha_2^3]. \end{cases}$$

Marcándolo en la gráfica:



A partir de esta definición teórica y definiendo un tiempo inicial, acorde a los valores que presentes en la variable “tiempo”, de 10 [mseg] se procedió a editar el script correspondiente en Matlab:

```
t_inicial=10e-3; % tiempo inicial en 10 mili Segundos
% busca el tiempo inicial en la lista de valores del arreglo "tiempo"
% y lo guarde en una variable "punto"
[~,punto]=min(abs(t_inicial-tiempo_S));
t_t1=tiempo_S(punto); % t1 el tiempo correspondiente al t_inicial
y_1=tension_C(punto); % y(t1) la tensión en C donde el tiempo=t_inicial
[~,punto]=min(abs(2*t_inicial-tiempo_S));
t_2t1=tiempo_S(punto); % 2*t1 el tiempo correspondiente al t_inicial
y_2=tension_C(punto); % y(2*t1) la tensión en C donde el tiempo=t_inicial
[~,punto]=min(abs(3*t_inicial-tiempo_S));
t_3t1=tiempo_S(punto); % 3*t1 el tiempo correspondiente al t_inicial
y_3=tension_C(punto); % y(3*t1) la tensión en C donde el tiempo=t_inicial
```

Luego definiendo la ganancia K para cada uno de estos tiempos y salidas:

$$k_1 := \frac{y(t_1)}{K} - 1, \quad k_2 := \frac{y(2t_1)}{K} - 1, \quad k_3 := \frac{y(3t_1)}{K} - 1.$$

Desarrollando a razón de las constantes alfa y beta:

$$\alpha_1 = \frac{k_1 k_2 + k_3 - \sqrt{b}}{2(k_1^2 + k_2)},$$

$$\alpha_2 = \frac{k_1 k_2 + k_3 + \sqrt{b}}{2(k_1^2 + k_2)},$$

$$b := 4k_1^3 k_3 - 3k_1^2 k_2^2 - 4k_2^3 + k_3^2 + 6k_1 k_2 k_3.$$

$$\beta = \frac{k_1 + \alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2}$$

Finalmente desarrollando en Matlab:

```
% Ecuaciones desarrolladas bajo el supuesto T1<T2 y alfa1<alfa2
be=4*k1^3*k3-3*k1^2*k2^2-4*k2^3+k3^2+6*k1*k2*k3;
alfa1=(k1*k2+k3-sqrt(be))/(2*(k1^2+k2));
alfa2=(k1*k2+k3+sqrt(be))/(2*(k1^2+k2));
beta=(k1+alfa2)/(alfa1-alfa2);
```

Sustituyendo los valores en las ecuaciones de las constantes de tiempo:

$$\hat{T}_1 = -\frac{t_1}{\ln \alpha_1}, \quad \hat{T}_2 = -\frac{t_1}{\ln \alpha_2},$$

$$\hat{T}_3 = \beta (\hat{T}_1 - \hat{T}_2) + \hat{T}_1.$$

```

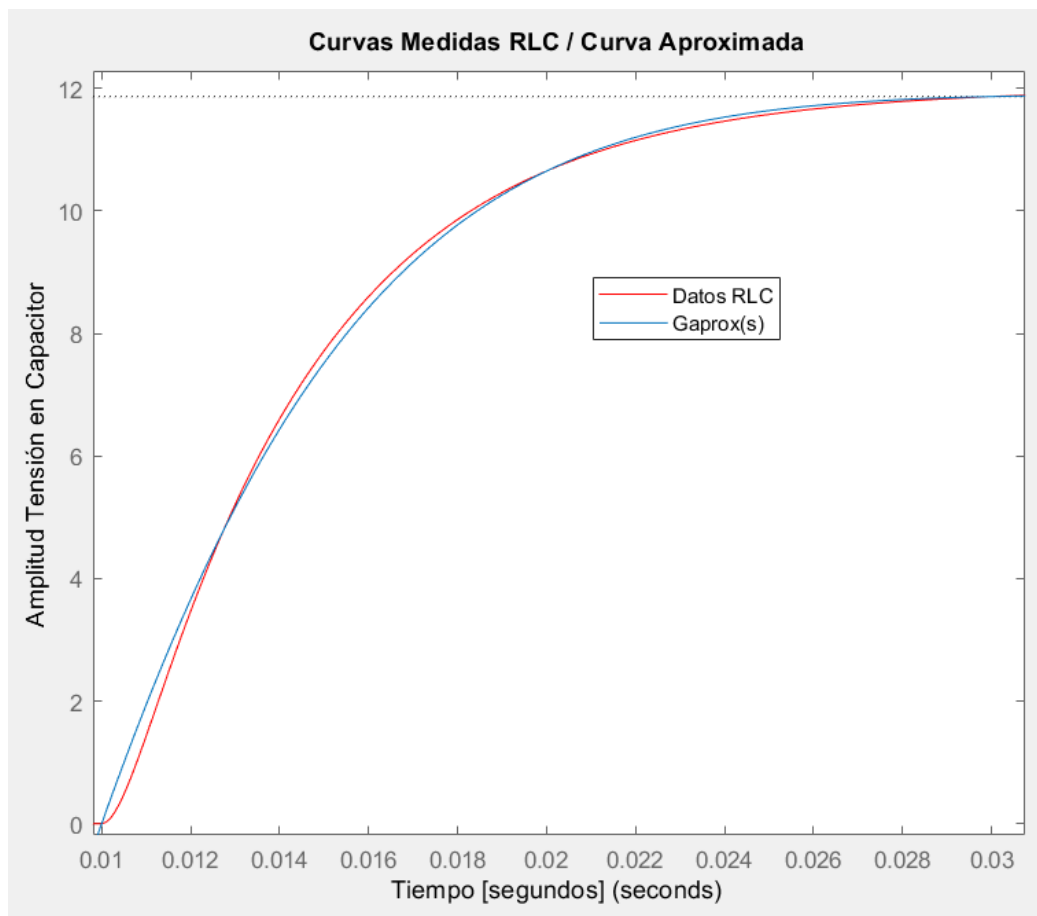
% Reemplazo en los valores de las constantes de tiempo T1, T2 y T3:
T_1=-t_t1/log(alfa1);
T_2=-t_t1/log(alfa2);
T_3=beta*(T_1-T_2)+T_1;

% Sistema Aproximado Final:
G_s=tf(K*[T_3 1],conv([T_2 1],[T_1 1]))

% Sistema Original por Datos
plot(tiempo,tension_C,'red'); hold on
% Sistema Aproximado.
step(G_s,entr)
title('Curvas Medidas RLC / Curva Aproximada')
xlabel('Tiempo [segundos]')
ylabel('Amplitud Tensión en Capacitor')

