

Математическое моделирование управляемого движения твёрдого тела

Титов Александр Геннадиевич

14 июня 2019

«Прикладная математика и информатика»

Постановка задачи оптимального управления движением твёрдого тела

Угловое движение твердого тела

$$2\dot{\bar{\lambda}} = \bar{\lambda} \circ \bar{\omega}_Y \quad (1)$$

Краевые условия

$$\bar{\lambda}(0) = \bar{\lambda}^0, \quad \bar{\lambda}(T) = \bar{\lambda}^T \quad (2)$$

Минимизируемый функционал

$$I = \int_0^T (\alpha_1 \omega_1^2 + \alpha_2 \omega_2^2 + \alpha_3 \omega_3^2) dt \quad (3)$$

Решение задачи с помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина

С помощью принципа максимума Понтрягина задача оптимальной переориентации твердого тела сведена к краевой задаче.

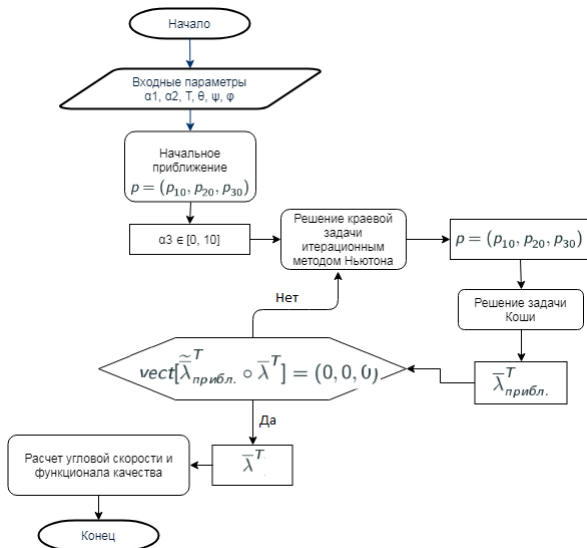
Система ОДУ с краевыми условиями

$$\begin{cases} 2\dot{\bar{\lambda}} = \bar{\lambda} \circ \bar{\omega}, \\ \dot{\bar{p}} = \bar{p} \times \bar{\omega} \end{cases}, \quad \bar{\lambda}(0) = \bar{\lambda}^0, \quad \bar{\lambda}(T) = \bar{\lambda}^T \quad (4)$$

Система из 7 обыкновенных однородных уравнений

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_0 = -\frac{1}{2}\lambda_1\omega_1 - \lambda_2\omega_2 - \lambda_3\omega_3, \\ \dot{\lambda}_1 = \frac{1}{2}\lambda_0\omega_1 + \lambda_2\omega_3 - \lambda_3\omega_2, \\ \dot{\lambda}_2 = \frac{1}{2}\lambda_0\omega_2 + \lambda_3\omega_1 - \lambda_1\omega_3, \\ \dot{\lambda}_3 = \frac{1}{2}\lambda_0\omega_3 + \lambda_1\omega_2 - \lambda_2\omega_1, \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{p}_1 = p_2\omega_3 - p_3\omega_2, \\ \dot{p}_2 = p_1\omega_3 - p_3\omega_1, \\ \dot{p}_3 = p_1\omega_2 - p_2\omega_1. \end{cases} \quad (5)$$

Алгоритм численного решения



Пример численного решения для поворота на малый угол, когда α_1 и α_3 зафиксированы

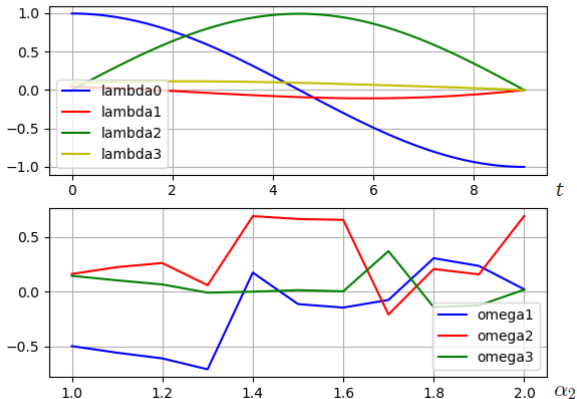


Рисунок 1. Компоненты кватерниона ориентации и компоненты угловой скорости. $\alpha_1 = 1.5$, $\alpha_2 \in [1, 2]$, $\alpha_3 = 3.5$, $T = 10$, $\theta = \psi = \varphi = 5^\circ$.

