

Математическое моделирование управляемого движения твёрдого тела

Титов Александр Геннадиевич

14 июня 2019

«Прикладная математика и информатика»

Постановки задачи оптимального управления движением твёрдого тела

Угловое движение твердого тела

$$2\dot{\bar{\lambda}} = \bar{\lambda} \circ \bar{\omega}_Y \quad (1)$$

Краевые условия

$$\bar{\lambda}(0) = \bar{\lambda}^0, \quad \bar{\lambda}(\tau) = \bar{\lambda}^T \quad (2)$$

Минимизирующий функционал

$$I = \int_0^T (\alpha_1 \omega_1^2 + \alpha_2 \omega_2^2 + \alpha_3 \omega_3^2) dt \quad (3)$$

Решение задачи с помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина

С помощью принципа максимума Понтрягина задача оптимальной переориентации твердого тела свелась к краевой задаче.

Система ОДУ с краевыми условиями

$$\begin{cases} 2\dot{\bar{\lambda}} = \bar{\lambda} \circ \bar{\omega}, \\ \dot{\bar{p}} = \bar{p} \times \bar{\omega} \end{cases}, \quad \bar{\lambda}(0) = \bar{\lambda}^0, \quad \bar{\lambda}(\tau) = \bar{\lambda}^T \quad (4)$$

7 уравнений, для которых нужно решить задачу Коши

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_0 = -\frac{1}{2}\lambda_1\omega_1 - \lambda_2\omega_2 - \lambda_3\omega_3, \\ \dot{\lambda}_1 = \frac{1}{2}\lambda_0\omega_1 + \lambda_2\omega_3 - \lambda_3\omega_2, \\ \dot{\lambda}_2 = \frac{1}{2}\lambda_0\omega_2 + \lambda_3\omega_1 - \lambda_1\omega_3, \\ \dot{\lambda}_3 = \frac{1}{2}\lambda_0\omega_3 + \lambda_1\omega_2 - \lambda_2\omega_1, \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{p}_1 = p_2\omega_3 - p_3\omega_2, \\ \dot{p}_2 = p_1\omega_3 - p_3\omega_1, \\ \dot{p}_3 = p_1\omega_2 - p_2\omega_1. \end{cases} \quad (5)$$

Примеры численного решения для поворотов на малые углы - первый случай, когда α_1 и α_2 фиксированы

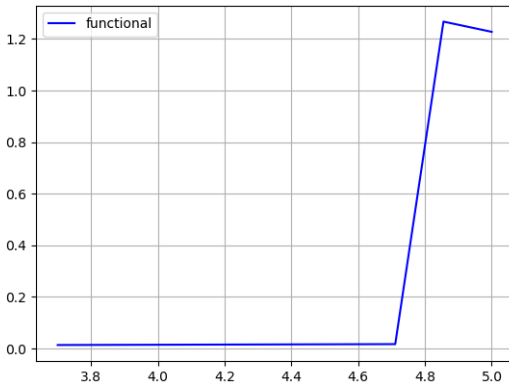


Рисунок 1. $\alpha_3 \in [3.7, 5]$, угол в 5°

Примеры численного решения для поворотов на малые углы - первый случай, когда α_1 и α_2 фиксированы

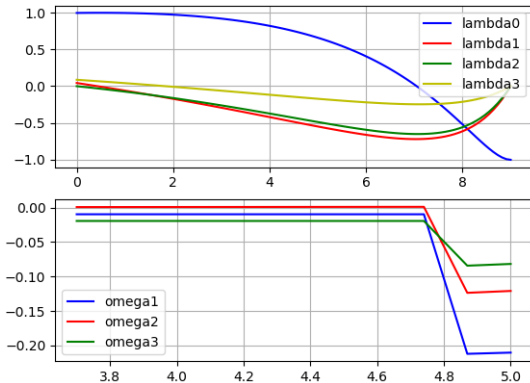


Рисунок 2. $\alpha_3 \in [3.7, 5]$, угол в 5°

Примеры численного решения для поворотов на малые углы - второй случай, когда α_1 и α_3 фиксированы

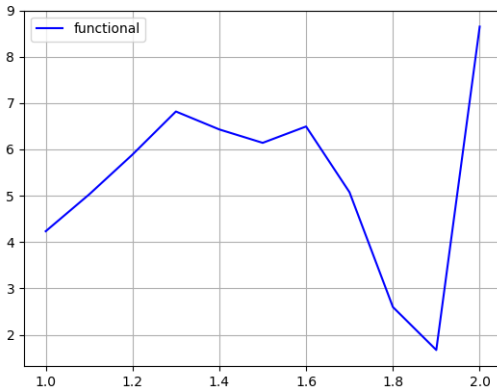


Рисунок 3. $\alpha_2 \in [1, 2]$, угол в 5°

Примеры численного решения для поворотов на малые углы - второй случай, когда α_1 и α_3 фиксированы