```

Esto nos muestra el siguiente figura:



Esta aproximación es muy cercana y se considera aceptable a razón de los datos dados del archivo xls. La aproximación se ve limitada por la cantidad de valores en la integración, aumentando la cantidad de datos mejoraría la misma.

La función de transferencia obtenida será:

$$G_s = \frac{8.803 s + 10.33}{0.003386 s^2 + 0.7343 s + 1}$$

Para poder calcular los correspondientes parámetros R,L y C, partimos de expresar la ecuación de otra manera:

$$G_s = \frac{2599.6 (s+1.174)}{(s+215.5) (s+1.371)}$$

De esta manera comparando la ecuación que relaciona la entrada  $V_e(s)$  con la salida  $V_c(s)$  obtenemos la siguiente ecuación:

$$\frac{V_c(s)}{V_e(s)} = \frac{LC}{\left(s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}\right)}$$

$$\frac{V_c(s)}{V_e(s)} = \frac{2584,7.(s+101,6)}{s^2 + 1,5865.10^3 s + 2,9545.10^5}$$

De donde podemos relacionar

$$\frac{R}{L} = 1,5865.10^3$$

$$\frac{1}{LC} = 2,9545 \times 10^5$$

Se tuvo que dar un valor a uno de los parámetros para que los demás pudieran tener un valor, tome el Capacitor dado que es el que tiene valores más complicado de conseguir, los componentes resultantes son::

