

*Università Ca' Foscari Venezia*, Corso di Laurea in Informatica

## **Esame di Calcolo 2 - Prof. D. Pasetto**

Tema A - 17/01/2024

Tempo a disposizione: 2h 30min

Cognome ..... Nome ..... Matricola ..... Aula-Posto .....

### **Norme generali:**

- Non girare il foglio fino all'inizio dell'esame.
- Tenere sul tavolo solo lo stretto necessario per l'esame.
- NON è permesso utilizzare libri o quaderni, calcolatrici che facciano grafici o calcolino integrali, telefoni cellulari o altri dispositivi atti a comunicare. È permesso utilizzare un formulario personale scritto su un foglio A4 (fronte/retro).
- Al termine della prova, i docenti passeranno fila per fila per raccogliere gli scritti. Si potrà abbandonare l'aula solo al termine delle operazioni di consegna, rispettando le indicazioni dei docenti.

### Problema 1 (7 punti)

- 1.1 Calcolare tutte le soluzioni dell'equazione  $x^2y' = -(x^2 - 4)(y - 2)^3$ .
- 1.2 Trovare la soluzione che soddisfi la condizione iniziale  $y(1) = \frac{5}{3}$  e determinarne il dominio di esistenza.
- 1.3 Trovare la soluzione che soddisfi la condizione iniziale  $y(0) = 3$  e determinarne il dominio di esistenza.

### Problema 2 (8 punti)

Considerare la curva  $\gamma$  descritta dalla parametrizzazione  $\mathbf{r}(t)$  definita a tratti

$$\mathbf{r}(t) = \begin{cases} \mathbf{r}_1(t) = (2(t+2), 2(t+2)^2 - 6), & \text{se } t \in [-3, -1[ \\ \mathbf{r}_2(t) = (2\sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{4}t), 4\sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{4}t)), & \text{se } t \in [-1, 5]; \end{cases}$$

- 2.1 Determinare se  $\gamma$  è continua, chiusa, semplice e regolare.
- 2.2 Determinare il supporto della curva e disegnarlo. Indicare il verso di percorrenza.
- 2.3 Scrivere l'equazione cartesiana e parametrica della retta tangente a  $\gamma$  in  $t_0 = -1$ .
- 2.4 Sia  $f(x, y) = \frac{x^2}{\sqrt{8y+52}}$ . Verificare che il sostegno di  $\mathbf{r}_1$  è contenuto nel dominio di  $f$  e calcolare l'integrale curvilineo  $\int_{\mathbf{r}_1} f$

### Problema 3 (9 punti)

Sia  $f(x, y) = xy^2 + 2x^3 - 4x$ .

- 3.1 Determinare il dominio di  $f$  e dire se la funzione è di classe  $\mathcal{C}^2$ . Disegnare, se possibile, il grafico della sezione  $y = 0$ . Disegnare, se possibile, la curva di livello a  $z = 0$ .
- 3.2 Determinare l'esistenza di eventuali punti critici di  $f$  e stabilire se tali punti sono di massimo o minimo relativo o di sella.
- 3.3 Determinare il versore di massima crescita nel punto  $(-1, -1)$  e scrivere l'equazione del piano tangente in tale punto.

### Problema 4 (6 punti)

Sia  $D$  il dominio rappresentato in figura dove la curva alla frontiera è un arco di circonferenza di centro  $(0, 0)$ . Il vertice  $A$  ha coordinate  $A = (-1, -\sqrt{3})$ .

Utilizzare gli integrali doppi per calcolare:

$$I_1 = \int \int_D dx dy ; \quad I_2 = \int \int_D xy dx dy$$