Пример численного решения для поворота на малый угол, когда α_1 и α_3 зафиксированы

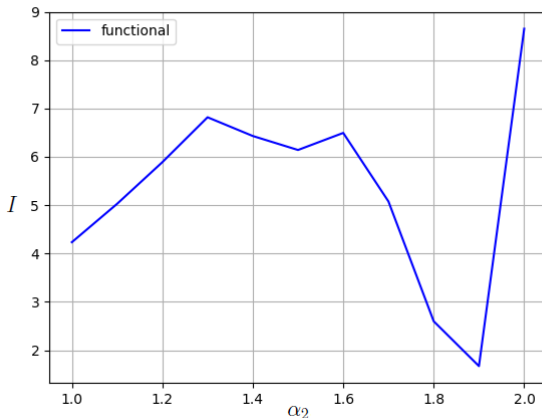


Рисунок 2. Функционал качества. $\alpha_1 = 1.5$, $\alpha_2 \in [1, 2]$, $\alpha_3 = 3.5$, $T = 10$, $\theta = \psi = \varphi = 5^\circ$.

Пример численного решения для поворота на большой угол, когда α_1 и α_2 зафиксированы

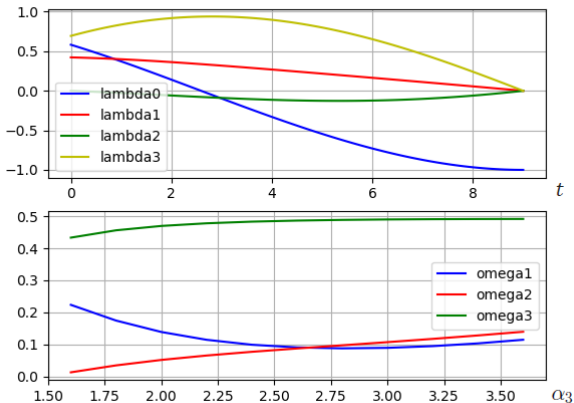


Рисунок 3. Компоненты кватерниона ориентации и компоненты угловой скорости. $\alpha_1 = 1.5$, $\alpha_2 = 3.5$, $\alpha_3 \in [1.6, 3.6]$, $T = 10$, $\theta = \psi = \varphi = 50^\circ$.

Пример численного решения для поворота на большой угол, когда α_1 и α_2 зафиксированы

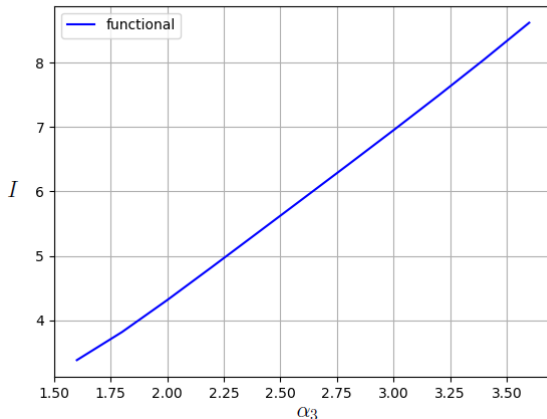


Рисунок 4. Функционал качества. $\alpha_1 = 1.5$, $\alpha_2 = 3.5$, $\alpha_3 \in [1.6, 3.6]$,
 $T = 10$, $\theta = \psi = \varphi = 50^\circ$.



```
_id: ObjectId("5cdb03f13ba0381f20caf7c0")
date: "14-05-2019/22-07"
▼ data: Object
  ▼ bvp_solution: Array
    0: 0.568927391439924
    1: 1.8510090579758844
    2: 6.8926010599356315
  ▼ ivp_solution: Array
    0: -0.9999999840614905
    1: -7.851193653540811e-12
    2: 9.844472459441533e-12
    3: -8.563101616676505e-12
    4: 0.5689273892967905
    5: -1.8510090741394443
    6: 6.892601062773771
charts: Binary('gANjUElMLlBuZ0ltYwdlUGx1Z2luClBuZ0ltYwdlRmlsZGpxACmBcQFdcQiofXEDKFgDAAAHAZHBpcQRLZEtKhNEFWagAAABTB2Z0...')
```

Рисунок 5. Пример документа с результатами

Спасибо за внимание!