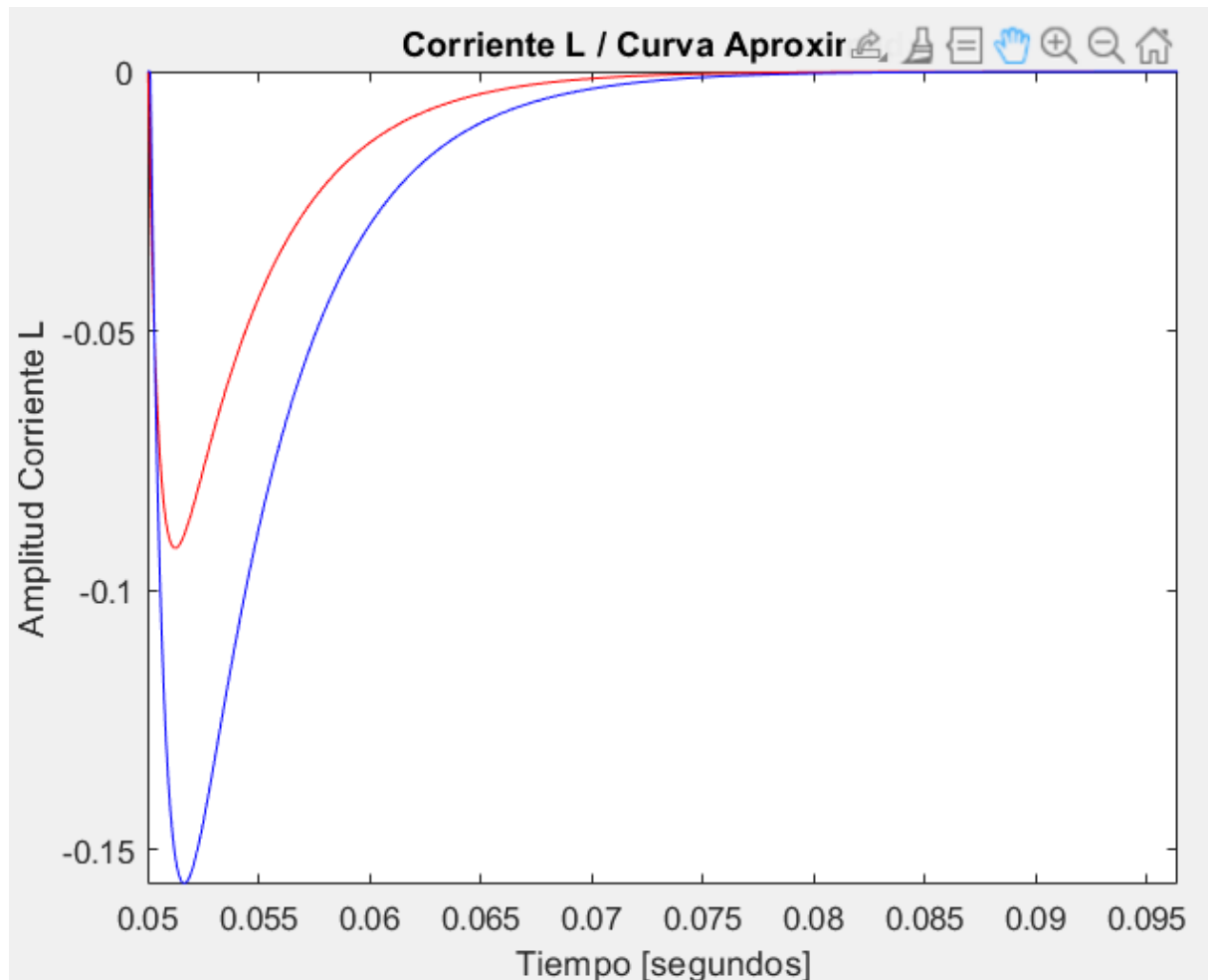
$$C = 1000 \times 10^{-6} [F]$$

$$L = 3,4 \times 10^{-3} [Hy]$$

$$R = 5,3594 [\Omega]$$

4. Una vez determinados los parámetros R, L y C, emplear la serie de corriente desde 0.05 [seg] en adelante para validar el resultado.

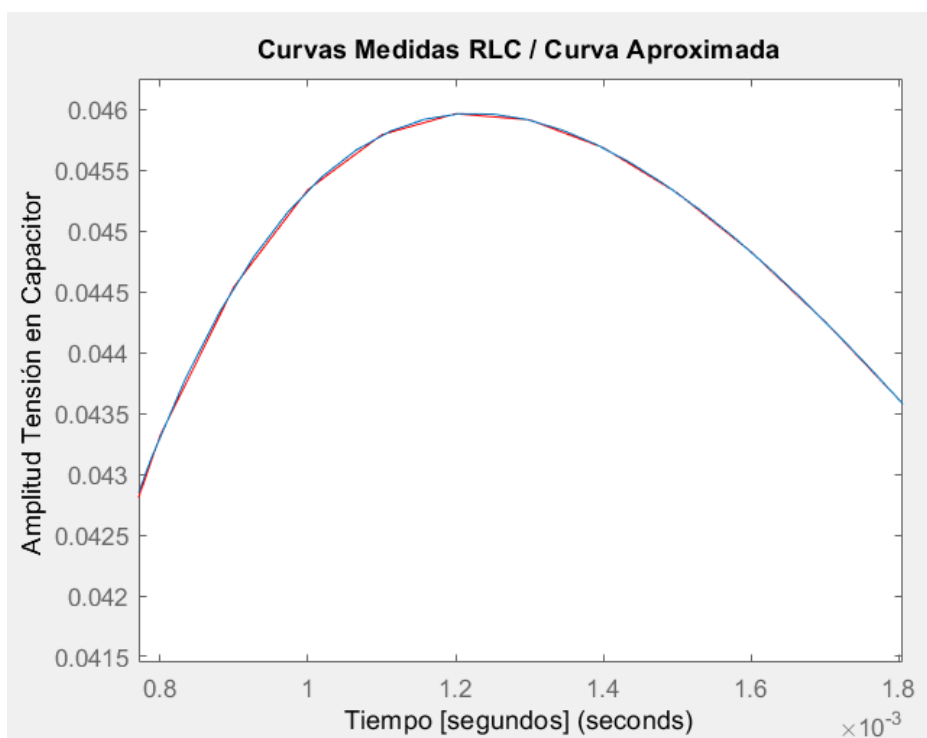
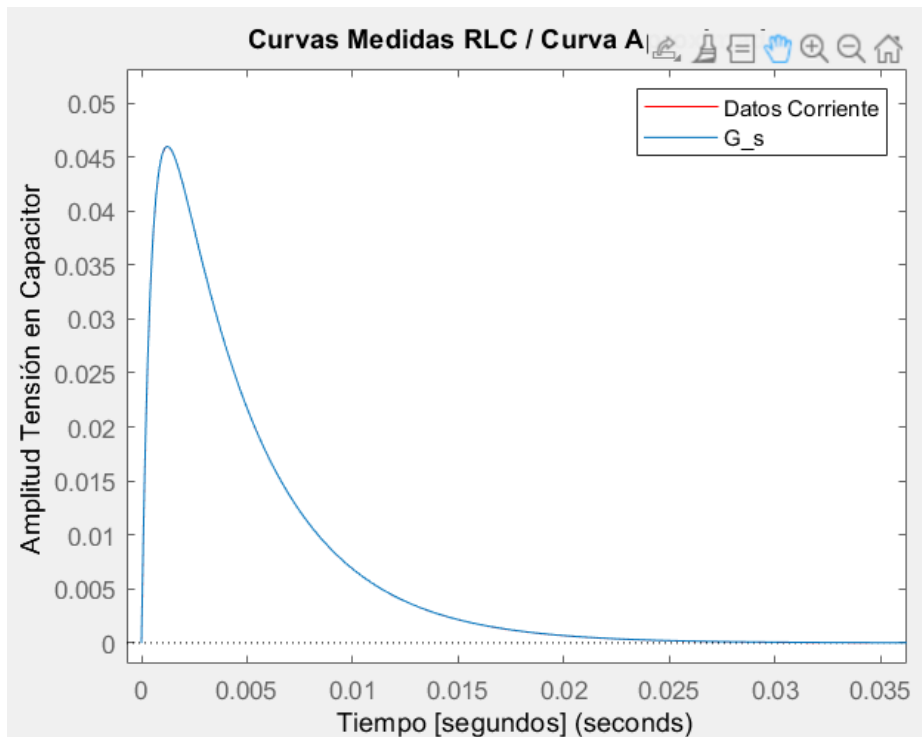
Definidos los parámetros en el punto anterior se procedió a simular la corriente del sistema desde t=0,05 segundos y compararlos con los valores dados por los datos de la hoja de cálculo.



