

Università Ca' Foscari Venezia, Corso di Laurea in Informatica

Esame di Calcolo 2 - Prof. D. Pasetto

Tema A - 09/09/2022

Tempo a disposizione: 2h 30min

Cognome Nome Matricola Aula-Posto

Norme generali:

- Non girare il foglio fino all'inizio dell'esame.
- Tenere sul tavolo solo lo stretto necessario per l'esame.
- NON è permesso utilizzare libri o quaderni, calcolatrici che facciano grafici o calcolino integrali, telefoni cellulari o altri dispositivi atti a comunicare. Per Calcolo 2 è permesso utilizzare un formulario su un foglio A4.
- Durante la prova sarà necessario rimanere al proprio posto, indossando sempre la mascherina. Non sarà possibile uscire durante la prova.
- Al termine della prova, i docenti passeranno fila per fila per raccogliere gli scritti. Solo al termine delle operazioni di consegna, si potrà abbandonare l'aula, una fila alla volta per evitare assembramenti, rispettando le indicazioni dei docenti.
- Siate ordinati nella risoluzione degli esercizi e scrivete cognome e nome su ogni foglio.

Ulteriori indicazioni per chi fa l'esame in via telematica:

- La telecamera deve inquadrare sia il vostro volto che le vostre mani.
- Alla fine dell'esame fotografare SOLO i fogli di bella faccenda facendo attenzione di mettere a fuoco. Raccogliere le foto ordinate in un unico file pdf e caricarlo su moodle col nome: "CognomeNome.pdf".
- La sezione moodle per l'upload del compito rimarrà attiva fino a pochi minuti dopo la fine dell'esame. Se non è stato possibile caricare il compito in tempo bisogna contattare il docente e sarà richiesto di fare l'orale.
- Se avrete dei problemi di connessione, siete comunque invitati a caricare il vostro elaborato nella sezione di moodle. Vi sarà poi richiesto di sostenere l'orale.
- Potete lasciare la teleconferenza solo quando gli assistenti vi confermeranno l'avvenuta consegna in moodle.

Problema 1 (7 punti)

- 1.1 Calcolare tutte le soluzioni dell'equazione $(x+2)^2 y' = 2y - 4$
- 1.2 Trovare le soluzioni che soddisfano le seguenti condizioni iniziali e determinarne il dominio di esistenza:

(a) $y(0) = 2$

(b) $y(0) = 0$

Problema 2 (8 punti)

Considerare la curva γ descritta dalla parametrizzazione $\mathbf{r}(t)$ definita per parti

$$\mathbf{r}(t) = \begin{cases} \mathbf{r}_1(t) = (-2 \cos(\pi t), 2t), & \text{se } t \in [-1, 1]; \\ \mathbf{r}_2(t) = (-t + 3, -\frac{1}{2}t + \frac{5}{2}), & \text{se } t \in]1, 5] \end{cases}$$

- 2.1 Determinare se γ è continua, chiusa, semplice e regolare.
- 2.2 Scrivere le equazioni del supporto della curva. Disegnare il supporto e indicarne il verso di percorrenza.
- 2.3 Scrivere l'equazione cartesiana e parametrica della retta tangente a γ in $t_0 = -\frac{1}{2}$.
- 2.4 Sia $f(x, y) = \frac{y^2}{\sqrt{4 + 4\pi^2 - \pi^2 x^2}}$. Verificare che il sostegno di \mathbf{r}_1 è contenuto nel dominio di f e calcolare l'integrale curvilineo $\int_{\mathbf{r}_1} f$.

Problema 3 (9 punti)

Sia $f(x, y) = 4x^2 + \log(4 - y^2 - 4x^2)$.

- 3.1 Determinare il dominio di f , disegnarlo, e dire se la funzione è di classe \mathcal{C}^2 . Disegnare, se possibile, il grafico delle sezioni $y = 0$ e $x = 0$.
- 3.2 Determinare l'esistenza di eventuali punti critici di f e stabilire se tali punti sono di massimo o minimo relativo o di sella.
- 3.3 Determinare il versore di massima crescita nel punto $(\sqrt{3}/2, 0)$ e scrivere lo sviluppo di Taylor del primo ordine rispetto a tale punto.

Problema 4 (6 punti)

Sia D il dominio rappresentato in figura dove le curve alla frontiera sono archi di circonferenza di centro $(0, 0)$. Il punto A ha coordinate $A = (\sqrt{3}, 1)$. Il punto B ha coordinate $B = (-\sqrt{3}, -1)$.

Utilizzare gli integrali doppi per calcolare:

$$I_1 = \int \int_D dx dy \quad ; \quad I_2 = \int \int_D xy dx dy$$

