

Università Ca' Foscari Venezia, Corso di Laurea in Informatica

Esame di Calcolo 2 - Prof. D. Pasetto

Tema A - 01/06/2023

Tempo a disposizione: 2h 30min

Cognome Nome Matricola Aula-Posto

Norme generali:

- Non girare il foglio fino all'inizio dell'esame.
- Tenere sul tavolo solo lo stretto necessario per l'esame.
- NON è permesso utilizzare libri o quaderni, calcolatrici che facciano grafici o calcolino integrali, telefoni cellulari o altri dispositivi atti a comunicare. È permesso utilizzare un formulario personale scritto su un foglio A4 (fronte/retro).
- Al termine della prova, i docenti passeranno fila per fila per raccogliere gli scritti. Si potrà abbandonare l'aula solo al termine delle operazioni di consegna, rispettando le indicazioni dei docenti.

Problema 1 (7 punti)

- 1.1 Calcolare tutte le soluzioni dell'equazione $y' = \frac{2}{2x-1}(2y-1)^3$.
- 1.2 Trovare la soluzione che soddisfi la condizione iniziale $y(0) = -\frac{1}{2}$ e determinarne il dominio.
- 1.3 Trovare la soluzione che soddisfi la condizione iniziale $y(0) = \frac{1}{2}$ e determinarne il dominio.

Problema 2 (8 punti)

Considerare la curva γ descritta dalla parametrizzazione $\mathbf{r}(t)$ definita a tratti

$$\mathbf{r}(t) = \begin{cases} \mathbf{r}_1(t) = (2\sqrt{2}t, -\sqrt{2}|t|), & \text{se } t \in [-1, 1] \\ \mathbf{r}_2(t) = (4 \cos(\frac{\pi}{4}t), -2 \sin(\frac{\pi}{4}t)), & \text{se } t \in]1, 9]; \end{cases}$$

- 2.1 Determinare se γ è continua, chiusa, semplice e regolare.
- 2.2 Determinare il supporto della curva e disegnarlo. Indicare il verso di percorrenza.
- 2.3 Scrivere l'equazione cartesiana e parametrica della retta tangente a γ in $t_0 = 8$.
- 2.4 Sia $f(x, y) = \frac{y}{\sqrt{1-\frac{3}{64}x^2}}$. Verificare che il sostegno di \mathbf{r}_2 è contenuto nel dominio di f e calcolare l'integrale curvilineo $\int_{\mathbf{r}_2} f$

Problema 3 (9 punti)

Sia $f(x, y) = x^3 + 2xy - 6x - 4y^2$.

- 3.1 Determinare il dominio di f e dire se la funzione è di classe \mathcal{C}^2 . Disegnare, se possibile, il grafico delle sezioni $x = 0$ e $y = 0$.
- 3.2 Determinare l'esistenza di eventuali punti critici di f e stabilire se tali punti sono di massimo o minimo relativo o di sella. Determinare l'immagine della funzione.
- 3.3 Determinare il versore di massima crescita nel punto $(-1, -1)$ e scrivere l'equazione del piano tangente in tale punto.

Problema 4 (6 punti)

Sia D il dominio rappresentato in figura dove le curve alla frontiera sono archi di circonferenza di centro $(0, 0)$. I vertici hanno coordinate: $A = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$; $B = (\sqrt{3}, 3)$.

Utilizzare gli integrali doppi per calcolare l'area e la coordinata y del baricentro.