La aproximación no resultó ser la mejor, por ello se procedió a realizar la misma partiendo los valores de corriente y aplicando el método de la respuesta al escalón, tomando como salida a la corriente en el Inductor:

```
t_inicial=2e-3; % tiempo inicial en 10 mili Segundos
% busca el tiempo inicial en la lista de valores del arreglo "tiempo"
% y lo guarde en una variable "punto"
[~,punto]=min(abs(t_inicial-tiempo_S));
t_t1=tiempo_S(punto); % t1 el tiempo correspondiente al t_inicial
y_1=corriente_L(punto); % y(t1) la tensión en C donde el tiempo=t_inicial
[~,punto]=min(abs(2*t_inicial-tiempo_S));
t_2t1=tiempo_S(punto); % 2*t1 el tiempo correspondiente al t_inicial
y_2=corriente_L(punto); % y(2*t1) la tensión en C donde el tiempo=t_inicial
[~,punto]=min(abs(3*t_inicial-tiempo_S));
t_3t1=tiempo_S(punto); % 3*t1 el tiempo correspondiente al t_inicial
y_3=corriente_L(punto); % y(3*t1) la tensión en C donde el tiempo=t_inicial
```

Repitiendo el resto del código, aplicado a la corriente, se obtuvo la siguiente gráfica:



Se Observó una mayor coincidencia, con lo cual se usó la función de transferencia resultante para calcular nuevamente los parámetros R,L y C:

$$G_s =$$

$$\frac{121.29 \quad (s+0.02529)}{(s+1988) \quad (s+231.2)}$$

$$\frac{I(s)}{V_e(s)} = \frac{s/L}{\left(s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}\right)}$$

$$\frac{1}{L} = 121.29$$

$$\frac{R}{L} = 4,5963 \cdot 10^5$$

$$\frac{1}{LC} = 2,2192 \cdot 10^3$$

$$C = 54,7 \times 10^{-3} [F]$$

$$L = 8.2 \times 10^{-3} [Hy]$$

$$R = 3,8 [k\Omega]$$

## Caso de estudio 2. Sistema de tres variables de estado

Dadas las ecuaciones del motor de corriente continua con torque de carga  $T_L$  no nulo, con los parámetros  $L_{AA}=366 \cdot 10^{-6}$ ;  $J=5 \cdot 10^{-9}$ ;  $R_A=55,6$ ;  $B=0$ ;  $K_i=6,49 \cdot 10^{-3}$ ;  $K_m=6,53 \cdot 10^{-3}$ :

$$\frac{di_a}{dt} = -\frac{R_A}{L_{AA}} i_a - \frac{K_m}{L_{AA}} \omega_r + \frac{1}{L_{AA}} v_a \quad (5)$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{K_i}{J} i_a - \frac{B_m}{J} \omega_r - \frac{1}{J} T_L \quad (6)$$

$$\frac{d\theta_t}{dt} = \omega_r. \quad (7)$$

Implementar un algoritmo de simulación para inferir el comportamiento de las variables interés mediante integración Euler con  $t=10^{-7}$  segundos para:

1. Obtener el torque máximo que puede soportar el motor modelado mediante las Ecuaciones (5) (6) y (7) cuando se lo alimenta con 12V, graficando para 5 segundos de tiempo la velocidad angular y corriente  $i_a$ .

Siendo la función de transferencia del sistema:

$$\frac{\omega_r(s)}{v_a(s)} = \frac{K_i}{s^2 L_{AA} J + s(R_A J + L_{AA} B) + (R_A B + K_i K_m)}$$

Asignando los valores definidos la función de transferencia se obtiene:

```
Laa=366e-6;
```

```
J=5e-9;
```

```
Ra=55.6;
```

```
B=0;
```

```
Ki=6.49e-3;
```

```
Km=6.53e-3;
```

```
den=[Laa*J Ra*J+Laa*B Ra*B+Ki*Km];
```

```
num=[Ki];
```

```
wr_va=tf(num,den);
```

```
sys=zpk(wr_va)
```

```
sys =
```

```
3.5464e+09
```

```
-----  
(s+1.518e05) (s+152.6)
```



De la cual podemos ver que los tiempos  $\lambda_1 = -1,518 \cdot 10^5$  y  $\lambda_2 = -152,6$  del cual el más rápido es  $\lambda_1$  y el más lento es  $\lambda_2$ , por lo cual tomamos:

