

*Università Ca' Foscari Venezia, Corso di Laurea in Informatica*

## **Esame di Calcolo 2** - Prof. D. Pasetto

Tema A - 01/06/2023

Tempo a disposizione: 2h 30min

Cognome ..... Nome ..... Matricola ..... Aula-Posto .....

### **Norme generali:**

- Non girare il foglio fino all'inizio dell'esame.
- Tenere sul tavolo solo lo stretto necessario per l'esame.
- NON è permesso utilizzare libri o quaderni, calcolatrici che facciano grafici o calcolino integrali, telefoni cellulari o altri dispositivi atti a comunicare. È permesso utilizzare un formulario personale scritto su un foglio A4 (fronte/retro).
- Al termine della prova, i docenti passeranno fila per fila per raccogliere gli scritti. Si potrà abbandonare l'aula solo al termine delle operazioni di consegna, rispettando le indicazioni dei docenti.

**Problema 1 (7 punti)**

- 1.1 Calcolare tutte le soluzioni dell'equazione  $y' = \frac{2}{2x-1}(2y-1)^3$ .
- 1.2 Trovare la soluzione che soddisfi la condizione iniziale  $y(0) = -\frac{1}{2}$  e determinarne il dominio.
- 1.3 Trovare la soluzione che soddisfi la condizione iniziale  $y(0) = \frac{1}{2}$  e determinarne il dominio.

**Problema 2 (8 punti)**

Considerare la curva  $\gamma$  descritta dalla parametrizzazione  $\mathbf{r}(t)$  definita a tratti

$$\mathbf{r}(t) = \begin{cases} \mathbf{r}_1(t) = (2\sqrt{2}t, -\sqrt{2}|t|), & \text{se } t \in [-1, 1] \\ \mathbf{r}_2(t) = (4\cos(\frac{\pi}{4}t), -2\sin(\frac{\pi}{4}t)), & \text{se } t \in ]1, 9] \end{cases}$$

- 2.1 Determinare se  $\gamma$  è continua, chiusa, semplice e regolare.
- 2.2 Determinare il supporto della curva e disegnarlo. Indicare il verso di percorrenza.
- 2.3 Scrivere l'equazione cartesiana e parametrica della retta tangente a  $\gamma$  in  $t_0 = 8$ .
- 2.4 Sia  $f(x, y) = \frac{y}{\sqrt{1-\frac{3}{64}x^2}}$ . Verificare che il sostegno di  $\mathbf{r}_2$  è contenuto nel dominio di  $f$  e calcolare l'integrale curvilineo  $\int_{\mathbf{r}_2} f$

**Problema 3 (9 punti)**

Sia  $f(x, y) = x^3 + 2xy - 6x - 4y^2$ .

- 3.1 Determinare il dominio di  $f$  e dire se la funzione è di classe  $\mathcal{C}^2$ . Disegnare, se possibile, il grafico delle sezioni  $x = 0$  e  $y = 0$ .
- 3.2 Determinare l'esistenza di eventuali punti critici di  $f$  e stabilire se tali punti sono di massimo o minimo relativo o di sella. Determinare l'immagine della funzione.
- 3.3 Determinare il versore di massima crescita nel punto  $(-1, -1)$  e scrivere l'equazione del piano tangente in tale punto.

**Problema 4 (6 punti)**

Sia  $D$  il dominio rappresentato in figura dove le curve alla frontiera sono archi di circonferenza di centro  $(0, 0)$ . I vertici hanno coordinate:  $A = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ;  $B = (\sqrt{3}, 3)$ .

Utilizzare gli integrali doppi per calcolare l'area e la coordinata  $y$  del baricentro.