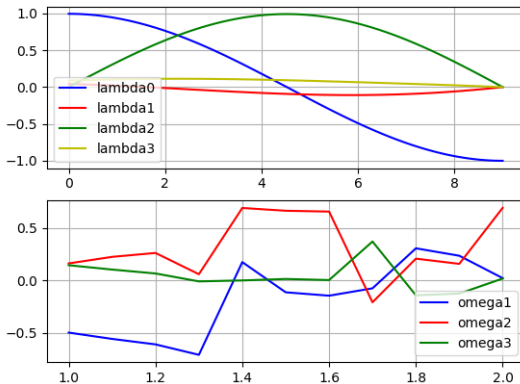


Рисунок 4. $\alpha_2 \in [1, 2]$, угол в 5°

Примеры численного решения для поворотов на большие углы - третий случай, когда α_1 и α_2 фиксированы

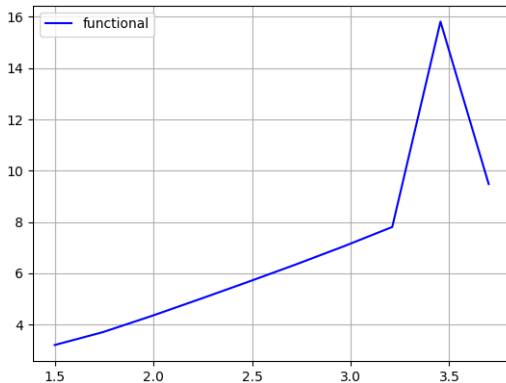


Рисунок 5. $\alpha_3 \in [1.5, 3.7]$, угол в 50°

Примеры численного решения для поворотов на большие углы - третий случай, когда α_1 и α_2 фиксированы

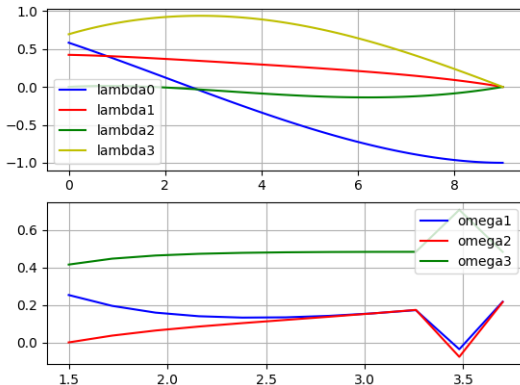


Рисунок 6. $\alpha_3 \in [1.5, 3.7]$, угол в 50°

Примеры численного решения для поворотов на большие углы - четвертый случай, когда α_1 и α_3 фиксированы

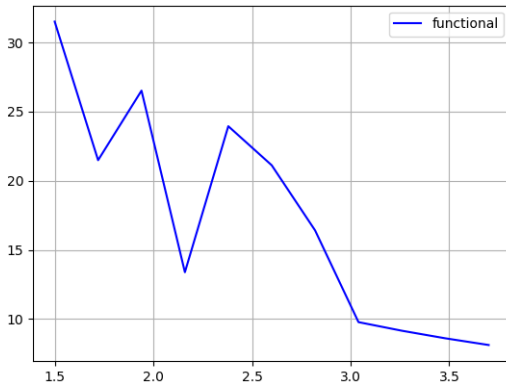


Рисунок 7. $\alpha_2 \in [1.5, 3.7]$, угол в 50°

Примеры численного решения для поворотов на большие углы - четвертый случай, когда α_1 и α_3 фиксированы

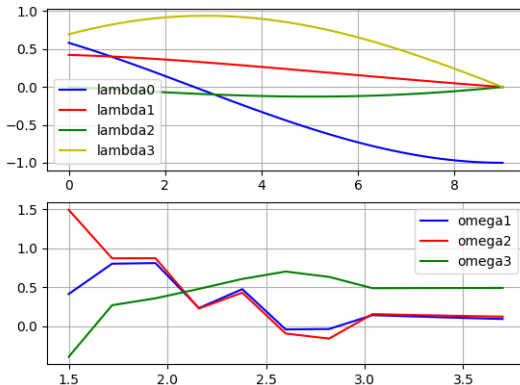


Рисунок 8. $\alpha_2 \in [1.5, 3.7]$, угол в 50°



Спасибо за внимание!