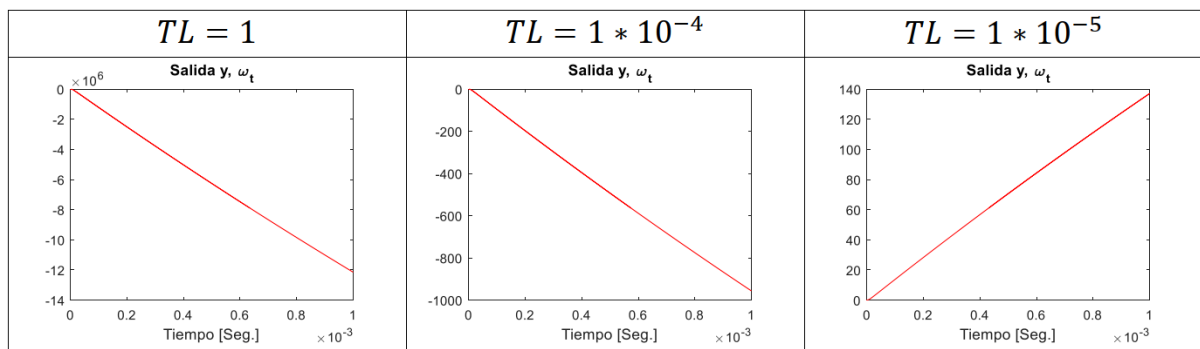
```
sigma1=-1.518e05;
```

```
sigma2=-152.6;
```

```
t_1=log(0.95)/sigma1; t_1 3.3790e-07
```

```
t_2=log(0.05)/sigma2; t_2 0.0196
```

Con lo cual se puede tener un tiempo de simulación de 0,04 [seg] para poder ver la dinámica del sistema. Además de tener un tiempo de integración de  $1 \cdot 10^{-7}$  [seg]. Definimos una aproximación, con el fin de encontrar un rango en donde se encontrará el torque máximo, a partir de asignar un torque de  $T_L = 1$  [Nm], que se irá dividiendo por 10 hasta que cambie el sentido de giro ( $\omega < 0$ )



Considerando el siguiente código:

```
% Simulación
t_s=1e-7; %tiempo de simulación
tF=0.04; %tiempo final de simulación 0
tF1=3e-7; %tiempo final de simulación 1
u=12; %entrada 12 [V]
TL=1e-5; %Torque inicial [Nm]
TLfin=1e-4; %Torque final [Nm]
TLi=1e-15; %Paso de cada Torque
jj=0; %indice

while TL<TLfin
    ii=0; % indice
    X=[0; 0]; % Vector de Omega y Wr
    TL=TL+jj*TLi;
    for t=0:t_s:tF1
        ii=ii+1;
        X=modmotor2(t_s, X, u, TL);
        x1(ii)=X(1); %Omega
    end
    if X(1)<0
        TL=TL-jj*TLi;
        break;
    end
    jj=jj+1;
end
```

```

% Vuelvo a simular con un nuevo tiempo final 1
ii=0;X=-[0; 0];
for t=0:t_S:tF
    ii=ii+1;
    X=modmotor2(t_S, X, u, TL);
    x1(ii)=X(1);%Omega
end

% Función del Motor
function [X]=modmotor2(t_S, xant, accion, torque)
Laa=366e-6;
J=5e-9;
Ra=55.6;
B=0;
Ki=6.49e-3;
Km=6.53e-3;
TL=torque;
Va=accion;
h=1e-7;
omega=xant(1);
wp=xant(2);
for ii=1:t_S/h
    wpp = (-wp*(Ra*J+Laa*B)-omega*(Ra*B+Ki*Km)+Va*Ki)/(J*Laa);
    wp=wp+h*wpp;
    wp=wp-(TL/J);
    omega=omega+h*wp;
end
X=[omega,wp];
end

```

se obtiene como valor final de momento de la carga y la velocidad de giro:

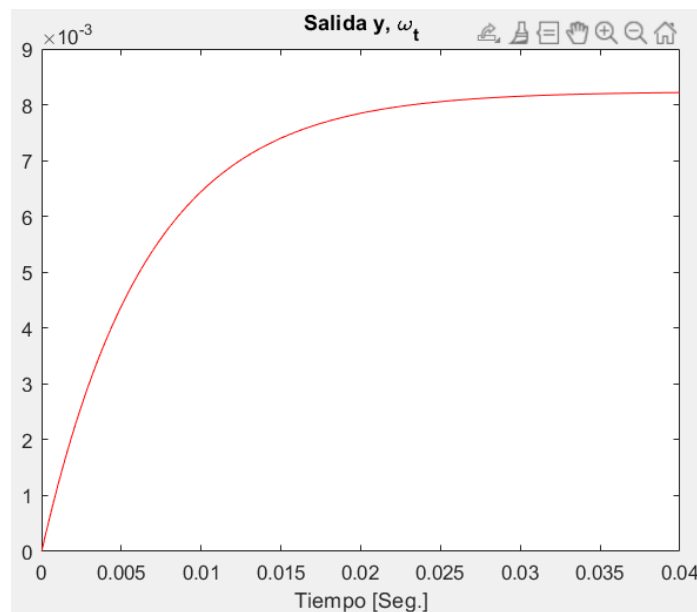
 X [0.0082,0.0028]

 TL 2.1279e-05

$$T_L = 2,1279 \times 10^{-5} [Nm]$$

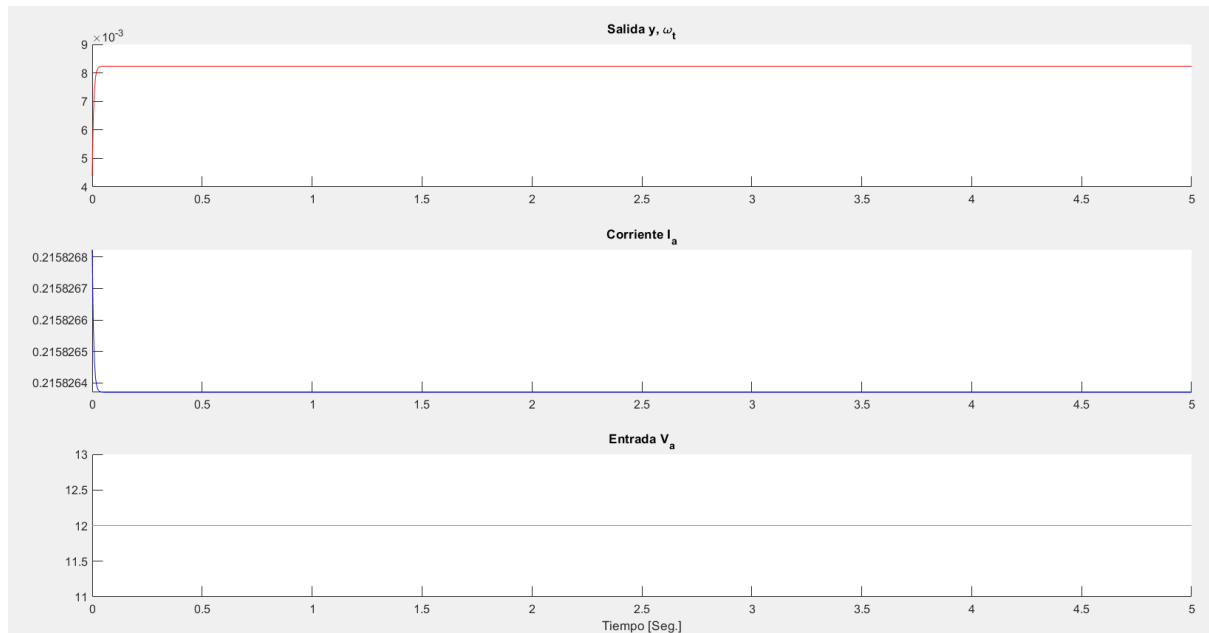
$$\omega_r = 8,2 \times 10^{-3} [rad/seg]$$

Cuya salida tendrá la siguiente gráfica:



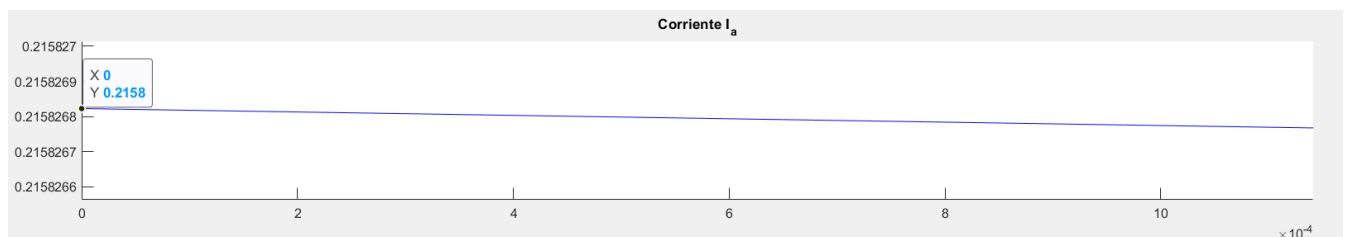
2. Mostrar simulaciones de 5 segundos que permitan observar la corriente  $i_a$  en todo momento y establecer su valor máximo como para dimensionar dispositivos electrónicos.

Simulando las variables de torque en  $T_L = 2,1279 \times 10^{-5} [Nm]$  y tensión de entrada  $u = 12[V]$  :

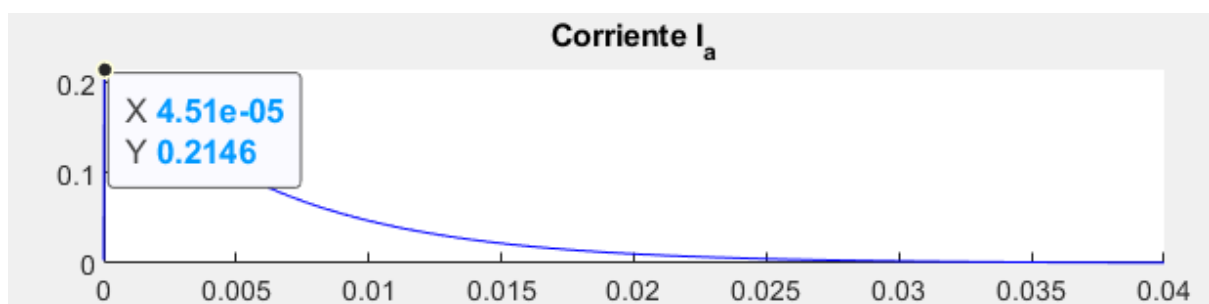


Donde ampliando la imagen en la corriente podemos observar la corriente más en:

$$I_{max} = 215,8 [mA]$$



Considerando una carga nula  $T_L = 2,1279 \times 10^{-5} [Nm]$  y tensión de entrada  $u = 12[V]$ :



Vemos una corriente máxima de  $I_{max} = 214,6 [mA]$

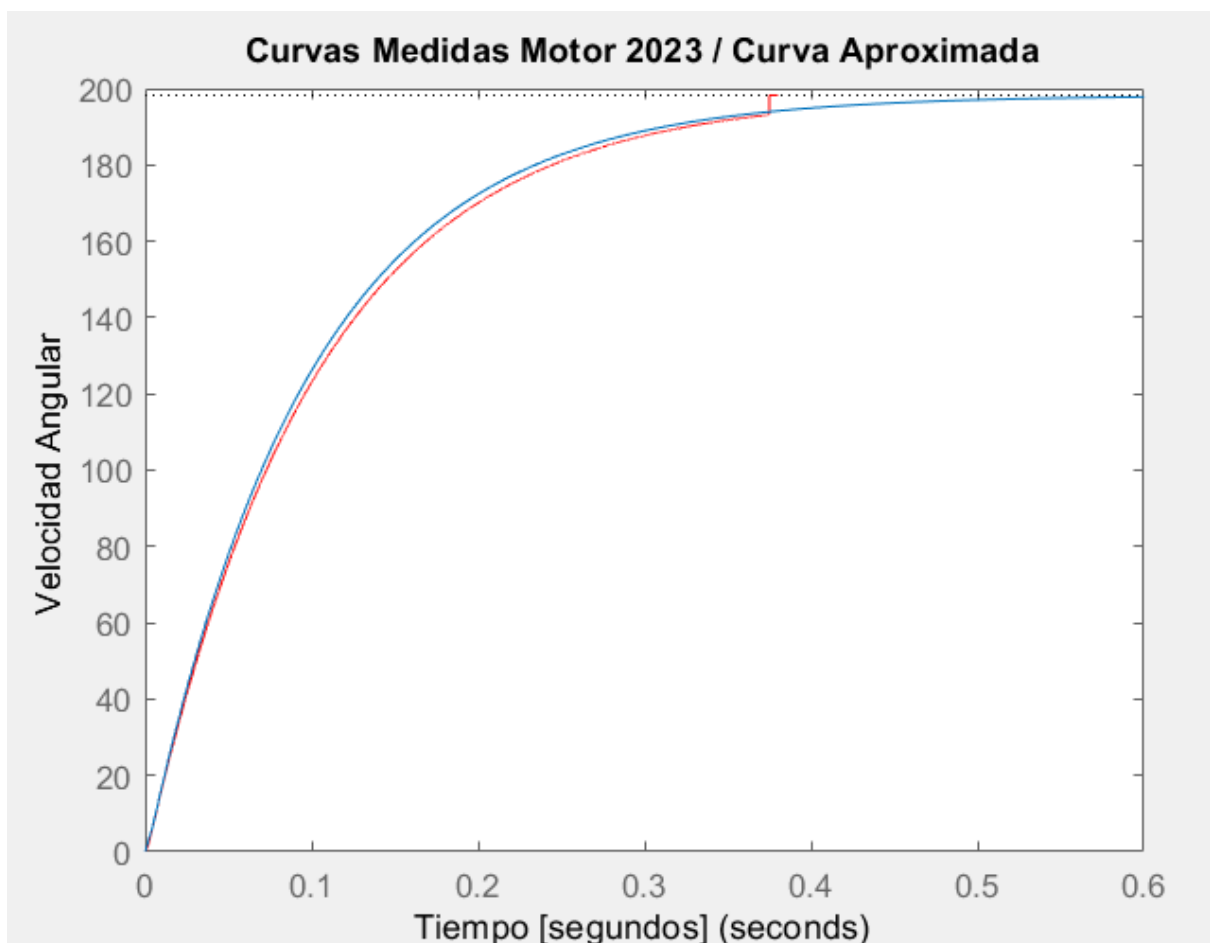
Esto no muestra una gran diferencia entre el sistema con la carga y sin ella, pero nos da las pautas necesarias para el diseño del dispositivo electrónico asociado al mismo.

3. A partir de las curvas de mediciones de las variables graficadas en la Fig. 1-3, se requiere obtener el modelo del sistema considerando como entrada un escalón de 12V, como salida a la velocidad angular, y a partir de 0,1 segundo se aplica un TL aproximado de  $7,5 \cdot 10^{-2}$  Nm. En el archivo *Curvas\_Medidas\_Motor.xls* están las mediciones, en la primera hoja los valores y en la segunda los nombres. Se requiere obtener el modelo dinámico, para establecer las constantes de la corriente.

Partiendo del mismo código desarrollado en el punto 3 del caso 1, se puede aproximar al sistema en uno de segundo orden por el método de la entrada escalón. Obteniendo así la siguiente función de transferencia:

$$G_s = \frac{64.773 (s+2.343e04)}{(s+747.6) (s+10.24)}$$

Asimismo podemos ver la aproximación de forma gráfica observando la superposición de ambas funciones:



#### 4. Implementar un PID en tiempo discreto para que el ángulo del motor permanezca en una referencia de 1 [radián]. (Tip: partir de $K_P=0,1$ ; $K_i=0,01$ ; $K_D=5$ ).

Considerando los datos del motor dados en el punto 1, se procedió a desarrollar el siguiente código:

```
%Constantes del PID
%Kp=0.1;Ki=0.01;Kd=5;
Kpv=[0.1 0.5 1 1 1];
Kiv=[1 10 100 1000 10000];
Kdv=[1 0 0 0 0];

for jj=1:5
    Kp=Kpv(jj);
    Ki=Kiv(jj);
    Kd=Kdv(jj);

    X=[0; 0; 0; 0];ii=0;t_etapa=1e-7;titaRef=1;tF=.2;
    Ts=t_etapa;
    A1=((2*Kp*Ts)+(Ki*(Ts^2))+(2*Kd))/(2*Ts);
    B1=(-2*Kp*Ts+Ki*(Ts^2)-4*Kd)/(2*Ts);
    C1=Kd/Ts;
    e=zeros(round(tF/t_etapa),1);
    u=0;u_max=12;

    for t=0:t_etapa:tF
        ii=ii+1;k=ii+2;
        X=modmotor4(t_etapa, X, u);
        e(k)=titaRef-X(4); %ERROR
        u=u+A1*e(k)+B1*e(k-1)+C1*e(k-2); %PID
        x1(ii)=X(1);% Omega
        x2(ii)=X(2);% wp
        x3(ii)=X(3);% ia

        x4(ii)=X(4);% tita
        u=u_max*tanh(u/u_max); % termina la acción de control en 12V.
        acc(ii)=u;
    end

    t=0:t_etapa:tF;
    subplot(3,1,1);hold on;
    plot(t,x4);title('Salida posición \tita_t');
    subplot(3,1,2);hold on;
    plot(t,x3);title('Corriente I_a');
    subplot(3,1,3);hold on;
    plot(t,acc);title('Entrada V_a');
    xlabel('Tiempo [Seg.]');
end

function [X]=modmotor4(t_etapa, xant, accion)
Laa=366e-6; J=5e-9;Ra=55.6;B=0;Ki=6.49e-3;Km=6.53e-3;
Va=accion;
h=1e-7;
omega=xant(1);
wp=xant(2);
ia=xant(3);
tita=xant(4);
```

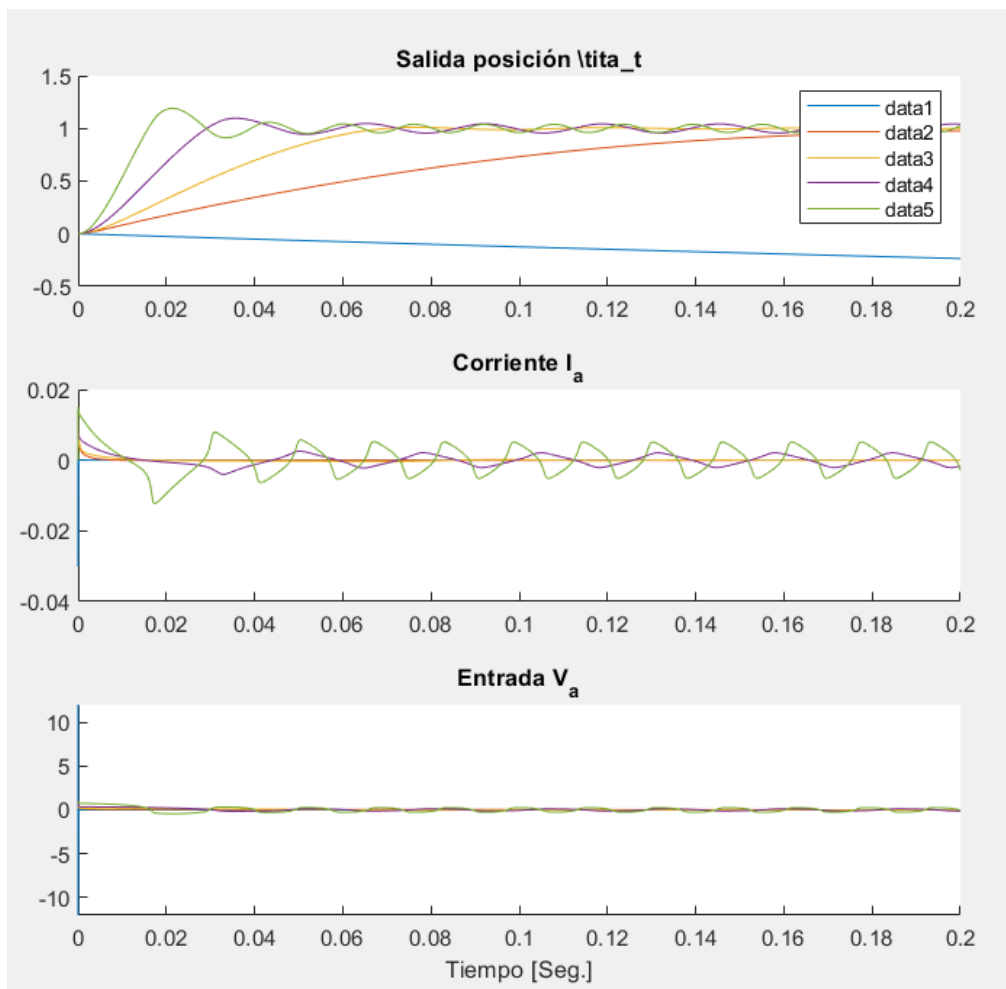
```

for ii=1:t_etapa/h
    wpp = (-wp*(Ra*J+Laa*B)-omega*(Ra*B+Ki*Km)+Va*Ki)/(J*Laa);
    iap=(-Ra*ia-Km*omega+Va)/Laa;
    wp=wp+h*wpp;
    ia=ia+h*iap;
    omega=omega+h*wp;
    tita=tita+h*omega;
end
X=[omega,wp,ia,tita];
end

```

Donde se probaron 5 combinaciones de Kp, Ki y Kd:

|                        | <b>Kp</b> | <b>Ki</b>   | <b>Kd</b> |
|------------------------|-----------|-------------|-----------|
| data1 (Azul)           | 0,1       | 0,01        | 5         |
| data2 (Rojo)           | 0,5       | 10          | 0         |
| data3 (Naranja)        | 1         | 100         | 0         |
| <b>data4 (Violeta)</b> | <b>1</b>  | <b>1000</b> | <b>0</b>  |
| data5 (Verde)          | 1         | 10000       | 0         |



observando las gráficas vemos como el sistema comienza a responder de la manera deseada para los valores  $K_p = 1$ ;  $K_I = 1000$ ;  $K_D = 5$

## Bibliografía

### Link GitHub

<https://github.com/TitoRicardoClemente/Sistema-de-Control-2/tree/main/Actividad%20N1>